



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



11 КЛАСС. Вариант 1

- [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^9 3^{10} 5^{10}$, bc делится на $2^{14} 3^{13} 5^{13}$, ac делится на $2^{19} 3^{18} 5^{30}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
- [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой BC в точке B , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке F , а катет AC – в точке E . Известно, что $AB \parallel EF$, $AD : DB = 3 : 1$. Найдите отношение площади треугольника ABC к площади треугольника CEF .
- [4 балла] Решите уравнение $5 \arcsin(\cos x) = x + \frac{\pi}{2}$.
- [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} ax + 2y - 3b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 9)(x^2 + y^2 - 12x + 32) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

- [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_3^4 x + 6 \log_x 3 = \log_{x^2} 243 - 8 \quad \text{и} \quad \log_3^4(5y) + 2 \log_{5y} 3 = \log_{25y^2}(3^{11}) - 8.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

- [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-14; 42)$, $Q(6; 42)$ и $R(20; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $3x_2 - 3x_1 + y_2 - y_1 = 33$.
- [6 баллов] Данна треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1, BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 90, $SA = BC = 12$.
 - Найдите произведение длин медиан AA_1, BB_1 и CC_1 .
 - Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 4$, а радиус сферы Ω равен 5.



- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

~
Пусть $abc = k 2^9 3^{10} 5^{10}$, $b c = m 2^{14} 3^{13} 5^{13}$; $a c = n 2^{19} 3^{18} 5^{30}$

Тогда, $a^2 b^2 c^2 = k^2 m^2 n^2 2^{42} 3^{41} 5^{53}$. Т.к. a, b, c натуральные
по условию, то abc - тоже натуральное, а значит,
из числа $k m n \cdot 2^{42} \cdot 3^{41} \cdot 5^{53}$ мы должны достичь
чтобы в квадрате натурального, тогда, оно должно
содержать в разложении на простые множители
четное кол-во единиц, троек и пятерок.

Чтобы это условие выполниться, нам нужно, чтобы
каждое дешёвое как минимум на 15 единиц было крат-
но нечётной степени 15 или 15. Т.е. нам требуется
натуральное abc , возможна $k m n = 15$

Тогда в этом случае $abc = 2^{21} 3^{21} 5^{24}$

Приведём пример чисел a, b, c , когда такое случаеться.

Допустим, $k=1; m=15; n=1$, тогда числа

$$a = 2^7 3^4 5^1$$

будут иметь в разложении хотя бы одну
тройку и как минимум 4 пятерки, т.е. $a^2 c^2 = 3^{60}$

Допустим, что $a^2 b^2 c^2 = 2^{42} 3^{42} 5^{60}$ (т.е. мы можем поделить
наибольшее abc), тогда $abc = 2^{21} 3^{21} 5^{30}$

Тогда, $a =$ Приведём пример, когда такое возможно:

$$\begin{cases} a = 2^7 5^{10} 3^8 \\ b = 2^2 3^3 \\ c = 2^{12} 5^{11} 3^{20} \end{cases}$$

$$\text{Ответ: } abc = 2^{21} 3^{21} 5^{30}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

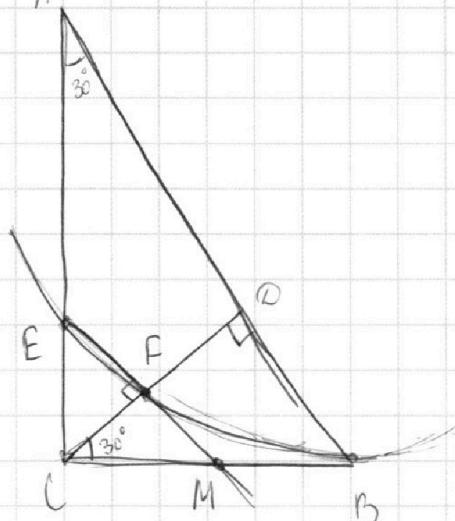
- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима.

v 2

A



Dane

$$ADQB = 3:1$$

AB//EF

exp. w) развеется вс бб

Naïve

$$\frac{S_{ABC}}{S_{EFF}}$$

Penance.

$$1) \text{ Pytano } AD = 3x; BD = x; \text{ torga } CD = x\sqrt{3}$$

$$AC = \sqrt{3x \cdot 4x} = 2x\sqrt{3}; \quad BC = \sqrt{x \cdot 4x} = 2x$$

~~Занесено, что $BC = 0,5 AB$, значит, $\angle CAB = 30^\circ$~~

2) $\triangle CFE \sim \triangle CDA$ по 2-му признаку;

$\angle ECF = \angle CDA$, se. EF kan overbeveget leannede oppe
 FE har en vinkel i C

~~•~~ Пуск ~~•~~ $\frac{CE}{AC} = k$

$$MB = MF \cdot ME \text{ как } \underline{\text{отрезок казательной}}$$

$$MB = \sqrt{K^2 QB \cdot K^2 AB} = K \sqrt{x \cdot 4x} = 2Kx$$

$$\angle MCF = 30^\circ, \text{ therefore, } CM = 2FM = 2kx$$

Tonga, ЕМ-среднее значение в АВС не признано

$$\text{Torfa, } 8 \cdot \frac{\text{SCFE}}{\text{SABIC}} = \frac{1}{4} \quad \frac{\text{SAO}}{\text{Same}} = \frac{3}{4}, \text{ r.k.} \quad \frac{\text{AN}}{\text{AB}} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{S_{CFE}}{S_{ABC}} = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{3}{16} \quad | \quad S_{CFE} = \frac{16}{3}$$

Orbeit: $\frac{16}{3}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

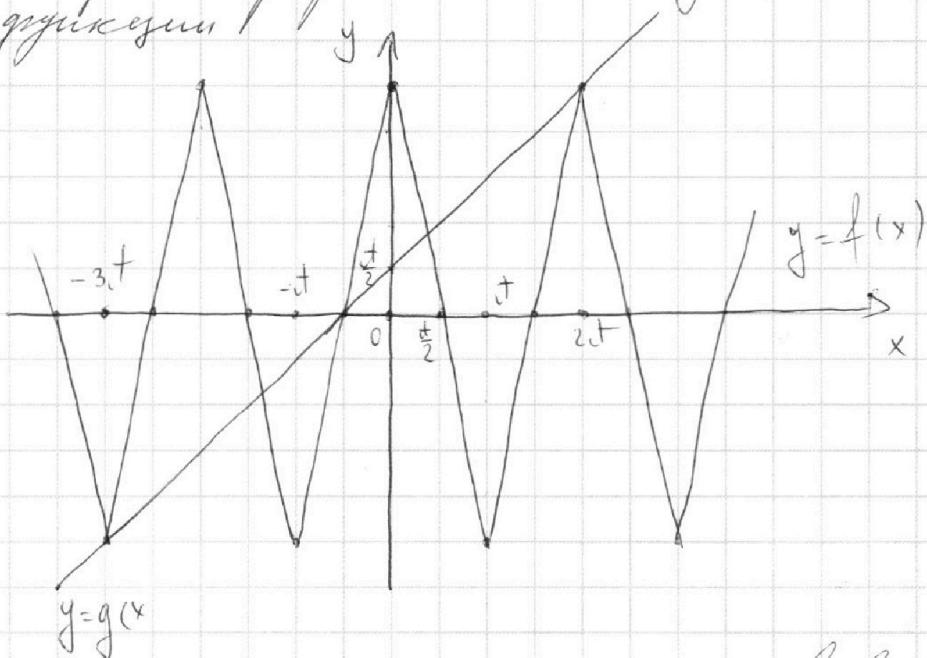


Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№3

$$\arcsin(\cos x) = x + \frac{\pi}{2}; \quad y - f(x) = \arcsin(\cos x)$$

Построим график одной
функции $y = g(x) = x + \frac{\pi}{2}$



Из построения можно сделать вывод, что уравнение имеет ~~5 корней~~ как минимум 3 корня. Проверим, пересекаются ли графики в точках $(-3\pi/2; -5\pi/2)$ и $(2\pi/2; 5\pi/2)$.

$$\arcsin(\cos(-3\pi/2)) = -\frac{5\pi}{2} \text{ (верно)} \quad -3\pi/2 + \frac{\pi}{2} = -\frac{5\pi}{2} \text{ (верно)}$$

$$\arcsin(\cos(2\pi/2)) = \frac{5\pi}{2} \text{ (верно)} \quad 2\pi/2 + \frac{\pi}{2} = \frac{5\pi}{2} \text{ (верно)}$$

Значит, уравнение имеет 5 корней, где из которых - это $-3\pi/2$ и $2\pi/2$.

Проверим подобранное значение

$$\arcsin(\cos(-\frac{\pi}{2})) = -\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} \text{ (верно), значит, } -\frac{\pi}{2} \text{ - корень}$$

$$\arcsin(\cos(\frac{\pi}{3})) = \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{2} \text{ (верно), значит, } \frac{\pi}{3} \text{ - корень}$$

~~$$\arcsin(\cos(-\frac{4\pi}{3})) = -\frac{4\pi}{3} + \frac{\pi}{2} \text{ (верно), значит, } -\frac{4\pi}{3} \text{ - корень}$$~~

~~$$\arcsin(\cos(-3\pi/2)) = -3\pi/2 + \frac{\pi}{2} = -\frac{5\pi}{2} \text{ (верно), значит, } -3\pi/2 \text{ - корень}$$~~

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

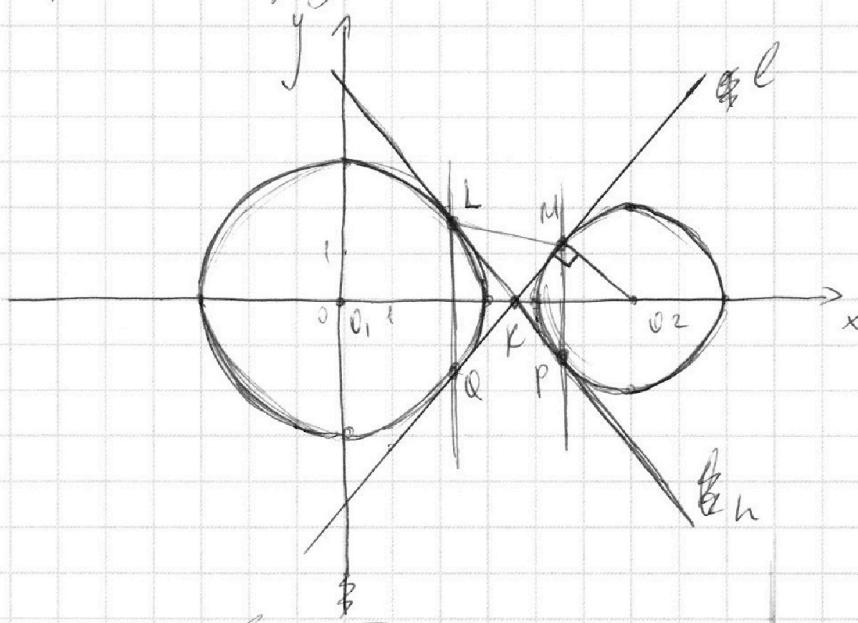
№4

$$\begin{cases} ax + 2y - 3b = 0 \\ (x^2 + y^2 - 9)(x^2 + y^2 - 12x + 32) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = -\frac{ax}{2} + \frac{3b}{2} \\ x^2 + y^2 = 9 \\ (x-6)^2 + y^2 = 4 \end{cases}$$

2

Уравнениями данных системы задает окружности и прямую, при этом прямая может проходить либо расположение на плоскости
Построим окружности



Построим две общие касательные окружностей, они симметричны относительно линии l .
Мы можем утверждать, что ни одна прямая $x=m$, где $m \in \mathbb{R}$ не будет удовлетворять условию, что
будет из пересечения.

Запишем, что прямые l и h можно назвать граничными полосами, т.к. для любой прямой, у которой угловой коэффициент больше, чем у прямой l , мы можем, чем у прямой h , так как мы же сказали эту прямую в итоге это условие выполнимое не будет, т.к. когда такая прямая попадает наружу обеих окружностей, то она уже не пересекает

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

другую. а есть же еще числа K_n и k_l , где
~~одинаковы~~ (K_n -угловой коэффициент в прямой n ,
 k_l -угловой коэффициент l) при этом же
с таким угловым коэффициентом найдется
такой свободный член, при котором необхо-
димое условие будет выполнимо.

При этом, в силу симметрии относительно
 Ox , $K_n = -k_l$

$$k_l = \operatorname{tg} \angle MKO_2; \operatorname{tg} \angle MKO_2 = \frac{MKO_2}{KM} = \frac{2}{KM}$$
$$\frac{MK}{KQ} = \frac{2}{3}, \text{ т.к. } LQ = \frac{2}{3}$$

$$\frac{Q_1 K}{KQ_2} = \frac{3}{2} \quad Q_2 K = \frac{2}{5} \cdot 6 = \frac{12}{5}$$

$$MK = \sqrt{\frac{144 - 100}{25}} = \sqrt{\frac{44}{25}} = \frac{2\sqrt{11}}{5}$$

$$\operatorname{tg} \angle MKO_2 = \frac{12}{24\sqrt{11}} = \frac{5\sqrt{11}}{22}$$

$$-\frac{5\sqrt{11}}{22} < t < \frac{5\sqrt{11}}{22}$$

$$-\frac{5\sqrt{11}}{22} \leq -\frac{a}{2} \leq \frac{5\sqrt{11}}{22}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

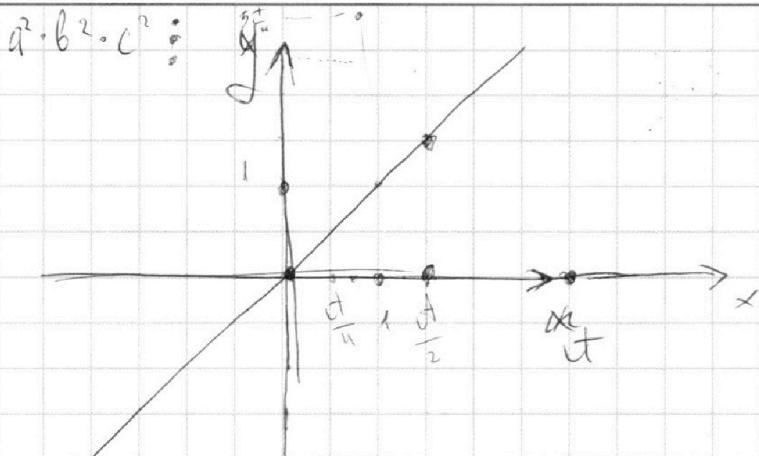
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



~~арcsin~~

$$\frac{5\pi}{2}$$

~~x=0~~

$$5(\arcsin(\sin(\frac{\pi}{2}+x))) = x + \frac{\pi}{2}$$

$$5(\frac{\pi}{2} + x - k) = x + \frac{\pi}{2}$$

$$5(\frac{\pi}{2} + x) - 5k = x + \frac{\pi}{2}$$

$$5k = 4(\frac{\pi}{2} + x)$$

$$k = \frac{4}{5}(\frac{\pi}{2} + x)$$

~~$$\frac{\pi}{2} + x = \frac{5k}{4}$$~~

$$2^{14} \cdot 3^4 \cdot 5^2$$

$$30$$

$$21 \quad c-11$$

$$a-8$$

$$b-3$$

$$a = 2^4 \cdot 5^{10} \cdot 4853$$

$$b = 2^2 \cdot 3^3$$

$$c = 2^{12} \cdot 5^{20} \cdot 3^{11}$$

$$Kmn = 3 \cdot 5^4$$

$$3^{15} \log_3 3^{-8}$$

$$\log_3^4 x + 6 \log_3 x \cdot 3 = \log_2 243 - 8$$

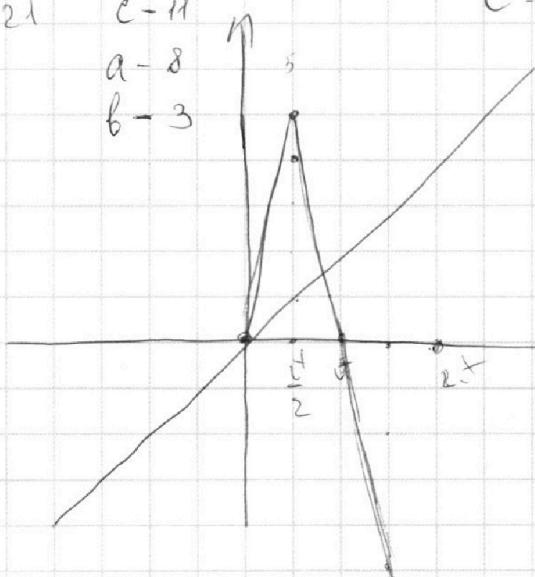
$$\log_3^4 x + 6 \log_3 x \cdot 3 = 2,5 \log_3 3 - 8$$

$$\log_3^4 5xy + 2 \log_3 xy = \log_2 \frac{11}{2} \log_3 3 \cdot 8$$

$$(\log_3 5xy)^4 + \frac{\log_2 4,35}{\log_3 \log_3 x} + \frac{35}{\log_3 5y} + 16 = 0$$

$$(\log_3 5xy)^4 + \frac{3,5 \log}{\log_3 x \cdot \log_3 5y}$$

W



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\cancel{ab} = k \overset{9}{2} \overset{10}{3} \overset{10}{5}, \quad bc = m \overset{14}{2} \overset{13}{3} \overset{13}{5}; ac = n \overset{19}{2} \overset{18}{3} \overset{30}{5}.$$

$$a^2 \cdot b^2 \cdot c^2 = kmn \overset{42}{2} \overset{41}{3} \overset{53}{5}$$

abc - натуральное, значит, $kmn = 15$ $kmn = \cancel{18} \cdot 15$

$$\begin{array}{l|l|l} abc = 2 \cancel{1} \cancel{2} \cancel{3} \cancel{5} & a = 2 & m = 15 \\ c = 1 \cancel{2} \cancel{3} \cancel{5} & b = 3 & \\ a = 1 \cancel{2} \cancel{3} \cancel{5} & c = 1 \cancel{2} \cancel{3} \cancel{5} & \\ \cancel{b} = 3 & b = 3 & \\ \cancel{b} = 1 & b = 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{l} a = 2 \\ b = 3 \\ c = 5 \end{array}$$

$$m = 15$$

$$5 \arcsin(\cos x) = x + \frac{\pi}{2}$$

$$kc = 2 \overset{12}{3}$$

$$\begin{aligned} -\frac{\pi}{2} &\leq \arcsin t \leq \frac{\pi}{2} \\ -\frac{5\pi}{2} &\leq 5 \arcsin t \leq \frac{5\pi}{2} \\ -2\pi &\leq x \leq 3\pi \end{aligned}$$

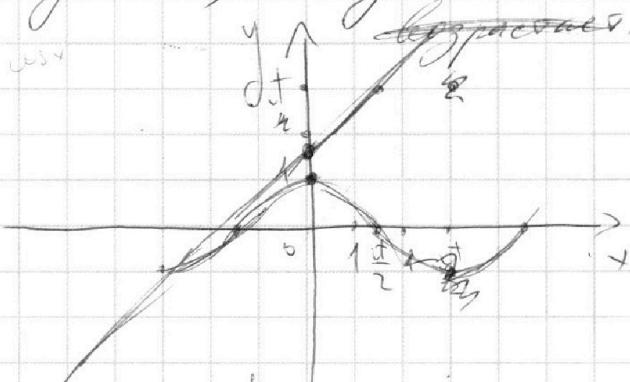
$$5 \arcsin(\cos x) - x - \frac{\pi}{2}$$

$$f'(x) = \frac{5 \sin x}{\sqrt{1 - \cos^2 x}} - 1 = \frac{-5 \sin x}{|\sin x|} - 1$$

$\sin x$ Независимо от знака $\sin x$ меняет определяющий
знак производной.

Так, это $\sin x > 0$ убывает, там, где $\sin x < 0$ возрастает.

$$y = \arcsin x$$



$$5 \arcsin(\cos x) = t$$

$$\sin(x + \frac{\pi}{2}) = \cos x$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

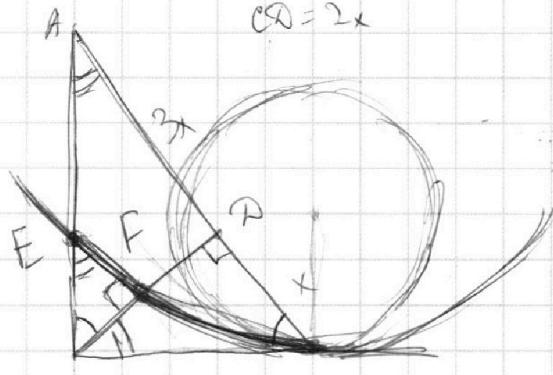
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

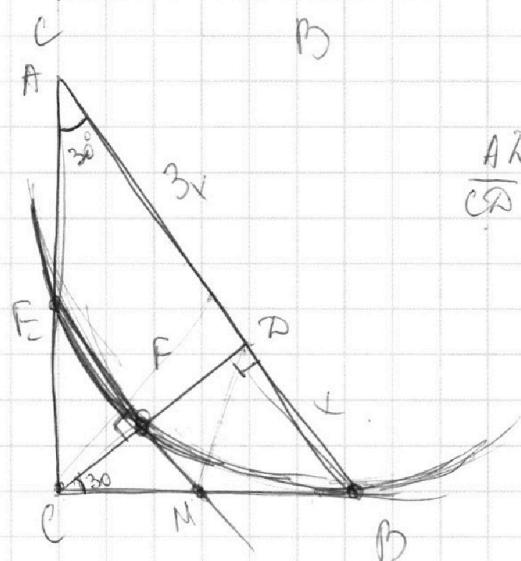


$$AB \parallel EF$$

$\Delta ADB \sim \Delta FCB$ Имеем: $\frac{S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta ECF}}$

$$\frac{EC}{EB} = \frac{EF}{CD} = \frac{4 \cdot EF}{CD}$$

$$\frac{EC}{EB} = \frac{CF}{BD} = \frac{EF}{CD}$$



$$\frac{AD}{CD} \text{ есть } \frac{AC}{CB}$$

$$\frac{AD}{CD} = \frac{AC}{CB}, \quad CD^2 = CAD \cdot CAB$$

$$CD = x\sqrt{3}$$

$\triangle CEF \sim \triangle CAB$

$$\frac{S_{\triangle CAB}}{S_{\triangle ECF}} = \frac{3}{4}$$

$$MB^2 = MF \cdot ME = kx \cdot k4x = 2kx$$

$$MB = 2kx, \quad MB = 2$$

$$\frac{AC}{AB} = \frac{AD}{AC} \Rightarrow AC^2 = A B \cdot AD.$$

$$AC = \sqrt{4x \cdot 3x} = 2\sqrt{3x}$$

$$MB =$$

$$CD = x\sqrt{3}$$

$$BC = 2x$$

$$MF = kx$$

$$MB = \sqrt{kx \cdot 3kx} = kx\sqrt{3}, \quad CM = 2kx$$

$$2kx + kx\sqrt{3} = 2x$$

$$2kx + k(2 + \sqrt{3}) = 2$$

$$k = \frac{2}{2 + \sqrt{3}} =$$

$$k^2 = \frac{4}{4 + 4\sqrt{3}} \cdot \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle ECF}} = \frac{3 S_{\triangle ABC}}{4 + 4\sqrt{3}}$$

$$\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle ECF}} = \frac{3 S_{\triangle ABC}}{4 + 4\sqrt{3}} = \frac{4 + 4\sqrt{3}}{3}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$ab : 2^9 \cdot 3^{10} \cdot 5^{10}$$

$$abc : 2^{19} \cdot 3^{18} \cdot 5^{30}$$

Содержит на $5, 2^4$

$$bc : 2^{14} \cdot 3^{13} \cdot 5^{13}$$

Больше, чем в 3^{13}

$$ac : 2^{19} \cdot 3^{18} \cdot 5^{30}$$

Содержит на $10, 2^4, 8, 3^4, 20, 5^4, 3, 5^4$
Больше, чем в

А содержит на $5, 2^4, 5, 3^4, 17, 5^4$ больше b

$$ab = 2^x \cdot 3^y \cdot 5^z, \quad a = 2^{x+5} \cdot 3^{y+5} \cdot 5^{z+17}, \quad c = 2^{x+10} \cdot 3^{y+8} \cdot 5^{z+20}$$

$$\cancel{ab} = ab = 2^{2x+5} \cdot 3^{2y+5} \cdot 5^{2z+17}$$

$$2x+5=9$$

$$bc = 2^{2x+10} \cdot 3^{2y+8} \cdot 5^{2z+20}$$

$$\cancel{2x+5}=9$$

$$ac = 2^{2x+15} \cdot 3^{2y+13} \cdot 5^{2z+34}$$

$$x=4$$

$$y=2,5$$

$$z=-3,5$$

$$abc = 2^{3x+15} \cdot 3^{3y+13} \cdot 5^{3z+37}$$

$$= 2^{12+15} \cdot 3^{9,5+13} \cdot 5^{-10,5+37} = 2^{27} \cdot 3^{20,5} \cdot 5$$

$$a = 2^{x_1} \cdot 3^{y_1} \cdot 5^{z_1}, \quad b = 2^{x_2} \cdot 3^{y_2} \cdot 5^{z_2}, \quad c = 2^{x_3} \cdot 3^{y_3} \cdot 5^{z_3}$$

$$\begin{cases} x_1 + y_2 = 9 \\ x_2 + x_3 = 14 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_3 + x_1 = 19 \\ x_1 = 8,7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_3 + x_2 = 2 \\ y_2 = 2 \end{cases}$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = 21$$

$$28+14=42$$

$$z_1 + z_2 = 10$$

$$z_3 = 16,5$$

$$ab = 2^{21} \cdot 3^{20,5} \cdot 5^{16,5}$$

$$z_2 + z_3 = 13$$

$$z_2 = 13 - 8,5$$

$$z_1 + z_2 + z_3 = 30$$

$$z_3 = 13,5$$

$$z_1 + z_2 + z_3 = 26,5$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

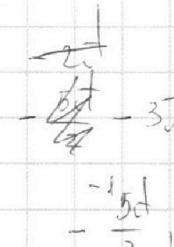
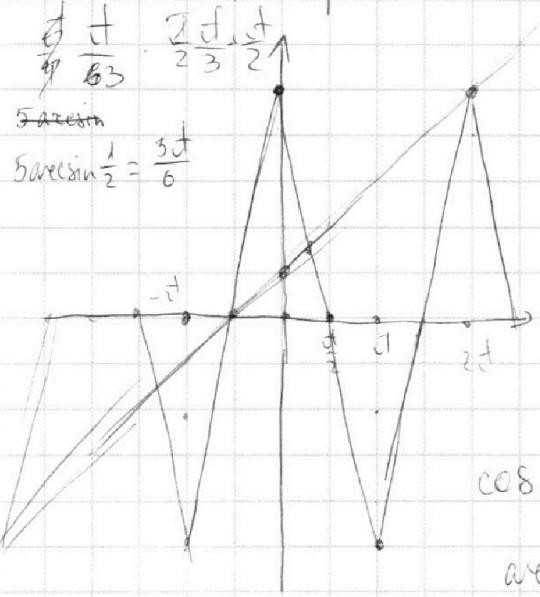
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$-\frac{5\pi}{2} \leq \arccos(\cos x) \leq \frac{5\pi}{2}$$
$$-\frac{6\pi}{2} \leq x \leq \frac{4\pi}{2}$$

если решение есть, то
но в этом диапазоне.

$$x = 2k\pi - \text{решение}$$



$$\begin{cases} x = 2k\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} \\ x = \frac{\pi}{3} \\ x = -\frac{5\pi}{2} \end{cases}$$

$$-\frac{4\pi}{3}$$

$$\cos = -\frac{1}{2}$$

$$\arccos = -\frac{5\pi}{6}$$

$$\arccos(-\frac{1}{2}) = -\frac{5\pi}{6}$$

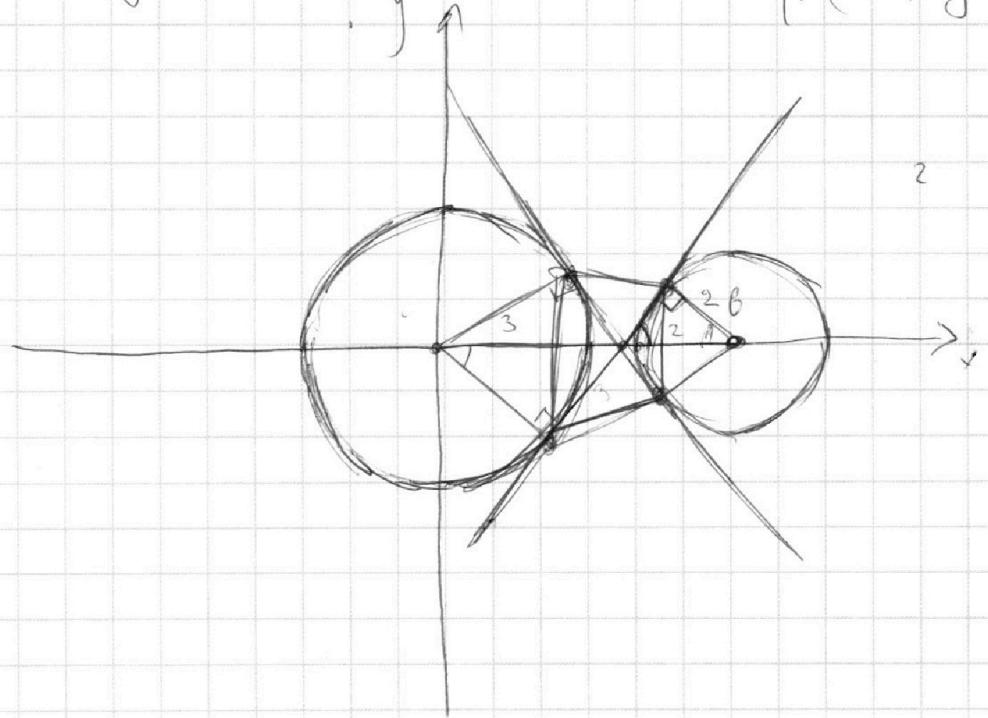
$$-\frac{5\pi}{6}, \frac{3\pi}{6} = -\frac{5\pi}{6}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} ax + 2y - 3b = 0 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 8(x^2 + y^2 - 9)(x^2 + y^2 - 12x + 32) = 0 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} ax + 2y - 3b = 0 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x^2 + y^2 = 9 \\ (x-8)^2 + y^2 = 4 \end{array} \right.$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$ax + 2y - 3b = 0. \quad 2y = -ax + 3b. \\ y = -\frac{a}{2}x + \frac{3}{2}b.$$