



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



11 КЛАСС. Вариант 2

1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^7 3^{11} 5^{14}$, bc делится на $2^{13} 3^{15} 5^{18}$, ac делится на $2^{14} 3^{17} 5^{43}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой AC в точке A , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке E , а катет BC – в точке F . Известно, что $AB \parallel EF$, $AB : BD = 1 : 3$. Найдите отношение площади треугольника ACD к площади треугольника CEF .
3. [4 балла] Решите уравнение $5 \arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x$.
4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} x + 3ay - 7b = 0, \\ (x^2 + 14x + y^2 + 45)(x^2 + y^2 - 9) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_7^4(6x) - 2 \log_{6x} 7 = \log_{36x^2} 343 - 4, \quad \text{и} \quad \log_7^4 y + 6 \log_y 7 = \log_{y^2} (7^5) - 4.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-17; 68)$, $Q(2; 68)$ и $R(19; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно на границе) и таких, что $4x_2 - 4x_1 + y_2 - y_1 = 40$.
7. [6 баллов] Данна треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 60, $SA = BC = 10$.
- Найдите произведение длин медиан AA_1 , BB_1 и CC_1 .
 - Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 3$, а радиус сферы Ω равен 4.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

51

Ну и т.б a_0, b_0, c_0 - степень входления 2 в a, b, c

a_1, b_1, c_1 - степень входления 3 в a, b, c

a_2, b_2, c_2 - степень входления 5 в a, b, c

Тогда

$$a_0 + b_0 \geq 7$$

$$a_1 + b_1 \geq 11$$

$$a_2 + b_2 \geq 19$$

$$b_0 + c_0 \geq 13$$

$$b_1 + c_1 \geq 15$$

$$b_2 + c_2 \geq 18$$

$$a_0 + c_0 \geq 14$$

$$a_1 + c_1 \geq 17$$

$$a_2 + c_2 \geq 43$$

И

$$2(a_0 + b_0 + c_0) \geq 34$$

$$2(a_1 + b_1 + c_1) \geq 43$$

$$2(a_2 + b_2 + c_2) \geq 75$$

$$a_0 + b_0 + c_0 \geq 17$$

$$a_1 + b_1 + c_1 \geq \frac{43}{2}$$

$$a_2 + b_2 + c_2 \geq \frac{75}{2}$$

т.а. б/c a_i, b_i, c_i - нечет, то

$$a_0 + b_0 + c_0 \underset{\text{min}}{=} 17$$

$$a_1 + b_1 + c_1 \underset{\text{min}}{=} 22$$

$$a_2 + b_2 + c_2 \underset{\text{min}}{=} 38$$

И

abc_{\min} , очевидно, равно $2^{17} \cdot 3^{22} \cdot 5^{38}$

Ответ: $2^{17} \cdot 3^{22} \cdot 5^{38}$

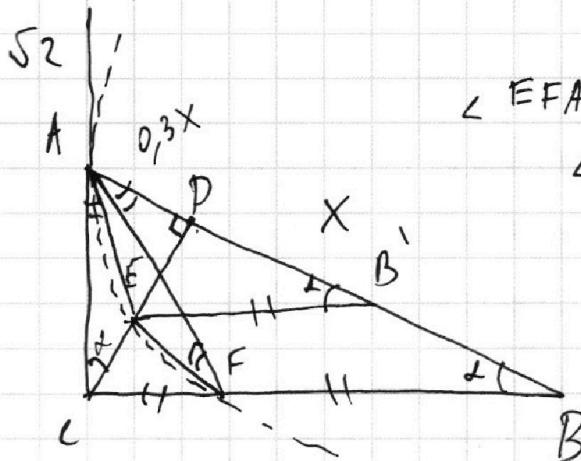
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\angle EFA = \angle FAD \quad (\text{h/h})$$

$\angle EFA = \angle FAC$ (по свойству
углов при прямой)

$$\angle EAD = \angle FAC$$

$$\bullet EAD \sim A FAC$$

$$\frac{ED}{FC} = \frac{AB}{AC} = \frac{\overline{FC}}{\overline{EB}}$$

$$B \\ \Leftrightarrow EB' = FB = FC$$

$$\frac{CF}{CB} = \frac{1}{2}$$

$$y \\ S_{CEF} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 S_{CBB} = \frac{1}{4} S_{CBB}$$

$$\frac{S_{CBB}}{S_{ACB}} = \frac{BD}{AB} = \frac{x}{0,3} > \frac{1}{0,3}$$

$$B \\ S_{CEF} = \frac{1}{4} \cdot S_{ACB} \cdot \frac{1}{0,3} \Rightarrow \frac{S_{CEF}}{S_{ACB}}$$

$$\frac{S_{ACB}}{S_{CEF}} = 4 \cdot 0,3 = 1,2$$

Ответ: 1,2



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$5 \arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x$$

$$\arccos(\cos(\frac{\pi}{2} - x)) = \frac{3\pi}{2} + x \quad \arccos(\cos(\frac{3\pi}{2} - x)) = \frac{3\pi}{2} + x$$

$$\frac{\pi}{2} - 5x = \frac{3\pi}{2} + x$$

$$\pi = 6x$$

$$x = \frac{\pi}{6} \quad (\checkmark)$$

$$5 \cdot \frac{3\pi}{2} - 5x = \frac{3\pi}{2} + x$$

$$6x = 4 \cdot \frac{3\pi}{2} = 6\pi$$

$$x = \pi \quad (\checkmark)$$

Так как $x > 0$; если $x < 0$ то отрицательные значения
суммы $\sin x + \cos x$, то $\arccos(\sin x) > \frac{\pi}{2}$

~~$$5 \arccos(\sin x) > \frac{5\pi}{2} > \frac{3\pi}{2} + x$$~~

~~$$\arccos(\cos(\frac{3\pi}{2} - x))$$~~

Если $x < 0$; то $\sin x < 0$; т.к. $\sin 0 = 0$, то

$$\arccos(\sin x) > \frac{\pi}{2} \Rightarrow 5 \cdot \frac{\pi}{2} > \frac{3\pi}{2} + x$$

но также $x > -\frac{3\pi}{2}$ (аналог правой части < 0)

т.к.

это ограничение в промежутке $(-\frac{3\pi}{2}; -\pi)$

$$\arccos(\cos(-\frac{\pi}{2} - x)) = \frac{3\pi}{2} + x \quad \arccos(\cos(-\frac{3\pi}{2} - x)) = \frac{3\pi}{2} + x$$

$$-\frac{5\pi}{2} - 5x = \frac{3\pi}{2} + x$$

$$-6x = 4\pi \quad \text{- не подходит}$$

$$-\frac{15\pi}{2} - 5x = \frac{3\pi}{2} + x$$

$$-6x = 9\pi$$

$$x = -\frac{3\pi}{2} \quad (\checkmark)$$

Ответ: $x = \frac{\pi}{6}, x = \pi, x = -\frac{3\pi}{2}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

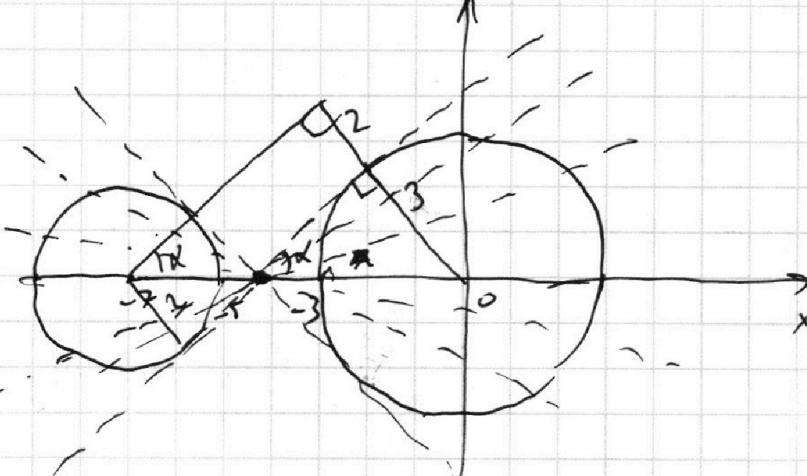
- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} y = -\frac{1}{3a}x + b \\ ((x+7)^2 + y^2 - 4)(x^2 + y^2 - 9) = 0 \end{cases}$$

Решением второго уравнения будет окружность.



Решением системы будет пересечение прямой с этими окружностями.

Если нахождение этой прямой будет принадлежать интервалам $[0; \operatorname{tg}\alpha] \cup [-\operatorname{tg}\alpha; 0]$, то можно будет, сдвигая прямую вверх или вниз с постоянными изменениями b , достичь её этих точек.

Критические случаи являются случаями касания.

В случае касания: $\sin\alpha = \frac{5}{7}$; $\cos\alpha = \sqrt{\frac{24}{49}} = \frac{2\sqrt{6}}{7}$

$$\left\{ \begin{array}{l} 0 < -\frac{1}{3a} < \frac{5}{2\sqrt{6}} \\ -\frac{5}{2\sqrt{6}} < -\frac{1}{3a} < 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 0 > \frac{1}{a} > -\frac{15}{2\sqrt{6}} \\ \frac{15}{2\sqrt{6}} > \frac{1}{a} > 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 0 > a > -\frac{2\sqrt{6}}{15} \\ 0 > a > \frac{2\sqrt{6}}{15} \end{array} \right\}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} a < 0; a < -\frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{5}} \\ a > 0; a > \frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{5}} \end{cases}$$

b

Ответ: $a \in (-\infty; -\frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{5}}) \cup (\frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{5}}; +\infty)$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

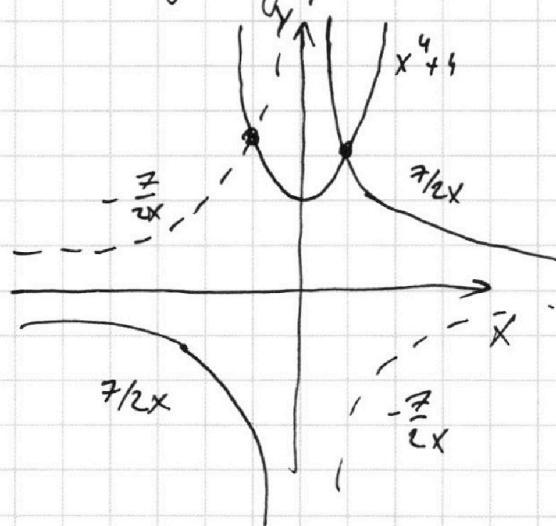
$$\text{Решите } \log_7 x = a \quad \log_7 y = b$$

б

$$a^4 - \frac{2}{a} = \frac{3}{2x} - 4 \quad \text{и} \quad b^4 + \frac{6}{b} = \frac{5}{2y} - 4$$

$$a^4 + 4 = \frac{7}{2a} \quad \text{и} \quad b^4 + 4 = -\frac{7}{2b}$$

Очевидно, что оба этих уравнения имеют
только по одному решению:



Из симметрии видно,
что 7-е решение
тиче противоположное

б

$$\log_7 x + \log_7 y = ab = 0$$

б

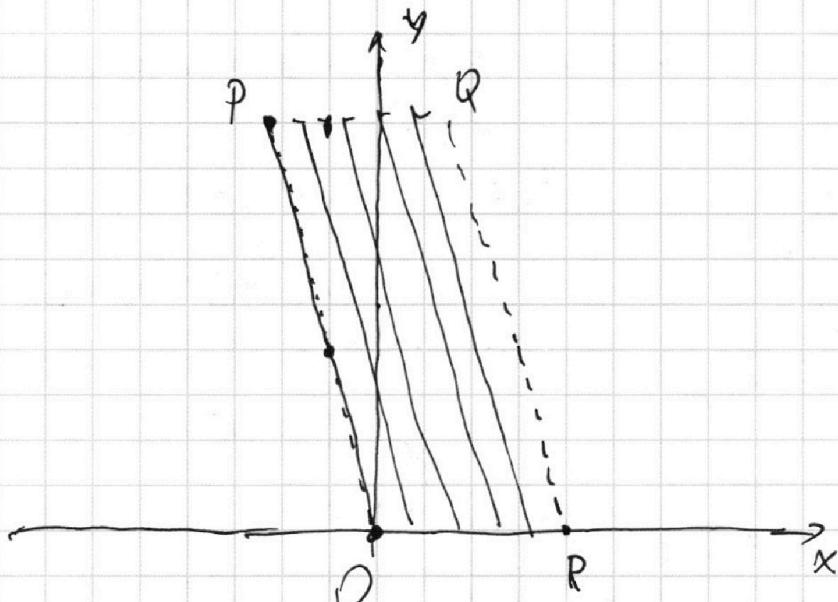
$$\log_7 xy = 0$$

б

$$xy = \frac{1}{6}$$

$$\text{Ответ: } xy = \frac{1}{6}$$

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИЕсли отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Введём понятие „суммы“ S для всех точек внутри параллеля, $S = yx + y$. Тогда очевидно, что все точки с оптимальной суммой будут лежать на прямых с наклоном k , равном -4 .

Отсюда следует, что у нас будет 18 точек с S , равной $0, 4, 8, 12 \dots, 19 \cdot 4$. Точнее будет 17 .

Точки с S , равной $1, 2, 3, 5, 6, 7, 9, 10, 11 \dots, 73, 74, 75$.

Чтобы разность равнялась 40 :

из точек 1-го вида получится пары:

$0; 40, 4; 44, \dots, 36; 76 \Rightarrow$ таких пар 10 и

каждую можно получить $18 \cdot 18$ способами

из точек 2-го вида получится пары:

$(1; 41), (2; 42), (3; 43), (5; 45) \dots - (33; 73), (34; 74), (35; 75) \Rightarrow$

таких пар $3 \cdot 9 = 27$ и каждая получается $17 \cdot 17$ способами

Всего таких пар точек $10 \cdot 18^2 + 27 \cdot 17^2$.

Ответ: $10 \cdot 18^2 + 27 \cdot 17^2$

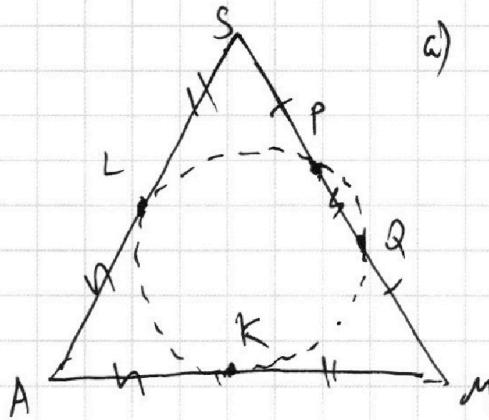
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



a) Считать через -огурчики от $\angle LPQK$.

$$AL = AK; MP \cdot MQ = SP \cdot SQ$$

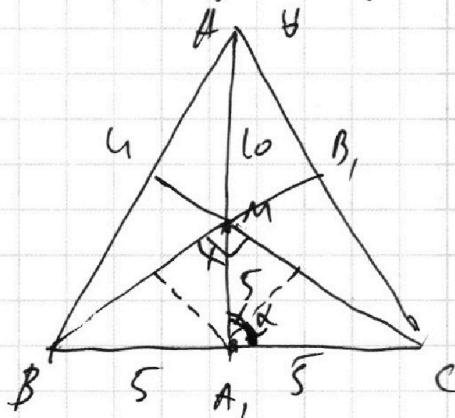
$SL^2 = MK^2$ (огурчик
все степени тоже)

$$SL = MK$$

и

$$AS = \frac{3}{2} AM = 15 \Leftrightarrow AS = AM = 10$$

(негранца делит 2 к 1)



$A, B = A, C = A, M \Rightarrow \angle BMC$ - прямой.

$$\begin{aligned} S_{ABC} &= 60 = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot BC \cdot \sin \alpha = \\ &= \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 15 \cdot \sin \alpha = \\ &= 75 \sin \alpha \end{aligned}$$

$$\sin \alpha = \frac{60}{75} = \frac{4}{5}$$

$$\cos \alpha = \frac{3}{5}$$

$$MC = 2 \cdot 5 \cdot \sin \frac{\alpha}{2} = 10 \cdot \sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{2}} = 10 \cdot \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$CC_1 = \frac{3}{2} MC = 15 \cdot \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$BM = 2 \cdot 5 \cdot \cos \frac{\alpha}{2} = 10 \cdot \sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{2}} = 10 \cdot \sqrt{\frac{9}{5}} = 20 \cdot \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$BB_1 = \frac{3}{2} BM = 30 \cdot \frac{1}{\sqrt{5}}$$

и

$$AA_1 \cdot BB_1 \cdot CC_1 = 15 \cdot 30 \cdot \frac{1}{\sqrt{5}} \cdot 18 \cdot \frac{1}{\sqrt{5}} = 45 \cdot 30$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

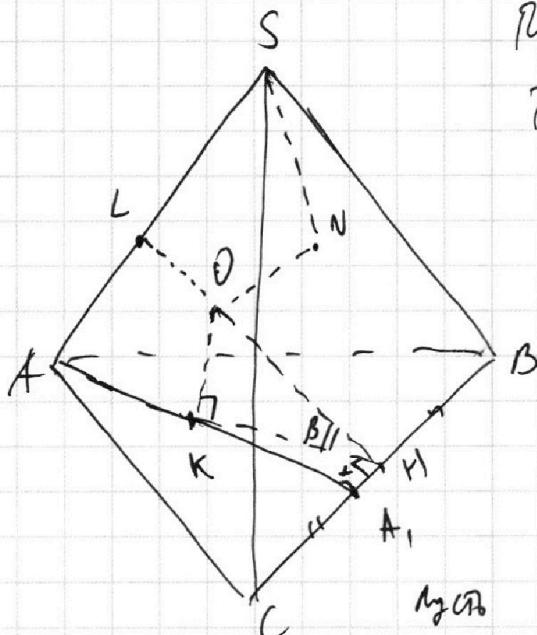
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

δ)



By из O - центр сферы

$$\text{Тогда } SO = \sqrt{SN^2 + R^2} = 5$$

$$SL = \sqrt{SO^2 - R^2} = 3$$

$$AL = AS - SL = 7$$

$$AK = AL = 7$$

$$KA_1 = AA_1 - AK = 8$$

By из M - перпендикуляр из K на BC.

$$\text{Тогда } KM = KA_1 \cdot \sin \angle = 8 \cdot \frac{4}{5} = \frac{32}{5}$$

$$\text{By } \triangle OKM \quad \operatorname{tg} \beta = \frac{R}{KM} = \frac{\frac{4}{3} \cdot 5}{\frac{32}{5}} = \frac{5}{8}$$

$$\beta = \arctg \frac{5}{8}$$

У, б) ошу симетрии исходной сферой граней

ABС и SBC, двугранный угол при ребре BC

будет равен $2\beta = 2\arctg \frac{5}{8}$

Ответ: а) 45.30

б) $2\arctg \frac{5}{8}$



На одной странице можно оформлять **ТОЛЬКО ОДНУ** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

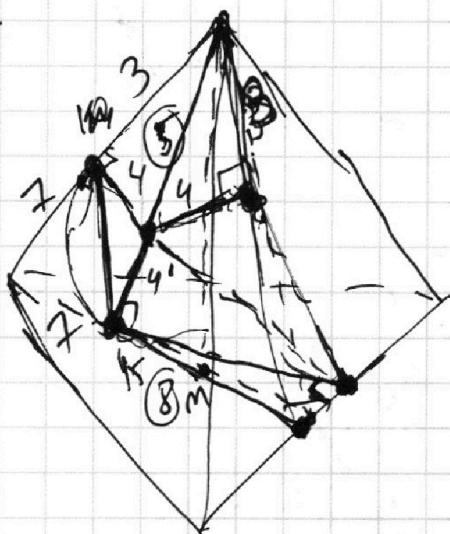
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

d)



$$\sin \alpha = \frac{3}{5}$$

$$[8 \cdot \frac{3}{5}] = \frac{24}{5}$$

$$\tan \alpha = \frac{4 \cdot 5}{24} = \frac{5}{6}$$

$$\alpha = \arctan \frac{5}{6}$$

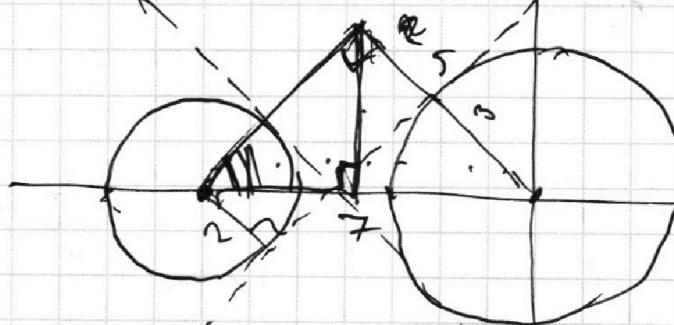
$$2\alpha = 2 \arctan \frac{5}{6}$$

$$3ay = -x + 7b$$

$$y = -\frac{1}{3a}x + \frac{7b}{3a}$$

$$-\frac{5}{2\sqrt{6}} < -\frac{1}{3a} < 0$$

$$a = ?$$



$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \frac{25}{49}} = \sqrt{\frac{24}{49}} = \frac{2\sqrt{6}}{7}$$

$$\cos \beta = \frac{5}{7}$$

$$\sin \alpha = \frac{5}{7}$$

$$\tan \beta =$$

$$-\tan \alpha + \tan \beta = \frac{\sin \alpha}{\cos \beta} = \frac{5 \cdot \frac{5}{7}}{\frac{2\sqrt{6}}{7}} = \frac{25}{2\sqrt{6}} = \frac{25}{2\sqrt{6}}$$

$$0 < -\frac{1}{3a} < \frac{5}{2\sqrt{6}}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

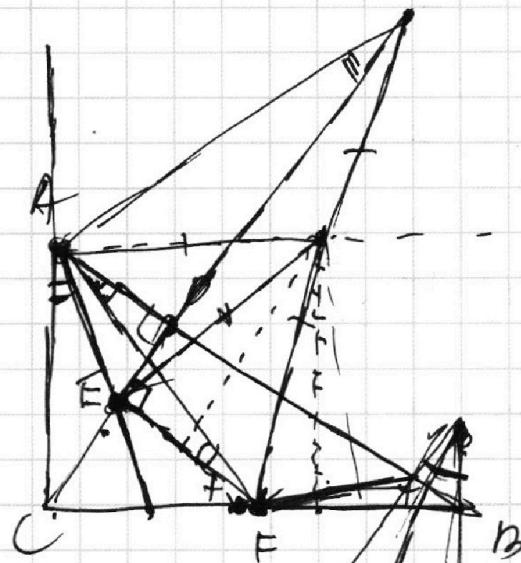
Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

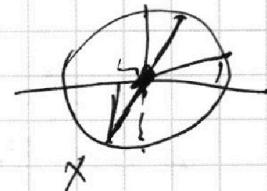
МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

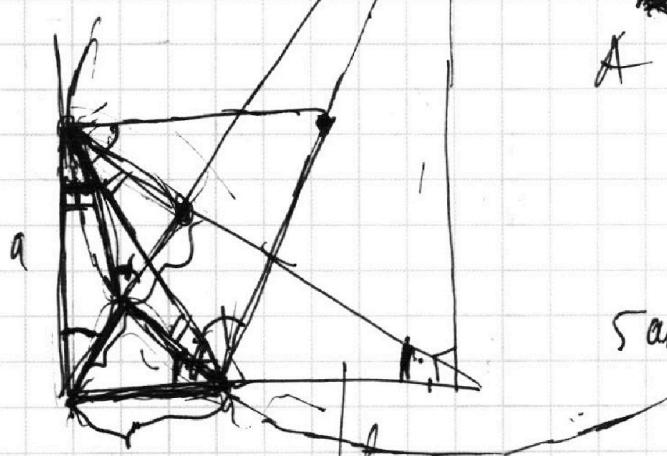


$$\sin x$$

$$(0; -\pi)$$



$$x \leq \frac{7\pi}{2}$$



find

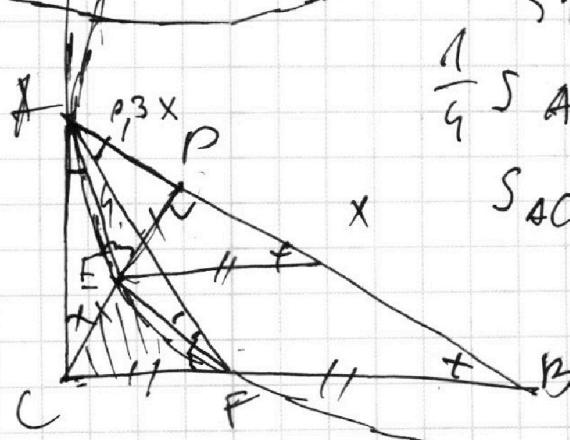
$$S_{CEF} = \frac{1}{4} S$$

$$5 \arccos(\cos(\frac{3\pi}{2} - x))$$

$$5 \left(\frac{3\pi}{2} - x \right) = \frac{3\pi}{2} + x$$

$$\frac{1}{4} S_{ABD} \cdot \frac{\frac{3\pi}{2}}{R} = 6x$$

$$S_{ACD} \quad " \quad x = \pi$$



$$S_{CEF} = \frac{1}{4} S_{CDB} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{0,3} S_{ACD}$$



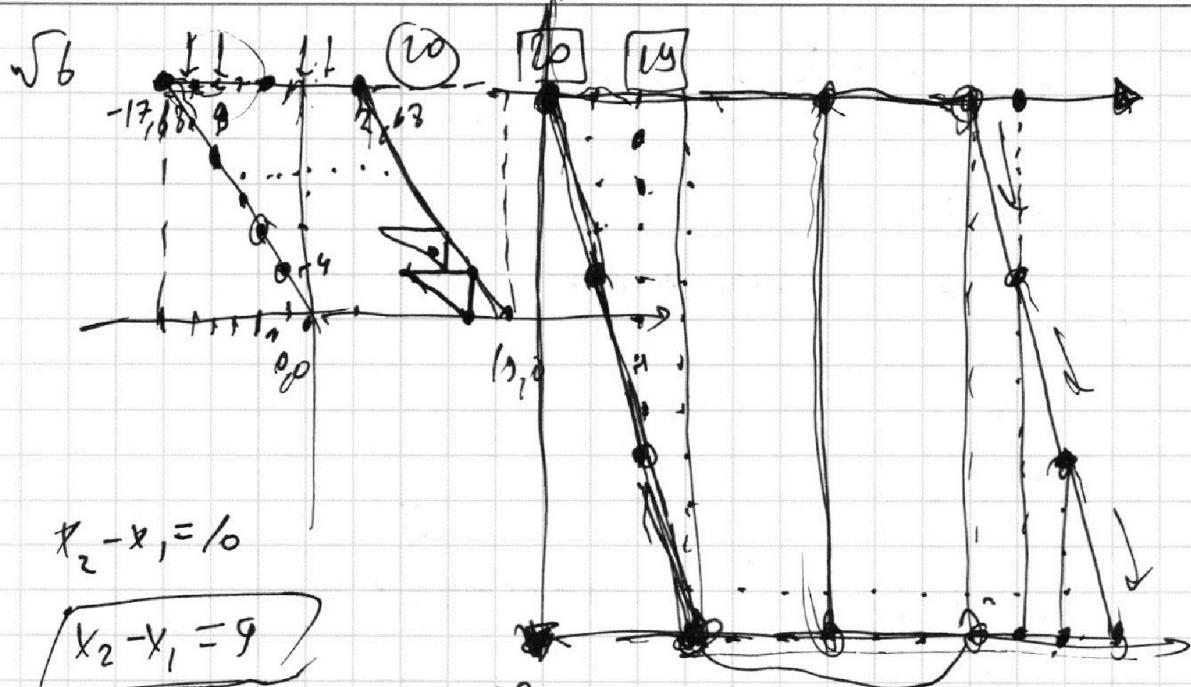
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$x_2 - x_1 = 10$$

$$\boxed{x_2 - x_1 = 9}$$

$$\boxed{y_2 - y_1 = 4} \rightarrow 20$$

$$y_2 - y_1 = 8$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ 11 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$1 \div (-3)$$

$$2 ; (-6)$$

$$3 ; (-9)$$

$$4 ; (-12)$$

$$5 ; (-15) \quad \cancel{\text{нужно}} \quad \cancel{\text{нужно}}$$

$$+ 12 :$$

$$(7 ; -5)$$

$$\begin{array}{r} 0 ; -14 \\ 1 ; -9 \\ 2 ; -20 \\ 3 ; -21 \\ 3 ; -22 \\ 4 ; -22 \end{array}$$

$$16 - 317 = 6 - 51 =$$

$$= -$$

$$16 ; -48$$

$$13 ; -47$$

$$18 ; -56 \quad 19 ; -59$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\log_7 y + \frac{6}{\log_7 y} = \frac{5}{2} \cancel{\log_7 y} - 4 \quad \log_7 y = b$$

$$b^4 + 4 = -\frac{7}{2b}$$

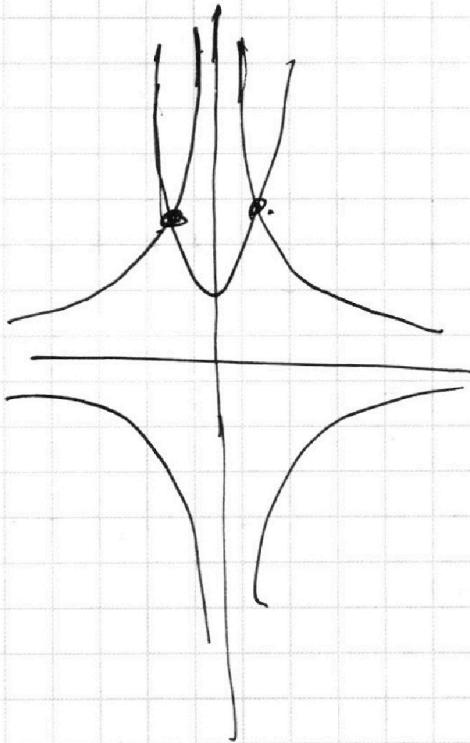
$$a^4 + 4 = \frac{7}{2a} \quad \underline{b = -a \rightarrow \log x}$$

$$\frac{a}{a} + \frac{b}{b} = 0$$

$$\log_7 x + \log_7 y = 0$$

$$\log_7 xy = 0$$

$$\underline{xy = 1}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

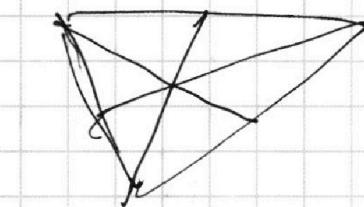
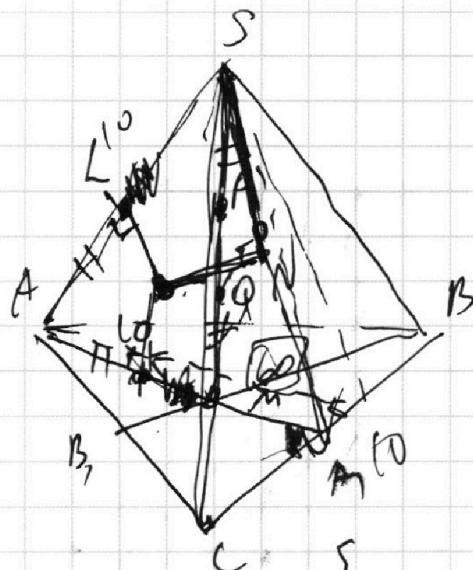


- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

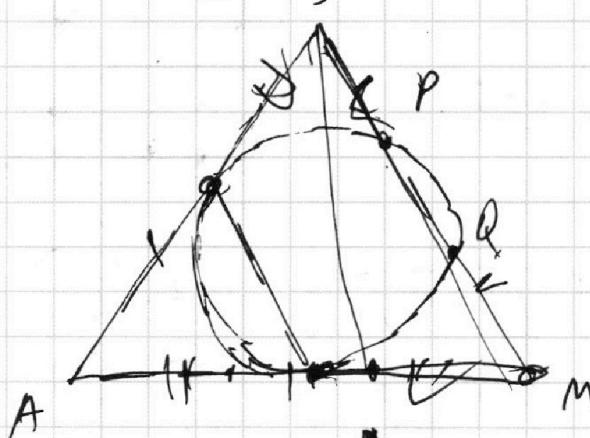
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

57.



$$AA \cdot BB \cdot CC,$$

$$15 \quad \underline{AC = BC = 10}$$



$$S_{ABC} \quad 15 \cdot 10 = 150$$

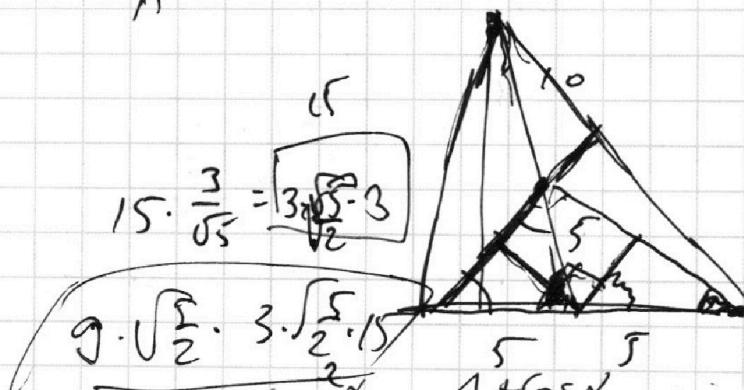
$$\frac{6}{15} = \frac{3\pi}{5} = S_{hQ}$$

$$\cos \alpha = \frac{9}{5}$$

$$3 \cdot 5 \cdot \sin \frac{\alpha}{2}$$

$$15 \cdot \frac{3}{5} = \boxed{3 \cdot \frac{\sqrt{5}}{2} \cdot 3}$$

$$\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{1 - \cos \alpha}{2}$$



$$\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{1}{\sqrt{10}} \quad \boxed{\frac{1}{\sqrt{10}}}$$

$$15 \cdot \frac{1}{\sqrt{10}} = 3 \cdot \frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$\cos \frac{\alpha}{2} = \frac{3}{\sqrt{10}}$$

$$\cos \frac{\alpha}{2} = \frac{1 + \cos \alpha}{2} = \frac{9}{10}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

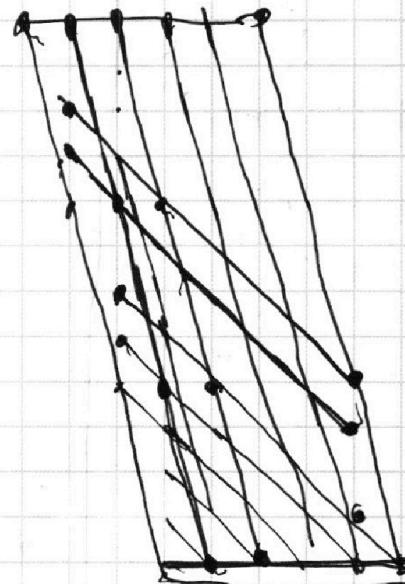
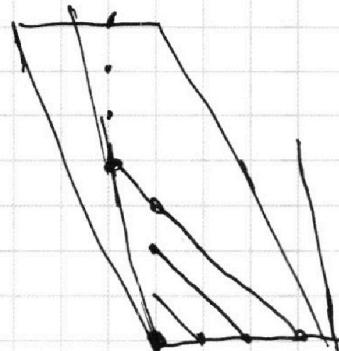
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

68
65, 69
62, 70
20, 34
14, 85



$$0 : 1$$

$$1 : 2$$

$$2 : 3$$

$$3 : 5$$

$$4 : 6$$

$$5 : 7$$

$$6 : 8$$

(76)

36
5, 4

$$18 \cdot 4 + 1$$

40

$$(27) \cdot 17^2 + 10 \cdot 18$$

$$\underline{8 \cdot 4 = 32}$$

(18 - 0)
(18 - 4)
(18 - 8)
(18 - 12)

(17 - 1)
(17 - 2)
(17 - 3)
(17 - 73)
(17 - 75)

$$75 - 40 = 35$$

4
2
3
5
6
7
8

$$\begin{matrix} 33 \\ 34 \\ 35 \end{matrix}$$

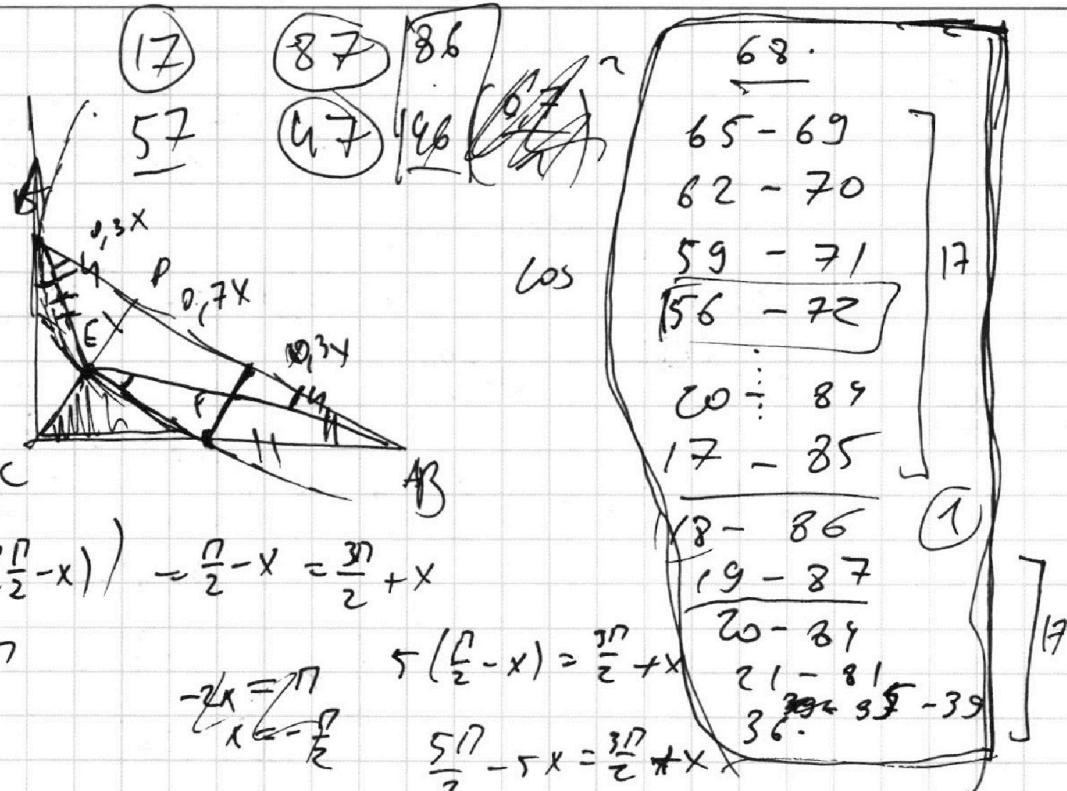
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

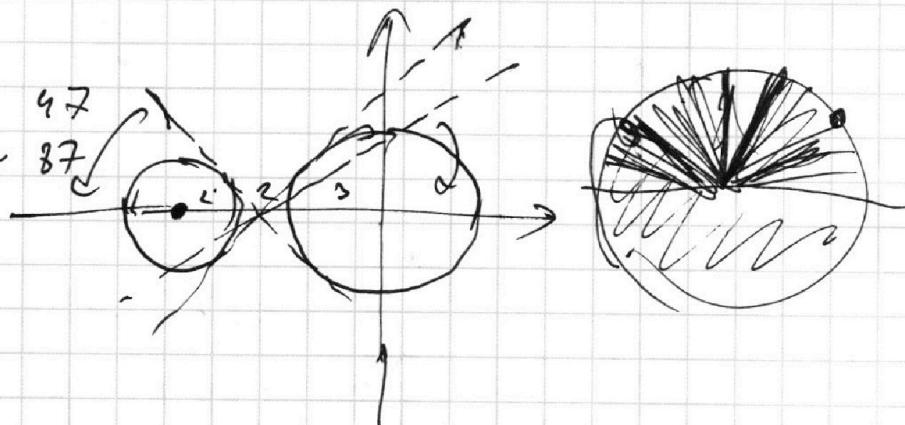


$$x + 3ay - 7b = 0$$

$$(x+2)^2 + y^2 = 4$$

$$(x+2)^2 + y^2 = 4$$

$$\begin{array}{l} 17 \quad 18 \\ 57 \quad 58 \\ 1 \cdot 14 \quad 2. \end{array}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$2^7 \quad 2^{13} \quad 2^{14}$$

$$\sqrt{1}$$

$$\log_7 6x - 2 = \frac{3}{2} \cancel{\log_7 6x} - 4$$

$$a+b \geq 7$$

$$b+c \geq 13$$

$$a+c \geq 14$$

$$11$$

$$15$$

$$17$$

$$14$$

$$18$$

$$43$$

$$a+b+c \geq \frac{7+13+14}{2} = 17$$

$$\frac{96+18}{2} = \cancel{68} \underline{22}$$

$$\frac{14+18+43+1}{2} = \frac{94+32}{2} = 38$$

$$\log_7 1x - 2 = \frac{7}{2} \cancel{\log_7 6x}$$

$$\boxed{a+4 = \frac{7}{2}}$$

$$a = 0,3x^2$$

$$a = \sqrt{0,3} \cdot x \quad 5 \cdot \frac{\pi}{6} + 3$$

$$\sqrt{2}$$

$$\frac{x}{a} = \frac{\pi}{2} - \frac{2}{3}\pi$$

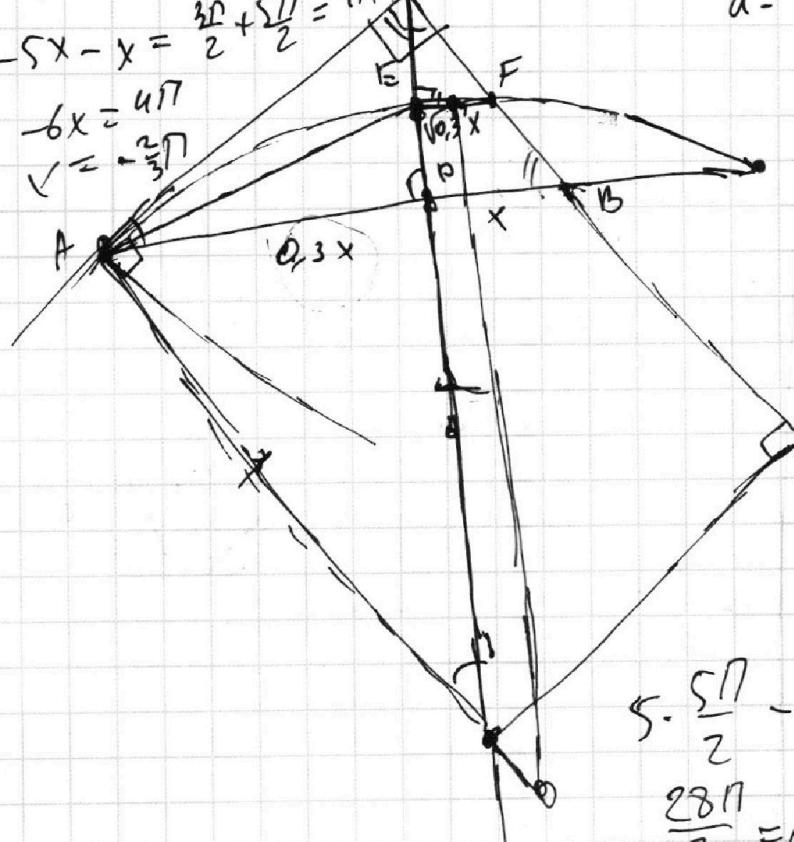
$$\sin\left(-\frac{17}{2}-x\right) = \frac{3\pi}{2} + x$$

$$-5x - x = \frac{3\pi}{2} + \frac{5\pi}{2} = 4\pi$$

$$-6x = 4\pi$$

$$\sqrt{=} -\frac{2}{3}\pi$$

$$0,3x$$



$$AC = 0,09x + 0,3v = \\ = 0,39v$$

$$\sin \frac{\pi}{3} =$$

$$x = \frac{14\pi}{6} = \frac{7\pi}{3}$$

$$5 \cdot \frac{5\pi}{2} - 5x = \frac{3\pi}{2} + x$$

$$\frac{28\pi}{2} = 14\pi = 6x$$