



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 2



1. [4 балла] Натуральные числа  $a, b, c$  таковы, что  $ab$  делится на  $2^7 3^{11} 5^{14}$ ,  $bc$  делится на  $2^{13} 3^{15} 5^{18}$ ,  $ac$  делится на  $2^{14} 3^{17} 5^{43}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .
2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник  $ABC$ . Окружность, касающаяся прямой  $AC$  в точке  $A$ , пересекает высоту  $CD$ , проведённую к гипотенузе, в точке  $E$ , а катет  $BC$  – в точке  $F$ . Известно, что  $AB \parallel EF$ ,  $AB : BD = 1,3$ . Найдите отношение площади треугольника  $ACD$  к площади треугольника  $CEF$ .

3. [4 балла] Решите уравнение  $5 \arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x$ .

4. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , для каждого из которых найдётся значение параметра  $b$ , при котором система уравнений

$$\begin{cases} x + 3ay - 7b = 0, \\ (x^2 + 14x + y^2 + 45)(x^2 + y^2 - 9) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа  $x$  и  $y$  удовлетворяют равенствам

$$\log_7^4(6x) - 2 \log_{6x} 7 = \log_{36x^2} 343 - 4, \quad \text{и} \quad \log_7^4 y + 6 \log_y 7 = \log_{y^2} (7^5) - 4.$$

Найдите все возможные значения произведения  $xy$ .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках  $O(0;0)$ ,  $P(-17;68)$ ,  $Q(2;68)$  и  $R(19;0)$ . Найдите количество пар точек  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$  с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно на границе) и таких, что  $4x_2 - 4x_1 + y_2 - y_1 = 40$ .

7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида  $SABC$ , медианы  $AA_1$ ,  $BB_1$  и  $CC_1$  треугольника  $ABC$  пересекаются в точке  $M$ . Сфера  $\Omega$  касается ребра  $AS$  в точке  $L$  и касается плоскости основания пирамиды в точке  $K$ , лежащей на отрезке  $AM$ . Сфера  $\Omega$  пересекает отрезок  $SM$  в точках  $P$  и  $Q$ . Известно, что  $SP = MQ$ , площадь треугольника  $ABC$  равна 60,  $SA = BC = 10$ .

а) Найдите произведение длин медиан  $AA_1$ ,  $BB_1$  и  $CC_1$ .

б) Найдите двугранный угол при ребре  $BC$  пирамиды, если дополнительно известно, что  $\Omega$  касается грани  $BCS$  в точке  $N$ ,  $SN = 3$ , а радиус сферы  $\Omega$  равен 4.



На одной странице можно оформлять только одну задачу.  
 Отметьте крестиком номер задачи,  
 решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
 страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

51

Пусть  $a_0, b_0, c_0$  - стелет вхождетя 2 в  $a, b, c$   
 $a_1, b_1, c_1$  - стелет вхождетя 3 в  $a, b, c$   
 $a_2, b_2, c_2$  - стелет вхождетя 5 в  $a, b, c$

Тогда

$a_0 + b_0 \geq 7$	$a_1 + b_1 \geq 11$	$a_2 + b_2 \geq 19$
$b_0 + c_0 \geq 13$	$b_1 + c_1 \geq 15$	$b_2 + c_2 \geq 18$
$a_0 + c_0 \geq 14$	$a_1 + c_1 \geq 17$	$a_2 + c_2 \geq 43$

и

$2(a_0 + b_0 + c_0) \geq 34$	$2(a_1 + b_1 + c_1) \geq 43$	$2(a_2 + b_2 + c_2) \geq 75$
$a_0 + b_0 + c_0 \geq 17$	$a_1 + b_1 + c_1 \geq \frac{43}{2}$	$a_2 + b_2 + c_2 \geq \frac{75}{2}$

т.е. все  $a_i, b_i, c_i$  - целые, то

$a_0 + b_0 + c_0 \text{ мин} = 17$      $a_1 + b_1 + c_1 \text{ мин} = 22$      $a_2 + b_2 + c_2 \text{ мин} = 38$

и

$abc \text{ мин}$ , очевидно, равно  $2^{17} \cdot 3^{22} \cdot 5^{38}$

Ответ:  $2^{17} \cdot 3^{22} \cdot 5^{38}$

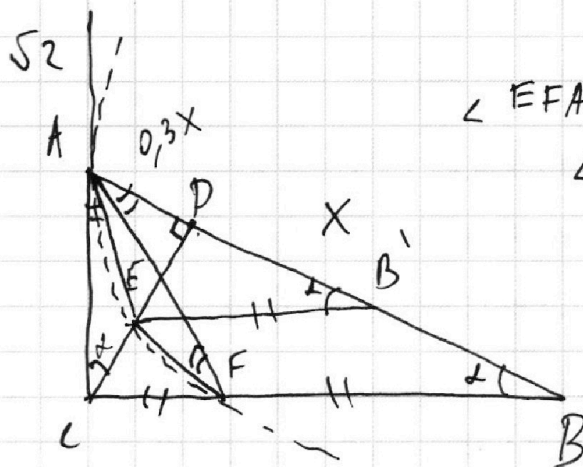
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\angle EFA = \angle FAD \text{ (н/н)}$$

$$\angle EFA = \angle EAC \text{ (по свойству}$$

касательных)

$$\angle EAD = \angle FAC$$

$$\triangle EAD \sim \triangle FAC$$

$$\frac{ED}{FC} = \frac{AD}{AC} = \frac{ED}{EB'}$$

$$EB' = FB = FC$$

$$\frac{CF}{CB} = \frac{1}{2}$$

$$S_{CEF} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 S_{CDB} = \frac{1}{4} S_{CDB}$$

$$\frac{S_{CDB}}{S_{ACB}} = \frac{BD}{AB} = \frac{x}{0,31} = \frac{1}{0,3}$$

$$S_{CEF} = \frac{1}{4} \cdot S_{ACB} \cdot \frac{1}{0,3} \Rightarrow \frac{S_{CEF}}{S_{ACB}}$$

$$\frac{S_{ACB}}{S_{CEF}} = 4 \cdot 0,3 = 1,2$$

Ответ: 1,2

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$5 \arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x$$

$$5 \arccos\left(\frac{1}{4} \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)\right) = \frac{3\pi}{2} + x$$

$$5 \arccos\left(\cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)\right) = \frac{3\pi}{2} + x$$

$$\frac{5\pi}{2} - 5x = \frac{3\pi}{2} + x$$

$$\frac{5 \cdot 3\pi}{2} - 5x = \frac{3\pi}{2} + x$$

$$\pi = 6x$$

$$6x = 4 \cdot \frac{3\pi}{2} = 6\pi$$

$$x = \frac{\pi}{6} \quad (\checkmark)$$

$$x = \pi \quad (\checkmark)$$

~~Т.к.  $x > 0$ , для  $x < 0$ , то отрицательное значение угла будет означать, что  $\arccos(\sin x) > \pi$~~

~~$$5 \arccos(\sin x) > \frac{5\pi}{2} > \frac{3\pi}{2} > \frac{3\pi}{2} + x$$~~

~~$$5 \arccos\left(\cos\left(-\frac{3\pi}{2}\right)\right)$$~~

Если  $x < 0$ , то  $\sin x > 0$ ; т.к. если он  $< 0$ , то

$$\arccos(\sin x) > \frac{\pi}{2} \Rightarrow 5 \cdot \frac{\pi}{2} > \frac{3\pi}{2} > \frac{3\pi}{2} + x$$

Но там же  $x > -\frac{3\pi}{2}$  (иначе правая часть  $< 0$ )

и это обозначает в промежутке  $(-\frac{3\pi}{2}; -\pi)$

$$5 \arccos\left(\cos\left(-\frac{\pi}{2} - x\right)\right) = \frac{3\pi}{2} + x$$

$$5 \arccos\left(\cos\left(-\frac{3\pi}{2} - x\right)\right) = \frac{3\pi}{2} + x$$

$$-\frac{5\pi}{2} - 5x = \frac{3\pi}{2} + x$$

$$-\frac{15\pi}{2} - 5x = \frac{3\pi}{2} + x$$

$$-6x = 4\pi \quad \text{не решается}$$

$$-6x = 9\pi$$

$$x = -\frac{3\pi}{2} \quad (\checkmark)$$

Ответ:  $x = \frac{\pi}{6}$ ;  $x = \pi$ ;  $x = -\frac{3\pi}{2}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7

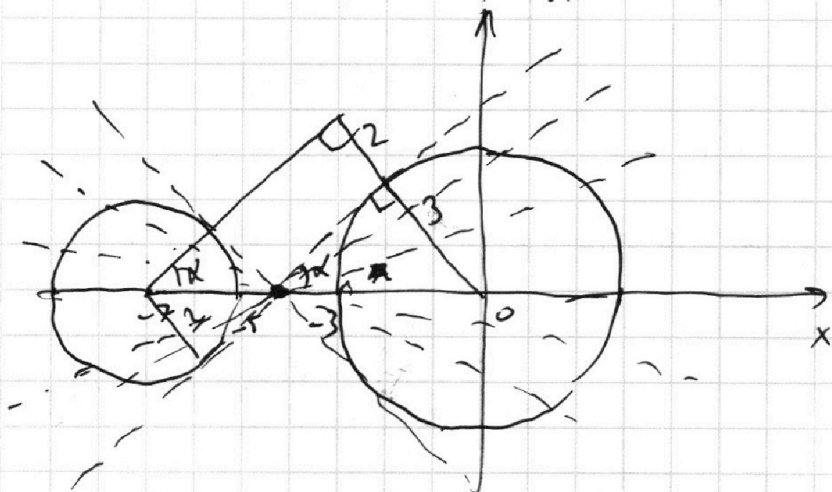


Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{cases} y = -\frac{1}{3a}x + 7b \\ ((x+7)^2 + y^2 - 4)(x^2 + y^2 - 9) = 0 \end{cases}$$

Решим второе уравнение будут 2 окружности:



Решим систему будет пересечение прямой с этими окружностями.

Если наклон этой прямой будет принадлежать интервалам  $[0; \text{tg} \alpha) \cup (-\text{tg} \alpha; 0)$ , то можно будет, сдвинув прямую вверх или вниз с помощью изменения  $b$ , достичь 4-х точек.

Критическими углами являются углы касания.

в углы касания:  $\sin \alpha = \frac{5}{7}$ ;  $\cos \alpha = \sqrt{\frac{24}{49}} = \frac{2\sqrt{6}}{7}$

$$\begin{cases} 0 < -\frac{1}{3a} < \frac{5}{2\sqrt{6}} \\ -\frac{5}{2\sqrt{6}} < -\frac{1}{3a} < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0 > \frac{1}{a} > -\frac{15}{2\sqrt{6}} \\ \frac{15}{2\sqrt{6}} > \frac{1}{a} > 0 \end{cases} = \emptyset$$

b1

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- 1    2    3    4    5    6    7

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{cases} a < 0; a < -\frac{2\sqrt{6}}{15} \\ a > 0; a > \frac{2\sqrt{6}}{15} \end{cases}$$

б

$$\text{Ответ: } a \in \left(-\infty; -\frac{2\sqrt{6}}{15}\right) \cup \left(\frac{2\sqrt{6}}{15}; +\infty\right)$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

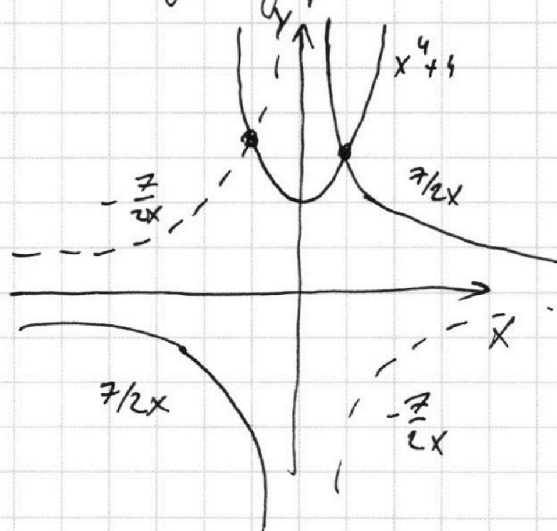
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Пусть  $\log_7 x = a$   $\log_7 y = b$

$$a^4 - \frac{2}{a} = \frac{3}{2a} - 4 \quad \text{и} \quad b^4 + \frac{6}{b} = \frac{5}{2b} - 4$$

$$a^4 + 4 = \frac{7}{2a} \quad \text{и} \quad b^4 + 4 = -\frac{7}{2b}$$

Очевидно, что оба этих уравнения имеют  
только по одному решению:



Из симметрии видно,  
что эти решения  
лишь противоположны  
y

$$\log_7 6x + \log_7 y = a + b = 0$$

$$\log_7 6xy = 0$$

$$xy = \frac{1}{6}$$

Ответ:  $xy = \frac{1}{6}$

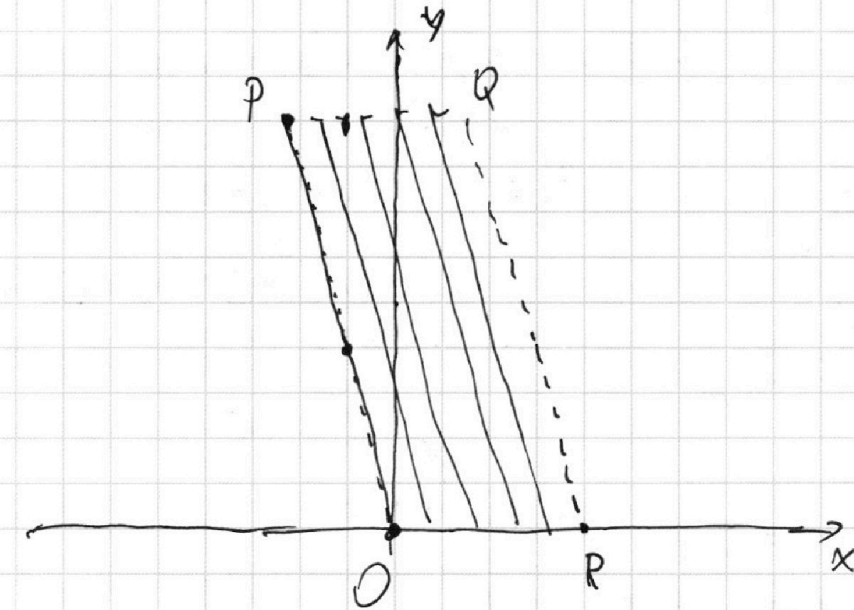
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Введём понятие «суммы»  $S$  для всех точек  
внутри пар-ма,  $S = 4x + y$ . Тогда очевидно, что  
точки с одинаковой суммой будут лежать на  
прямых с коэф.  $k$ , равным  $-4$ .

Отсюда следует, что у нас будет 10 точек  
с  $S$ , равной  $0, 4, 8, 12 \dots, 19 \cdot 4$ . Также будет 17

точек с  $S$ , равной  $1, 2, 3, 5, 6, 7, 9, 10, 11 \dots, 73, 74, 75$ .

Эта разность равняется 40:

из точек 1-го вида получится пар:

$0; 40, 4; 44, \dots, 36; 76 \Rightarrow$  таких пар 10 и

каждую можно получить 18·18 способами

из точек 2-го вида получится пар:

$(1; 41), (2; 42), (3; 43), (5; 45) \dots, (33; 73), (34; 74), (35; 75) \Rightarrow$

таких пар  $3 \cdot 9 = 27$  и каждую получается 17·17 способами

Всего таких пар точек  $10 \cdot 18^2 + 27 \cdot 17^2$ .

Ответ:  $10 \cdot 18^2 + 27 \cdot 17^2$



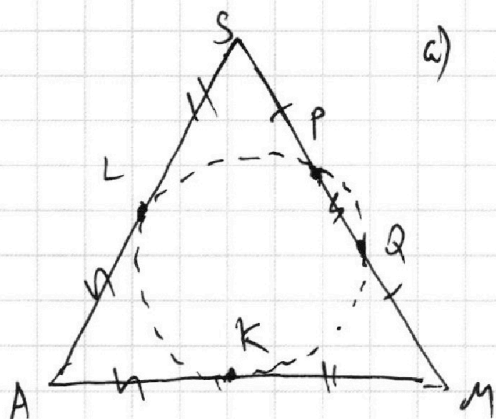
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



а) Сечение сферой - окружность LPQK.

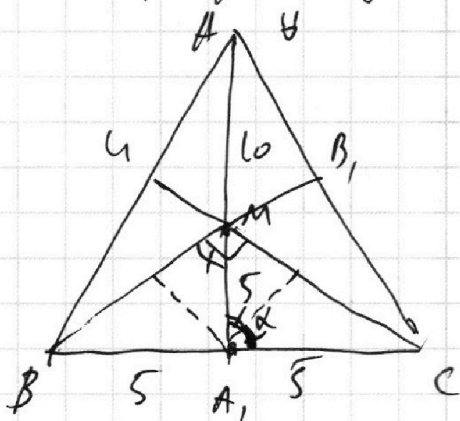
$$AL = AK; MP \cdot MQ = SP \cdot SQ$$

$SL^2 = MK^2$  (ограничено  
вдоль стержня точкой)

$$SL = MK$$

$$AA_1 = \frac{3}{2} AM = 15 \quad \leftarrow AS = AM = 10$$

(медиана делит 2 к 1)



$\triangle ABC, C = A, M \Rightarrow \angle BMC$  - прямой.

$$S_{ABC} = 60 = \frac{1}{2} \cdot AA_1 \cdot BC \cdot \sin \alpha =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 15 \cdot \sin \alpha =$$

$$= 75 \sin \alpha$$

$$\sin \alpha = \frac{60}{75} = \frac{4}{5}$$

$$\cos \alpha = \frac{3}{5}$$

$$MC = 2 \cdot 5 \cdot \sin \frac{\alpha}{2} = 10 \cdot \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{2}} = 10 \cdot \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$CC_1 = \frac{3}{2} MC = 15 \cdot \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$BM = 2 \cdot 5 \cdot \cos \frac{\alpha}{2} = 10 \cdot \sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{2}} = 10 \cdot \sqrt{\frac{4}{5}} = 20 \cdot \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$BB_1 = \frac{3}{2} BM = 30 \cdot \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$AA_1 \cdot BB_1 \cdot CC_1 = 15 \cdot 30 \cdot \frac{1}{\sqrt{5}} \cdot 15 \cdot \frac{1}{\sqrt{5}} = 45 \cdot 30$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

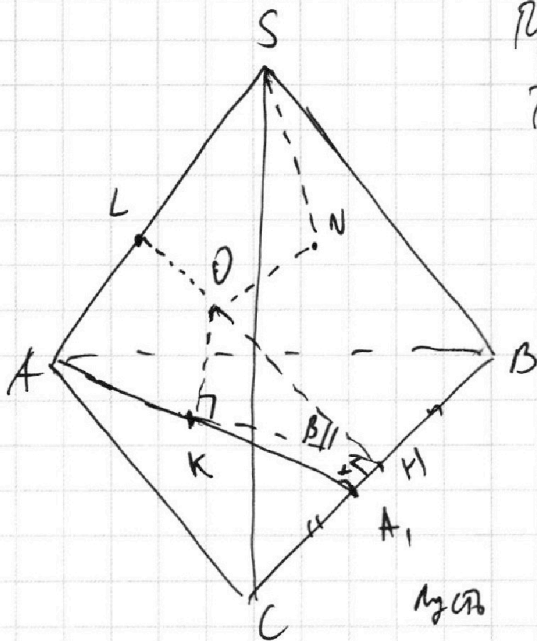
Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

б)



Пусть  $O$  - центр сферы

$$\text{Тогда } SO = \sqrt{SN^2 + R^2} = 5$$

и

$$SL = \sqrt{SO^2 - R^2} = 3$$

и

$$AL = AS - SL = 7$$

$$AK = AL = 7$$

и

$$KA_1 = AA_1 - AK = 8$$

Пусть  $M$  - перпендикуляр из  $K$  на  $BC$ .

$$\text{Тогда } KM = KA_1 \cdot \sin \alpha = 8 \cdot \frac{4}{5} = \frac{32}{5}$$

$$\text{Из прямоугол. } \triangle OKM \quad \operatorname{tg} \beta = \frac{R}{KM} = \frac{4 \cdot 5}{32 \cdot 8} = \frac{5}{8}$$

$$\beta = \operatorname{arctg} \frac{5}{8}$$

$\alpha, \beta$  - это углы наклона касания сферы граней  $ABC$  и  $SBC$  двугранный угол при ребре  $BC$  будет равен  $2\beta = 2 \operatorname{arctg} \frac{5}{8}$

Ответ: а) 45.30

б)  $2 \operatorname{arctg} \frac{5}{8}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

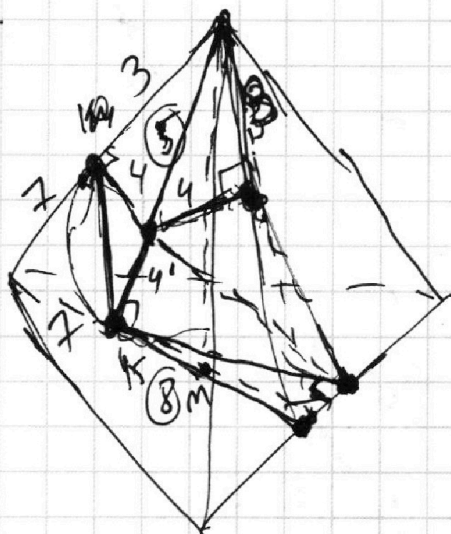
Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1     2     3     4     5     6     7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

б)



$$\sin \alpha = \frac{3}{5}$$

$$\sqrt{3 \cdot \frac{3}{5}} = \frac{24}{5}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{4 \cdot 5}{24 \cdot 6} = \frac{5}{6}$$

$$\alpha = \arctg \frac{5}{6}$$

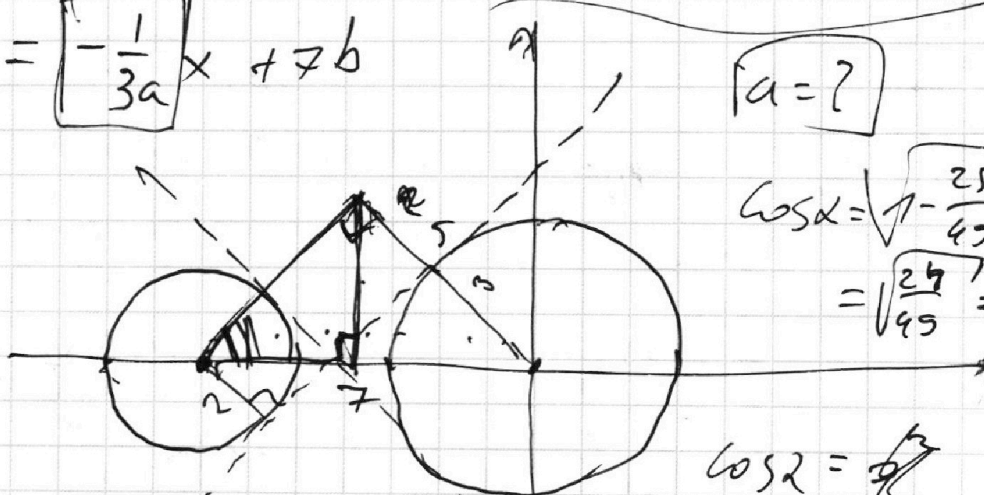
$$2\alpha = 2 \arctg \frac{5}{6}$$

$$3ay = -x + 7b$$

$$y = -\frac{1}{3a}x + 7b$$

$$-\frac{5}{2\sqrt{6}} < -\frac{1}{3a} < 0$$

$$|a| = ?$$



$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \frac{25}{49}} = \sqrt{\frac{24}{49}} = \frac{2\sqrt{6}}{7}$$

$$\cos 2 = \frac{13}{7}$$

$$\sin \alpha = \frac{5}{7}$$

$$\operatorname{tg} \alpha =$$

$$-\operatorname{tg} \alpha \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{5 \cdot 7}{2\sqrt{6}} = \frac{5}{2\sqrt{6}}$$

$$0 < -\frac{1}{3a} < \frac{5}{2\sqrt{6}}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$\sin x$   
 $(0; \pi)$   
 $x \in \left(\frac{3\pi}{2}, \frac{7\pi}{2}\right)$

$S_{CEF} = \frac{1}{4} S$   
 $S_{arc} \cos(\cos(\frac{3\pi}{2} - x))$   
 $S \cdot (\frac{3\pi}{2} - x) = \frac{3\pi}{2} + x$   
 $\frac{1}{4} S_{ABD} \cdot \frac{3\pi}{2} = 6x$   
 $S_{ACD} \cdot \pi = x \cdot \pi$

$S_{CEF} = \frac{1}{4} S_{CBB} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{93} S_{ACD}$

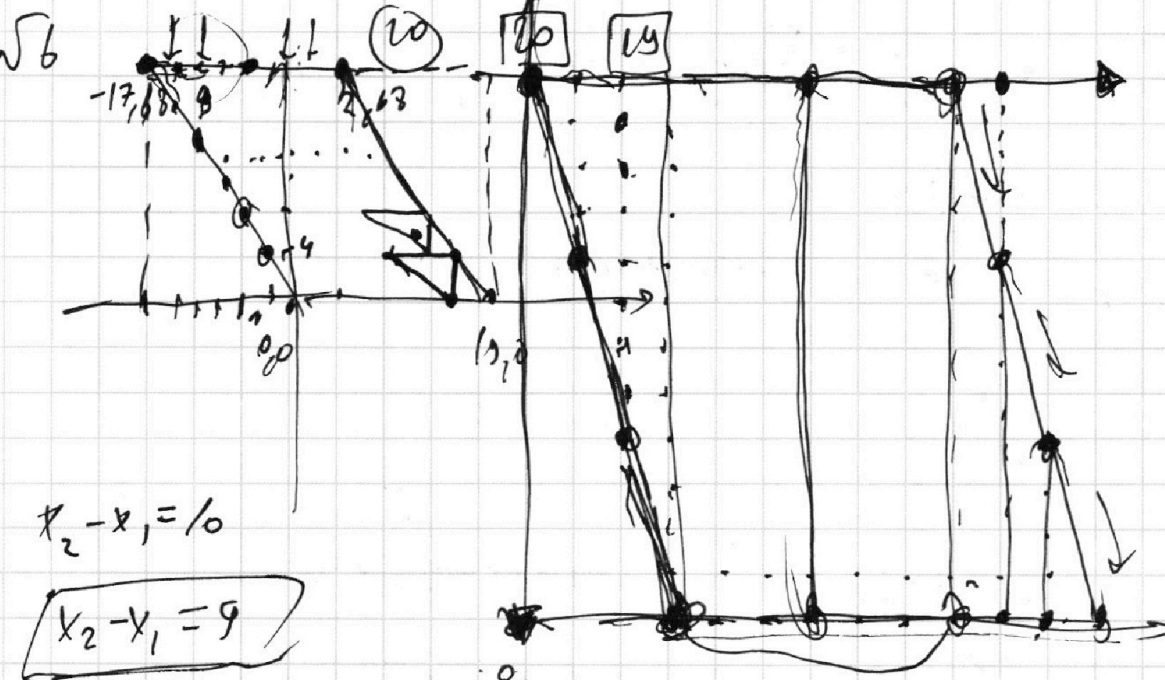
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$x_2 - x_1 = 10$$

$$x_2 - x_1 = 9$$

$$y_2 - y_1 = 4$$

$$y_2 - y_1 = 8$$

12

16

20

0 - 9

1 - 19

2 - 20

3 - 21

3 - 22

4 - 22

$$16 - 3 \cdot 17 = 16 - 51 =$$

$$16; -48$$

$$13; -47$$

$$1; (-3)$$

$$2; (-6)$$

$$3; (-9)$$

$$4; (-12)$$

$$5; (-15)$$

+12

$$17; -51$$

$$18; -56$$

$$19; -69$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

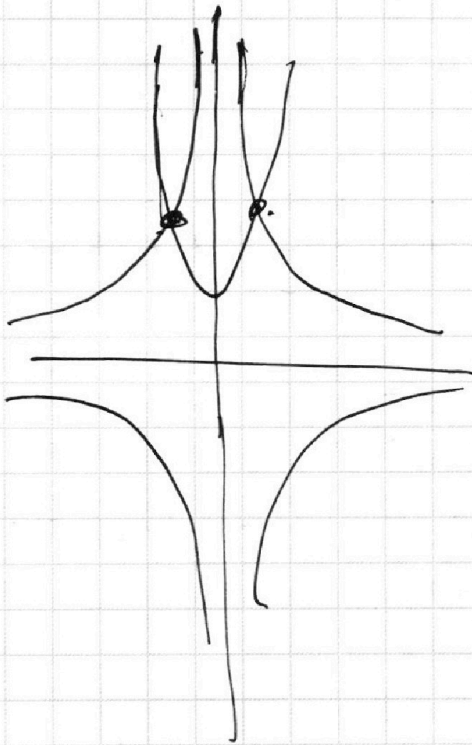


$$\log_7^4 y + \frac{b}{\log_7 y} = \frac{5}{2} \log_7 y - 4 \quad \log_7 y = b$$

$$b^4 + 4 = -\frac{7}{2b}$$

$$a^4 + 4 = \frac{7}{2a}$$

$$\underline{b = -a} \rightarrow \log x$$



$$\underline{a + b = 0}$$

$$\log_7 x + \log_7 y = 0$$

$$\log_7 xy = 0$$

$$\underline{xy = 1}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

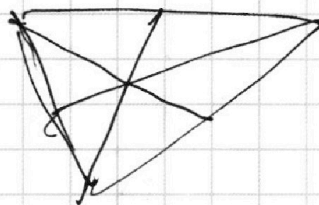
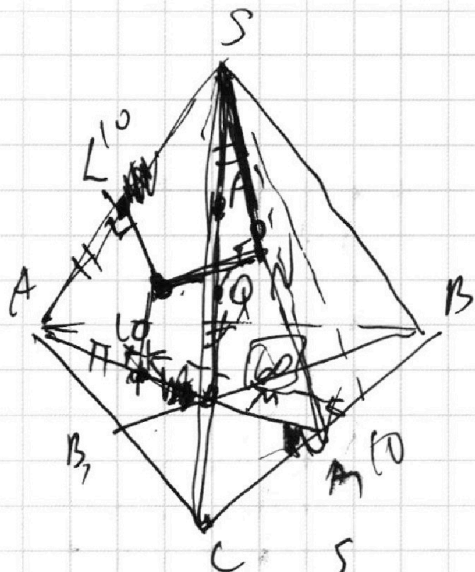
Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

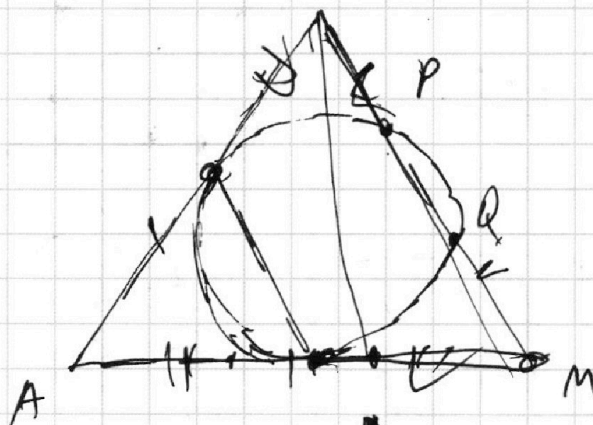
У7.



$AA_1, BB_1, CC_1$

15

$AA_1 = BC = 20$

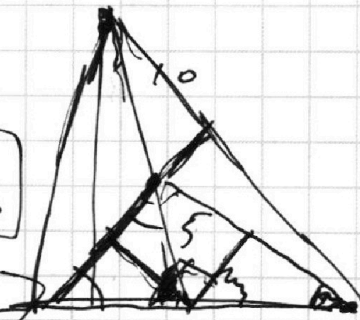


$S_{ABC} = 15 \cdot 10 = 150$   
 $\frac{6}{15} = \frac{3}{5} = \sin \alpha$

$\cos \alpha = \frac{4}{5}$

$3 \cdot 5 \cdot \sin \frac{\alpha}{2}$

$15 \cdot \frac{3}{5} = 3 \cdot \frac{3\sqrt{5}}{2} = 3\sqrt{5}$



$\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{1 - \cos \alpha}{2}$

$\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{1}{\sqrt{10}}$

$15 \cdot \frac{1}{\sqrt{10}} = 3 \cdot \frac{\sqrt{5}}{2}$

$\frac{9 \cdot \sqrt{5} \cdot 3 \cdot \frac{\sqrt{5}}{2} \cdot 15}{\cos^2 \frac{\alpha}{2}} = \frac{5 \cdot 5}{2(1 + \cos \alpha)} = \frac{9}{2} = \frac{9}{10}$

$\cos \frac{\alpha}{2} = \frac{3}{\sqrt{10}}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

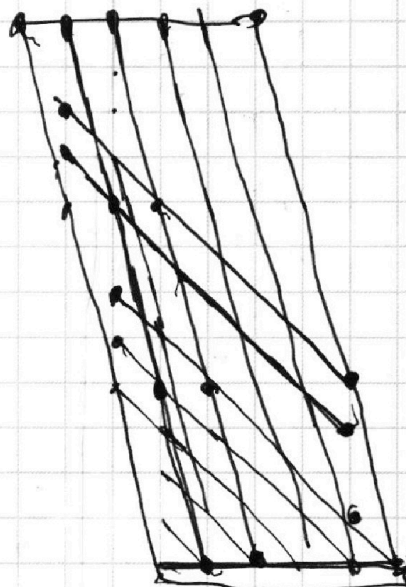
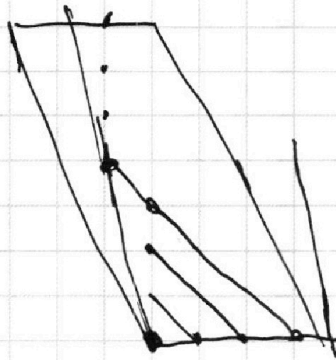
1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



68  
65-89  
62-70  
20-34  
17-85



- 0: 1
- 1: 2
- 2: 3
- 3: 5
- 4: 6
- 5: 7
- 6: 8

$$18 \cdot 4 + 1$$

76

36

5-4

40

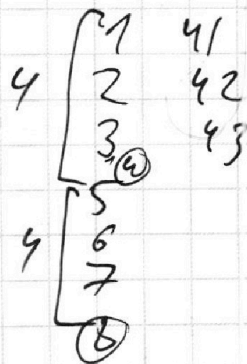
18-0  
18-4  
18-8  
18-12

17-1  
17-2  
17-3  
17-73  
17-75

75-40=35

$(27) \cdot 17^2 + 10 \cdot 18$

$8 \cdot 4 = 32$



33  
34  
35

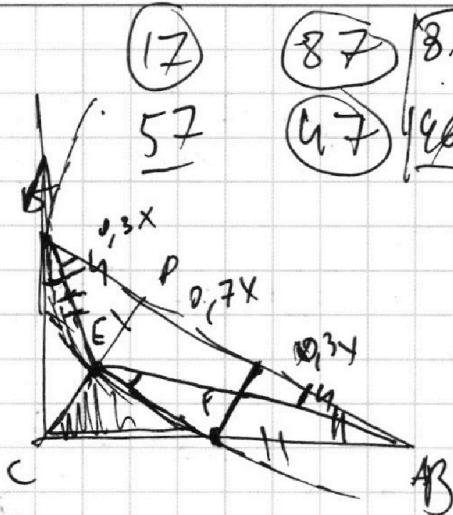
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sin(\cos(\frac{\pi}{2}-x)) = \frac{\pi}{2}-x = \frac{3\pi}{2}+x$$

0 ~~на~~  $\pi$

$$\begin{aligned} -2x &= \pi \\ x &= -\frac{\pi}{2} \end{aligned}$$

$$5(\frac{\pi}{2}-x) = \frac{3\pi}{2}+x$$

$$\frac{5\pi}{2} - 5x = \frac{3\pi}{2} + x$$

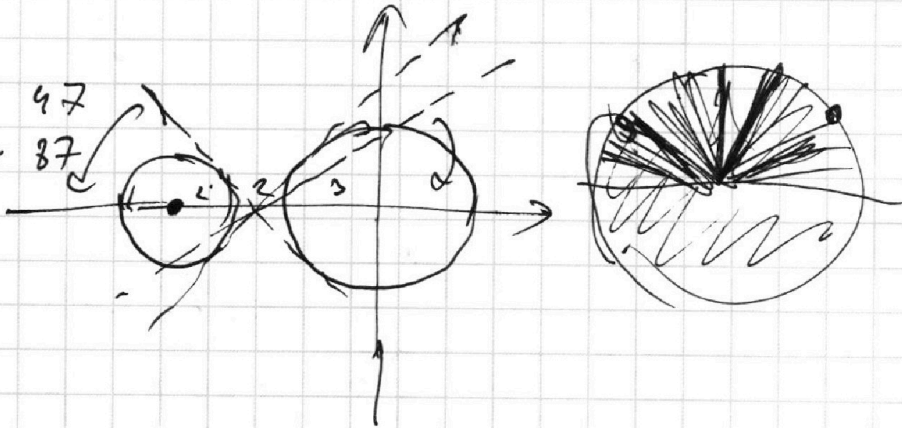
$$\begin{aligned} \pi &= 6x \\ x &= \frac{\pi}{6} \end{aligned} \quad \text{①}$$

$$x + 3ay - 76 = 0$$

$$(x+7)^2 + y^2 = 4$$

$$((x+2)^2 + y^2 = 4) \vee (x^2 + y^2 = 9) = 0$$

17 18  
57 58  
1.14 2.



68.

65 - 69

62 - 70

59 - 71

56 - 72

...

20 - 89

17 - 85

---

18 - 86

19 - 87

20 - 89

21 - 81

36 - 39

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1     2     3     4     5     6     7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$2^7$      $2^{13}$      $2^{14}$      $\sqrt{1}$

$$\log_7^4 6x - 2 / \log_7 6x = \frac{3 \log_7 6x}{2 \log_7 6x} - 4$$

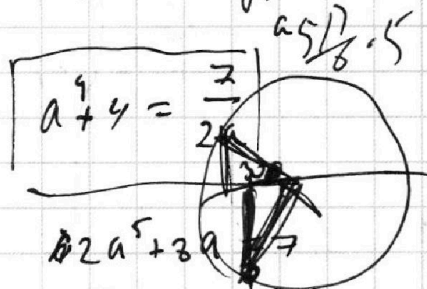
$a+b \geq 7$   
 $b+c \geq 13$   
 $a+c \geq 14$

$$a+b+c \geq \frac{7+13+14}{2} = 17$$

$$\log_7^4 x - 2 = \frac{7}{2 \log_7 6x}$$

$$\frac{11+15+17+1}{2} = \text{was } 22$$

$$\frac{14+18+43+1}{2} = \frac{44+32}{2} = 38$$



- 11
- 15
- 17
- 14
- 18
- 43

$\sqrt{2}$

$$\frac{x}{a} = \frac{3\pi/2 - 2/3\pi}{2}$$

$$a^2 = 0,3x^2$$

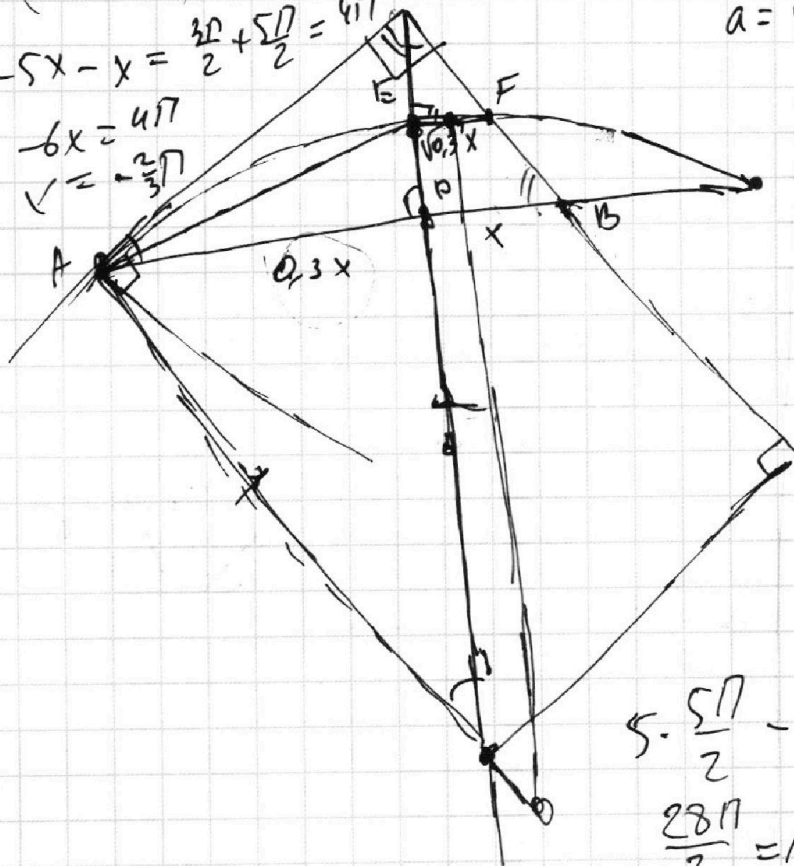
$$a = \sqrt{0,3} \cdot x \quad 5 \cdot \frac{\pi}{6} + 3$$

$$5 \left( -\frac{\pi}{2} - x \right) = \frac{3\pi}{2} + x$$

$$-5x - x = \frac{3\pi}{2} + \frac{5\pi}{2} = 4\pi$$

$$-6x = 4\pi$$

$$x = -\frac{2\pi}{3}$$



$$AC^2 = 0,09x + 0,3x = 0,39x$$

$$\sin \frac{\pi}{3} =$$

$$x = \frac{14\pi}{6} = \frac{7\pi}{3}$$

$$5 \cdot \frac{5\pi}{2} - 5x = \frac{3\pi}{2} + x$$

$$\frac{28\pi}{2} = 14\pi = 6x$$