



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



11 КЛАСС. Вариант 1

- [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^9 3^{10} 5^{10}$, bc делится на $2^{14} 3^{13} 5^{13}$, ac делится на $2^{19} 3^{18} 5^{30}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
- [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой BC в точке B , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке F , а катет AC – в точке E . Известно, что $AB \parallel EF$, $AD : DB = 3 : 1$. Найдите отношение площади треугольника ABC к площади треугольника CEF .
- [4 балла] Решите уравнение $5 \arcsin(\cos x) = x + \frac{\pi}{2}$.
- [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} ax + 2y - 3b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 9)(x^2 + y^2 - 12x + 32) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

- [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_3^4 x + 6 \log_x 3 = \log_{x^2} 243 - 8 \quad \text{и} \quad \log_3^4(5y) + 2 \log_{5y} 3 = \log_{25y^2}(3^{11}) - 8.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

- [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-14; 42)$, $Q(6; 42)$ и $R(20; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $3x_2 - 3x_1 + y_2 - y_1 = 33$.
- [6 баллов] Дано треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1, BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 90, $SA = BC = 12$.
 - Найдите произведение длин медиан AA_1, BB_1 и CC_1 .
 - Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 4$, а радиус сферы Ω равен 5.



Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

По условию: $\begin{cases} ab = \alpha^{9} 3^{10} 5^{10} k \\ bc = \alpha^{14} 3^{13} 5^{13} n \\ ac = \alpha^{19} 3^{18} 5^{30} m \\ n, m, k \in \mathbb{N} \end{cases}$ Т.к. 2, 3 и 5 - простые числа, то
можем сказать, что $a = 2^{a_1} 3^{a_2} 5^{a_3} A$,
 $b = 2^{b_1} 3^{b_2} 5^{b_3} B$, $c = 2^{c_1} 3^{c_2} 5^{c_3} C$,
где $a_i, b_i, c_i \geq 0$ и $\epsilon \in \mathbb{Z}$ и $A, B, C \in \mathbb{N}$,

причем: $\begin{cases} a_1 + b_1 \geq 9 & b_1 + c_1 \geq 14 & a_1 + c_1 \geq 19 \\ a_2 + b_2 \geq 10 & b_2 + c_2 \geq 13 & a_2 + c_2 \geq 18 \\ a_3 + b_3 \geq 10 & b_3 + c_3 \geq 13 & a_3 + c_3 \geq 30 \end{cases}$

Сначала рассмотрим степень двойки: $\begin{cases} a_1 + b_1 \geq 9 \\ b_1 + c_1 \geq 14 \\ a_1 + c_1 \geq 19 \end{cases}$

Попробуем решить систему $\begin{cases} a_1 + b_1 = 9 \\ a_2 + c_1 = 19 \\ b_1 + c_1 = 14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = 9 - b_1 \\ 9 - b_1 + c_1 = 19 \\ b_1 + c_1 = 14 \end{cases}$, отсюда $\begin{cases} a_1 = 4 \\ b_1 = 2 \\ c_1 = 12 \end{cases}$

Пусть $x \geq 9, y \geq 14, z \geq 19$, тогда: $\begin{cases} a_1 + b_1 = x \\ a_2 + c_1 = y \\ b_1 + c_1 = z \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = x - b_1 \\ b_1 + c_1 = y \\ a_2 + c_1 = z \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = x - b_1 \\ b_1 + c_1 = y \\ x - b_1 + c_1 = z \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = x - b_1 \\ b_1 + c_1 = y \\ x + 2c_1 = y + z \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = \frac{x+z-y}{2} \\ b_1 = \frac{y-z+x}{2} \\ c_1 = \frac{y+z-x}{2} \end{cases} \Rightarrow a_1 + b_1 + c_1 = \frac{x+z-y+y-z+x+y+z-x}{2} = \frac{x+y+z}{2}$, таким образом,

увеличивая x, y, z мы увеличиваем сумму степеней 2-ки,zero

Нам не надо \Rightarrow min сумма степеней 2-ки $\lceil \frac{9+14+19}{2} \rceil = 21$

Аналогично: min \sum см. 3-ки $\lceil \frac{10+13+18}{2} \rceil = 21$

min \sum см. 5-ки $\lceil \frac{13+10+80}{2} \rceil = 24$

$abc = 2^{a_1+b_1+c_1} 3^{a_2+b_2+c_2} 5^{a_3+b_3+c_3} = 2^{21} 3^{21} 5^{27}$ (числа A, B и C можно приравнять к 1, т.к. условие не наложено, а произведение станет больше)

Ответ: $2^{21} 3^{21} 5^{27}$



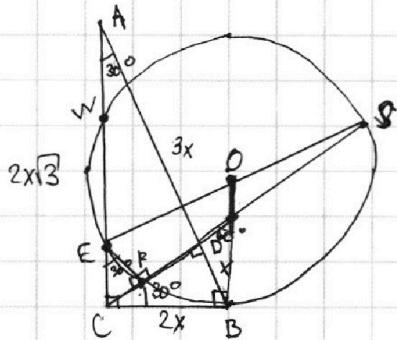
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



T.K. $AB \parallel EF$ и $AB \perp CD$, но $EF \perp CD$ \Rightarrow
 $\angle CEF = \angle CAB$ (как накр. углы.)
 $\Rightarrow \triangle CEF \sim \triangle BAC$ (по збум. умн.).
 $\boxed{AD = 3x, BD = x, \text{ но раз.}}$
 $CD^2 = 3x \cdot x \Rightarrow CD = x\sqrt{3}$
 ПО Т. Пирп.: $BC = \sqrt{x^2 + 3x^2} = 2x, AC = \sqrt{9x^2 + 3x^2} =$
 $\sin \angle CAD = \frac{CD}{AC} = \frac{x\sqrt{3}}{2x\sqrt{3}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \angle CAD = \angle CEF = 30^\circ$

• $\text{Nyein } PSL(\text{okp.}) = \{F, S\}$, moga T.K. $\angle EFS = 90^\circ$ to ES - jauanempn
 $O \in (ES)$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$5 \arcsin(\cos x) = x + \frac{\pi}{2}, \text{ т.к. } \arcsin t \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right], \text{ при } t \in \left[-1; 1\right], \text{ то}$$
$$\arcsin t \in \left[-\frac{5\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right] \Rightarrow -\frac{5\pi}{2} \leq x + \frac{\pi}{2} \leq \frac{5\pi}{2} \cdot 2.$$
$$-5\pi \leq 2x + \pi \leq 5\pi; \quad -6\pi \leq 2x \leq 4\pi; \quad -3\pi \leq x \leq 2\pi - \text{ ограничение.}$$

$$\text{T.k. } \arcsin a + \arccos a = \frac{\pi}{2}, \text{ но } \arcsin a = \frac{\pi}{2} - \arccos a \Rightarrow$$

$$\arcsin(\cos x) = \frac{\pi}{2} - \arccos(\cos x).$$

Рассмотрим несколько случаев: 1) $x \in [-3\pi; -2\pi]: 5\left(\frac{\pi}{2} - (x + 2\pi)\right) = x + \frac{\pi}{2}$

$$\frac{5\pi}{2} + 5(x + 2\pi) = x + \frac{\pi}{2}, \quad 2\pi + 5x + 10\pi = x, \quad 12\pi = -4x \Rightarrow x = -3\pi$$

$$2) x \in [-2\pi; -\pi]: 5\left(\frac{\pi}{2} - (x + 2\pi)\right) = x + \frac{\pi}{2}, \quad \frac{5\pi}{2} - 5x - 10\pi = x + \frac{\pi}{2},$$

$$\frac{5\pi}{2} - \frac{\pi}{2} - 10\pi = 6x, \quad \frac{5\pi - \pi - 20\pi}{2} = 6x, \quad -8\pi = 6x \Rightarrow x = -\frac{4}{3}\pi$$

$$3) x \in [-\pi; 0]: 5\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \frac{5\pi}{2} + 5x = x + \frac{\pi}{2}, \quad 2\pi = -4x \Rightarrow x = -\frac{\pi}{2}$$

$$4) x \in [0; \pi]: 5\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = x + \frac{\pi}{2}, \quad \frac{5\pi}{2} - 5x = x + \frac{\pi}{2}, \quad 2\pi = 6x \Rightarrow x = \frac{\pi}{3}$$

$$5) x \in [\pi; 2\pi]: 5\left(\frac{\pi}{2} - (-x - 2\pi)\right) = x + \frac{\pi}{2}, \quad \frac{5\pi}{2} + 5(x - 2\pi) = x + \frac{\pi}{2}$$

$$2\pi + 5x - 10\pi = x, \quad -8\pi = -4x \Rightarrow x = 2\pi$$

$$\text{Ответ: } x \in \left\{-3\pi; -\frac{4}{3}\pi; -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{3}; 2\pi\right\}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$ax + by - 3b = 0 \text{ - прямая, сущ. козр. } -\frac{a}{b} \text{ и т.к. с } Oy (0; \frac{3}{2}b)$$

$$(x^2 + y^2 - 9)(x^2 + y^2 - 12x + 32) = 0 \text{ - две окружности}$$

$$x^2 + y^2 = 9 \text{ - окр. } -t_6 \text{ с ц. } 6(0; 0) \text{ и } R = 3.$$

$$x^2 + y^2 - 12x + 32 = 0$$

$$x^2 + y^2 - 12x + 32 = 0$$

$$x^2 - 12x + 36 + y^2 + 32 = 36 \Leftrightarrow (x-6)^2 + y^2 = 4 \text{ - окр. с ц. } 6(6, 0) \text{ и } R = 2$$

Т.к. прямая с

окр. t_6 имеет не
более 2-х и. пересеч.,
а нам необходимо 4,
то прямая должна
пересекать обе окр-ти
в 2-х точках, тогда
прямая должна лежать
между внутр. касатель-
ными этих окр-тий.

А и В - точки касания,
 $AB \perp OO_1 = C$.

$\tan \alpha = \angle BCO_1$ - угол между
касательной и Ox .

$$\angle OAC = \angle O_1BC = 90^\circ \text{ (радиус в т. кас.)}$$

$$\angle OCA = \angle O_1BC \text{ (как верт.)} \Rightarrow \triangle OCA \sim \triangle O_1CB : \begin{cases} \frac{OC}{CO_1} = \frac{3}{2} \\ OC + CO_1 = 6 \end{cases}, \text{ отсюда}$$

$$OC = \frac{18}{5}, CO_1 = \frac{12}{5} \Rightarrow \sin \angle BCO_1 = \frac{BO_1}{CO_1} = \frac{2}{\frac{12}{5}} = \frac{10}{12} = \frac{5}{6} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{5}{6} \cdot \frac{\sqrt{11}}{6} \quad \text{(затирка)}$$

$$\cos \angle BCO_1 = \sqrt{1 - \frac{25}{36}} = \frac{\sqrt{11}}{6}$$

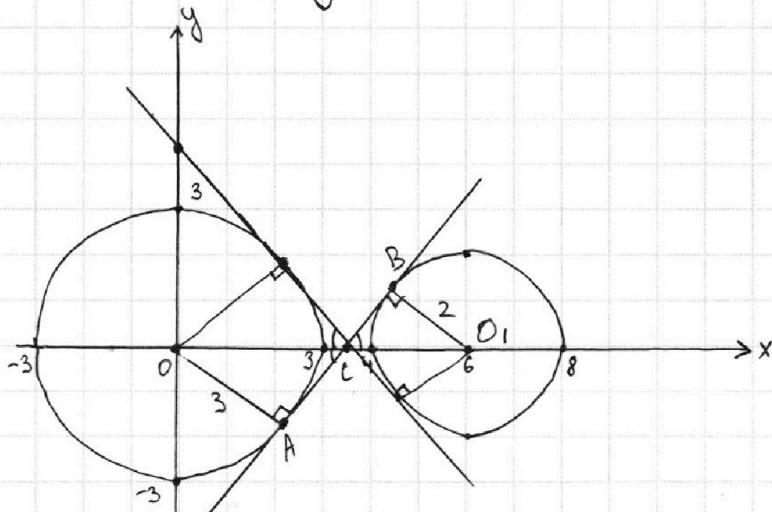
$$\Rightarrow \frac{5}{6} = \frac{5\sqrt{11}}{11}.$$

Другая внутренняя кас. будет образовывать с Ox угол $\pi - \alpha \Rightarrow$ эл.
козр. $\tan(\pi - \alpha) = -\tan \alpha = -\frac{5\sqrt{11}}{11}$

$$\text{Таким образом: } -\frac{5\sqrt{11}}{11} < -\frac{a}{2} < \frac{5\sqrt{11}}{11} \Leftrightarrow -\frac{10\sqrt{11}}{11} < a < \frac{10\sqrt{11}}{11} -$$

для каждого a можно будет найти такую b , что прямая
пересекает окр-ти в 4-х точках.

$$\text{Ответ: } a \in (-\frac{10\sqrt{11}}{11}; \frac{10\sqrt{11}}{11}).$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\log_3^4 x + 6 \log_x 3 = \log_x 243 - 8, \quad \begin{cases} x > 0 \\ x \neq 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x \neq 1 \end{cases}$$

$$\log_3^4 x + 6 \log_x 3 = \frac{1}{2} \log_x 243 - 8$$

$$\log_3^4 x + 6 \log_x 3 = \frac{5}{2} \log_x 3 - 8 \mid \cdot 2$$

$$2 \log_3^4 x + 12 \log_x 3 = 5 \log_x 3 - 16; \quad 2 \log_3^4 x + 7 \log_x 3 + 16 = 0;$$

$$2 \log_3^4 x + \frac{7}{\log_3 x} + 16 = 0, \quad t = \log_3 x, \quad t \neq 0, \text{ тогда:}$$

$$2t^4 + \frac{7}{t} + 16 = 0, \quad 2t^5 + 7t + 16t = 0, \quad f(t) = 2t^5 + 16t + 7 - \text{множ. вспрост.} \\ \Rightarrow f(t) = 0 - \text{не более одного корня.}$$

$$\log_3^4(5y) + 2 \log_{5y} 3 = \log_{(5y)^2}(3^5) - 8, \quad \begin{cases} y > 0 \\ y \neq \frac{1}{5} \end{cases}$$

$$\log_3^4(5y) + 2 \log_{5y} 3 = \frac{11}{2} \log_{5y} 3 - 8 \mid \cdot 2$$

$$2 \log_3^4(5y) + 4 \log_{5y} 3 = 11 \log_{5y} 3 - 16$$

$$2 \log_3^4(5y) - 7 \log_{5y} 3 + 16 = 0, \quad \cancel{y \neq 0} \quad t = \log_{5y} 3$$

$$2 \log_3^4(5y) - \frac{7}{\log_3 5y} + 16 = 0, \quad t = \log_3 5y, \quad t \neq 0, \text{ тогда:}$$

$$2t^4 - \frac{7}{t} + 16 = 0, \quad 2t^5 - 7t + 16t = 0, \quad 2t^5 + 16t - 7 = 0.$$

$$f(\log_3 x) = 2 \log_3^5 x + 16 \log_3 x + 7, \quad \text{т.к. обе функции монот. вспрост.,}$$

$$g(\log_3 5y) = 2 \log_3^5 5y + 16 \log_3 5y - 7 \quad \text{то } f(\log_3 x) = 0 \text{ и } g(\log_3 5y) = 0 \text{ имеют}$$

ровно один корень.

Заметим, что если $f(x_0) = 0$, то $-x_0$ - корень ур-я $g(t) = 0$:

$$2(-x_0)^5 + 16(-x_0) - 7 = -2x_0^5 - 16x_0 - 7 = -(\cancel{2x_0^5 + 16x_0 + 7}) \stackrel{f(x_0)=0}{=} 0, \quad \text{таким образом, } \log_3 x + \log_3 5y = 0 \Leftrightarrow \log_3(5xy) = 0 \Rightarrow 5xy = 1 \Rightarrow xy = \frac{1}{5}$$

Ответ: $\frac{1}{5}$



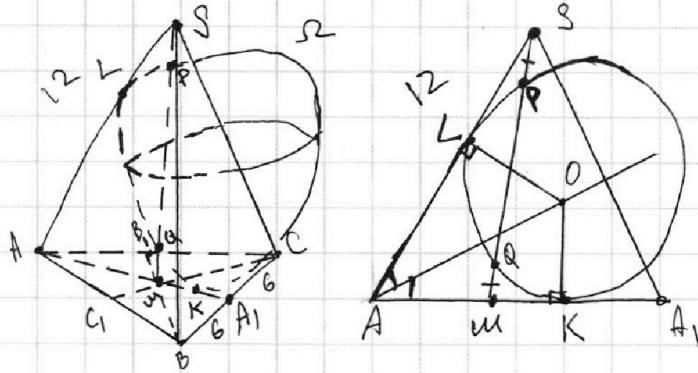
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Заметим, что у окр-ти
O центр лежит на биссектрисе
 $\angle SAK$, т.к. равноудалён от
 SA и SK .

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

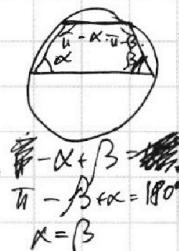
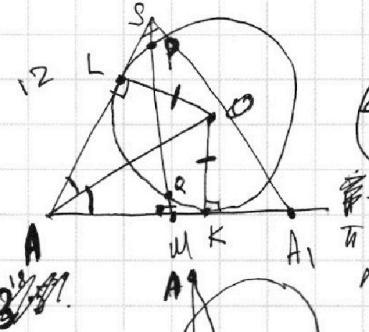
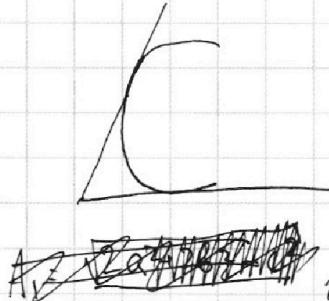
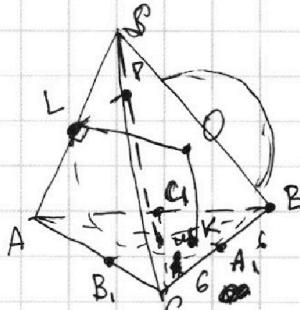
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$b^2 = m^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 - 2 \cdot \frac{a}{2} \cdot m \cos k$$

$$c^2 = m^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 + 2 \cdot \frac{a}{2} \cdot m \cos x.$$

$$b^2 + c^2 = 2m^2 + 2 \cdot \left(\frac{a}{2}\right)^2, b^2 + c^2 = 2m^2 + \frac{a^2}{2}, 2b^2 + 2c^2 = 4m^2 + a^2.$$

$$m = \sqrt{\frac{2b^2 + 2c^2 - a^2}{2}}$$

2.

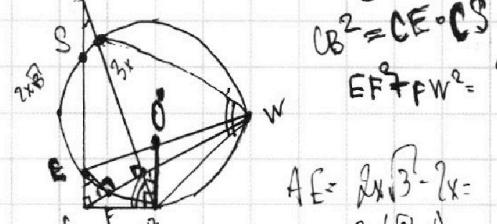
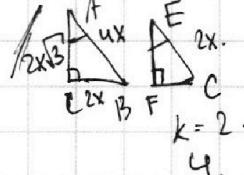
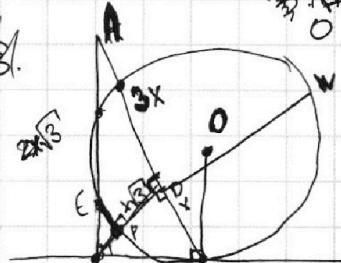
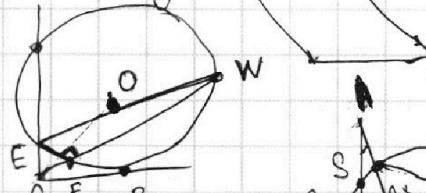
$$\sqrt{2b^2 + 2c^2 - a^2} (2a^2 + 2c^2 - b^2)(2b^2 + 2a^2 - c^2)$$

8.

~~$$4b^2 + 4c^2 - 2a^2 - 2b^2 + 2a^2 - c^2 + 4a^2 - 2b^2 - c^2 = 2a^2 + 4b^2 + 4c^2 - 2a^2 - 2b^2 - c^2 = 2a^2 + 2b^2 + 3c^2$$~~

$$3x_2 + y_2 = 33, \quad u_2 = \frac{1}{2}x_2 + \frac{1}{2}y_2.$$

$$3(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1).$$



$$CB^2 = CE \cdot CS.$$

$$EF^2 + PW^2 =$$

$$AE = 2\sqrt{3} - 2x = 2x(\beta - 1)$$

$$R(\beta - 1)$$

$$EF^2 + PW^2 =$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Черновик:

$$2t^5 + 16t^4 + 4 = 0 \Leftrightarrow 2.$$

$$t^5 + 8t^4 + \frac{4}{2} = 0.$$

~~18~~

$$\frac{-5\sqrt{11}}{11} \leq -\frac{a}{2}$$

$$\frac{5\sqrt{11}}{11} \geq \frac{a}{2}$$

$$a \leq \frac{10\sqrt{11}}{11}$$

$$+14+9=23$$

$$(\log_3^4 x + 6 \log_x 3) (\log_3^4 (5y) + 2 \log_{5y} 3)$$

$$(\log_3^4 (5y) + 2 \cdot \log_{5y} 3 = \frac{11}{2} \log_{5y} 3 - 8$$

$$\log_3^4 x + 6 \log_x 3 + \log_3^4 5y + 2 \log_{5y} 3 = \log_x^2 3^5 + \log_{5y}^2 3^5 + 16 \quad \frac{a}{2} > -\frac{5\sqrt{11}}{11}$$

$$\log_3^4 x - \log_3^4 5y = (\log_3^2 x - \log_3^2 5y) (\log_3^2 x + \log_3^2 5y) = \log$$

ab = KED. РОК.

$$2^{a_1+b_1+c_1} 3^{a_2+b_2+c_2} 5^{a_3+b_3+c_3}$$

$$\begin{cases} a_1+b_1+c_1 \geq 28-a \\ a+b+c \geq 28-b \end{cases}$$

$$\frac{a_1+b_1+c_1}{3} > \sqrt[3]{a_1 b_1 c_1} \quad a_1+b_1+c_1 > \sqrt[3]{a_1 b_1 c_1}$$

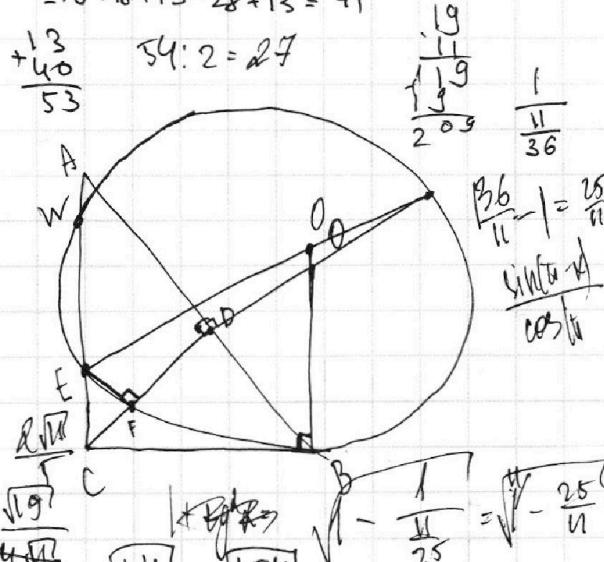
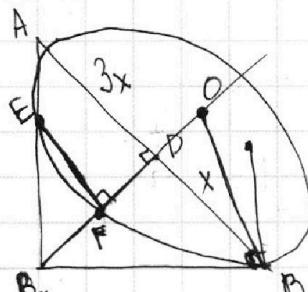
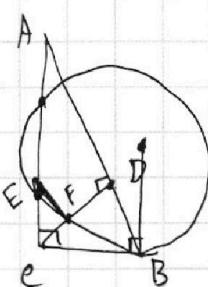
$$\begin{cases} a_1+b_1+c_1 \geq 28-a \\ a+b+c \geq 28-b \end{cases}$$

$$\frac{2+y-x+2-y+x+x-2+y}{2} = \frac{2-y+x}{2}$$

$$y - \frac{y+2-x}{2} = \frac{2y-y-2+x}{2} = \frac{y-2+x}{2}$$

$$\frac{2}{2} - \frac{y+2-x}{2} = \frac{2x-y-2+x}{2} = \frac{x+2-y}{2}$$

$$\frac{9+19+14}{2} = \frac{28+14}{2} = \frac{42}{2} = 21$$



$$\frac{2\sqrt{11}}{5} : 2.$$

$$\tan^2 \alpha = 1 - \frac{1}{\frac{144}{25}} = \sqrt{1 - \frac{25}{144}} = \sqrt{\frac{19}{144}} = \frac{\sqrt{19}}{\sqrt{144}} = \frac{\sqrt{19}}{12}$$

$$\sqrt{\frac{144-25}{25}} = \sqrt{\frac{119}{25}} = \frac{\sqrt{19}}{\sqrt{144}} = \frac{\sqrt{19}}{12}$$

$$\frac{25-144}{25-1} = \frac{147}{11} = \frac{\sqrt{154}}{11}$$

$$\sqrt{1 - \frac{1}{\frac{144}{25}}} = \sqrt{1 - \frac{25}{144}} =$$

L