



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



11 КЛАСС. Вариант 4

- [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^6 3^{13} 5^{11}$, bc делится на $2^{14} 3^{21} 5^{13}$, ac делится на $2^{16} 3^{25} 5^{28}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
- [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой AC в точке A , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке E , а катет BC – в точке F . Известно, что $AB \parallel EF$, $AB : BD = 1 : 4$. Найдите отношение площади треугольника ACD к площади треугольника CEF .
- [4 балла] Решите уравнение $10 \arccos(\sin x) = 9\pi - 2x$.
- [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} 5x + 6ay - b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 25)(x^2 + y^2 + 18y + 77) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

- [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_{11}^4 x - 6 \log_x 11 = \log_{x^3} \frac{1}{121} - 5, \quad \text{и} \quad \log_{11}^4(0.5y) + \log_{0.5y} 11 = \log_{0.125y^3} (11^{-13}) - 5.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

- [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-15; 90)$, $Q(2; 90)$ и $R(17; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $6x_2 - 6x_1 + y_2 - y_1 = 48$.
- [6 баллов] Дано треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 180, $SA = BC = 20$.
 - Найдите произведение длин медиан AA_1 , BB_1 и CC_1 .
 - Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 6$, а радиус сферы Ω равен 8.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$ab : 2^6 \cdot 3^{13} \cdot 5^{11}$$

$$bc : 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{13} \Rightarrow ab \cdot bc \cdot ac = (abc)^2 ; 2^{36} \cdot 3^{59} \cdot 5^{52}$$

$$ac : 2^{16} \cdot 3^{25} \cdot 5^{28}$$

При этом в разложении квадрата числах все простые множители должны быть в чётной степени (кроме 1, но $abc \neq 1$) $\Rightarrow (abc)^2 : 3^{60} \Rightarrow (abc)^2 : 2^{36} \cdot 3^{60} \cdot 5^{52} \Rightarrow$
 $\Rightarrow abc : 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{26}$, при этом $ac : 5^{28} ; abc = ac \cdot b$
значит $abc : 5^{28} \Rightarrow abc : 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28} \Rightarrow abc >$
 $> 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28}$

Также gilt $abc = 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28}$

$$a = 2^9 \cdot 3^8 \cdot 5^{14}$$

$$b = 2^2 \cdot 3^5 \cdot 1 \Rightarrow abc = 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28}$$

$$c = 2^{12} \cdot 3^{17} \cdot 5^{14}$$

$$ab = 2^6 \cdot 3^{13} \cdot 5^{11} : 2^6 \cdot 3^{13} \cdot 5^{11}$$

$$bc = 2^{14} \cdot 3^{22} \cdot 5^{14} : 2^{18} \cdot 3^{21} \cdot 5^{13} \Rightarrow$$
 такие a, b, c подходит

$$ac = 2^{16} \cdot 3^{25} \cdot 5^{28} : 2^{16} \cdot 3^{25} \cdot 5^{28}$$

такой случай есть

$$\text{Ответ: } 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$10 \arccos(\sin x) = 9\pi - 2x$$

$$5\pi - 10 \arcsin(\sin x) = 9\pi - 2x$$

~~$$10 \arcsin(\sin x) = 2x - 4\pi$$~~

$$10 \arcsin(\sin x) \in [-5\pi; 5\pi] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -5\pi \leq 2x - 4\pi \leq 5\pi$$

$$-\pi \leq 2x \leq 9\pi$$

$$-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{9\pi}{2}$$

$$I - \frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2} \Rightarrow \arcsin(\sin x) = x$$

$$10x = 2x - 4\pi$$

$$8x = -4\pi$$

$$x = -\frac{\pi}{2} - \text{нуждунг}$$

$$II \quad \frac{\pi}{2} < x \leq \frac{3\pi}{2} \Rightarrow \arcsin(\sin x) = \pi - x$$

$$10\pi - 10x = 2x - 4\pi$$

$$12x = 14\pi$$

$$x = \frac{7\pi}{6} - \text{нуждунг}$$

$$III \quad \frac{3\pi}{2} < x \leq \frac{5\pi}{2} \Rightarrow \arcsin(\sin x) = x - 2\pi$$

$$10x - 20\pi = 2x - 4\pi$$

$$8x = 16\pi$$

$$x = 2\pi - \text{нуждунг}$$

1

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{IV } \frac{5\pi}{2} < x \leq \frac{7\pi}{2} \Rightarrow \arcsin(\sin x) = 3\pi - x$$

$$30\pi - 10x = 2x - 9\pi$$

$$12x = 39\pi$$

$$x = \frac{13\pi}{6} - \text{подходит}$$

$$\text{V } \frac{4\pi}{2} < x \leq \frac{9\pi}{2} \Rightarrow \arcsin(\sin x) = x - 4\pi$$

$$10x - 40\pi = 2x - 4\pi$$

$$8x = 36\pi$$

$$x = \frac{9\pi}{2} - \text{подходит.}$$

Ответ: $-\frac{\pi}{2}; \frac{4\pi}{6}; 2\pi; \frac{14\pi}{6}, \frac{9\pi}{2}$.

2

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

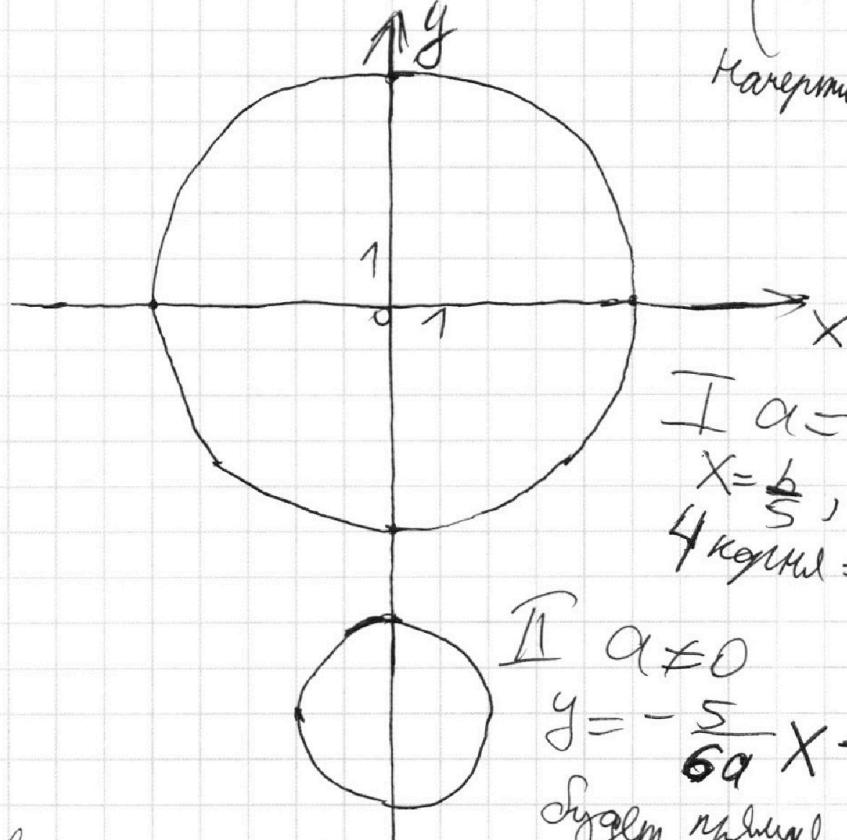
- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} 5x + 6ay - b = 0 \\ (x^2 + y^2 - 25)(x^2 + y^2 + 18y + 74) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6ay = b - 5x \\ x^2 + y^2 = 25 \\ x^2 + (y+9)^2 = 4 \end{cases}$$



Начертаны узарки сокрушили.

I $a=0$

$x = \frac{b}{5}$, при $b=0$ будем
4 корни $\Rightarrow a=0$ подходит

II $a \neq 0$

$$y = -\frac{5}{6a}x + \frac{b}{6a}$$

будет прямая, у которой ортогональный узарок касается окружности, но она имеет свободную константу b , так как $\frac{b}{6a}$ имеет прямолинейное значение при фиксированном $a \neq 0$.

Заданы уравнения двух внутренних касательных к данной окружности:

y_1 есть ли заданное уравнение $y = kx + c$ 1

При подстановке в это уравнение окружности

На одной странице можно оформлять **только** одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Анализируя члены рациональных выражений.

$$x^2 + (kx + g)^2 = 25$$

~~$x^2 + kx + g$~~ мы знаем только, что $k \neq 0 \Rightarrow x = \frac{y}{k} - \frac{g}{k}$

$$\frac{(y-g)^2}{k^2} + g^2 = 25 \quad \left(\frac{1}{k^2} + 1\right)y^2 - \frac{2g}{k^2}y + \frac{g^2}{k^2} - 25 = 0$$

$$\frac{(y-g)^2}{k^2} + (y+g)^2 = 4 \quad \left(\frac{1}{k^2} + 1\right)y^2 + \left(18 - \frac{2g}{k^2}\right)y + \frac{g^2}{k^2} + 4 = 0$$

У обоих уравнений дискриминант должен быть равен

0. У первого дискриминант Δ_1 , у второго Δ_2 .

$$\Delta_1 = \frac{C^2}{K^4} - \left(\frac{C^2}{K^2} - 25\right)\left(\frac{1}{K^2} + 1\right) = \frac{C^2}{K^4} - \frac{C^2}{K^4} + \frac{25}{K^2} - \frac{C^2}{K^2} + 25 = \frac{25 - C^2}{K^2} + 25 = 0$$

$$\Delta_2 = \left(g - \frac{C}{K^2}\right)^2 - \left(\frac{C^2}{K^2} + 4\right)\left(\frac{1}{K^2} + 1\right) = 81 - \frac{18C}{K^2} + \frac{C^2}{K^4} - \frac{C^2}{K^4} - \frac{C^2}{K^2} - \frac{4}{K^2} - 4 = 4 - \frac{C^2 + 18C + 44}{K^2} = 0$$

$$\frac{25 - C^2}{K^2} + 25 = 0$$

$$4 - \frac{C^2 + 18C + 44}{K^2} = 0 \quad \text{и.к. } K \neq 0$$

$$C^2 - 25 = 25K^2 \quad (1)$$

подставим (1) в (2)

$$9K^2 = C^2 + 18C + 44 \quad (2)$$

$$\frac{4}{25}(C^2 - 25) = \sqrt{2}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$= C^2 + 18C + 81$$

$$\frac{21}{25}C^2 + 18C + 81 = 0$$

$$\frac{C^2}{\frac{21}{25}} = 81 - \frac{81 \cdot 21}{25} = 81 \cdot \frac{4}{25}$$

$$C = \frac{-9 \pm \sqrt{9 \cdot \frac{21}{25}}}{(\frac{21}{25})} = 9 \cdot \frac{-25 \pm 10}{21} = \frac{-15 \cdot 9}{21}; -\frac{35 \cdot 9}{21} =$$

$$= -\frac{45}{7}; -\frac{105}{7}$$

План: как окружности симметричны относительно оси Oy , то внешние кас-ные пересекаются на Oy . Внешние кас-ные пересекают Oy выше центров ок-он, т.е.
внешние кас-ные между окружностями \Rightarrow свободной
расп. 2 управляемых координат y внешних балок \Rightarrow

$$\Rightarrow \text{дискриминант } C = -\frac{45}{7}$$

$$25k^2 = C^2 - 25 = \frac{45^2}{49} - 25 = 25 \cdot \left(\frac{9^2}{49} - 1\right) = 25 \cdot \frac{80}{49} = \frac{2000}{49} \Rightarrow k^2 = \frac{80}{49} \Rightarrow k = \frac{4\sqrt{5}}{7}$$

Если $|k| < \frac{4\sqrt{5}}{7}$, то если y будем вертикально $\sqrt{3}$

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

движение узла α , то сначала же будем коротко, потому будем α касаться с верхней окружностью, а потом отдать α , прийти к длине α при которой никогда не будет одних точек пересечения с самой окружностью, так как тогда уж узлового козырька не будет. Вступление касается.

Если $|\alpha| = \frac{4\sqrt{5}}{49}$ будем аналогично, только в α начнёт будем иметь одные точки с окружностью, ~~затем~~ ~~коротко~~ касания. Но их в этом случае будем только то α с касанием окружности \Rightarrow никогда не будем иметь две две точки пересечения.

Если есть $|\alpha| > \frac{4\sqrt{5}}{49}$, то начнём α , при котором будем α козырька. Для этого достаточно представить α в виде $\alpha = \text{один пересеч. вступр. кас-коз} + \text{остаток}$. Так как козырька больше, чем у кас-коз, то превыше будем иметь круги \Rightarrow будем α касаться окружности в тех случаях, когда окружность в α козырька

Ответ: $(-\infty; -\frac{4\sqrt{5}}{49}) \cup (0; \frac{4\sqrt{5}}{49}) \cup (\frac{4\sqrt{5}}{49}; +\infty)$.

14



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

Баккар $98:6$, $x_2 - x_1$ - число, $\text{н} \circ (y_2 - y_1) : 6$

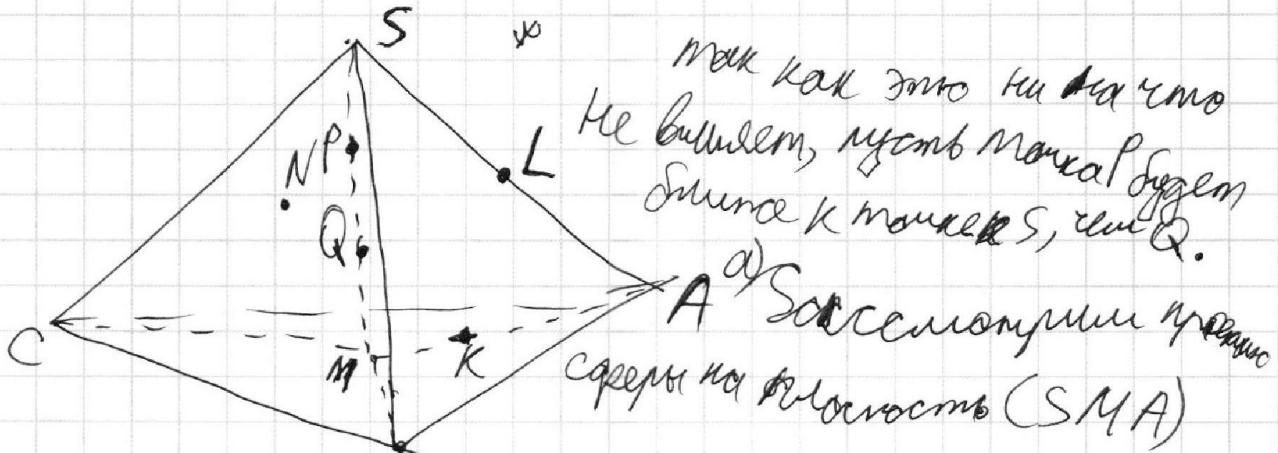
$(y_2 - y_1) \in [0; 90]$

$y_2 - y_1 = 0$

$x_2 - x_1 = 8$

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



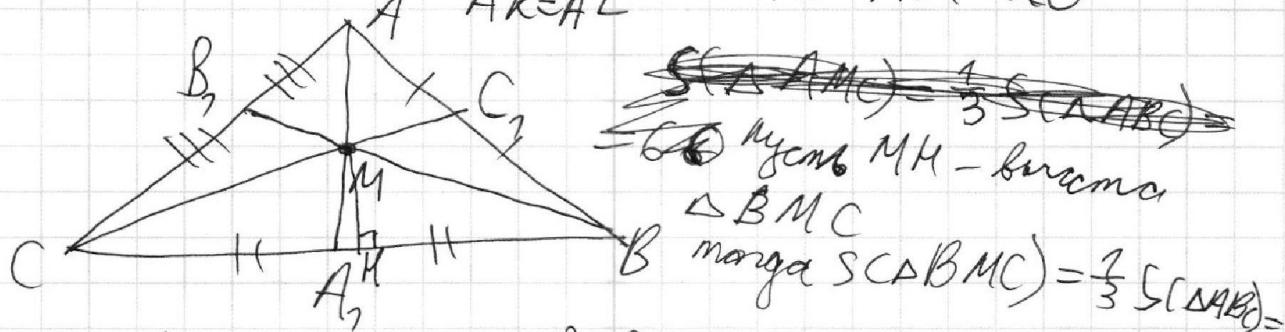
Эта утолщённая окружность — какая-то эллипс
AS в точке L, чистой AM в точке K и перес.

SM в точках P и Q. AL = AK (как отрезки
касательных). Как квадраты отрезков как-то:

$$MK^2 = MQ \cdot MP = MQ (PQ + QM)$$

$$SL^2 = SP \cdot SQ = SP \cdot (SP + PQ)$$

$$\text{но } MK^2 = SL^2 \Rightarrow MK = SL \Rightarrow AS = AM = 20$$



$$60 = \frac{1}{2} \cdot MH \cdot BC \Rightarrow MH = \frac{2 \cdot 60}{20} = 6^\circ \quad MA_1 = \frac{AH}{2} = 10 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow AH = 8, \text{ чисто } 600 \text{ замина } H \text{ лежит к } B, \text{ чисто } \boxed{1}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\angle ONF = \angle OKF = 90^\circ (\text{н.к.касание})$$

$$ON = OK = 8 \text{ (радиусы).}$$

$$SN = SL \text{ (как отрезки кас-ной)}$$

$$6 \Rightarrow AL = AS - SL = 20 - 6 = 14 \text{ (средн)}$$

$$\Rightarrow \frac{KA_1}{AA_1} = \frac{8}{15} \Rightarrow \frac{S(K; BC)}{S(A; BC)} = \frac{8}{15}$$

$$S(\triangle ABC) = \frac{1}{2} \cdot S(A; BC) \cdot BC \Rightarrow S(A; BC) = \frac{2 \cdot 180}{20} = 18 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow S(K; BC) = \frac{8}{15} \cdot S(A; BC) = \frac{8 \cdot 18}{15} = \frac{96}{5} = FK$$

$$\triangle ONF \sim \triangle OKF (\text{по Касательно-внешнему}) \Rightarrow \angle NFO = \angle KFO$$

$$\tan \angle KFO = \frac{OK}{FK} = \frac{8 \cdot 5}{48} = \frac{5}{6} \Rightarrow \tan \angle NFK = \tan(2 \angle KFO) =$$

$$= \frac{2 \cdot \frac{5}{6}}{1 - \left(\frac{5}{6}\right)^2} = \frac{\frac{10}{6}}{3\left(1 - \frac{25}{36}\right)} = \frac{\frac{10}{6}}{3 \cdot \frac{11}{36}} = \frac{60}{11} \Rightarrow \angle KFO = \arctan \frac{60}{11}$$

Ответ: $\arctan \frac{60}{11}$.

3



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{норма } MB=2, CH=18$$

сторона $AB=6$

$$\text{по теореме Пифагора в } \triangle MHB: MB^2 = MH^2 + HB^2 = 6^2 + 2^2 = 40 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow MB = 2\sqrt{10}$$

$$\text{б) } \triangle CMH; CM^2 = CH^2 + MH^2 = 18^2 + 6^2 = 10 \cdot 6^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow CM = 6\sqrt{10}$$

$$\text{на сб-ке чекмарнило: } AA_1 = \frac{3}{2} AM; BB_1 = \frac{3}{2} BM; CC_1 = \frac{3}{2} CM$$

$$AA_1 = \frac{3}{2} \cdot 20 = 30; BB_1 = \frac{3}{2} \cdot 2\sqrt{10} = 3\sqrt{10}; CC_1 = \frac{3}{2} \cdot 6\sqrt{10} = 9\sqrt{10}$$

$$AA_1 \cdot BB_1 \cdot CC_1 = 9\sqrt{10} \cdot 30 \cdot 3\sqrt{10} = 8100$$

Объем: 8100.

5) Будет O -центр сферы. Попробуем рассмотреть

расстояние (OKN) . $OK \perp (ABC) \Rightarrow OK \perp BC$

н.к. касание

$ON \perp (SBC) \Rightarrow ON \perp BC$

$\left.\right\}$

$\Rightarrow (OKN) \perp BC$ (из ур-ки). Угол $(OKN) \wedge \wedge BC = F$

норма $KF \perp BC$, $NF \perp BC \Rightarrow \angle SBC = \angle (OKN) \wedge BC$



нормы углов двугранного угла.

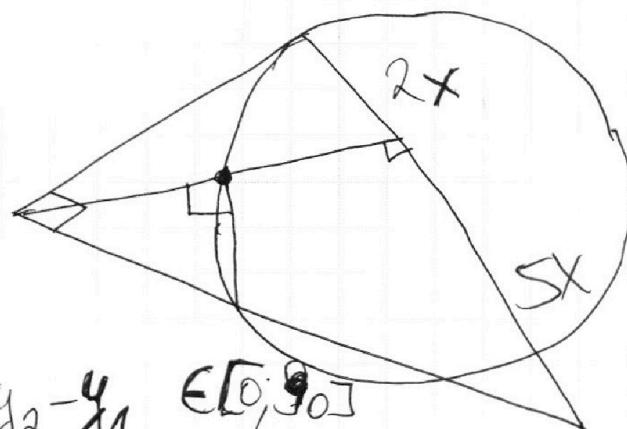
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



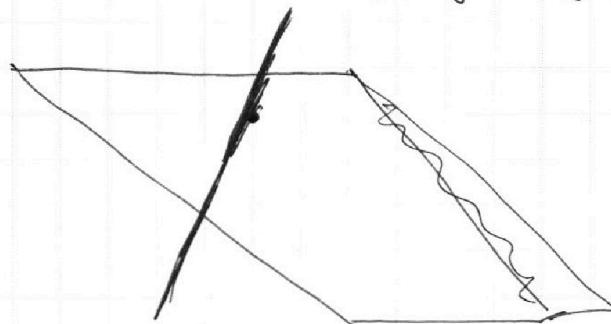
$$y_2 - y_1 \in [0, 90]$$

as 16 var.

$$Ty_2 - y_1 = 0$$

$$x_2 - x_1 = 18$$

$$6x_2 + y_2 = 48 + 6x_1 + y_1$$





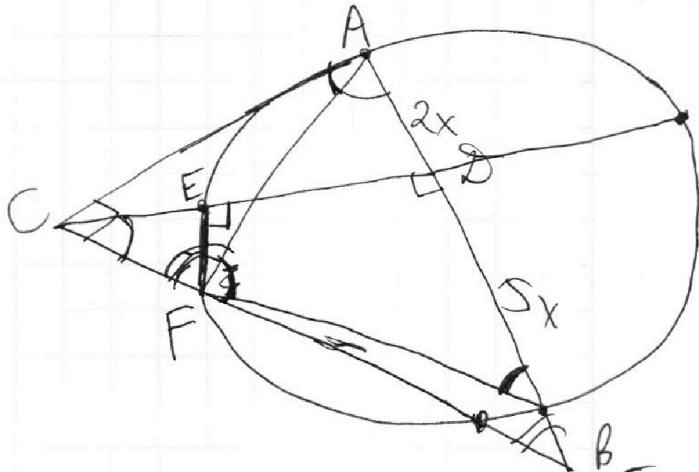
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$CD = \sqrt{10}x$$

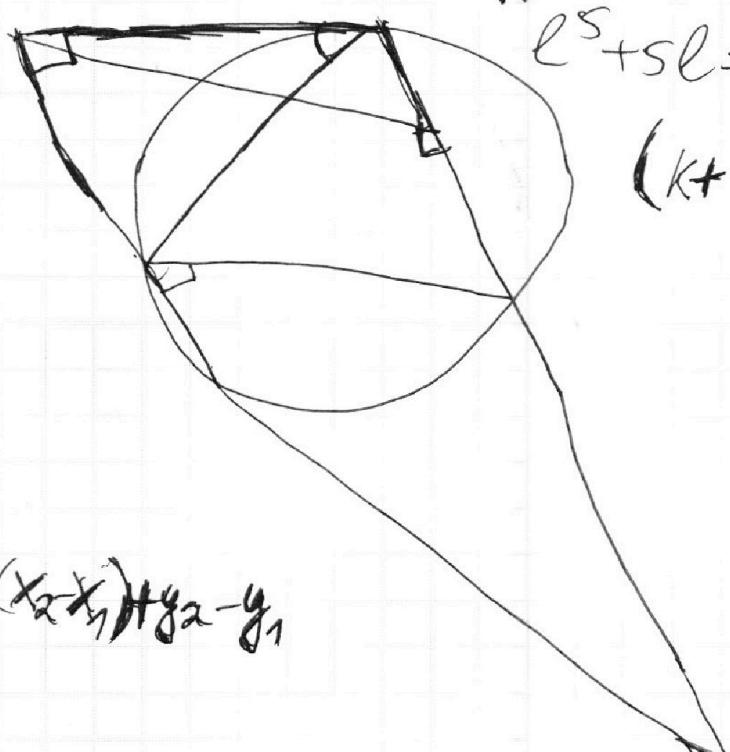
$$AC = \sqrt{14}x$$

$$a(a+b) = 14x^2$$

$$k^5 + 5k^4 - \frac{20}{3}$$

$$l^5 + 5l^4 - \frac{16}{3}$$

$$(k+l)(k^4 - lk^3$$



$$6(x_2x_3) + 8x_2 - y_1$$

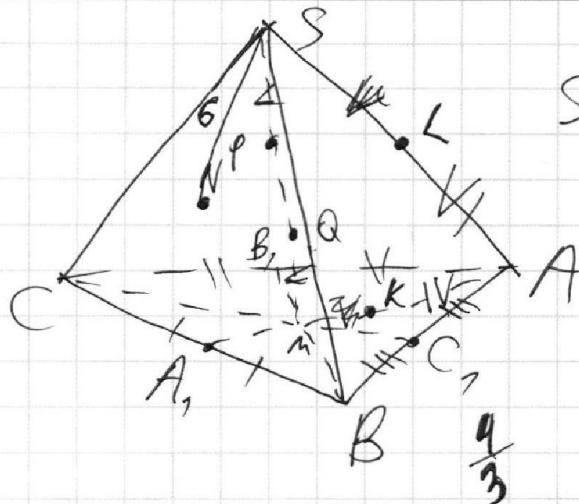


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



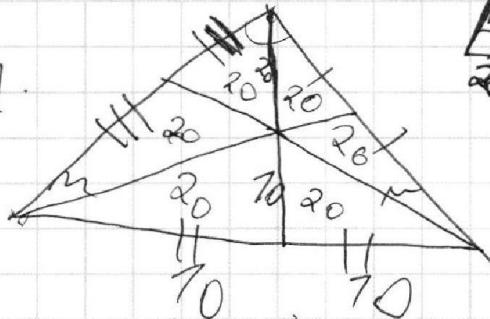
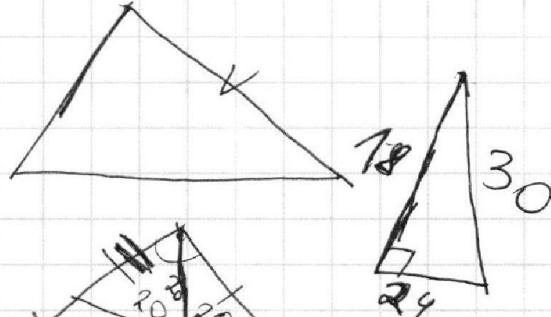
$$\text{S}(\text{AABCB}) = 180$$
$$\text{SA} = \text{BC} = 20$$

$$AS = AM = BC$$

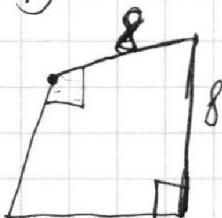
$$K + 5K = \frac{20}{3} - 60 \text{ gr.}$$

$$l^3 + 5l = -\frac{16}{3} - \text{безр.}$$

$$R^S + \ell^S + k + \ell = \frac{q}{3}$$



$$\frac{1}{2}(ab\sin\alpha + bc\sin\beta + ca\sin\gamma)$$



$$0, S_{\text{eff}} = 0$$

$$\log_{\frac{1}{11}}^4 x - 6 \log_x 11 = \log_x \frac{1}{11} - 5$$

$$\log_{11} (0,5y) + \log_{0,5y} 11 = \log_{0,5y} 11 - \frac{13}{3} - 5$$

$$\log_{10} x = k$$

$$K^4 - \frac{6}{K} = \frac{2}{3}K - 5$$

$$\log_{10} 0,5y = l \quad l^4 + l = -\frac{13}{3l} - 5$$

$$K + \ell = \log_{10} 0,5 X_8$$

$$t = \log_{1/2} f$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$ab: 2^6 \cdot 3^{13} \cdot 5^{11}$$

$$BC = \sqrt{37}x$$

$$bc: 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{13}$$

$$a(a+b) = \sqrt{11}x$$

$$ac: 2^{16} \cdot 3^{25} \cdot 5^{28}$$

$$\sqrt{67}x$$

$$2^{16} \cdot 5$$

$$(a \cdot b \cdot c)^2: 2^{36} \cdot 3^{59} \cdot 5^{42}$$

$$2^{60}$$

$$a = 2^4 \cdot 3^8 \cdot 5^{14}$$

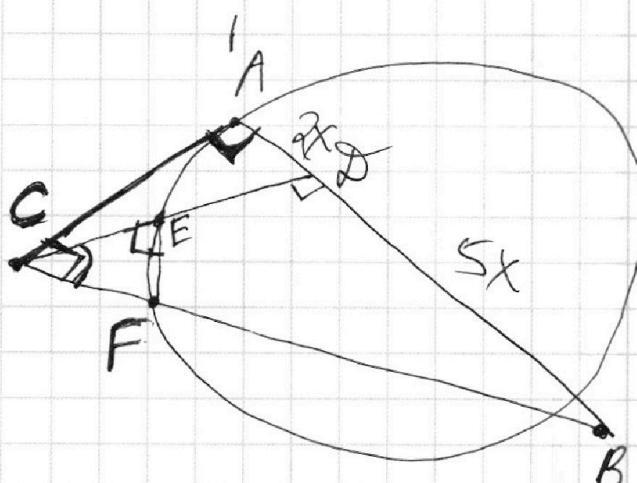
$$2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{21}$$

$$b = 2^2 \cdot 3^5 \cdot 5^0$$

$$2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28}$$

$$c = 2^{12} \cdot 3^{17} \cdot 5^{14}$$

$$2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28}$$



$$\frac{AB}{BC} = \frac{7}{5}$$

на оси $[-5\pi, 5\pi]$

$$-5\pi \leq 2x - 4\pi \leq 5\pi$$

$$-\pi \leq 2x \leq 9\pi$$

$$-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{9\pi}{2}$$

$$10\arccos(\sin x) = 9\pi - 2x$$

$$5\pi - 10\arcsin(\sin x) = 9\pi - 2x$$

$$\frac{CF}{AC} \quad \frac{AC}{CF}$$

$$x^2 + y^2 = 25$$

$$x^2 + (y+9)^2 = 4$$

$$y = -\frac{5}{6}x + \frac{6}{6}$$

$$\frac{AC}{AC} = \frac{CF \cdot CL}{AC}$$

$$\frac{AC}{CF} = \frac{CL}{AC}$$

$$CG = \sqrt{10}x$$

$$\sqrt{37}x = BC$$

$$AC = \sqrt{11}x$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!