



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



11 КЛАСС. Вариант 4

- 1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^6 3^{13} 5^{11}$, bc делится на $2^{14} 3^{21} 5^{13}$, ac делится на $2^{16} 3^{25} 5^{28}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
- 2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой AC в точке A , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке E , а катет BC – в точке F . Известно, что $AB \parallel EF$, $AB : BD = 1,4$. Найдите отношение площади треугольника ACD к площади треугольника CEF .
- 3. [4 балла] Решите уравнение $10 \arccos(\sin x) = 9\pi - 2x$.
- 4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} 5x + 6ay - b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 25)(x^2 + y^2 + 18y + 77) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

- 5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_{11}^4 x - 6 \log_x 11 = \log_{x^3} \frac{1}{121} - 5, \quad \text{и} \quad \log_{11}^4(0,5y) + \log_{0,5y} 11 = \log_{0,125y^3} (11^{-13}) - 5.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

- 6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-15;90)$, $Q(2;90)$ и $R(17;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $6x_2 - 6x_1 + y_2 - y_1 = 48$.
- 7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 180, $SA = BC = 20$.
 - Найдите произведение длин медиан AA_1 , BB_1 и CC_1 .
 - Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 6$, а радиус сферы Ω равен 8.

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Обозначим количество двоек в a, b и c как a_2, b_2 и c_2 .

тогда $a_2 + b_2 \geq 16$, так как $ab : 2^6$.

Аналогично: $b_2 + c_2 \geq 14$ и $c_2 + a_2 \geq 16$

$$\begin{cases} a_2 + b_2 \geq 16 & 2a_2 + 2b_2 + 2c_2 \geq 36 \\ b_2 + c_2 \geq 14 & a_2 + b_2 + c_2 \geq 18 \\ c_2 + a_2 \geq 16 & \text{(} a_2 + b_2 + c_2 = 18 \text{ при } a_2 = 4, b_2 = 2, c_2 = 12 \text{)} \end{cases}$$

аналогично 3 группе обозначим a_3, b_3 и c_3 .

тогда:

$$\begin{cases} a_3 + b_3 \geq 13 & 2a_3 + 2b_3 + 2c_3 \geq 59 \\ b_3 + c_3 \geq 21 & a_3 + b_3 + c_3 \geq 29,5 - a_3, b_3, c_3 - члены суммы \\ c_3 + a_3 \geq 25 & \text{значит их сумма не может равняться} \\ & \text{не членам суммы, а значит } a_3 + b_3 + c_3 \geq 30. \end{cases}$$

это возможно при $a_3 = 9, b_3 = 5, c_3 = 16$.

как-то пятерка обозначим a_5, b_5 и c_5 .

$a_5 + c_5 \geq 28 \Rightarrow a_5 + c_5 + b_5 \geq 28$ Это возможно

при $a_5 = 14, c_5 = 14, b_5 = 0$.

Итог: $a_2 + b_2 + c_2 \geq 18 \Rightarrow abc : 2^{18}$

$a_3 + b_3 + c_3 \geq 30 \Rightarrow abc : 3^{30}$

$a_5 + b_5 + c_5 \geq 28 \Rightarrow abc : 5^{28}$

Наименьшее значение $abc = \underbrace{2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28}}_{\text{ответ.}}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

7

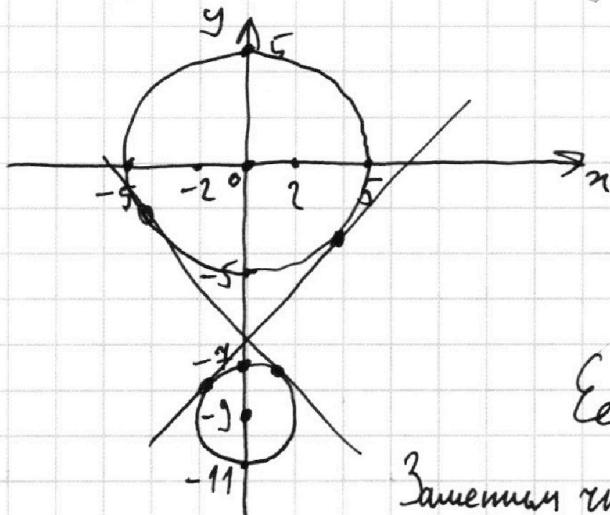
МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N 4

$$\text{Нарисуем } (x^2 + y^2 - 25)(x^2 + (y+g)^2 - 4) = 0$$



Заметим что $5x + 6ay - b = 0$

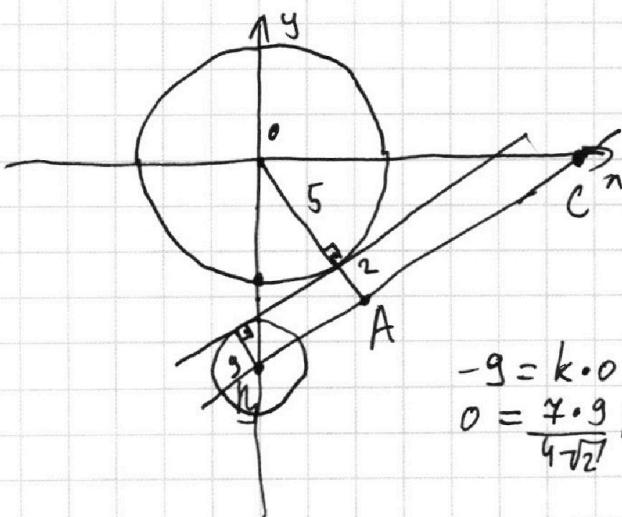
это прямая.

$$y = \frac{b}{5} - \frac{6a}{5}x$$

Ее учиты уравнение $-\frac{6a}{5}$.

Заметим что если ее учиты меньше

чем у касательной к обеим окружностям (как на рисунке)
то всегда можно найти ~~меньшее~~ значение ~~которое~~
будет пересекать обе окружности а засечки будут
короткие. Если учиты больше, ~~меньше~~ более 2 ~~пересечений~~
бывать не может.



$$AB = \sqrt{g^2 - y^2} = 4\sqrt{2}$$

~~$$OK = OA + OB$$~~

$$OC = \frac{OA \cdot OB}{AB} = \frac{4 \cdot g}{4\sqrt{2}}$$

$$-g = k \cdot 0 + b \\ 0 = \frac{g \cdot g}{4\sqrt{2}} k + b$$

$$k = \frac{-g \cdot 4\sqrt{2}}{g \cdot g} = \frac{4\sqrt{2}}{g}$$

Ответ: $\frac{4\sqrt{2}}{g}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N 5

$$\log_{11}^4 n - 6 \log_{n} 11 = \log_{n^3} 11^{-2} - 5$$

$$\log_{11}^4 n = 6 \log_n 11 - \frac{2}{3} \log_n 11 - 5$$

$$\log_{11}^4 n = 5 \frac{1}{3} \frac{1}{\log_{11} n} - 5$$

Обозначим $a = \log_{11} n$

$$a^4 = 5 \frac{1}{3} \frac{1}{a} - 5$$

$$a^5 + 5a = 5 \frac{1}{3}$$

$$\log_{11}^4 (0,5y) + \log_{0,5y} 11 = \log_{(0,5y)^3} (11^{-13}) - 5$$

$$\log_{11}^4 (0,5y) = \left(-\frac{13}{3} - 1\right) \frac{1}{\log_{11} (0,5y)} - 5$$

$$\log_{11}^5 (0,5y) = -\frac{16}{3} - 5 \log_{11} (0,5y)$$

Обозначим $b = \log_{11} (0,5y)$

$$b^5 + 5b = -5 \frac{1}{3}$$

Заменим что функция x^5 возрастающая и 5-я тоже
возрастающая, значит $x^5 + 5$ и возрастающая,
значит a и b имеют единственный корень.

$$\begin{aligned} a^5 + 5a &= 5 \frac{1}{3} \\ (-a)^5 + 5(-a) &= -5 \frac{1}{3} \\ b &= -a \end{aligned}$$

$$\log_{11} n = -\log_{11} (0,5y)$$

$$n = \frac{1}{0,5y}$$

$$0,5ny = 1$$

$$ny = 2$$

Ответ: 2.



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N6

Помогите папаше привезти ограничим параллелограммы.

Правое прямое (точки Q и R) \parallel Q: ~~90~~ $90 = k \cdot 2 + b$

$$R: 0 = k \cdot 17 + b$$

$$\begin{cases} 90 = 2k + b \\ 0 = 17k + b \end{cases} -90 = 15k$$

$$\begin{cases} 0 = 17k + b \\ k = -6 \end{cases}, b = 102$$

Правое прямое: $y = -6n + 102$

левое прямое (точки O и P) O: $0 = k \cdot 0 + b$

$$P: 90 = -15k + b$$

$$\begin{cases} b = 0 \\ 90 = -15k + b \end{cases} \begin{matrix} k = -6 \\ b = 0 \end{matrix}$$

левое прямое: $y = -6n$

Верхнее и нижнее прямые $y = 90$ и $y = 0$.

Разделим весь параллелограмм на прямые $\frac{no}{18}$ $b \neq y = m$

получим ~~18~~ ¹⁹ прямых в каждой из которых 16 точек с целыми координатами

Получим 18 прямых в каждой из которых 16 точек и еще 75 прямых в каждой из которых 15 точек с целыми координатами.

Продолжение \rightarrow



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

(продолжение)

Заметим что если мы берём две точки лежащие
на одной прямой ($6n + g = m$), то $6n_1 + g_1 = 6n_2 + g_2$.

Если точка В лежит на прямой $6n + g = 102$, то точка
A должна лежать на прямой $6n + g = 54$.

Если точка В лежит на прямой $6n + g = m$, то точка
A должна лежать на прямой $6n + g = k$, $m - k = 48$.

Получаем сначала прямые на которых 16 точек.

Точка В может лежать на 10 из них. Всего пар точек
множд.: $16 \cdot 16 \cdot 10$.

Последние две прямые на которых 15 точек.

Точка В может лежать на $102 - 48 + 1 - 10 = 45$ прямых
Всего пар точек множд.: $15 \cdot 15 \cdot 45$

Всего пар A и B множд.: $16 \cdot 16 \cdot 10 + 15 \cdot 15 \cdot 45 =$
 $= 2^3 \cdot 5 + 3^4 \cdot 5^3 = 2560 + 10125 = 12685$.

Ответ: 12685.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$ab : 2^6 \cdot 3^{13} \cdot 5^{11}$$

$$a+b = 13$$

$$a+b = 11$$

$$bc : 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{13}$$

$$b+c = 21$$

$$b+c = 13$$

$$ac : 2^{16} \cdot 3^{25} \cdot 5^{28}$$

$$a+c = 25$$

$$a+c = 28$$

$$a+b = 6$$

3

$$a-b = 4$$

$$c-a = 2$$

$$b+c = 14$$

7

$$2a = 17$$

$$2c = 30$$

$$a+c = 16$$

8

$$2a+2b+c = 46+13$$

$$\begin{array}{r} c=15 \\ +\frac{24}{28} \\ \hline 52 \end{array}$$

$$= 59$$

$$30$$

$$\cancel{a=18} \quad 9$$

$$a=9$$

$$c=16$$

$$b=5$$

$$\cancel{c=12}$$

$$n = \frac{b-6ay}{5}$$

$$n = \frac{b-6ay}{5}$$

$$6ay = b-5n$$

$$y = \frac{b-5n}{6a}$$

$$y = \frac{b}{6a} - \frac{5}{6a}n$$

$$0 \leq 6n+y \leq 102$$

$$n = \frac{b-6ay}{5}$$

$$6ay = b-5n$$

$$y = \frac{b-5n}{6a}$$

$$y = \frac{b}{6a} - \frac{5}{6a}n$$

$$0 \leq 6n+y \leq 102$$

$$\frac{102}{6} \mid \frac{6}{42} \mid 17$$

16

$$\begin{array}{r} a^5 + \cancel{a^4} + 0a^3 + \cancel{a^2} + 5a + 5 \frac{1}{3} \\ \hline a^5 + 9a^3 \\ \hline -9a^3 + 0a \\ \hline -9a^3 - 9^2 a \\ \hline (9^2 5) a + 5 \frac{1}{3} \end{array}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

7

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} & \frac{900a^2 - b^2 + 625 = 0}{\cancel{100}} \quad \begin{array}{r} 52 \\ \times 58 \\ \hline 104 \\ 260 \\ \hline 2704 \end{array} \quad \begin{array}{r} 140 \\ 14 \\ + 154 \\ \hline 154 \\ 508 \\ \hline 324 \\ - 308 \\ \hline 16 \end{array} \quad \begin{array}{r} 18 \\ 18 \\ \times 500 \\ 500 \\ \hline 250000 \\ 255 \\ \hline 255 \\ - 255 \\ \hline 0 \end{array} \\ & 25(4 - (y+g)^2) = b^2 + 36a^2y^2 - 12aby \quad \begin{array}{r} 36a^2y^2 - 12aby + b^2 = 1000000 - 25y^2 - 25 \cdot 18y \\ - 44 \cdot 25 \end{array} \\ & (36a^2 + 25)y^2 - (12ab - 25 \cdot 18)y + b^2 + 77 \cdot 25 = 0 \\ & (12ab - 25 \cdot 18)^2 - 4(36a^2 + 25)(b^2 + 77 \cdot 25) = \\ & = 144a^2b^2 + 25^2 \cdot 18^2 - 50 \cdot 12 \cdot 18ab - 4(36a^2b^2 + 36a^2 \cdot 77 \cdot 25 + 25b^2 + 625 \cdot 77) = 25^2 \cdot 18^2 - 50 \cdot 12 \cdot 18ab \\ & - 144 \cdot 77 \cdot 25a^2 - 100b^2 - 4 \cdot 625 \cdot 44 = \\ & = 625 \cdot 18^2 - 625 \cdot 308 - 144 \cdot 77 \cdot 25a^2 - 50 \cdot 12 \cdot 18ab \\ & - 100b^2 = 625 \cdot 16 - 7 \cdot 11 \cdot 5^2 \cdot 3^2 \cdot 2^4 a^2 - 5^2 \cdot 2^4 \cdot 3^3 ab \\ & - 5^2 \cdot 2^2 b^2 = 10000 - 7 \cdot 11 \cdot 3^2 \cdot 2^2 a^2 - 2^2 \cdot 3^2 ab - b^2 = \\ & = 100 - 74 \cdot 36a^2 - 36ab - b^2 \quad \begin{array}{r} 4 \\ \times 36 \\ \hline 252 \\ 252 \\ \hline 24 \\ - 24 \\ \hline 0 \end{array} \\ & \left\{ \begin{array}{l} 77 \cdot 36a^2 + 36ab + b^2 - 100 = 0 \\ 900a^2 - b^2 + 625 = 0 \end{array} \right. \quad \begin{array}{r} 2772 \\ 2772 \\ \hline 2772 \\ - 2772 \\ \hline 0 \end{array} \\ & b = \pm \sqrt{900a^2 + 625} \quad b^2 + 2 \cdot 18a \cdot b + 324a^2 + 2448a^2 - 100 = 0 \\ & b = \frac{-36a \pm \sqrt{36a^2 + 4 \cdot 100 \cdot 2772a^2}}{2} = -18a \pm \sqrt{324a^2 + 100 \cdot 2772a^2} = \\ & = -18a \pm \sqrt{2772524a^2} \quad 900a^2 + 625 = 324a^2 + 277524a^2 + \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

7

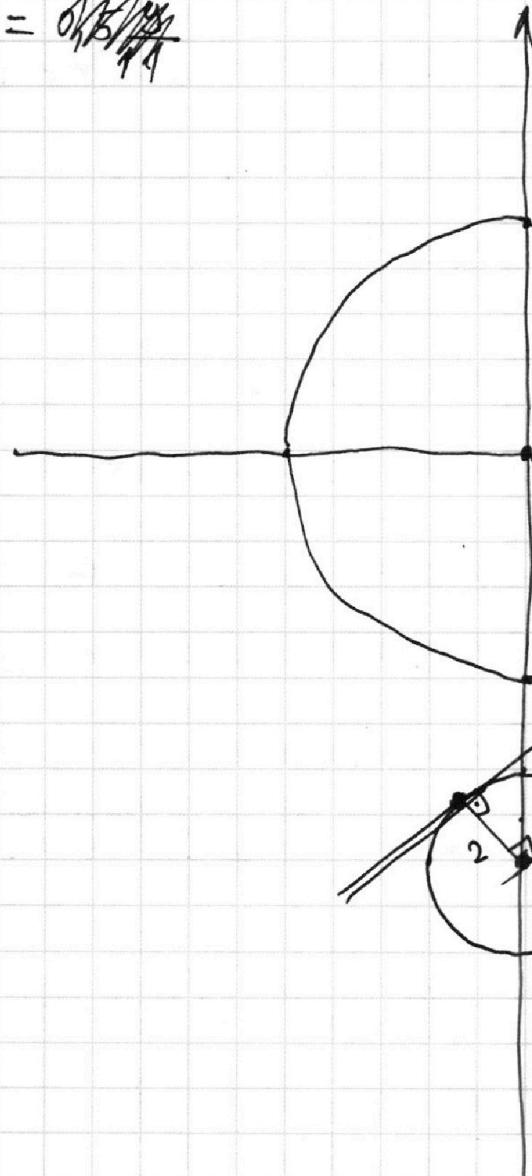
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\log_{11} n = -\log_{11}(0,5y)$$

$$n = 11^{\log_{11}(0,5y)} \quad n = \frac{1}{0,5y}$$

$$n = \cancel{0,5y}$$



$$\begin{array}{r} 10 \\ 81 \\ -49 \\ \hline 32 \end{array}$$
$$\sqrt{g^2 - f^2} = 4\sqrt{2}$$

На одной странице можно оформлять **ТОЛЬКО ОДНУ** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

48

55

8

102

10

18.91

$$\begin{array}{r} \times 91 \\ 18 \\ \hline 728 \\ 91 \\ \hline 5120 \end{array}$$

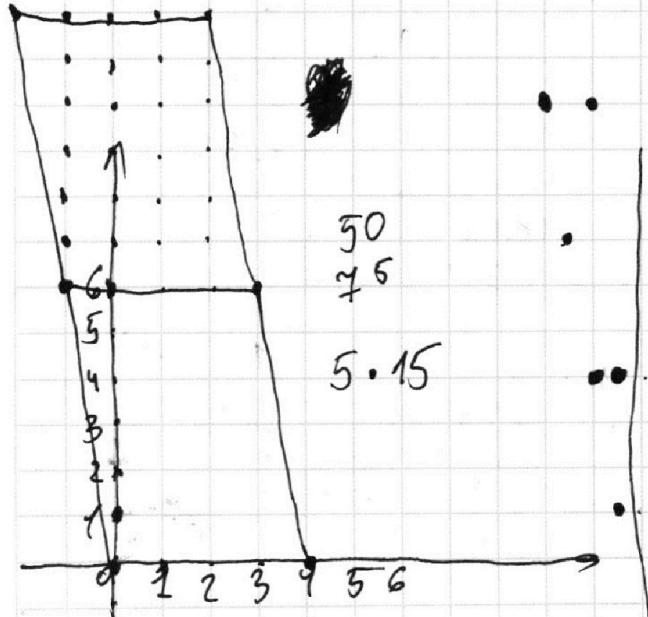
1638

$$\begin{array}{r} 910 \\ -102 \\ \hline 48 \\ \hline 54 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0 \\ 3 \cdot 5^2 \cdot 102 \\ 3 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 10 \\ 3^2 \cdot 5^3 \cdot 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 512 \\ 5 \\ \hline 2560 \\ 24 \\ \times 125 \\ 81 \\ \hline 125 \\ 1000 \\ + 10125 \\ \hline 2560 \\ \hline 12685 \end{array}$$

$$512 \cdot 5$$



На одной странице можно оформлять **ТОЛЬКО** одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|

МФТИ

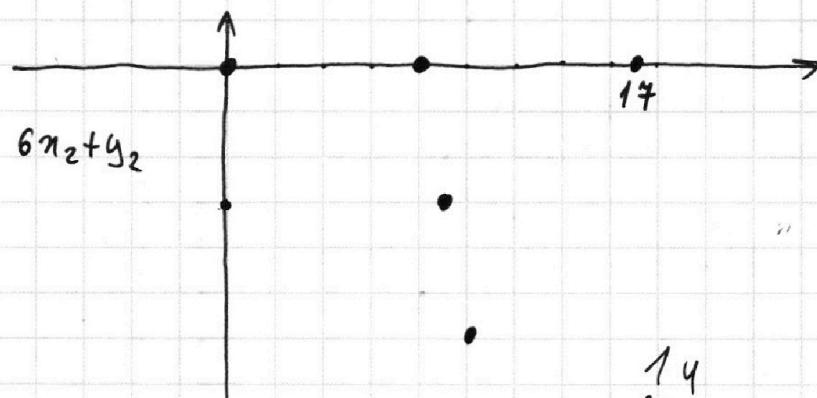
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$n^2 - 5n = -y^2 + 6ay - b + 25$$

$$n^2 - 5n = -(y+9)^2 + 4 + 6ay - b \quad \cancel{+ 25}$$

$$\begin{array}{r} \times 525 \\ 525 \\ \hline 2625 \\ 1050 \\ \hline 2625 \\ 6n_2 - 6n_1 + y_2 - y_1 \\ 275625 \\ 6(n_2 - n_1) + y_2 - y_1 = 48 \end{array}$$

$$\begin{aligned} n_1 &= 0 & 6n_2 + y_2 &= 48 \\ y_1 &= 0 & \end{aligned}$$



$$y = kx + b$$

$$0 = k \cdot 17 + b \quad 17k = 2k - 90$$

$$90 = k \cdot 2 + b \quad 15k = -90$$

$$k = -6$$

$$y = -6n + 102$$

$$6n + y = 102$$

$$6n + y = 0 \quad 90 \geq y \geq 0$$

$$y = kn + b$$

$$0 = 0 + b$$

$$90 = -15k + b$$

$$k = -6$$

$$\begin{array}{r} 14 \\ 601 \\ 26 \\ \hline 102 \\ \times 528 \\ \hline 4224 \\ 1056 \\ \hline 2640 \\ 278784 \\ \hline 10 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 274524 \\ 29 \\ \hline 37 \\ 36 \\ \hline 15 \\ 12 \\ \hline 32 \\ 32 \\ \hline 0 \end{array} \quad \left| \begin{array}{r} 4 \\ 63381 \\ 63 \\ 63 \\ \hline 0 \end{array} \right| \quad \left| \begin{array}{r} 9 \\ 779 \\ 779 \\ 779 \\ \hline 0 \end{array} \right| \quad \begin{array}{r} 13 \\ 60 \\ 18 \\ 4 \\ 27 \\ 27 \\ \hline 189 \\ 59 \\ 829 \end{array}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\log_{11}^4 n - \cancel{6} \frac{6}{\log_{11} n} = \frac{2}{3} \log_{11} n^{11} - 5$$

$$\log_2^4 2^3 - \cancel{6} \frac{6}{\log_{11} n} = -\frac{2}{3} \log_{11} n - 5$$

$$\frac{1}{3} \log_2 2^3$$

$$\log_2$$

$$\log_2 2^3 = 3$$

$$\frac{1}{\log_{2^3}^2}$$

$$\log_{11}^4 n = 5 \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{\log_{11} n} - 5$$

$$a^4 - 5 \frac{1}{3} \frac{1}{a} + 5 = 0$$

$$\cancel{a^4} = \cancel{\frac{1}{a}}$$

$$a^5 + 5a - \frac{16}{3} = 0$$

$$\log_{11}^4 (k) + \log_k 11 = \cancel{\frac{2}{3} \log_{11} k} - \frac{13}{3} \log_k 11 - 5$$

$$\log_{11}^4 (k) = -\frac{16}{3} \frac{1}{\log_{11} k} - 5$$

$$\frac{x^{0,19}}{0,9}$$

$$\cancel{a^4} = -\frac{16}{3} \cdot \frac{1}{a} - 5$$

$$\underline{5} \quad \frac{x^{0,81}}{0,1}$$

$$b^5 = -\frac{16}{3} - 5b$$

$$\begin{array}{r} 0,9 \quad 4 \\ \times 81 \\ \hline 81 \\ 81 \\ \hline 81 \end{array}$$

$$b^5 + 5b = \cancel{-\frac{16}{3}} - 5 - \frac{1}{3}$$

$$\cancel{+\frac{16}{3}} - 5 - \frac{1}{3} = 81$$

$$a^5 + b^5 + 5(a+b) = 0$$

$$a = -0,06561$$

$$\sqrt[5]{}$$

$$\frac{-5 \pm \sqrt{25 - 20 \frac{1}{3}}}{2}$$

$$\frac{+0,6561}{5,1}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

~~Ход решения~~

№2 144

$$g = \sqrt{25 - x^2}$$

$$x = \sqrt{25 - y^2}$$

$$x = \frac{b - 6ay}{5}$$

$$\sqrt{25 - y^2} = \frac{b - 6ay}{5}$$

$$25(\overline{25 - y^2}) = b^2 - 12aby + 36a^2y^2$$

$$36a^2y^2 - 12aby + b^2 + 25y^2 - 625$$

$$36a^2y^2 - (12ab - 25)y + b^2 - 625$$

$$y = \cancel{12ab} (12ab - 25)^2 - 4 \cdot 36a^2 \cdot (b - 25)(b + 25) = 0$$

$$\cancel{144a^2b^2 + 625} - 2 \cdot 12 \cdot 25ab - \cancel{4 \cdot 36 \cdot a^2b^2} + \cancel{4 \cdot 36 \cdot 625a^2}$$

$$\cancel{144 \cdot 625a^2} - 24 \cdot 25ab + 625 = 0$$

$$y = \sqrt{4 - (y + g)^2}$$

$$y = \frac{b - 6ay}{5}$$

$$(x^2 + y^2 - 25)(x^2 + (y + g)^2 - 4) = 0$$

$$x = \sqrt{25 - y^2}$$

$$y = \sqrt{4 - (y + g)^2}$$

$$y = \frac{b - 6ay}{5}$$

$$y = \frac{b - 6ay}{5}$$

$$25(25 - y^2) = b^2 + 36a^2y^2 - 12aby$$

$$(36a^2 + 25)y^2 - 12aby + b^2 - 625 = 0$$

$$144a^2b^2 - 4 \cdot \cancel{12ab} (b^2 - 625)(36a^2 + 25) = 0$$

$$144a^2b^2 - 4b^2 \cdot 36a^2 - 100b^2 + 4 \cdot 625 \cdot 36a^2 + 400 \cdot 625$$

$$4 \cdot \cancel{625} 100 \cdot \cancel{36a^2} 900a^2 - 100b^2 + 62500 = 0$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!