



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



11 КЛАСС. Вариант 3

- [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^8 3^{14} 5^{12}$, bc делится на $2^{12} 3^{20} 5^{17}$, ac делится на $2^{14} 3^{21} 5^{39}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
- [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой BC в точке B , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке F , а катет AC – в точке E . Известно, что $AB \parallel EF$, $AD : DB = 5 : 2$. Найдите отношение площади треугольника ABC к площади треугольника CEF .
- [4 балла] Решите уравнение $10 \arcsin(\cos x) = \pi - 2x$.
- [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} ax - 3y + 4b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 20y + 64) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

- [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_5^4(2x) - 3 \log_{2x} 5 = \log_{8x^3} 625 - 3, \quad \text{и} \quad \log_5^4 y + 4 \log_y 5 = \log_{y^3} 0,2 - 3.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

- [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-16; 80)$, $Q(2; 80)$ и $R(18; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $5x_2 - 5x_1 + y_2 - y_1 = 45$.
- [6 баллов] Данна треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 100, $SA = BC = 16$.
 - Найдите произведение длин медиан AA_1 , BB_1 и CC_1 .
 - Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 4$, а радиус сферы Ω равен 5.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| X | | | | | | |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$abc : 2^8 3^7 5^2, bcc : 2^{12} 3^{20} 5^8, acc : 2^6 3^{17} 5^{39}$$

Тогда $a : 2^x$, тогда $b : 2^{8-x}$, $c : 2^{12-(8-x)} = 2^{4+x}$
 $c : 2^{4+x}$, тогда $74-x = 4+x \Rightarrow x = 5$

Проверка: $a : 2^5, b : 2^3$ то $ab : 2^8$,

$c : 2^9$ тогда $bcc : 2^{12}$, $acc : 2^{4+5=9}$ верно,

Тогда $a : 3^y$, тогда $b : 3^4$, $c : 3^{10-y} = 3^{6+9}$
 $c : 3^9$, тогда

$$27 \cdot 4 = 6 + 4 \Rightarrow 4 = 15$$

7-8. Их $b, c \in N$, то решаем по методу 2'
знач. $y \in N$, получаем: $\begin{cases} y = 2 \\ 4 = 8 \end{cases}$

Тогда $y = 2$: $a : 3^2 \Rightarrow b : 3^4 \Rightarrow c : 3^{10} \Rightarrow abc : 3^{20}$
проверка: $bcc : 3^{20}$ верна, все
верно.

Тогда $y = 3$: $a : 3^3, b : 3^6, c : 3^7 \Rightarrow acc : 3^{22}$ —
недорогая

Тогда $a : 5^2$, тогда $b : 5^{12-2} = 5^{10} \Rightarrow c : 5^{73-(72-2)5+2} = 5^{75}$

$c : 5^{75}$, тогда $39-7 = 5+2 \Rightarrow 34 = 22 \Rightarrow 8 = 72$
проверка: $a : 5^2 \Rightarrow b : 5^{22} \Rightarrow acc : 5^{39}$,
 $abc : 5^{75}$ (чтобы быт.) $bcc : 5^{28}$ (здесь)

Метод 2: $abc = 2^5 \cdot 3^3 \cdot 5^8 \cdot 7^4 \cdot 11^2 \cdot 13^{23}$
 $= 2^{12} \cdot 3^8 \cdot 5^{39}$ — нест. бозз. проверь

Ответ: $abc = 2^5 \cdot 3^8 \cdot 5^{39}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

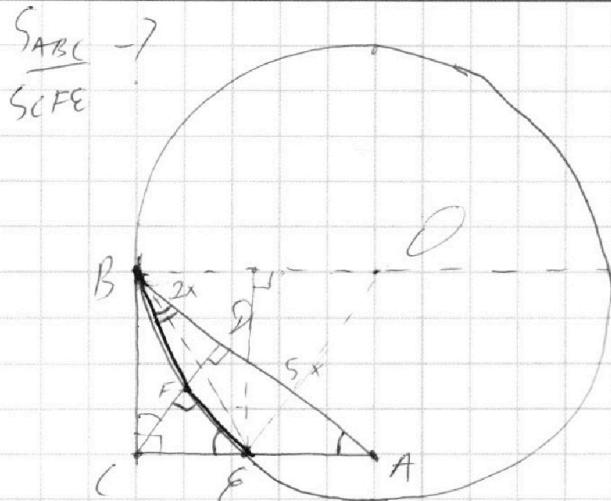
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



71) $\text{Угол } A\hat{B} = 5x$, $\text{тогда } BD = 2x$

~~2) $A\hat{B}FEC$ - внеш.~~

2) $\text{Чт. } F \perp EC$ и $A\hat{B} \perp DC$,

$\Rightarrow FO \perp DC \Rightarrow \angle FFE = 90^\circ$

3) $\text{Чт. } \angle F\hat{B} = 2 \text{ и } \angle F\hat{C} = 2x$

$CB^2 \leq CE \cdot CD$

91) $D = \sqrt{BD \cdot AD}$ 7.4.11.5 (-прав.)

$D \perp AB$ - ~~бес~~ из мер. соотн.
внешн. в-вов)

$$CD = \sqrt{2x \cdot 10x} = 2\sqrt{5}x$$

51) $\text{Угол } \angle D - \text{дуговой угол между } OB \text{ и } BC \text{ на в-в}$
~~бес~~ $\text{край } B \text{ и } C \text{ есть}$.

$$61) \frac{S_{ABC}}{S_{CFE}} = \frac{CD \cdot AB}{CF \cdot FE}; \quad S_{CFE} = \frac{1}{2} CF \cdot FE$$

$$\frac{S_{ABC}}{S_{CFE}} = \frac{CD \cdot AB}{CF \cdot FE} = \frac{\angle FEG \approx \angle DCA \text{ из 2 угл. } 7.4.11.5}{\angle DCA - \text{одног.}, \angle CFE = \angle CDA = 90^\circ}$$

$$\text{Изг. } \frac{CD}{CF} = \frac{CA}{CE} = \frac{DA}{FE}, \text{ тогда } \frac{S_{ABC}}{S_{CFE}} = \frac{AB \cdot AD}{FE \cdot FE} = \frac{2 \cdot 5x^2}{FE^2}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} 70 \cos s_1 \sin(\cos x) &= 2 - 2x \\ \cos(s_1 \sin(\cos x)) &= \sqrt{1-x^2}, \text{ where } x \in [-\pi; \pi] \end{aligned}$$

$$70 \sqrt{1-x^2} = 2 - 2x, \quad \forall x \in [-\pi; \pi], \quad 70 \sqrt{1-x^2} \geq 0$$
$$\pi \approx 3,14 \quad 2x \leq 2$$

следов. логич. в исходных уравнениях

$$700(1-x^2) = x^2 - 4x + 4x^2 \rightarrow$$

$$\rightarrow 704x^2 - 4x + 2^2 - 700 = 0$$

$$D = 768^2 - 4 \cdot 704 \cdot 2^2 + 44800 = 700(476 - 4x^2)$$

$$x = \frac{4x \pm \sqrt{476 - 4x^2}}{208}$$

$$\frac{4x + \sqrt{476 - 4x^2}}{208} < 1 \rightarrow$$

$$\rightarrow 40 \sqrt{476 - 4x^2} < 208 - 4x \quad \pi > 3$$

$$70 \sqrt{476 - 36} < 796$$

пост.

$$380 \cdot 100 < 796 \cdot 796$$

58 35
7 9 6

7 7 9 6
1 7 2 6

7 3 6 4

7 9 6

3 8 4 7 6 > 38000

следов. нест.

следователю > 0

$$\frac{4x - \sqrt{476 - 4x^2}}{208} > -1$$

$$\frac{\cancel{208}}{208} - \frac{\cancel{208}}{208} < 1$$

$$> 0, \text{ а } \frac{4x}{208} + x < 1$$

$$\text{Ответ: } \frac{4x \pm \sqrt{476 - 4x^2}}{208}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

negative reflection

$$g^2 DBC = \frac{\alpha}{3} \quad g^2 DBC + \gamma = \frac{I}{\cos^2 DBC} \rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{Eq}^2 \angle B C = \left(\frac{70}{49} \right)^2 - 1 = \frac{100 - 49}{49} = \frac{51}{49} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \tan \angle B C = \pm \frac{\sqrt{57}}{3} = \frac{3}{\sqrt{57}} \Rightarrow \operatorname{ctg} \alpha = \pm \frac{3}{\sqrt{57}}$$

Wegen $\alpha \in (-\infty; -\frac{3}{2}\sqrt{57})$ ist α negativ.

$$a \in \left[-\frac{3}{2}\sqrt{57}, \frac{3}{2}\sqrt{57} \right] \text{ - это условие для } a \text{ при } \text{крайнем значении}$$

$$\text{or } t = \frac{1}{2} \left(\sqrt{5+1} \right) + 82 - 4 \text{ sec} \quad \text{use sec. 34.8 ft.}$$

Osakem at $(-\infty, -\frac{3}{2}\sqrt{51}) \cup (\frac{3}{2}\sqrt{51}, +\infty)$

Facsimile of (-)- $\frac{1}{3}$ (05) IV (203), 10

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\log_5 2x - 3 \log_{2x} 5 = \log_{2x^3} 625 - 3 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \log_5 2x - \frac{3}{\log_5 2x} = \frac{4}{3} \frac{1}{\log_5 2x} - 3, \text{ т.к. } 8x^3 = (2x)^3 \\ 625 = 5^4$$
$$2x \neq 1$$

получаем $\log_5 2x = m \Rightarrow 5^m = 2x, x \neq \frac{7}{2} \Rightarrow$

$$\Rightarrow m \neq 0, \text{ тогда } m^4 - \frac{3}{m} = \frac{4}{3} \frac{1}{m} - 3 \Rightarrow m \neq 0$$
$$\Rightarrow m^5 + 3m - \frac{13}{3} = 0 \quad (1)$$

$$\log_5 4 + 4 \log_5 5 = \log_5 32 - 3 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \log_5 4 + \frac{4}{\log_5 5} = -\frac{1}{3} \frac{1}{\log_5 5} - 3, \text{ т.к. } 32 = \frac{2}{70} = \frac{1}{5} = 5^{-1}$$

получаем $\log_5 4 = n \Rightarrow 5^n = 4, 4 \neq 7 \Rightarrow n \neq 0$

$$\text{тогда } n + \frac{4}{n} = -\frac{1}{3} \frac{1}{n} - 3 \quad (n \neq 0) \Rightarrow$$
$$\Rightarrow n^5 + 3n + \frac{73}{3} = 0 \quad (2) \text{ иском. (1) и (2).}$$

$$n^5 + m^5 + 3(m+n) = 0 \Rightarrow (m+n)(m^4 + n^4 - m^3n - m^2n^2 - mn^3 + 3) = 0$$

$$-mn + 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} m+n=0 \\ m^4 + n^4 - m^3n - m^2n^2 - mn^3 + 3 = 0 \end{cases}$$

$$xy = \frac{5 \cdot 5}{2} = \frac{5^{m+n}}{2}$$

$$xy = \frac{5}{2} = \frac{1}{2}$$

Ответ: $\frac{1}{2}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$5(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1) = 45$$

$$x_2 - x_1 \leq 9 \text{ или } y_2 - y_1 \geq 0$$

$$9 \cancel{x_2 - x_1 \leq 18} \quad \text{если } y_2 - y_1 \leq 0$$

т.к. дальше параллелей $x \leq 18$

$$tg L = \frac{80}{76} = 5 - \text{числ. коэф. 2-ой прямой}$$



т. к. каскадное 5 отч. по оси ог
выделен целое число по оси x
при $y=0$: 7 пар $(x_2 - x_1) = 9$

$$\text{т. к. } 60 \text{ восьм. пар } M = \left(\frac{80}{5} + 1 \right) = 17$$

$= 7 \times 9 = 63$ пар, у которых огни зраки
но они y . и восьм. пар зраки и $y_2 - y_1 \geq 0$,

при $y_2 - y_1 = 1$ $5(x_2 - x_1) = 44 = 2 \cdot 2 \cdot 11$ каскад.

т.к. 2 параллель $(y_2 - y_1) : 5$, т.к.

при $(y_2 - y_1) = 5$, $x_2 - x_1 = 8$ } 9 способов
 $y_2 - y_1 = 10$, $x_2 - x_1 = 2$ }

$$y_2 - y_1 = 45 \quad x_2 - x_1 = 0$$

$$\text{I} 18 - 8 + 1 = 11 \text{ пар } (x_2 - x_1) \text{ и } 16 \text{ пар } (y_2 - y_1) \quad [80/15]$$

шаго 16.11 пар узлов удаляем

$$\text{II} 18 - 7 + 1 = 12 \text{ пар } (x_2 - x_1) \text{ и } 8 \text{ пар } (y_2 - y_1) \quad [80/17]$$

шаго 12.8 пар узлов. } 180/15

$$\text{III} 18 - 6 + 1 = 13 \text{ пар } (x_2 - x_1) \text{ и } 6 \text{ пар } (y_2 - y_1) \quad [80/120]$$

шаго 13.6 пар узлов } 180/120

$$\text{IV} 18 - 5 + 1 = 14 \text{ пар } (x_2 - x_1) \text{ и } 4 \text{ пар } (y_2 - y_1) \quad [80/115]$$

шаго 14.4 пар узлов } 180/115

$$\text{V} 18 - 4 + 1 = 15 \text{ пар } (x_2 - x_1) \text{ и } 3 \text{ пар } (y_2 - y_1) \quad [80/115]$$

шаго 15.3 пар узлов } 180/115

$$\text{VI} \text{ общ. сумма } 76 \cdot 2, \text{ VII } 77 \cdot 2$$

$$\text{VIII } 18 \cdot 2 ; \cancel{18}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

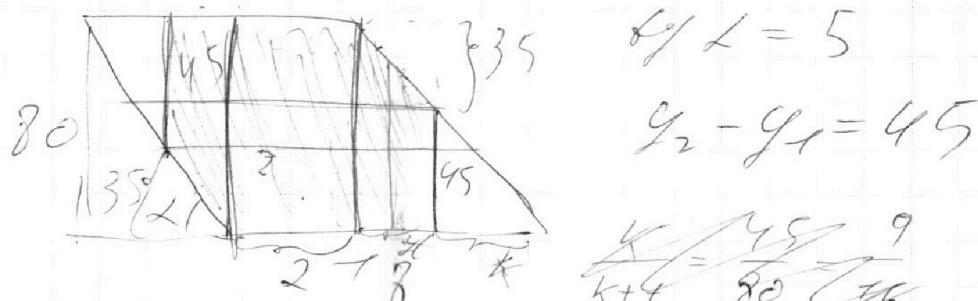
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

представление
(X лт.)



$$80 = 5$$

$$g_2 - g_1 = 45$$

$$\frac{45}{k+4} = \frac{9}{80}$$

$$k + t = \frac{80}{5} = 16 \quad \frac{k+t}{k} = \frac{80}{45} = \frac{16}{9} \text{ (согр.)}$$

тогда $k = 9 \Rightarrow t = 5$ тогда согр. 44 ровен

$$80 - 45 + 7 = 36 \text{ см бокс. } (g_2 - g_1) = 45$$

36 · 3; т.к. расход троих (ст. рец.)

при бокс. 95 см при 46 - 2 см . 80 36 см.

$$\text{штока } \frac{7+36 \cdot 3}{2} = 3 \frac{7}{2} \cdot 78 \text{ см в секунду}$$

Потребуется штока в 16 л. 3 \frac{7}{2} \cdot 88 \cdot 2 + 36 \cdot 3 = 36 \cdot 40 \text{ секунд.}

W - бокс. способов, тогда при $(g_2 - g_1) \geq 0$

$$\frac{W}{2} \text{ способов } \frac{W}{2} = \frac{1}{2} (9 \text{ способов без способов } 0) + 720 \text{ (согр.)}$$

$$\begin{aligned} \frac{W}{2} &= \frac{1}{2} (720 + 76 \cdot 77 + 72 \cdot 8 + 73 \cdot 6 + 74 \cdot 4 + 75 \cdot 3 + \\ &+ \underbrace{76 \cdot 2 + 77 \cdot 2 + 78 \cdot 2 + 36 \cdot 40}_{702}) = 2 \cdot 2763 = \\ &= 4326 \end{aligned}$$

Ответ: 4326

Ответ: ~~W/2 (720 + 76·77 + 72·8 + 73·6 + 74·4 + 75·3 + 36·40 + 702)~~



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

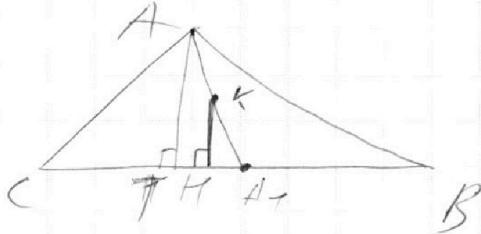
- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Число при работе ВС (16-я линия конкурса)

тогда $\text{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{r}{KH}$, где $r=5$ - радиус сферы



$S_L = SN = 4$ квадратов отр. квад.
чтобы из т.к. тср
шагов $AL = AS - SL = 16 - 4 =$
 $= 12 = AK \Rightarrow KA_7 = AA_7 -$
 $- AK = 24 - 12 = 12$, т.к.
ср. AA_7 .

Проведем $A_7 \perp BC$, т.к. $A_7 \parallel BC$, $AH \perp BC \Rightarrow$
 $\Rightarrow A_7 \perp HK$, т.к. K - сер. AA_7 и $A_7 \parallel HK$ - то
 HK - ср. линия $\triangle A_7A_7$ конкурса: $14 HK = \frac{A_7}{2}$

$$S_{\triangle A_7BC} = \frac{1}{2} A_7 \cdot BC = \frac{1}{2} A_7 \cdot \frac{8}{2} = 100 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A_7 = \frac{25}{2} \Rightarrow HK = \frac{A_7}{2} = \frac{25}{4}$$

$$\text{Тогда } \text{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{r}{HK} = \frac{5 \cdot 4}{285} = \frac{4}{5} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\alpha}{2} = \arctg \frac{4}{5} \Rightarrow \alpha = 2 \arctg \frac{4}{5}$$

Одноим. $AA_7BB_7CC_7 = 3600$; $\alpha = 2 \arctg \frac{4}{5}$



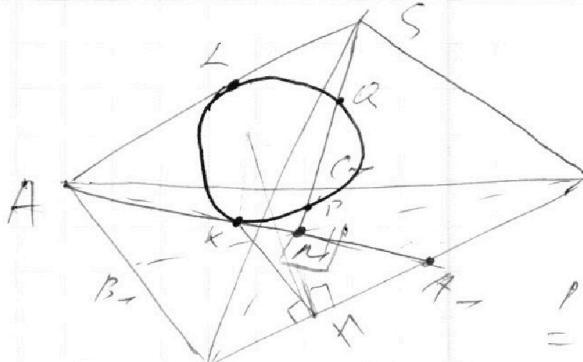
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Учеб. что если
если засечка
биссектриса. т.к. $SP =$
 $MQ = t$ (иначе t)

предположим $KP = x$, тогда
 $PQ = t - x \Rightarrow SQ = t - (t - x) = x = KP$, значит

SPQ равнобедр., то ~~также~~ опт.

тогда SPQ равнобедр. $MK^2 = MP \cdot MQ = x(t-x)$
 $SL^2 = SQ \cdot SP = x(t-x) = MK^2 \Rightarrow MK = SL$ (также)

т. о. SPQ и MKQ прямые из т.к. 1 теор.)

$AL = AK$ по теор. о \angle косинусов из т.к. 1 теор.)
тогда $AN = AK + MK = AL + SL = AS = BC = 16$

также $\frac{AN}{NA_1} = \frac{2}{7} \Rightarrow NA_1 = \frac{40}{2} = \frac{16}{2} = 8$

$CA_1 = A_1B$ (т.к. AA_1 -лег.) и $CA_1 = A_1B = \frac{BC}{2} = \frac{16}{2} = 8 = NA_1$

тогда т.к. $NA_1 = BA_1 = CA_1$, то $\triangle A_1BA_1$ и $\triangle A_1CA_1$ равнобедр.

предположим $\angle BAC = 90^\circ$
тогда $AN = 2x$, $NA_1 = 2x$, $MB_1 = x$, $MB_2 = x$
 $= AA_1 \cdot BB_1$ ($G = (AM+NA_1)/(BM+MB_1) / (AN+NA_1) =$

$$= 3x \cdot 3y \cdot 24 = 24 \cdot 9 \times y \quad (\text{---})$$

$S_{ABC} = 100$ но вб-здесь $S_{BAC} = \frac{1}{3} S_{ABC} = \frac{100}{3} =$

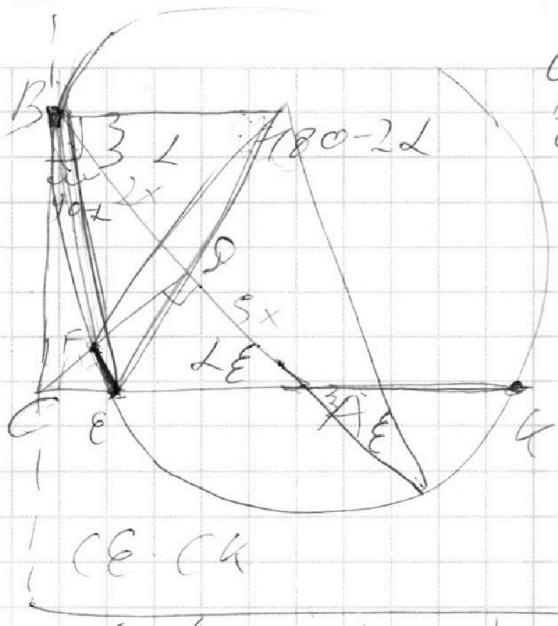
$$= \frac{1}{2} MB \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot 2x \cdot 2y = 2xy = \frac{100}{3} - 3xy = \frac{50}{3}$$

$$\text{---} \quad \underline{\underline{24 \cdot 9 \cdot 50}} = 42 \cdot 50 = 3600$$

Проверка $KH \perp BC$, т.к. KH -кось, то KH перпендикулярна плоскости ABC , т.к. KH перпендикулярна BC , т.к. BC лежит в плоскости (ABC) и KH перпендикулярна ей.

Проверка $OH \perp BC$, т.к. OH -кось, т.к. $OH \perp BC$, т.к. $OH \perp BC$ (т.к. $OH \perp BC$)

т.к. $KH \perp BC$, $OH \perp BC$ и $OH \perp KH$ (т.к. $OH \perp BC$)



$$CFE \sim BCE$$

$$\frac{FE}{CE} = \frac{CE}{BE}$$

$$\gamma_{ABC} = \frac{1}{2} (PAB)$$

$$S_{CFG} = \frac{1}{2} FE \cdot CF$$

$$\frac{CF}{CP} = \frac{CA}{CB}$$

$$\frac{S_{ABC}}{S_{CFE}} = \frac{CA \cdot AB}{CF \cdot FE} = \frac{AC}{CE} \cdot \frac{AB}{EF}$$

$$\frac{AB}{AC} = \frac{EF}{CE}$$

$$\frac{AB}{AC} = \frac{AC}{EF}$$

$$\frac{AB}{AC} = \frac{AC}{EF}$$

$$\frac{AB}{AC} = \frac{AC}{EF}$$

$$S + \frac{1}{2} (u_m - (u_1 + u_2)) u_m - \frac{1}{2} (u_m^2 - 2u_m^2) (u_1 + u_2) =$$

$$= S + \frac{1}{2} u_m - \frac{1}{2} u_2 u_1 + \frac{1}{2} u_1 - \frac{1}{2} u_2 u_1 - \frac{1}{2} (u_1 + u_2)$$

$$S + \sqrt{2(\gamma - 1)} + 2\sqrt{2(\gamma - 1)} - \left(\frac{AC}{FE} \right)^2$$

$$\gamma = u_m$$

$$\gamma = u_1 + u_2$$

$$(u_m^2 - (u_1 + u_2))$$

$$\left(\frac{AB}{CE} \right)^2$$

$$+ \frac{1}{2} (u_1 + u_2) (u_1 + u_2) u_m -$$

$$= \frac{1}{2} (u_1 + u_2 + u_m) u_m -$$

$$= S + u_1 u_2 - \frac{1}{2} u_1 u_2 + \frac{1}{2} (u_1 + u_2)$$

$$\gamma = \frac{\gamma^2}{3} + \left(\frac{\gamma^2}{m} \right) - \left(\frac{\gamma^2}{m} \right) + \left(\frac{\gamma^2}{m} \right) - \left(\frac{\gamma^2}{m} \right)$$

$$\gamma = S + \frac{1}{2} u_1 + \frac{1}{2} u_2 + \frac{1}{2} u_3 + \frac{1}{2} u_4 + \frac{1}{2} u_5 + \frac{1}{2} u_6 + \frac{1}{2} u_7$$

$$S + \frac{1}{2} u_1 + \frac{1}{2} u_2 + \frac{1}{2} u_3 + \frac{1}{2} u_4 + \frac{1}{2} u_5 + \frac{1}{2} u_6 + \frac{1}{2} u_7 (7 - u_1) (7 - u_2)$$

$$S + \frac{1}{2} u_1 + \frac{1}{2} u_2 + \frac{1}{2} u_3 + \frac{1}{2} u_4 + \frac{1}{2} u_5 + \frac{1}{2} u_6 + \frac{1}{2} u_7 (7 - u_1) (7 - u_2) (7 - u_3) (7 - u_4) (7 - u_5) (7 - u_6) (7 - u_7) = 0$$

$$\gamma = (S + \frac{1}{2} u_1 + \frac{1}{2} u_2 + \frac{1}{2} u_3 + \frac{1}{2} u_4 + \frac{1}{2} u_5 + \frac{1}{2} u_6 + \frac{1}{2} u_7) / (7 + u_1 + u_2 + u_3 + u_4 + u_5 + u_6 + u_7)$$

Спомогите нам залатать эту страницу! Для этого сканируйте QR-код на телефоне и оставьте комментарий.

<input type="checkbox"/>						
1	2	3	4	5	6	7



MFTN

Помогите нам залатать эту страницу!

О

Помогите нам залатать эту страницу!

Помогите нам залатать эту страницу!

Помогите нам залатать эту страницу!



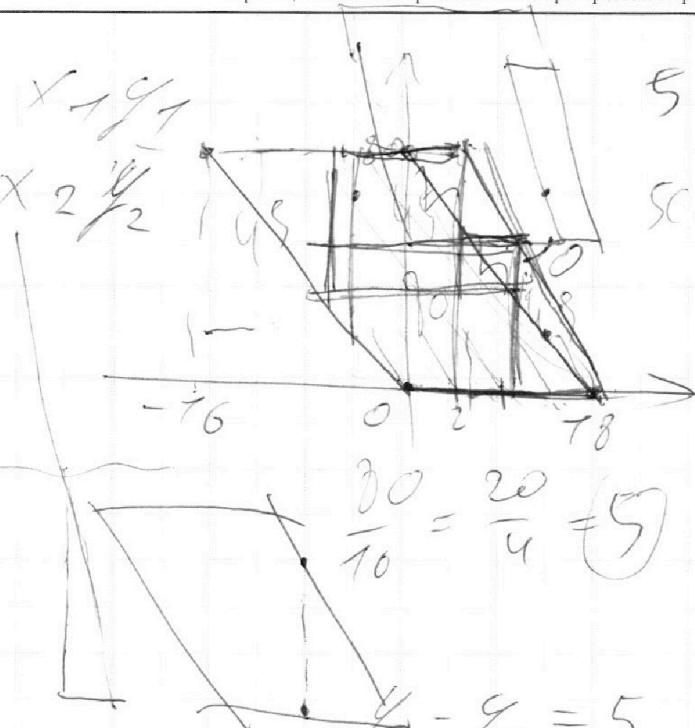
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$5x_2 - 5x_1 + y_2 - y_1 = 45$$

$$50x_2 - x_1 + y_2 - y_1 = 48$$

$$x_2 = x_1 + 8$$

$$x_2 - x_1 \leq 9$$

$$\frac{30}{10} = \frac{20}{4} = 5$$

$$4 \cdot 11$$

$$4 \cdot 43$$

$$3 \cdot 42$$

$$2 \cdot 2$$

$$x_2 - x_1 = 8$$

$$y_2 - y_1 = 70 \quad x_2 - x_1 = 7$$

$$y_2 - y_1 = 45 \quad x_2 - x_1 = 0$$

00 0 0 0 0

⑨

$$5 - 3 = 2$$

8 5 5 $\frac{5}{2} = 2$

$$78 - 9$$

$$\begin{array}{r} \overline{38} \\ \overline{380} \\ \overline{380} \\ \hline 380 \end{array}$$

$$70115 = 6$$

$$15$$

$$80125$$

$$\begin{array}{r} 552 \\ 5 \\ \hline 98 \end{array} \quad 3$$

$$7022 = 2 \cdot 15$$

221
2441
25285

(B) (Kh)

28 + 202

$$\begin{array}{r} 82 \\ 88 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r} 4326 \\ \hline 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 372 \\ \hline 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 044 \\ \hline 7 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 953 \\ \hline 7 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 052 \\ \hline 7 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 534 \\ \hline 7 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 56 \\ \hline 7 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 832 \\ \hline 7 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 323 \\ 346 \\ 333 \\ \hline 969 \\ 282 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 282 \\ 202 \\ 452 \\ 54 \\ 432 \end{array}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$10 \sin \sin(\cos x) = \sqrt{t} - 2x$$

$$\cos x = \lambda \in [0, 1]$$

$$\cos^2 x = x \in [0, 1]$$

$$\sin^2 x = \sqrt{1 - \cos^2 x}$$

$$\sin x = \sqrt{1 - x^2}$$

$$\sin(\sin x) = \sqrt{1 - x^2}$$

$$10 \sqrt{1 - x^2} = \sqrt{t} - 2x$$

$$100(1 - x^2) = t - 4x + 4x^2$$

$$100x^2 - 40x + t^2 - 100 = 0$$

Δ DMR

$$D = 16t^2 - 4(t^2 - 100) \cdot 100 =$$

$$= 16t^2 - 4t^2 + 4t^2 + 400 = 4t^2 \cdot 76 + 400 =$$

$$= 100(4t^2 + 4)$$

$$x = \frac{4t \pm \sqrt{100(4t^2 + 4)}}{200}$$

$$\begin{cases} 6x - 3y + 48 = 0 \\ (x^2 + y^2 - 7)(x^2 + y^2 - 20y + 64) = 0 \end{cases}$$

$$x^2 + y^2 - 20y + 64 = 0$$

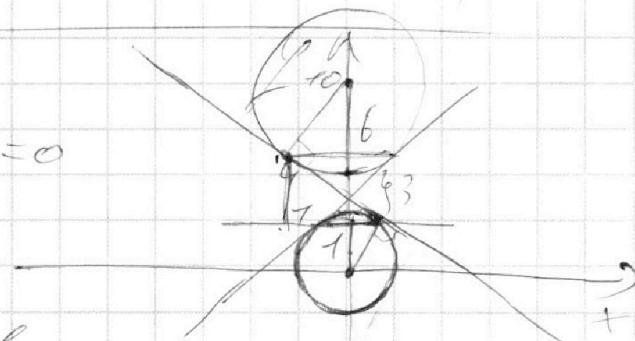
$$x^2 + (y - 10)^2 = 36$$

$$y = \frac{ax + b}{c}$$

Упр. упр.

ОДВДН ОДВР

$$\frac{6}{6} = \frac{BQ}{BC} = \frac{O_1 R}{O_2 R}$$



ОДВДН ОДВР

$$\frac{6}{7} = \frac{O_1 C}{O_2 D}$$

$$O_1 C = O_2 D \cdot 6$$

$$O_1 C + O_2 D = 70$$

$$O_1 C + 6O_2 D = 70$$

$$O_1 C = \frac{70}{7}$$

$$O_1 C = \frac{60}{7}$$

$$\frac{6}{7} = \frac{75}{74}$$

$$\frac{6}{7} = \frac{10}{4}$$

$$O_1 C + 6O_2 D = 70$$

$$O_1 C = \frac{60}{7}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$ab : 2^8 \cdot 3^4 \cdot 5^2, \quad bc : 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^3, \quad ac : 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^3$$

abc - ? (min)

$$\cancel{ab} : 2^8 \cdot 3^2 \cdot 5^3$$

$$c : 3^{2-x}$$

$$b : 3^{20-2x} = 3^{x-7}$$

$$a : 3^{15-x}$$

$$75-x = x$$

$$x = \frac{75}{2} \quad \boxed{x=7.5}$$

$$\boxed{x=8}$$

$$b : 3^7$$

$$c : 3^3$$

$$b : 3^6$$

$$c : 3^{14}$$

$$ac : 5^x$$

$$c : 5^{29-x}$$

$$a : 3^8$$

$$b : 3^6 \quad c : 3^{-14}$$

$$bc : 5^{12-x}$$

$$a : 5^{13-34+x}$$

$$12-x = x-22$$

$$34 = 2x \quad \boxed{x=17.5}$$

$$ac : 5^{15} \quad c : 5^{22} \quad \cancel{bc : 5^5}$$

$$a : 2^x \quad b : 2^{8-x} \quad c : 2^{12-8+x} \quad c : 2^{74-x}$$

$$4x = 74-x$$

$$2x = 10 \quad \boxed{x=5}$$

$$a : 2^5 \cdot 6 \cdot 2^3, \quad c : 2^9$$

$$\text{Таким образом } ab = 3^8 \cdot 3^6 \cdot 3^{74} \cdot 5^{12-8+5} \cdot 5^{22} \cdot 2^9 \cdot 2^5 \cdot 2^3$$

$$xs = 3^8 = \frac{AC}{3^2} = \frac{A4}{3^2}$$

$$\frac{s}{5^2} = xs$$

$$\frac{s}{2} = \frac{xs}{2} = xs$$

$$x = \frac{xs}{2} = xs$$

$$\boxed{xs}$$

$$-\frac{s}{5^2 \times 2} = A$$

$$\frac{x02}{24} = xs$$

Ecam otmekeho dojice ozhoh jasajah nijn he otmekeho hn ozhoh zauhan. Ctpahina chatareka cpehobrnoia n he mpoberetca. Llopa QR-koda hejougyntma!

еемнхе котопон мрежтархео на стпнне:

QUMETRIE KPECTNOKM HOMEP 3AJAHN,

Ha ojhoon ctpahne mokho ofopmijtq topko only sajary.



MFTN



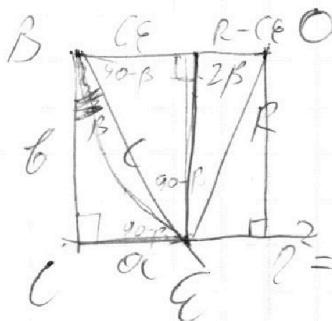
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



известно

$$\sin 2\beta = \frac{b}{R} = 2 \cdot \frac{a}{c} \cdot \frac{b}{c}$$

$$2aR = c^2$$

$$R = \frac{c^2}{2a}$$

$$c = 2x$$

$$b^2 = a^2 + R^2 - 2R \cdot a \cdot \cos \alpha$$

$$25x^2 + 100x^2$$

$$\sqrt{725x^2}$$

$$25 + 100$$

$$\sqrt{355}x$$

$$R = \frac{49x}{2\sqrt{725}}$$

$$\left(\frac{49x}{70\sqrt{5}} \right) 25.5$$

$$\frac{49x}{2\sqrt{35}} = y$$

$$2^2 + 3^2 + 3^2 + 2^2 - 2^2 = 2^2$$

$$R = \frac{49}{50} \sqrt{5} x \quad AC = 5\sqrt{5} x$$

$$y \cdot 3 + \frac{5}{3} \cdot x = 3 + \frac{5}{3} + x + 2$$

$$\frac{38}{37}t = \frac{44.15}{44.15} = 38$$

$$\left(\frac{5}{3} \right)^2 = \frac{305}{5} = 750$$

$$\frac{5}{3} = \frac{3}{37} = 750$$

$$\frac{38}{37} = 44.15 \quad 82 = 308 \quad 81 = 387$$

$$\left(\frac{2}{37} + 1 \right) 44.15 \cdot 72 = 37$$

~~44.15~~

$$\frac{2}{37} = \frac{387}{44.15} = 8.7$$

$$t = 104$$

$$t = 180$$

$$82 = 308$$

$$(\times 5)$$

$$180 - 387 = 387$$

$$81 = 387$$

$$(\times 5)$$

$$38 = 7 = 8$$

$$87 = \frac{44.15}{37}$$



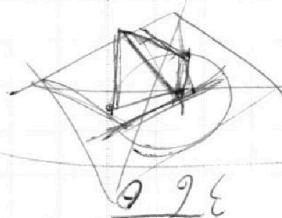
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



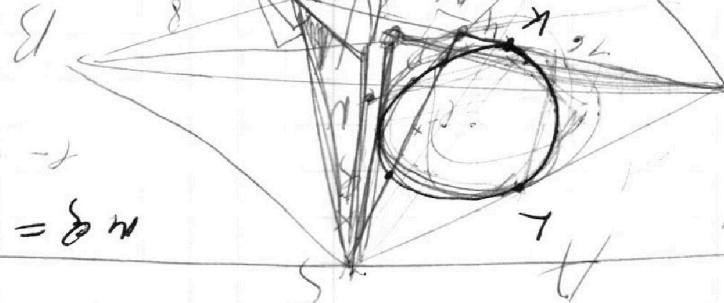
$$5 = 5 + x \quad 5 = 5 + x$$



$$M = m + M = 5 + 5 = 10$$

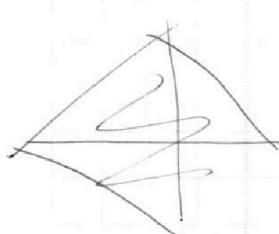
$$A = 10$$

$$2m = 75 = 10x + 10$$



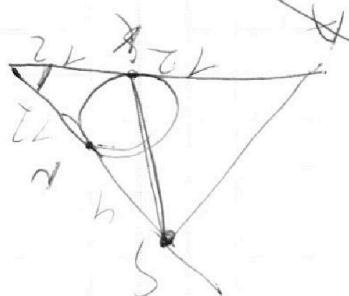
$$J = 15 = 8n$$

$$AA = 24$$



$$h = 75$$

$$\frac{x}{1} = \frac{2}{7} h$$



$$3 = \frac{50}{3} = 33$$

$$\frac{BC}{33} = \frac{20}{33}$$

$$CE \sim BG$$

