



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



11 КЛАСС. Вариант 2

- [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^7 3^{11} 5^{14}$, bc делится на $2^{13} 3^{15} 5^{18}$, ac делится на $2^{14} 3^{17} 5^{43}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
- [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой AC в точке A , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке E , а катет BC – в точке F . Известно, что $AB \parallel EF$, $AB : BD = 1,3$. Найдите отношение площади треугольника ACD к площади треугольника CEF .
- [4 балла] Решите уравнение $5 \arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x$.

- [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} x + 3ay - 7b = 0, \\ (x^2 + 14x + y^2 + 45)(x^2 + y^2 - 9) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

- [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_7^4(6x) - 2 \log_{6x^2} 7 = \log_{36x^2} 343 - 4, \quad \text{и} \quad \log_7^4 y + 6 \log_y 7 = \log_{y^2} (7^5) - 4.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

- [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-17; 68)$, $Q(2; 68)$ и $R(19; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно на границе) и таких, что $4x_2 - 4x_1 + y_2 - y_1 = 40$.
- [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 60, $SA = BC = 10$.
 - Найдите произведение длин медиан AA_1 , BB_1 и CC_1 .
 - Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 3$, а радиус сферы Ω равен 4.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N1 (Арифметика)

Чтобы произведение abc было изменением,
 a, b, c должны иметь только множители простые
3, 5.

$$a = 2^{a_1} \cdot 3^{a_2} \cdot 5^{a_3}$$

$$a_1 + b_1 \geq 7$$

$$b = 2^{b_1} \cdot 3^{b_2} \cdot 5^{b_3}$$

$$c = 2^{c_1} \cdot 3^{c_2} \cdot 5^{c_3}$$

Должны выполняться условия (все эти условия)

$$a_1 + b_1 \geq 7$$

$$b_1 + c_1 \geq 13$$

$$a_1 + c_1 \geq 14$$

$$a_2 + b_2 \geq 11$$

$$b_2 + c_2 \geq 15$$

$$a_2 + c_2 \geq 17$$

$$a_3 + b_3 \geq 14$$

$$b_3 + c_3 \geq 18$$

$$a_3 + c_3 \geq 19$$

Найдем наименьшее значение суммы
множителей (это сплошевально т.к.
 $a_1 + b_1 + c_1, a_2 + b_2 + c_2, a_3 + b_3 + c_3$ наименьший из
множителей вида $2^n, 3^n$ или
 5^n) не зависят
 $2(a_1 + b_1 + c_1) \geq 39$

$a_1 + b_1 + c_1 \geq 17$, выполните выполните при

$$a_1 = 4, b_1 = 3, c_1 = 10$$

$$2(a_2 + b_2 + c_2) \geq 43$$

$a_2 + b_2 + c_2 \geq 21.5$, для ряч наименьших a_2, b_2, c_2

$$a_2 + b_2 + c_2 \geq 22, a_2 = 6, b_2 = 5, c_2 = 11$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

№7 (продолжение)

$$2(a_3 + b_3 + c_3) \geq 25$$

$a_3 + b_3 + c_3 \geq 38$, т.к $a_3 + c_3 \geq 43$, то нам подходит

$$b_3 = 0, a_3 = 14, c_3 = 29$$

$$\text{Ответ: } 2^{17} \cdot 3^{43} \cdot 5^{3843}$$

~~$$a_3 = 2^9 \cdot 3^6 \cdot 5^{14}$$~~

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№2

Т.к. AC -касательная, то

$$OA \perp AC, \angle CAF = \frac{1}{2} \angle AOF = \alpha$$

$$FF' = AC, AF' = FC$$

$$\operatorname{tg} \angle CAF = \frac{CF}{AC}$$

$$\operatorname{tg} \angle AOF = \frac{F'}{F}$$

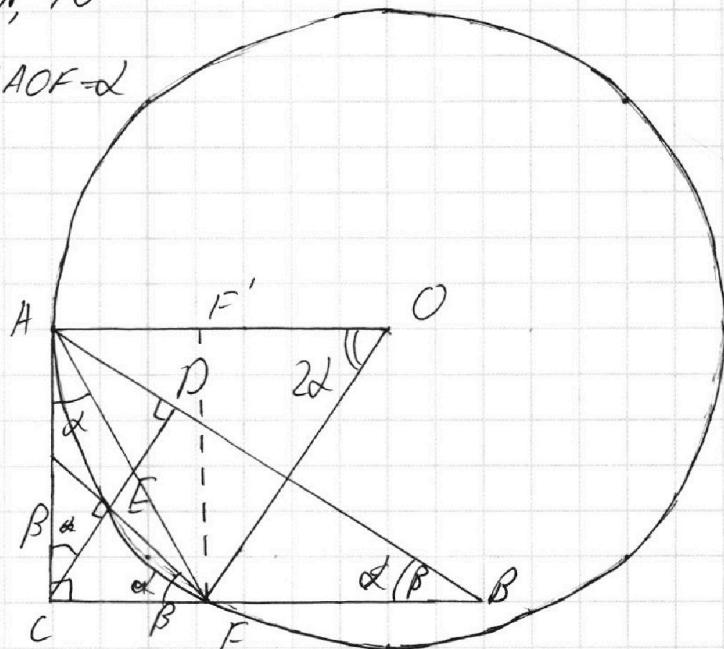
$$\text{Пусть } BD = x,$$

$$\text{тогда } AD = 0.3x$$

$$CD = \sqrt{AD \cdot BD} = x\sqrt{13} \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = \frac{CD}{BD} = \frac{x\sqrt{13}}{x} = \sqrt{13}$$

$$\triangle CFE \sim \triangle ACO \sim \triangle ABC$$

$$\frac{S_{\triangle ACO}}{S_{\triangle CEF}} = \left(\frac{AC}{CF} \right)^2$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N3 (начало)

$$5 \arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + k\pi. \text{ т.к } \arccos x \in [0; \pi], \text{ т.о}$$

$$\arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + k\cdot \frac{1}{5} \quad \left(\frac{3\pi}{2} + x \right) \in [0; 5\pi]$$

Вычтем косинус

$$x \in \left[-\frac{3\pi}{2}, \frac{7\pi}{2} \right]$$

от обеих частей, получим уравнение

следствия, поэтому после проверки корни

$$\sin x = \cos \left(\frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5} \right) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{\pi}{2} - x = \frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \\ x - \frac{\pi}{2} = \frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5} + 2\pi m, m \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{\pi}{5} = \frac{6x}{5} + 2\pi n; n \in \mathbb{Z} \\ \frac{4x}{5} = \frac{4}{5}\pi + 2\pi m, m \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$x = \frac{\pi}{6} - \frac{5}{3}\pi n$$

$$x = \pi + \frac{5}{2}\pi m$$

т.к $x \in \left[-\frac{3\pi}{2}; \frac{7\pi}{2} \right]$, то нам подходит

$$\text{тогда } x = -\frac{3\pi}{2}, x = \frac{\pi}{6}, x = \frac{11}{6}\pi, x = \frac{7\pi}{2}, x = \pi$$

$$x = \pi, 1/x = -\frac{3\pi}{2}$$

$$5 \arccos \left(\sin \left(-\frac{3\pi}{2} \right) \right) = 0, \text{ верно}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№3(продолжение)

$$2) x = \frac{\pi}{6}$$

$$5 \arccos(\sin \frac{\pi}{6}) = \frac{5\pi}{3}, \text{ верно}$$

$$3) x = \frac{11\pi}{6}$$

$$5 \arccos(\sin \frac{11\pi}{6}) = \frac{10\pi}{3}, \text{ верно}$$

$$4) x = \frac{7\pi}{2}$$

$$5 \arccos(\sin \frac{7\pi}{2}) = 5\pi, \text{ верно}$$

$$5) x = \pi$$

$$5 \arccos(\sin \pi) = \frac{5\pi}{3}, \text{ неверно}$$

$$\text{Ответ: } x = -\frac{3\pi}{2}, \frac{\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}, \frac{7\pi}{2}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

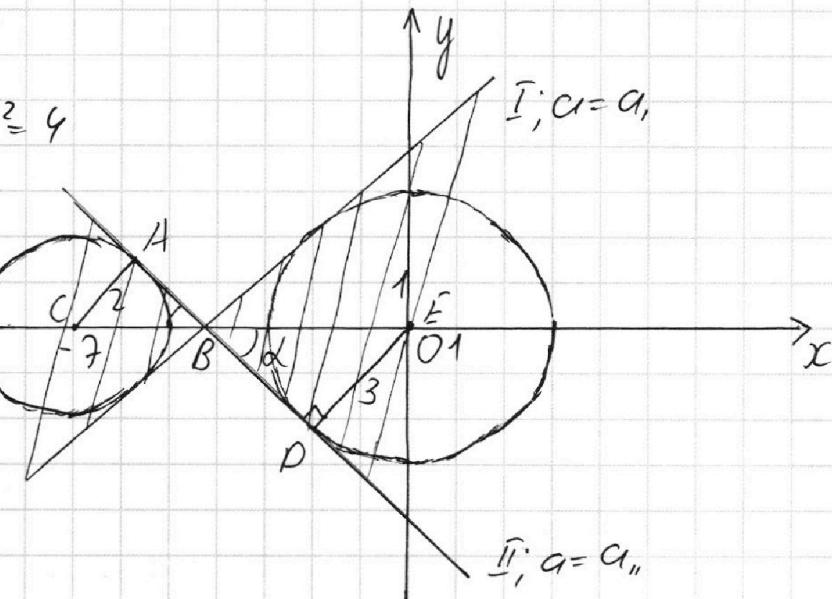
№4 (исходо)

$$\left\{ \begin{array}{l} 3+3x+3ay-7b=0 \\ x^2+14x+49+y^2=4 \end{array} \right.$$

$$x^2+y^2=9$$

$$\left\{ \begin{array}{l} y=3ay=-x+7b \\ (x+7)^2+y^2=4 \end{array} \right.$$

$$x^2+y^2=9$$



1. при $a=0$:

$x=7b$, это вертикальная прямая, она не

может иметь 4 пересечения с окружностью

2 $a \neq 0$:

$$y = -\frac{1}{3a}x + \frac{7b}{3a}$$

б регулирует только смешение прямой

по вертикали, значит границы случаются

являются I и II. При ~~всех~~ ^{а ≠} других случаях

если $a \in [a_-, a_+]$ прямая имеет такой же склон, что и

угол наклона, что не может

чуть две окружности сразу (необходимое

для 4-х решений условие)



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№4(продолжение)

Рассмотрим треугольники $\triangle ABC$ и $\triangle BDE$, $DE=3$,

$$AC=2$$

Пусть $BE=x$, $\angle DBE=\alpha$, тогда $BC=7-x$

$$\sin \alpha = \frac{2}{7-x} = \frac{3}{x} \Rightarrow 2x = 21 - 3x$$

$$x = \frac{21}{5}$$

$$\sin \alpha = \frac{5}{7} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{2\sqrt{6}}{7}, \quad \operatorname{tg} \alpha = -\frac{1}{3\sqrt{6}} = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{5}{2\sqrt{6}}$$

из симметрии относительно оси ~~асимметрии~~ то

$$a_1 = -a_{11}, \quad a_{11} = -\frac{2\sqrt{6}}{15} \Rightarrow a_1 = +\frac{2\sqrt{6}}{15}$$

нам подходит $a \in (-\infty; a_{11}) \cup (a_1; +\infty)$

$$\text{Отвр.: } a \in (-\infty; -\frac{2\sqrt{6}}{15}) \cup (\frac{2\sqrt{6}}{15}; +\infty)$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N5 (нашест)

$$(1) \log_7(6x) - 2 \log_{6x} 7 = \log_{36x^2} 343 - 4$$

ОДЗ:

$$\log_7(6x) - 2 \log_{6x} 7 = \frac{3}{2} \log_{16x^2} 7 - 9$$

$$\begin{cases} x > 0 \\ x \neq \frac{1}{6} \Rightarrow \log_{6x} 7 \neq 0 \end{cases}$$

$$\log_7 6x - \frac{7}{2} \log_{6x} 7 = -9 \quad |16x| = 6x, \text{ т.к. } x > 0$$

$$(2) \log_7 y + 6 \log_7 y + 6 = \log_7(7^5) - 4$$

ОДЗ:

$$\log_7 y + 6 \log_7 y + 6 = \log_7(7^5) - 4$$

$$\begin{cases} y > 0 \\ y \neq 1 \Rightarrow \log_7 y \neq 0 \end{cases}$$

$$\log_7 y + 6 \log_7 y + 6 = \frac{5}{2} \log_7 y - 4 \quad |y| = y, \text{ т.к. } y > 0$$

$$\log_7 y \neq 0$$

$$\log_7 y + \frac{7}{2} \log_7 y = -4$$

тогда должна быть сприведена система:

$$\begin{cases} \log_7 y + \frac{7}{2} \log_7 y = -4 \quad (3) \\ \log_7 y - \log_7 6x + \frac{7}{2} (\log_7 y + \log_7 6x) = 0 \end{cases}$$

$$(\log_7 y + \log_7 6x)((\log_7 y - \log_7 6x)(\log_7 y + \log_7 6x) +$$
$$+ \frac{7}{2} \frac{1}{\log_7 y \cdot \log_7 6x}) = 0$$

$$1. \log_7 y + \log_7 6x = 0$$

$$6xy = 1 \Rightarrow xy = \frac{1}{6}$$

$$yp-e (3) имеет вид t^5 + \frac{7}{2}t^3 + \frac{7}{2} = 0, rye$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

n5(продолжение)

$$t = \log_2 y, t \neq 0$$

это ур-е 5-й степени, поэтому оно имеет

хотя бы 1 вещественный корень,

значит $xy = \frac{1}{6}$ может ~~важущество~~ существует

2.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

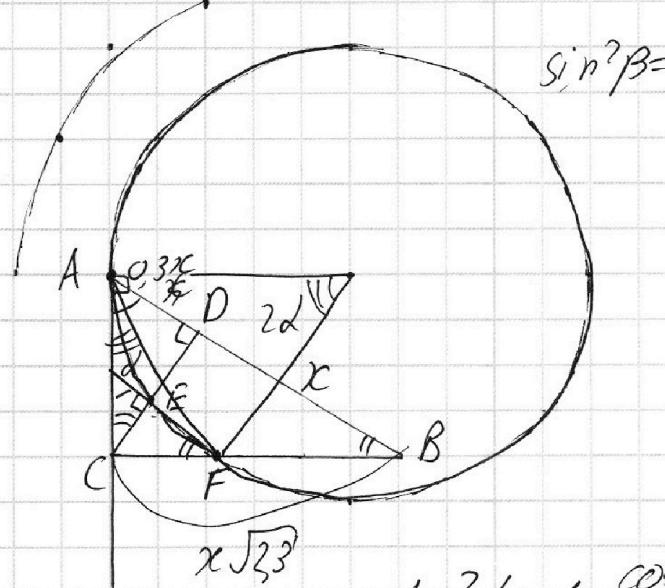
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$AF^2 = BF^2 + AB^2 - 2BF \cdot AB \cos \beta$$



$$BF = x\sqrt{3} \cdot \frac{CF}{AC}$$

$$\frac{CF}{AC} = \sin \alpha$$

$$\sin 2\alpha = \frac{AC}{R}$$

$$AF^2 = 2R^2(1 - \cos 2\alpha) = 4R^2 \sin^2 \alpha$$

$$AF = 2R \sin \alpha$$

$$AC = R \cdot \sin 2\alpha = 2R \sin \alpha \cos \alpha$$

$$CF = 2R \sin^2 \alpha$$

$$4R^2 \sin^2 \alpha + 4R^2 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha = 4R^2 \sin^2 \alpha$$

$$1+1,3 = \frac{1}{\cos^2 \beta}$$

$$\cos^2 \beta = \frac{1}{23} = \frac{1}{23}$$

$$\sin^2 \beta = \frac{22}{23}$$

$$\frac{S_{ACD}}{S_{CEF}} = 2, \cos^2 \beta = \frac{1}{26}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{CF}{AC} = \frac{26}{10} = \frac{13}{5}$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{AC}{CF} = \operatorname{ctg} \alpha = \frac{5}{13} = \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$$

$$2\alpha = \frac{\pi}{2} - \alpha$$

$$\operatorname{tg}^2 \alpha + 1 = \frac{\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha}{\sin 2\alpha} = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$$

$$1+1,3 = \frac{1}{\cos^2 \beta}$$

$$BC = \frac{x}{\cos \beta} = \cos^2 \beta = \frac{1}{23} =$$

$$x = \sqrt{23} = x\sqrt{3} / \sqrt{10} = \frac{10}{23}$$

$$\sin^2 \beta = \frac{3}{23}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

~~log₂ y = x~~

$$\begin{aligned} \text{log}_2 y &= p \\ \cancel{\text{log}_2 y = p} & \\ \cancel{\text{log}_2 y^6x = q} & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} p^4 + \frac{7}{2}p & \\ p^5 + 4p + \frac{7}{2} &= 0 \\ p^5 - 4p - \frac{7}{2} & \end{aligned}$$

$$(p - q)$$

$$ab: 2^2 \cdot 3^{11} \cdot 5^{14}$$

$$(p - q)(p^2 + q^2) + \frac{7}{2qp} = 0$$

$$bc: 2^{13} \cdot 3^{15} \cdot 5^{18}$$

$$2qp(p - q)/(p^2 + q^2) = -\frac{7}{2}$$

$$2qp(p^3 + q^2p - qp^2 - q^3) = -7$$

$$2qp^4 + 2q^3p^2 - 2q^2p^3 - 2q^4p = -7$$

$$a = 2^{a_1} \cdot 3^{a_2} \cdot 5^{a_3}$$

$$2 \cancel{p} + q \quad q^3 \cancel{p^4}$$

$$b = 2^{b_1} \cdot 3^{b_2} \cdot 5^{b_3}$$

$$-\frac{q^9}{p^4} + \frac{q^3}{p^3} - \frac{q^2}{p^2} + \frac{q}{p} = -\frac{7}{2p^3} = \frac{7}{8p + 7}$$

$$c = 2^{c_1} \cdot 3^{c_2} \cdot 5^{c_3}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\log_7(6x) - 2 \log_{6x} 7 = \log_{36x^2} 343 - 4$$

$$\log_7 y + 6 \log_y 7 = \log_{y^2/25} 4$$

$$\log_7 6x - 2 \cdot \frac{1}{\log_{6x} 7} = \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{\log_7 6x} - 4$$

$$\log_7 6x - \frac{7}{2} \cdot \frac{1}{\log_7 6x} = -4$$

$$\log_7 y + \frac{7}{2} \log_y 7 \cdot \frac{1}{\log_7 y} = -4$$

$$\log_7 6x + 4 \log_7 6x - \frac{7}{2} = 0$$

$$\log_7 y + 4 \log_7 y + \frac{7}{2} = 0$$

$$\begin{array}{r} 343 \\ 28 \\ \hline 63 \end{array}$$

$$7^3$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ 2 \\ \times \frac{12}{2} - \frac{5}{2} = \end{array}$$

$$\log_{6x} 6x = v$$

$$\log_7 y = v$$

$$v + v = \log_7 6xy$$

$$7^{v+v} = 6xy$$

$$xy = \frac{7^{v+v}}{6}$$

$$\log_7$$

$$v^4 - \frac{7}{2} \cdot \frac{1}{v} = -4$$

$$v^4 + \frac{7}{2} \cdot \frac{1}{v} = -4$$

$$v^4 + v^4 + v^4 - v^4 + \frac{7}{2} \left(\frac{1}{v} + \frac{1}{v} \right) = 0$$

$$v^2 - v(v-1)(v+v)(v^2+v^2) + \frac{7}{2} \frac{v+v}{vv} = 0$$

$$(v+v)/(v-v(v^2+v^2)) + \frac{7}{2} \cdot \frac{1}{vv} = 0$$

$$(v-v)/(v^2+v^2) = -\frac{7}{2} \cdot \frac{1}{vv}$$

$$\begin{array}{l} v \neq 0 \\ v \neq 0 \end{array}$$

$$v^3 + v^2 v - v v^2 - v^3 = -\frac{7}{2} \cdot \frac{1}{vv}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

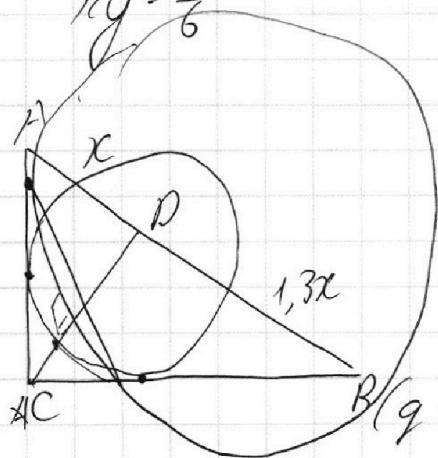
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \log_3^4 6x - \frac{3}{2} \log_3 6x^2 = -4 \\ \log_3^4 y + \frac{3}{2} \log_3 y^2 = -4 \end{cases}$$
$$xy - ?$$
$$y^5 + 4y^2 - \frac{7}{2} = 0$$
$$2y^5 + 8y^2 - 7 = 0$$
$$\log_3^4 y - \log_3^4 6x + \frac{3}{2}(\log_3^2 y + \log_3^2 6x) = 0$$

$$\log_3 6x = p$$

$$\log_3 y = q$$

$$xy = \frac{1}{6}$$



$$\log_3 6x = p$$

$$\log_3 y = q$$

$$p^4 - \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{p} = -4$$

$$q^4 + \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{q} = -x4$$

~~$$p^4 q^4$$~~

$$q^4 - p^4 + \frac{3}{2} \left(\frac{1}{q} + \frac{1}{p} \right) = 0$$

$$(q-p)(q+p)(q^2+p^2+\frac{3}{2}\frac{1}{qp}) = 0$$

$$q \neq p$$

$$(q+p)(q^2+p^2+\frac{3}{2}\frac{1}{qp}) = 0$$

$$13y = q - p$$

$$q - p = 13$$

502

$$x =$$

$$y = 13y - 13x \quad 5 \quad 12 \quad 6$$

3 312

3 4



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\left\{ \begin{array}{l} x + 3ay - 7b = 0 \\ x^2 + 14x + 49 + y^2 = 9 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x + 3ay - 7b = 0 \\ x^2 + y^2 = 9 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x + 3ay - 7b = 0 \\ (x+7)^2 + y^2 = 9 \\ x^2 + y^2 = 9 \end{array} \right.$$

$$-1$$

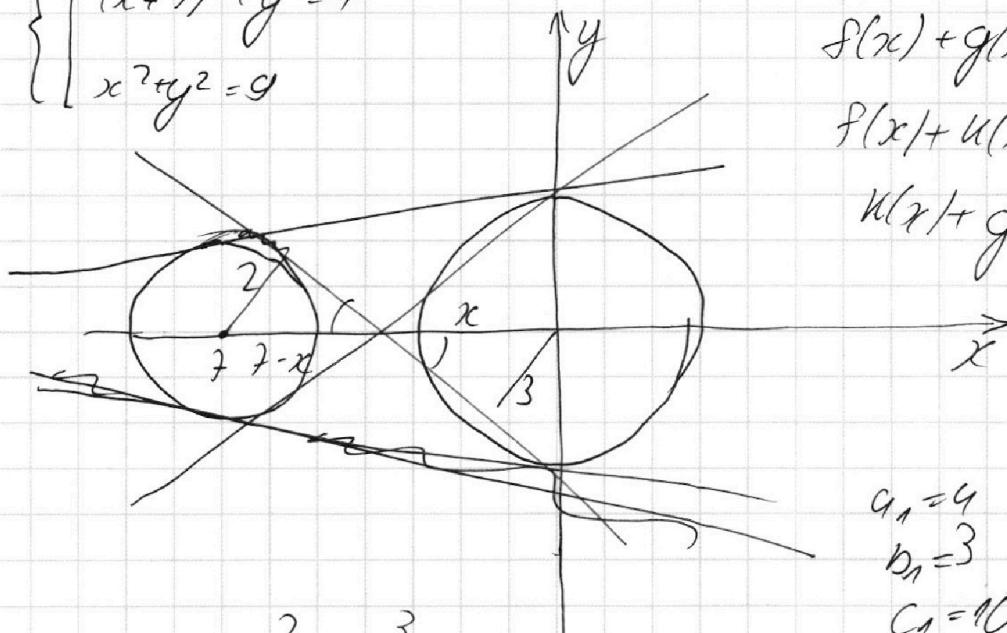
$$2(a_1x + b_1y + c_1) \geq$$

$$\hookrightarrow \text{реш } y = -x \cdot \frac{1}{3a} + \frac{7b}{3a}$$

$$f(x) + g(x) \geq 5$$

$$f(x) + u(x) > 7$$

$$u(x) + g(x) > 14$$



$$\begin{aligned} a_1 &= 4 \\ b_1 &= 3 \\ c_1 &= 10 \end{aligned}$$

$$\frac{2}{7-x} = \frac{3}{x}$$

$$a_1 + c_1 = 14$$

$$2x = 21 - 3x$$

$$x = \frac{21}{5}$$

$$\frac{21}{2} = 3\frac{3}{5}$$

$$28 + 4 = 32 \quad 75$$

6 11

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$a \ b \ c \quad ab : 2^3 3^{11} 5^{19} k$$

$$bc : 2^{13} 3^{15} 5^{18} l - \frac{15}{2\sqrt{6}} \quad 43 = \sqrt{1 - \frac{25}{49}} = \frac{2\sqrt{6}78}{497}$$

$$ac : 2^{14} \cdot 3^{17} 5^{43} m \quad \frac{9}{6}\pi + \frac{11}{6} = \frac{10}{0}$$

$$b = 2^{39} 5^n \text{epk} \quad [0; 5\pi]$$

$$ab^2c = \frac{10\pi}{6} = \frac{5\pi}{3} \text{ arc cos } x \in [0; \pi]$$

$$\text{arc cos}(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x$$

$$3^{26+12} = 3^{43}$$

$$\frac{3\pi}{2} = \frac{9\pi}{6} \quad \frac{5\sqrt{1-x^2}}{2}$$

$$ab = 2^7 \cdot 3^{11} \cdot 5^{14}$$

$$a^2 b^2 c^2 = 2^{34} \cdot 3^{43} \cdot 5^{75}$$

$$\frac{1}{6} - \frac{10}{6}$$

$$bc = 2^{13} \cdot 3^{15} \cdot 5^{18}$$

$$abc = 2^{17} \cdot 3^{22} \cdot 5^{38}$$

$$\frac{5}{6} \cdot 2 = \frac{5}{3}$$

$$ac = 2^{14} \cdot 3^{17} \cdot 5^{43}$$

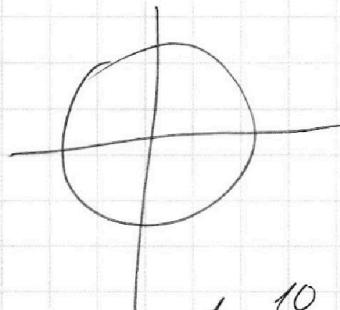
$$\cos(\text{arc cos}(x))$$

$$\frac{a^2 b^2 c^2}{49} = 2^6 \cdot 3^4 \cdot 5^9$$

$$x \in [-\frac{3\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}]$$

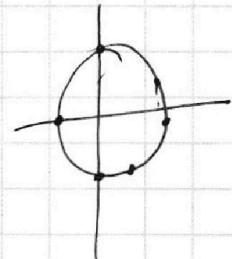
$$\frac{x^2}{49}$$

$$\text{arc cos}(\sin x) = \frac{3\pi}{8} + \frac{x}{5}$$



$$\sin x = \cos\left(\frac{3\pi}{10} + \frac{\pi}{5}\right)$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos\left(\frac{3\pi}{10} + \frac{\pi}{5}\right)$$



$$-\frac{9}{6} \quad \frac{6}{6} + \frac{10}{6}$$

$$\begin{cases} \frac{\pi}{2} - x = \frac{3\pi}{10} + \frac{\pi}{5} + 2\pi n \\ x - \frac{\pi}{2} = \frac{3\pi}{10} + \frac{\pi}{5} + 2\pi n \end{cases}$$

$$\frac{\pi}{5} = \frac{6x}{5} + 2\pi n$$

$$\frac{4x}{5} = \frac{4}{5}\pi + 2\pi n$$