



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



11 КЛАСС. Вариант 2

- [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^7 3^{11} 5^{14}$, bc делится на $2^{13} 3^{15} 5^{18}$, ac делится на $2^{14} 3^{17} 5^{43}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
- [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой AC в точке A , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке E , а катет BC – в точке F . Известно, что $AB \parallel EF$, $AB : BD = 1 : 3$. Найдите отношение площади треугольника ACD к площади треугольника CEF .
- [4 балла] Решите уравнение $5 \arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x$.
- [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$\begin{cases} x + 3ay - 7b = 0, \\ (x^2 + 14x + y^2 + 45)(x^2 + y^2 - 9) = 0 \end{cases}$

имеет ровно 4 решения.

$(x^2 + 7)^2 + (y^2 - 3)^2 = 4$

- [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_7^4(6x) - 2 \log_{6x} 7 = \log_{36x^2} 343 - 4, \quad \text{и} \quad \log_7^4 y + 6 \log_y 7 = \log_{y^2} (7^5) - 4.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

- [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-17; 68)$, $Q(2; 68)$ и $R(19; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно на границе) и таких, что $4x_2 - 4x_1 + y_2 - y_1 = 40$.
- [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 60, $SA = BC = 10$.
 - Найдите произведение длин медиан AA_1 , BB_1 и CC_1 .
 - Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 3$, а радиус сферы Ω равен 4.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

✓1.

$$abc : 2^7 \cdot 3^{11} \cdot 5^{24} \quad (1)$$

$$bc : 2^{13} \cdot 3^{15} \cdot 5^{18} \quad (2)$$

$$ac : 2^{14} \cdot 3^{17} \cdot 5^{43} \quad (3)$$

$$(1) \cdot (2); (2) \cdot (3); (3) \cdot (1):$$

$$abc \cdot b : 2^{20} \cdot 3^{28} \cdot 5^{32}$$

$$abc \cdot c : 2^{27} \cdot 3^{32} \cdot 5^{61} \quad |(X)$$

$$abc \cdot a : 2^{21} \cdot 3^{28} \cdot 5^{57} \quad |$$

$$(abc)^4 : 2^{68} \cdot 3^{86} \cdot 5^{150}$$

$$abc : 2^{17} \cdot 3^{22} \cdot 5^{38}$$

т.к. abc - натуральное, то

$$abc : 2^{17} \cdot 3^{22} \cdot 5^{38}$$

$$\text{но } abc : 2^{14} \cdot 3^{17} \cdot 5^{43} \Rightarrow abc : 5^{43} =$$

$$abc : 2^{12} \cdot 3^{22} \cdot 5^{43} \Rightarrow abc \geq 2^{17} \cdot 3^{22} \cdot 5^{43}$$

пример:

$$(a = 2^{10} \cdot 3^{11} \cdot 5^{29})$$

$$a = 2^4 \cdot 3^6 \cdot 5^{14}$$

$$b = 2^3 \cdot 3^5$$

$$\text{Ответ: } 2^{17} \cdot 3^{22} \cdot 5^{43}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

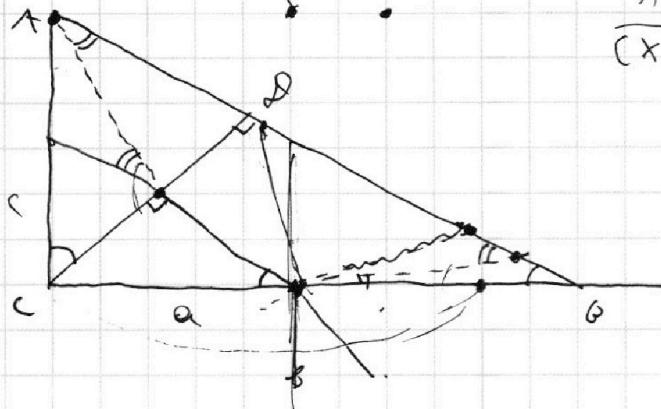
6

7

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{AC}{CX} = \frac{\sqrt{10n}}{\sqrt{10n}}$$

$$\frac{(10n^2 + a)}{10n^2 + b^2} = \frac{10n^3 + b^2}{a^2 \cdot 10n^2}$$

$$10n^2 \cdot a^2 + a^4 = 100n^4 + 10n^2 b^2$$
$$(10n^2 + b^2) b^2 = 100n^4 + 10n^2 b^2$$

$$\frac{10n + a}{10n + b} = \frac{10n}{b} =$$

$$a^4 + 10n^2 \cdot a^2 + 10n^2 \cdot a^2 =$$

$$3^2 + 10^2 =$$

$$10 + 100 =$$

$$10 \cdot bn + ab = 10^2 n^2 + 10n b.$$

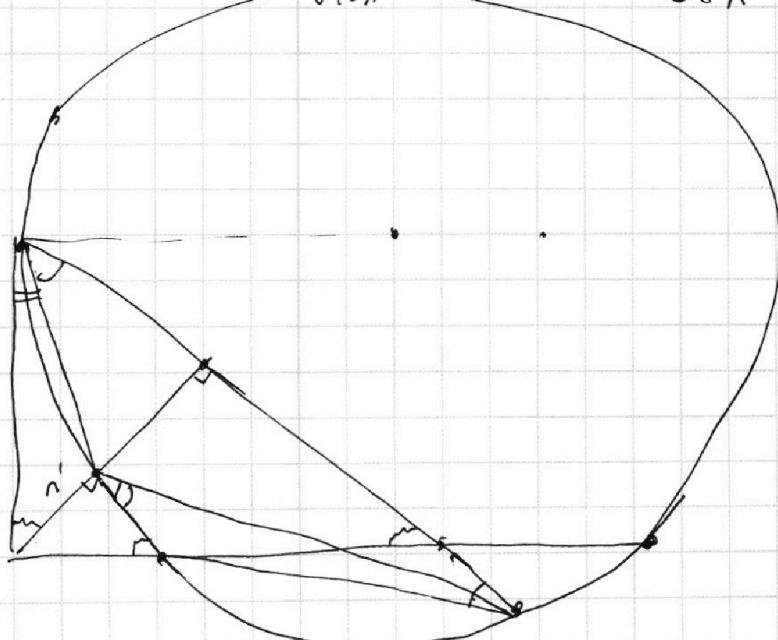
$$\partial b = 10^2 n^2.$$

$$\frac{c}{\sqrt{10n}} = \frac{a}{b}$$

$$\frac{\sqrt{30n}}{10n} = \frac{\sqrt{130n}}{EF} = \frac{13n}{a}$$

$$\frac{l \cdot \tilde{b}}{a \cdot 3}$$

$$\frac{76}{3a}$$



$$\frac{24}{24}$$

$$\frac{f}{6}$$

$$\frac{98}{576}$$

$$\times \frac{576}{25}$$
$$\frac{2880}{576}$$

$$\underline{-1152}$$
$$\underline{-14400}$$
$$4 f.$$

$$\frac{10n}{EF} = \frac{\sqrt{130n}}{a}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{S \triangle ACD}{S \triangle CEF} = k^2 = \left(\frac{AD}{CE} \right)^2 = \frac{3\pi^2 \cdot (\sqrt{10} + \sqrt{13})^2}{380 \cdot \pi^2} =$$

$$= \frac{3(10 + 13 + 2\sqrt{130})}{130} = \frac{69}{130} + \frac{6\sqrt{130}}{130}$$

расл токен.
в остальных случаях раздели
наименее опасными

Объем. $\frac{69}{130} + \frac{6\sqrt{130}}{130}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

5) $\frac{AQ}{QD} = \frac{13}{10}; \Rightarrow \frac{AQ}{RQ} = \frac{3}{10}$, значит $AR = 3x$, тогда $BR = 10x$

6) $\triangle AQC$ - прямоугольный, CR - высота $\Rightarrow CR = \sqrt{AR \cdot QR} = \sqrt{30}x$

7) $\triangle CQR: \angle CRQ = 90^\circ$, значит $AC = \sqrt{CR^2 + AR^2} = \sqrt{30x^2 + 9x^2} = \sqrt{39}x$

8) $\triangle CQR: \cancel{\angle CRQ} \angle CRQ = 90^\circ$, значит $RC = \sqrt{RC^2 + QR^2} = \sqrt{30 + 100}x = \sqrt{130}x$

9) $\frac{EC}{FQ} = \frac{AC}{AQ} = \frac{\sqrt{39}}{\sqrt{30}} = \sqrt{\frac{3}{10}}$, т.к.
 $EC = \sqrt{\frac{3}{10}} FQ$. $FQ = \sqrt{\frac{10}{3}} EC$.

10) $KF = RC - FQ = \sqrt{130}x - \sqrt{\frac{10}{3}} EC$

11) $\triangle FEC \sim \triangle QRC$ ($EF \parallel KQ$): значит

$$\frac{FC}{EC} = \frac{RC}{CQ} = \frac{\sqrt{130}x}{\sqrt{30}x} = \frac{\sqrt{13}}{\sqrt{3}}$$

$$FC \cdot \sqrt{3} = EC \sqrt{13}$$

$$\sqrt{380}x - \sqrt{10} EC = \sqrt{13} EC$$

$$EC = \frac{\sqrt{380}x}{\sqrt{10} + \sqrt{13}}$$

12) $\triangle ACR \sim \triangle CFE: \angle E = \angle R = 90^\circ, \angle A = \angle FCE$

Значит $\triangle ACR \sim \triangle CFB$ (по 2 углам)



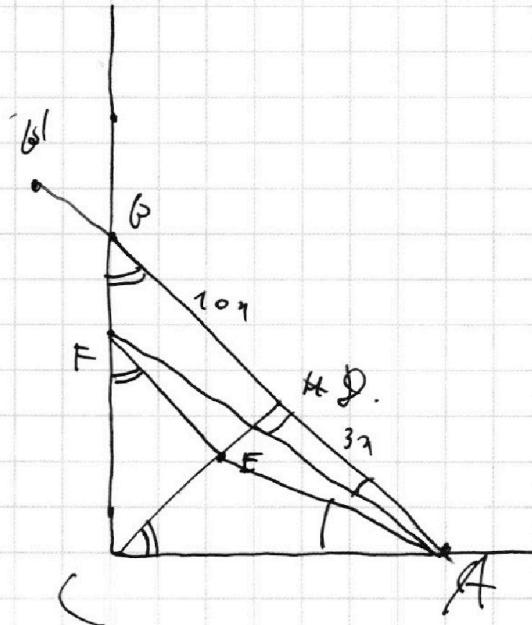
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



negative:

1) wenn $A \oplus \cap W = \emptyset$, m Ergo $b' \wedge F \vdash b \wedge w$
 analog, m Ergo $\exists x \rho(x) \Rightarrow \exists x A \rho'(x) =$
 $= \exists x b' \wedge F$ (b kann ne ob-gramm $\rho(x)$ sein)

2) б) w: w noseal BA, $\angle A B' E$ омупадено
 $\angle A B E \Rightarrow \angle A B' E = \angle E A F = \angle B' A F = d.$

3) $\text{meng} + C \otimes t = \beta$, meng $+ E(A = \beta)$ mene.

$$\Rightarrow \triangle AEC \sim \triangle AFQ \text{ (no 2 grana)} \quad \frac{EC}{FQ} = \frac{AC}{AQ}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$5 \arccos \sin n = \frac{3\pi}{2} + n.$$

$$\text{I } \arccos \sin n \in [0, \pi]$$

$$5 \arccos \sin n \in [0, 5\pi]$$

$$0 \leq \frac{3\pi}{2} + n \leq 5\pi$$

$$-\frac{3\pi}{2} \leq n \leq \frac{7}{2}\pi$$

$$\text{I } \arccos \sin n = \frac{\pi}{2} - n, \quad \text{если } \frac{\pi}{2} - n \leq \pi$$

$$\frac{5\pi}{2} - 5n = \frac{3\pi}{2} + n.$$

$$-\frac{\pi}{2} \leq n \leq \frac{\pi}{2}$$

$$\pi = 6n$$

$$\lambda = \frac{\pi}{6} - \text{некоторое целое}$$

$$\text{II } \arccos \sin n = n - \frac{\pi}{2} \quad \text{напр. при}$$

$$\text{III } \arccos \sin n = \frac{\pi}{2} - n + 2\pi \quad \left| \begin{array}{l} 0 \leq n - \frac{\pi}{2} \leq \pi \\ \frac{\pi}{2} \leq n \leq \frac{3\pi}{2} \end{array} \right.$$

$$\frac{25\pi}{2} - 5n = \frac{3\pi}{2}, \quad n.$$

$$6n = 11\pi$$

$$n = \frac{11\pi}{6} - \text{не целое при } n \in \left(\frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{2} \right)$$

$$\text{IV } \arccos \sin n = n + \frac{3\pi}{2} \quad \text{при } n \in \left(-\frac{5\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right)$$

$$\text{V } \arccos \sin n = n - \frac{5\pi}{2} \quad \text{при } n \in \left[-\frac{\pi}{2}; 0 \right]$$

$$\text{VI } \arccos \sin n = -\frac{3\pi}{2} - n \quad \text{при } n \in \left[-\frac{3\pi}{2}; 0 - \frac{\pi}{2} \right]$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{II} : 5n - 5\frac{\pi}{2} = \frac{3\pi}{2} + n$$

$$4n = 8\pi$$

$$\underline{n = 2\pi \in [0; \pi]}$$

$$\text{IV} : 5x + \frac{15\pi}{2} = \frac{3\pi}{2} + n.$$

$$6x = -\frac{12\pi}{6} \Leftrightarrow n < 0 \Rightarrow n \notin \left(\frac{5\pi}{2}; \frac{7\pi}{2}\right)$$

$$\text{V} : 5n - \frac{25\pi}{2} = \frac{3\pi}{2} + n.$$

$$4n = 14\pi$$

$$\underline{x = \frac{7\pi}{2} \in [-\frac{\pi}{2}; 0]}$$

$$\text{VI} : 6x = -\frac{15\pi}{2} - \frac{3\pi}{2}$$

$$6x = -\frac{18\pi}{2}$$

$$6x = -8\pi$$

$$\underline{x = -\frac{3\pi}{2} \in [-\frac{3\pi}{2}; -\frac{\pi}{2})}$$

Ответ: $-\frac{3\pi}{2}; 2\pi; \frac{5\pi}{6}$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

разделил числа на 4 получилось.
значит, что если приделе в 2⁴ то
4 делится, то следовательно
делится на 4, но одни не делят
число и это сокр с 4⁴ делится
а дальше делить можем, что придел
61 из делится (один касам)
один из делится ^{один касам} делится. получим
касам делится. из предела получим
что в пересечение этих касам.

Число 61 не делится на 4⁴ координаты
отсюда до первого есть из
координаты первые делются на
пересек с . следовательно
делится на 4⁴. делится на 4⁴, отсюда
все делители делются 4⁴. $A_4 = \sqrt{24}$

$$\text{стремление} = \frac{A_6}{A_4 \cdot A_8} = \frac{7 \cdot 5 \cdot 7}{5 \cdot \sqrt{24}}$$

$$A_4 = \sqrt{24 - \frac{49}{25 \cdot 24}} = 24$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

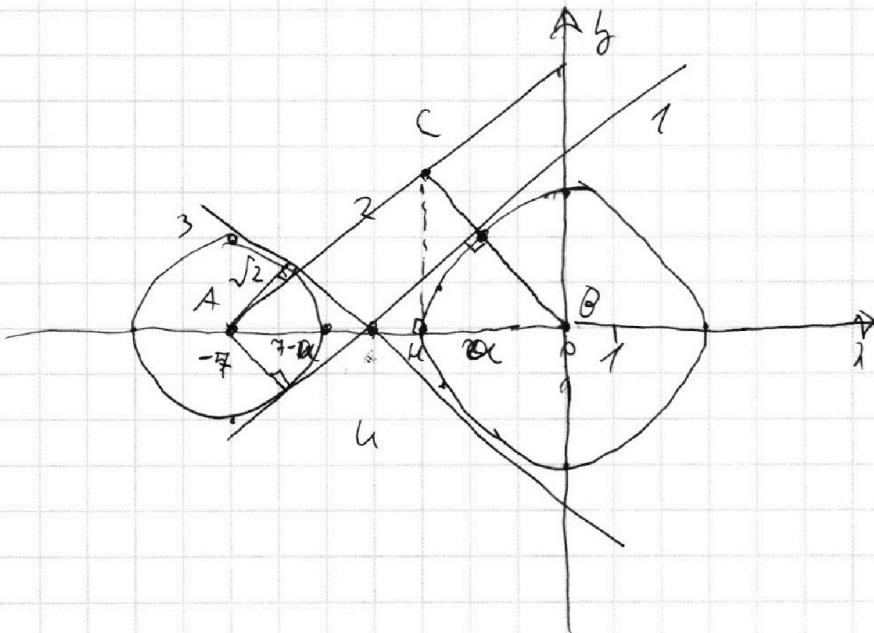
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№

$$\begin{cases} n + 3ag - 7b = 0 \\ ((n^2 + 7)^2 + g^2 - 4)(n^2 + g^2 - 8) = 0 \end{cases}$$

- корневые
решения второй системы - 2 окр
с центром в $(-7; 0)$ и радиусом 2 и с центром в
 $(0; 0)$ и радиусом 3.



$= 0$

$n + 3ag - 7b$ - какое - то уравнение,

$$n = 7b - 3ag \quad ; \quad 7b - 3ag = R \cdot F(n)$$

также, когда такое уравнение имеет

им пересечения: если можно

проверить 2 одни ^{все} касательные, они

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N₄.

$$\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} \angle A = \frac{5}{\sqrt{24}} = k, \text{ где } k - \text{const}$$

(cos)

помимо этой прямой, знаем
указанным выше образом
что есть $\frac{5}{\sqrt{24}} + \left(-\frac{5}{\sqrt{24}}\right)$ в силу симметрии

нужно найти $y = \frac{26 - x}{3a} = \frac{76}{3a} - \frac{x}{3a}$

$$\begin{aligned} m. l. \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{3a} < \frac{5}{\sqrt{24}} \\ -\frac{1}{3a} > -\frac{5}{\sqrt{24}} \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{a} > \frac{-75}{\sqrt{24}} \\ \frac{1}{a} < \frac{45}{\sqrt{24}} \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} a < \frac{\sqrt{24}}{15} \\ a > \frac{\sqrt{24}}{15} \end{array} \right. \quad (a \neq 0) \end{aligned}$$

Найдем при $a \in \left(\frac{\sqrt{24}}{15}; \frac{\sqrt{24}}{15}\right)$.

Ответ: при $a \in \left(\frac{\sqrt{24}}{15}; 0\right) \cup \left(0; \frac{\sqrt{24}}{15}\right)$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\left\{ \begin{array}{l} \log_2^4(6n) = \frac{3}{2} \log_6 n \cdot 7 + 2 \log_6 n \cdot 7 - 4 \\ \log_7^4(y) = \frac{5}{2} \log_7 2 \cdot 6 \log_7 7 - 4 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{7}{2} \log_6 n \cdot 7 - 4 = \log_7^4(6n) \quad (1) \\ -\frac{7}{2} \log_7 7 - 4 = \log_7^4(y) \end{array} \right.$$

$$\frac{7}{2} (\log_1 6n \cdot 7 + \log_7 7) = 0$$

$$\frac{\log_7 6n}{\log_7 6n} + \frac{\log_7 1}{\log_7 7} = 0$$

$$\frac{\log_7 y + \log_7 6n}{\log_7 6n \cdot \log_7 7} = 0$$

$$\log_7(y+6n) = 0$$

$$6n \cdot y = 7^0$$

$$n \cdot y = \frac{1}{6}$$

ответ: $\frac{1}{6}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Численное значение
изображают числом равным
и тогда все падает. А затем
то левый из них, все они
приведут к тому что $\theta = \pi - \text{угол}$
из пары из которых эта приведет
(человек поверг) (все влево, т.к.
он изображался, а в нем).
Всего ≥ 0 т.к. они вступят парой
также, т.к. все последующие
численные значения повергнуты, то
то приведут к тем приведут
через все можно $\frac{P}{n}$; где $P \in [0; 18\pi]$
и P -число (это означает что зона
что $y_k = k + \pi n$, где k -число)
число содержит 2 числовые из
меньшего смысла.

$$\begin{cases} y = -\pi n + a = \pi n \theta = -\pi n \\ y = -\pi n + b = g(n) \end{cases}$$

$g(0) - g(\pi) = b - a$, - искать
разность (изображают
число).

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Запомнил, что мы нарисовали
уголи трехмерных прямых.

OR и OP с дубликатами $y = n$ и $xy = -4n$
сопоставлены.

Нужно y на x зафиксировать
и z . т.к. $\alpha = -(x_1 + y_1) = \cos \alpha \cdot z = c$.
 $x_1 + y_1 = 40 - c$.

$y_2 = 40 - c - x_1$ т.к. при $x_1 = c$.

Нетрудно показать что угол между
косинусом касательной внешней парал-
лельностью это трехмерный профиль
актива для x_1, y_1 . Но есть еще
одинакий параллельный угол с условия
координатами x_1, y_1 все нужные
включены в 1-ой профиль, трехмерной
плоскости, и для А. не не саже.
тогда загадка сводится к выво-
ду 2 профилей из всевозможных



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Все задачи приведены в мерках Олимпиады
Число заслуженное от 0 до $440 \cdot 18 \cdot 9$.

(н.к. Числовые превелические $y = -9x + 18 \cdot 9$)

Итак, теперь можно начать

числить задачки $y = -9n + K$

внутри параллелограмма в заслуженном
числе от K , заслуженном, что при
одинаковых остатках при делении
на 4 у K это заслуженное единично.

1) $K = 0$ - 17 мерек ($\frac{68}{9}$)

2) $K = 1$. - 16 мерек.

3) $K = 2$ - 16 мерек.

4) $K = 3$ - 16 мерек

Итак, как-то так можно пойти

(разделилось с остатком 40) - 37.

При этом нужно со следующими числами
кративши 4-10 или кративши им по

4417 мерек, то складывая по 16

$$\Rightarrow \text{Всего } 14 \cdot 17 \cdot 10 + 16 \cdot 16 \cdot 27 = 7016 + 6736 + 2380 =$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

= 8802

Ответ: 8802.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$G \varrho_1 = \frac{\sqrt{2 \cdot 10^2 + 2 \cdot 4 \cdot 88 - 4 \cdot 16 \cdot 10}}{4} = \frac{\sqrt{200 + 704 - 160}}{4} =$$

$$= \frac{\sqrt{744}}{4} = \frac{\sqrt{188}}{2} \neq$$

$$CC_1 = \frac{\sqrt{2 \cdot 10^2 + 16 \cdot 10 \cdot 2 - 4 \cdot 88}}{4} = \frac{\sqrt{550 + 80 - 88}}{2} =$$

$$= \frac{\sqrt{482}}{2}$$

Число.

$$AA_1 \cdot G \varrho_1 \cdot CC_1 = 15 \cdot \frac{\sqrt{42 \cdot 186}}{2 \cdot 2} = \frac{15 \cdot \sqrt{21 \cdot 83}}{2} =$$

$$= \frac{15 \cdot \sqrt{7 \cdot 31}}{2} = \frac{15}{2} \sqrt{217}$$

Ответ: $\frac{15}{2} \sqrt{217}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

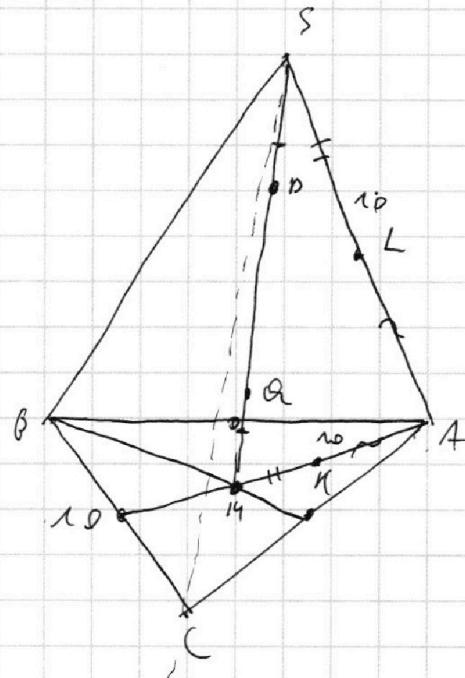
Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N6.



Планшет: 1) Рыбка W - cereale (SAM)
~~макрофото~~
макрофото W усажа . Сорока $\sqrt{2}$, моря
у - зе красавине $\sqrt{2}$ (SAGLУАНЫ),
W Kac SAGLУ W макрофото R.

$$2) \text{ f.s.m.A: } \text{Leg}(S; w) = SP \cdot SQ = SL^2, m.k$$

Start where it is & L

$$\text{Feg}(\mu; w) = M_{\Omega} \cdot M_P = M \kappa^2 m_\kappa w_{KSC}$$

и δK , тогда $\delta \alpha$ не является наведенном

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$SP = SA_2, MP \cdot MA_2 = SP \cdot SA_2 \Rightarrow SL = MK.$$

3) Указав $AS \perp A M$ в $\triangle MKL$. \Rightarrow

$$\cancel{AL} = SK, AL = AK \quad (\text{кан кес из } AKW)$$

$$\text{и } AL = AK, SL = MK \Rightarrow AM = AS = 10.$$

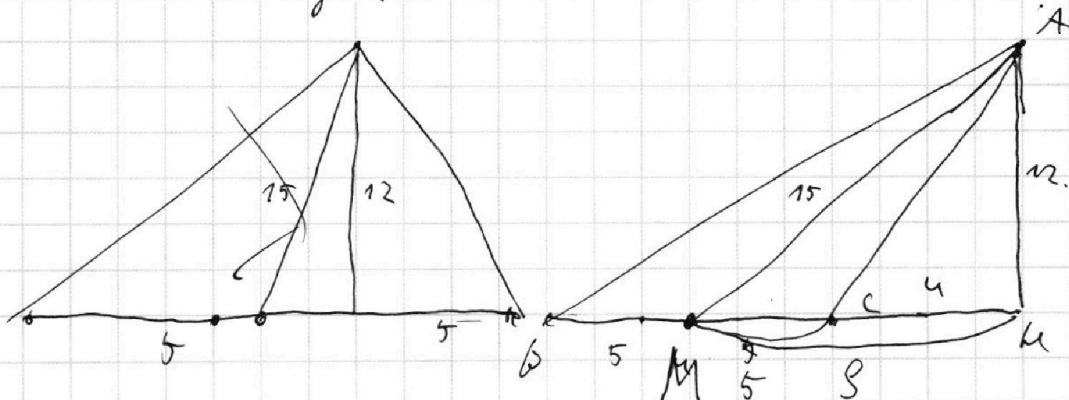
5) $\triangle AOC$: M - центр тяжести $AOC, AM = 10 \Rightarrow$

$AA_1 = 15$, т.е. AA_1 - высота AOC .

6) $\triangle AOC$: $OC = 10; S_{AOC} = 60 \Rightarrow OK = 12$, т.е.

AK - высота из A

7)



$\triangle AMK$ - прямоугольник $\Rightarrow MK = \sqrt{AM^2 + AK^2} = 9$, тогда

$$CK = 9 - 5 = 4.$$

$\triangle AKC$ - прямоугольник: $AC^2 = 12^2 + 4^2 = 4^2(1+9) = (4\sqrt{10})^2$
 $AC = 4\sqrt{10}$

$\triangle AOK$ - прямоугольник: $AO^2 = 12^2 + 14^2 = 2^2(6^2 + 7^2) = (2\sqrt{85})^2$

найдем OK из $\sqrt{\frac{204 + 85}{4}} = \frac{\sqrt{289}}{2} = \frac{17}{2} = 8.5$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$y = kx$$

$$-17; 68$$

$$y = -\frac{1}{4}x$$

$$y = -4x$$

$$4x_2 + y_2 = 40 + k$$

$$\begin{array}{r} 100 + \dots - 520 \\ 200 + 320 \end{array}$$

$\overline{178}$

$$(2, 68)$$

$$\begin{array}{r} 88 \\ 4 \\ \hline 52 \end{array}$$

$$y_2 = 4x_2 + k - 4x_1$$

$$2(25 + 88 - 20)$$

$$\begin{array}{r} 225 \\ 4 \\ \hline 500 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 249 \\ 4 \\ \hline 186 \\ 3 \\ \hline 24 \\ 24 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 83 \\ 3 \\ \hline 204 \end{array}$$

$$(18; 0) \quad y_2 = -4x_2 + 40 + k$$

$$(2, 68)$$

$$(0; 0)$$

$$\sqrt{2a^2 + b^2 - c^2}$$

$$25^2 = 225$$

$$4x_2 + y_2 - (4x_1 + y_1) = 40$$

$$4x_2 - 4x_1 = 4x_1 + y_1 - 2(4 \cdot 81 + 4 \cdot 16 \cdot 10)$$

$$186 \boxed{183}$$

$$y_1 = k_2 - 40 - 4x_1$$

$$\begin{array}{r} 364 \\ 160 \\ \hline 524 \end{array}$$

$$1048 - 186$$

$$\begin{array}{r} 160 \\ 194 \\ \hline 344 \\ 186 \\ \hline 30 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 36 \\ 42 \\ \hline 78 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 36 \\ 42 \\ \hline 85 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 26 \\ 4 \\ \hline 2 \end{array}$$

$\begin{array}{r} 360 \\ 260 \\ \hline 500 \end{array}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\log_7(2) = \frac{1}{2} \log_2 7 - 4$$

$$\log_7(4) = -\frac{3}{2} \log_2 7 - 4$$

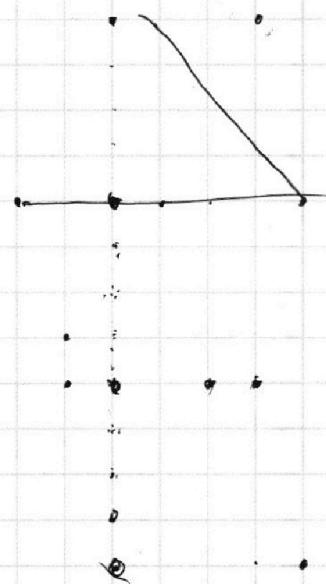
$$\begin{array}{r} 040 \\ \times 32 \\ \hline 3676 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 19 \\ \times 4 \\ \hline 76 \end{array}$$

$$a \quad \begin{array}{r} 16 \\ \times 16 \\ \hline 256 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 756 \\ + 27 \\ \hline 1782 \\ + 512 \\ \hline 7012 \\ \hline 81 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 14 \\ \times 77 \\ \hline 118 \\ + 14 \\ \hline 28 \end{array}$$



$$Q = -4x + b.$$

$$b = \frac{4}{18} \text{ и } 4p$$

$$-4x +$$

$$\begin{array}{r} 6812 \\ + 2880 \\ \hline 9802 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

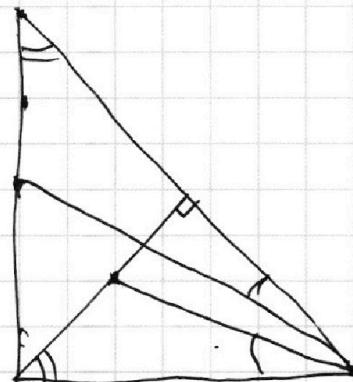
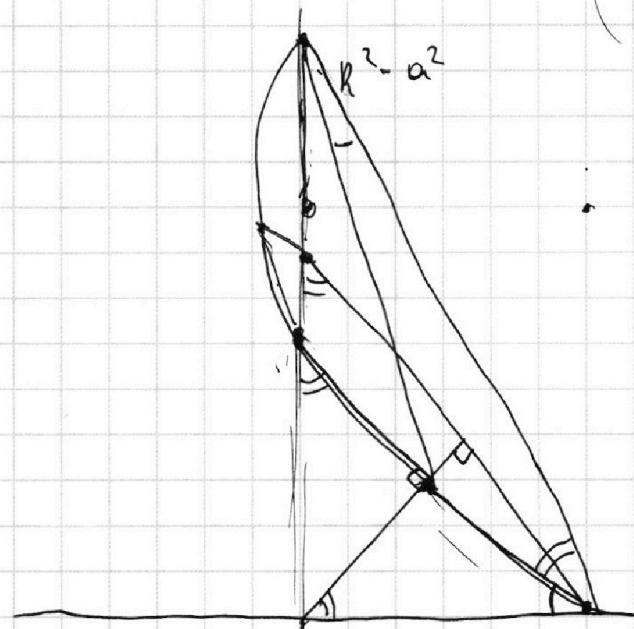
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\pi \cdot \left(\pi + 2\sqrt{R^2 - a^2} \right) = a^2$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

МФТИ.



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$ab : 2^7 \cdot 3^{11} \cdot 5^{14}$$

$$bc : 2^{13} \cdot 3^{15} \cdot 5^{18}$$

$$ca : 2^9 \cdot 3^{17} \cdot 5^{43}$$

$$abc \cdot b : 2^{20} \cdot 3^{26} \cdot 5^{44+13}$$

$$abc \cdot c : 2^{21} \cdot 3^{28} \cdot 5^{54}$$

$$abc \cdot a : 2^{22} \cdot 3^{32} \cdot 5^{61}$$

abc-min?

$$\begin{array}{r} 43 \\ + 18 \\ \hline 61 \end{array} \quad \begin{array}{r} 57 \\ 261 \\ - 118 \\ \hline 120 \end{array} \quad 120 / 30$$

$$11+15+11+17+15+17$$

$$48 \quad 2+8+6, \bar{5} > 21.$$

$$12 \quad 3 \\ 8$$

6

$$\begin{array}{r} 38 \\ - 14 \\ \hline 24 \end{array} \quad 34,5$$

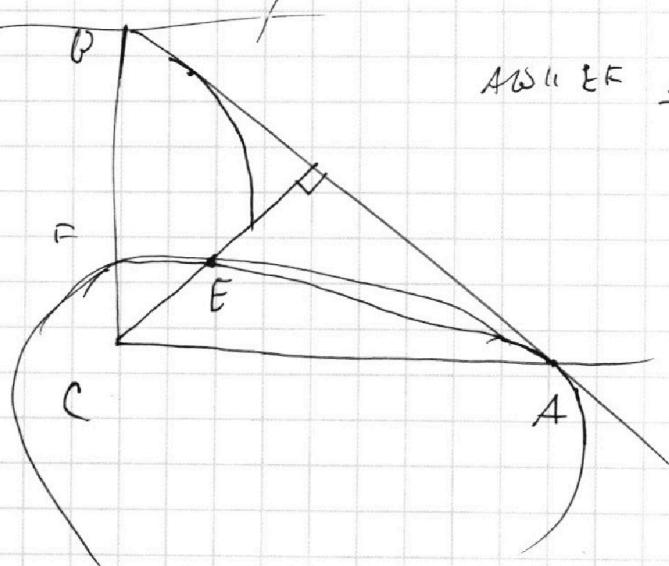
$$\begin{array}{r} 93 \\ - 24 \\ \hline 79 \end{array}$$

29

$$(c = 2^{10} \cdot 3^{11} \cdot 5^{29})$$

$$(a = 2^9 \cdot 3^6 \cdot 5^{18})$$

$$(b = 2^3 \cdot 3^5 \cdot x)$$



$$\text{АО} \parallel \text{ЕК} \quad \frac{\text{АО}}{\text{ЕК}} = 1,3$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

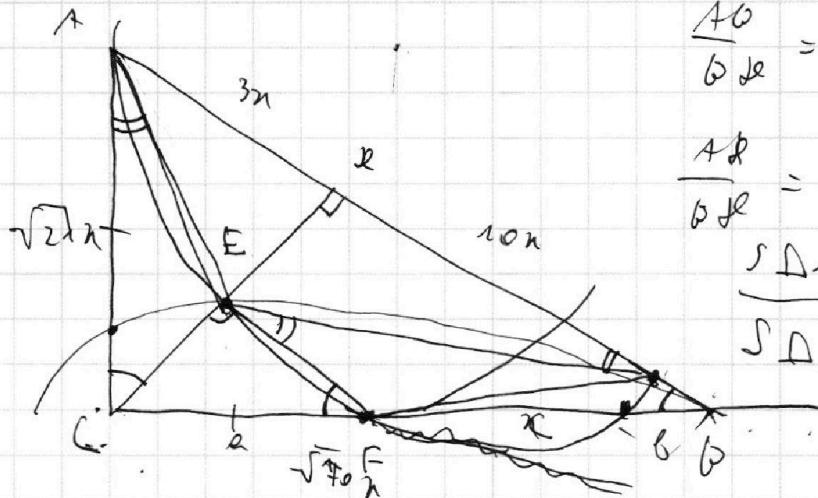
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{5}{2} - \frac{12}{2}$$



$$\frac{AC}{CE} = \frac{3}{10} = \frac{13}{10}$$

$$\frac{AC}{CF} = \frac{3}{10} \cdot \frac{S_{\triangle ACD}}{S_{\triangle CEF}}$$

$$-\frac{30}{21} \alpha(\alpha + \gamma) = 21x^2$$

$$-\frac{3}{7} \beta(\beta + \gamma) = \frac{3n}{h} = \frac{h}{10n}, \quad h = \sqrt{30}x$$

$$\log_7(6n) = 2 \log_6 7$$

$$\arg(\cos \alpha) \angle = n.$$

$$\arg \cos \alpha = \alpha.$$

$$\cos \alpha = \cos \alpha.$$

$$\cos \alpha = \sin \alpha.$$

$$\cos n = \sin \alpha.$$

$$\sin^2 n + \cos^2 n = 1$$

$$\alpha = \pi + \left(\frac{\pi}{2} - n\right)$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - n\right) = \sin n.$$

$$\log_7(6n) = 2 \log_6 7 =$$

$$\arccos \sin n = \frac{\pi}{2} - n.$$

$$= \frac{3}{2} \log_6 7 - 4.$$

$$\log_7(6n) = \frac{3}{2} \log_6 7 - 4. ; \log_7 g = -\frac{3}{2} \log_6 7 - 4.$$