



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



11 КЛАСС. Вариант 2

- [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^{73}3^{11}5^{14}$, bc делится на $2^{13}3^{15}5^{18}$, ac делится на $2^{14}3^{17}5^{43}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
- [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой AC в точке A , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке E , а катет BC – в точке F . Известно, что $AB \parallel EF$, $AB : BD = 1,3$. Найдите отношение площади треугольника ACD к площади треугольника CEF .
- [4 балла] Решите уравнение $5 \arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x$.
- [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} x + 3ay - 7b = 0, \\ (x^2 + 14x + y^2 + 45)(x^2 + y^2 - 9) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

- [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_7^4(6x) - 2 \log_{6x} 7 = \log_{36x^2} 343 - 4, \quad \text{и} \quad \log_7^4 y + 6 \log_y 7 = \log_{y^2} (7^5) - 4.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

- [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-17;68)$, $Q(2;68)$ и $R(19;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно на границе) и таких, что $4x_2 - 4x_1 + y_2 - y_1 = 40$.
- [6 баллов] Дано треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 60, $SA = BC = 10$.
 - Найдите произведение длин медиан AA_1 , BB_1 и CC_1 .
 - Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 3$, а радиус сферы Ω равен 4.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

Задача 1.

$$ab : 2^7 \cdot 3^{11} \cdot 5^{14}$$

$$bc : 2^{15} \cdot 3^{15} \cdot 5^{18}$$

$$ca : 2^{14} \cdot 3^{17} \cdot 5^{43}$$

Тогда $ab \cdot bc \cdot ca : 2^{34} \cdot 3^{43} \cdot 5^{75}$

тогда $(abc)^2 : 2^{34} \cdot 3^{43} \cdot 5^{75}$

тк квадрат, то он : на чётные степени =)

$$: 3^{44} \text{ и } : 5^{76}$$

$$\Rightarrow (abc)^2 : 2^{34} \cdot 3^{44} \cdot 5^{76} \Rightarrow (abc)^2 : 2^{34} \cdot 3^{44} \cdot 5^{76}$$

$$abc \rightarrow \sqrt{abc^2}, 2^{17} \cdot 3^{22} \cdot 5^{38}$$

Пример таких a, b и c :

$$c = 2^{10} \cdot 3^{11} \cdot 5^{24}$$

$$b = 2^3 \cdot 3^4 \cdot 5^4$$

$$a = 2^4 \cdot 3^7 \cdot 5^{10}$$

Тогда $abc : 2^{17} \cdot 3^{22} \cdot 5^{38}$, но

$$ac : 5^{43}$$

тогда $abc : 2^{17} \cdot 3^{22} \cdot 5^{43} \Rightarrow abc : 5^{43}$

$$abc : 2^{17} \cdot 3^{22} \cdot 5^{43}$$

Пример $a, b, c :$

$$a = 2^4 \cdot 3^7 \cdot 5^{20}$$

$$b = 2^3 \cdot 3^4$$

$$c = 2^{10} \cdot 3^{11} \cdot 5^{23}$$

$$\text{Ответ: } 2^{17} \cdot 3^{22} \cdot 5^{43}$$

видно, что все делности выполн.

$$\text{и } abc = 2^{17} \cdot 3^{22} \cdot 5^{43} \Rightarrow$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

ЗАДАЧА 2. ПРОДОЛЖЕНИЕ

Тогда

$$\frac{S(ACD)}{S(CEF)} = \frac{\frac{AD \cdot CD}{2}}{\frac{CD \cdot BD}{8}} = \\ = \frac{AD \cdot CD \cdot 8^4}{CD \cdot BD \cdot 2} = 4 \frac{AD}{BD} = 4 \left(\frac{AB}{BD} - 1 \right) = \\ = 4 \cdot 0,5 = 1,2$$

Ответ: 1,2.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

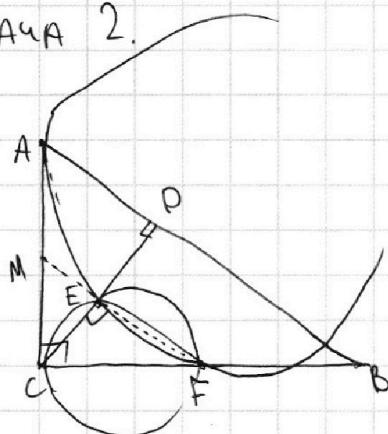


- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 2.



Тк. $EF \parallel AB$, то $\angle FED = \angle EDA = 90^\circ$ как
нашест. лин. при секущей CD .

Тогда $\angle CEF = 90^\circ$

Руко EF пересекает AC в точке M.

Заметим, что на окружности с диаметром
 CF лежит E , тк $\angle CEF = 90^\circ$ и
этот окружность касается AC , тк.

$AC \perp$ диаметру CF .

Тогда стяжка точки M отн окр $AEC =$

$$\deg M = MA^2 = ME \cdot MF$$

$$\text{а } \deg M = MC^2 = ME \cdot MF \Rightarrow$$

$$MA^2 = MC^2 \Rightarrow MA = MC \text{ Тогда в } \triangle ABC$$

MF - средняя линия, тк $MF \parallel AB$ и M - середина
 AC . $\Rightarrow F$ - середина $CB \Rightarrow$

FE - средняя линия $\triangle CDB$ тк F - середина CB

и $EF \parallel BD \Rightarrow EF = \frac{BD}{2}$. Тк площадь = $\frac{\text{ширина} \cdot \text{высота}}{2}$

$$\text{то } S(ACD) = \frac{AD \cdot CD}{2}, S(CEF) = \frac{CE \cdot EF}{2} = \frac{CD \cdot \frac{BD}{2}}{2}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 3.

$$5 \arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x$$

$$\arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5}$$

\arccos принимает значения в $[0; \pi]$

тогда $x \in \left[-\frac{3}{2}\pi; \frac{7}{2}\pi\right)$.

возьмем косинус из обоих частей равенства:

$$\sin x = \cos\left(\frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5}\right)$$

$$\cos(x) = \cos\left(\frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5}\right)$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos\left(\frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5}\right)$$

тогда:

$$\begin{cases} \frac{\pi}{2} - x = \frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5} + 2\pi k & k \in \mathbb{Z} \\ \frac{\pi}{2} - x = -\left(\frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5}\right) + 2\pi l & l \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

Решим:

$$\begin{cases} \frac{5\pi}{10} - \frac{5x}{5} = \frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5} + 2\pi k & k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{5\pi}{10} - \frac{5x}{5} = 2\pi l - \frac{3\pi}{10} - \frac{x}{5} & l \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{6}{5}x + 2\pi k = \frac{2}{10}\pi & k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{4}{5}x + 2\pi l = \frac{8}{10}\pi & l \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3\pi x + 10\pi k = 6\pi + 10\pi l = \pi & k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x + 10\pi l = 4\pi & l \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

7

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 3. Продолжение

$$x = \frac{\pi}{6} - \frac{10\pi}{6}k \quad k \in \mathbb{Z} \quad (1)$$

$$x = \pi - \frac{5}{2}\pi l \quad l \in \mathbb{Z} \quad (2)$$

Посмотрим какие решения находят под

$$x \in \left[-\frac{3}{2}\pi; \frac{7}{2}\pi \right).$$

(1): $k \geq 2 \quad x < -\frac{3}{2}\pi \quad X$

$k=1 \quad x = -\frac{3}{2}\pi \quad V$

$k=0 \quad x = \frac{\pi}{6} \quad V$

$k=-1 \quad x = \frac{11\pi}{6} < \frac{7}{2}\pi \quad V$

$k \leq -2 \quad x \geq \frac{21}{6}\pi \geq \frac{7}{2}\pi \quad X$

\Rightarrow б (1) $x \in \left\{ -\frac{3}{2}\pi \right\}; \left\{ \frac{\pi}{6} \right\}; \left\{ \frac{11\pi}{6} \right\}$.

(2): $l \geq 2 \quad x < -\frac{3}{2}\pi \quad X$

$l=1 \quad x = -\frac{3}{2}\pi \quad V$

$l=0 \quad x = \pi \quad V$

$l \leq -1 \quad x \geq \frac{7}{2}\pi \quad X$

\Rightarrow б (2) $x \in \left\{ -\frac{3}{2}\pi \right\}; \left\{ \pi \right\}$

\Rightarrow Ответ: $\left\{ -\frac{3}{2}\pi; \frac{\pi}{6}; \pi; \frac{11\pi}{6} \right\}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Продолжение 3.

коэф при $b^2 \leq 0$ ($\tau n 14^2 = 4 \cdot 49$)
и $t = a^2 > 0$

тогда \exists такое b , когда есть 2 корня

$$\Rightarrow D > 0.$$

$$\Rightarrow (2 \cdot 126 \cdot t)^2 > 4 \cdot (-14^2 t) (126^2 t^2 - (4 \cdot 45 \cdot 9)(9t^2 - t))$$

и видно, что если это точка самое
изогнутое, то таких $b \notin$ не будет

\Rightarrow Ответ: все при каких.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 4. начало.

$$\left\{ \begin{array}{l} x + 3ay - 7b = 0 \\ (x^2 + 14x + y^2 + 45)(x^2 + y^2 - 9) = 0 \end{array} \right. \quad (1)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x + 3ay - 7b = 0 \\ (x^2 + 14x + y^2 + 45)(x^2 + y^2 - 9) = 0 \end{array} \right. \quad (2)$$

$$(1): \quad x = 7b - 3ay$$

$$(2): \quad \left[\begin{array}{l} x^2 + 14x + y^2 + 45 = (x+7)^2 + y^2 - 4 = 0 \\ x^2 + y^2 - 9 = 0 \end{array} \right.$$

$$\left[\begin{array}{l} (7b+1-3ay)^2 + y^2 - 4 = 0 \\ (7b-3ay)^2 + y^2 - 9 = 0 \\ 49b^2 + 1 + 9a^2y^2 - 49b^2 + 1 + 9a^2y^2 - 9 = 0 \\ (x+7)^2 + y^2 = 4 \end{array} \right. \quad (3)$$

$$x^2 + y^2 = 9 \quad (4)$$

$$\text{и } (3): \quad (x+7)^2 \leq 4$$

$$\begin{aligned} x+7 &\leq 2 \\ x &\leq -5 \end{aligned}$$

$$\text{и } (4) \quad x^2 \leq 9 \Rightarrow x \geq -3$$

Видно, что решений не существует

\Rightarrow останось проверить, когда $y \neq 0$
 $(3) \text{ и } (4) \text{ на 2 корни (с учетом (1))}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 4. Продолжение 1.

$$\begin{cases} x + 3ay - 7b = 0 & (1) \\ (x^2 + 14x + y^2 + 45) / (x^2 + y^2 - 9) = 0 & (2) \end{cases}$$

$$(2) : \begin{cases} x^2 + 14x + y^2 + 45 = 0 \\ x^2 + y^2 - 9 = 0 \end{cases}$$

$$(1) : x + 3ay - 7b = 0$$

$$(x - 7b)^2 = 9a^2 y^2$$

$\begin{cases} (1) \\ (2) \end{cases}$ эти две болются:

$$\begin{cases} y^2 = -45 - x^2 - 14x = 4 - (x+7)^2 & | \cdot 9a^2 \\ 9a^2 y^2 = (x-7b)^2 \\ 9a^2 = 9 - x^2 \\ 9a^2 y^2 = (x-7b)^2 \end{cases}$$

$$36a^2 - 9a^2(x+7)^2 = (x-7b)^2 \quad (3)$$

$$81a^2 - 9a^2 x^2 = (x-7b)^2 \quad (4)$$

если $a=0$, то $x = 7b$ и это $b=1$

тогда $y^2 = 4 - (x+7)^2$ тогда $(x+7) \leq 2$

последнее $y^2 = 9 - x^2$ тогда $x \geq -3$
такие 2 решения. Так

без него 4 решения $2x$ квадр. упр-и.

но таких $x \neq -3 \Rightarrow$ такого b , где

$$a=0.$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Проблема 2.
если $a \neq 0$. то

$$\text{из } x + 3ay - 7b = 0$$

из x однозначно следует $y \Rightarrow$

должно быть 4 решения x .

\Rightarrow 4 решения y ③ и ④

$$36a^2 - 9a^2(x+7)^2 = (x-7b)^2 \quad ③$$

$$81a^2 - 9a^2x^2 = (x-7b)^2 \quad ④$$

\Rightarrow из какого то 2 решения.

$$③: 36a^2 - 9a^2x^2 - 9 \cdot 14a^2x - 49 \cdot 9a^2 = x^2 - 14bx + 49b^2$$

$$\text{или } (9a^2 + 1)x^2 + x(9 \cdot 14a^2 - 14b) + (49b^2 + 45 \cdot 9a^2) = 0$$

$\Rightarrow D > 0$ где $2x$ корней.

$$\Rightarrow (9 \cdot 14a^2 - 14b)^2 > 4(9a^2 + 1)(49b^2 + 45 \cdot 9a^2)$$

последовательно

$$126^2t^2 - 2 \cdot 126 \cdot 14tb + 14^2b^2 > 4 \cdot 9 \cdot 49tb^2 +$$

$$+ 4 \cdot 9t^2 \cdot 45 + 4 \cdot 49b^2 + 4 \cdot 45 \cdot 9t$$

$$(126^2 - 4 \cdot 9^2 \cdot 45)t^2 - t(2 \cdot 126 \cdot 14b - 4 \cdot 9 \cdot 49b^2)$$

$$+ (14^2b^2 - 4 \cdot 49b^2) > 0.$$

$$b^2(14^2 - 4 \cdot 9 \cdot 49t - 4 \cdot 49) -$$

$$- b(2 \cdot 126 \cdot 14t) + (126^2 - 4 \cdot 9^2 \cdot 45t^2 - 4 \cdot 45 \cdot 9t)$$

V
0



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 5.

$$\text{нужно } \log_7 6x = a$$

$$\text{тогда } 2 \log_7 7 = 2 \frac{1}{\log_7 6x} = \frac{2}{a}$$

$$\log_{36x^2} 343 = \frac{\log_7 343}{\log_7 36x^2} = \frac{3}{2 \log_7 6x} = \frac{3}{2a} \Rightarrow$$

$$\textcircled{1} \quad a^4 - \frac{2}{a} = \frac{3}{2a} - 4$$

$$\text{нужно } \log_7 y = b$$

$$\text{тогда } 6 \log_7 7 = \frac{6}{b}$$

$$\log_{y^2} (7^5) = \frac{\log_7 (7^5)}{\log_7 y^2} = \frac{5}{2b} \Rightarrow$$

$$\textcircled{2} \quad b^4 + \frac{6}{b} = \frac{5}{2b} - 4$$

$$\textcircled{3} \quad | \cdot 2a \quad \textcircled{2} \quad | \cdot 2b$$

$$\textcircled{1}: 2a^5 - 4 = 3 - 8a$$

$$\textcircled{2}: 2b^5 + 12 = 5 - 8b$$

$$\textcircled{1}: 2a^5 + 8a + 7 = 0$$

$$\textcircled{2}: 2b^5 + 8b - 7 = 0.$$

запишем, что y $\textcircled{1}$ и $\textcircled{2}$ но \pm корни.

$\textcircled{1}$: возник произвольно.

$$10a^4 + 8 \quad \text{она всегда} > 0 \Rightarrow$$

МАК \pm корень, тк a он есть тк $2a^5 + 8a + 7 = 0$ - нечетной степени.

$\textcircled{2}$: аналогично только \pm корень тк $10b^4 + 8 > 0$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Из исходных ур-й ① и ② :

$$\textcircled{1}: a^4 - \frac{7}{2a} = -4 \quad \text{и} \quad \textcircled{2}: b^4 - \frac{7}{2b} = -4$$

$$a^4 - \frac{7}{2a} = b^4 + \frac{7}{2b} = -4$$

вычав y ① корень A , т.с. га

$$A^4 - \frac{7}{2A} = -4$$

$$\Rightarrow (-A)^4 + \frac{7}{2(-A)} = -4 \quad \text{но т.с. га}$$

-A - это корень ② . =>

тк это еп. корни , то $\boxed{a+b=0.}$

Найдём xy.

$$\begin{aligned} xy &= \frac{6xy}{6} = \frac{7^{\log_7 6x} \cdot 7^{\log_7 4}}{6} = \\ &= \frac{7^{\log_7 6x + \log_7 8}}{6} = \frac{7^{a+b}}{6} = \frac{7^0}{6} = \left(\frac{1}{6}\right) \end{aligned}$$

Начали!

Ответ: $\frac{1}{6}$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

МФТИ.

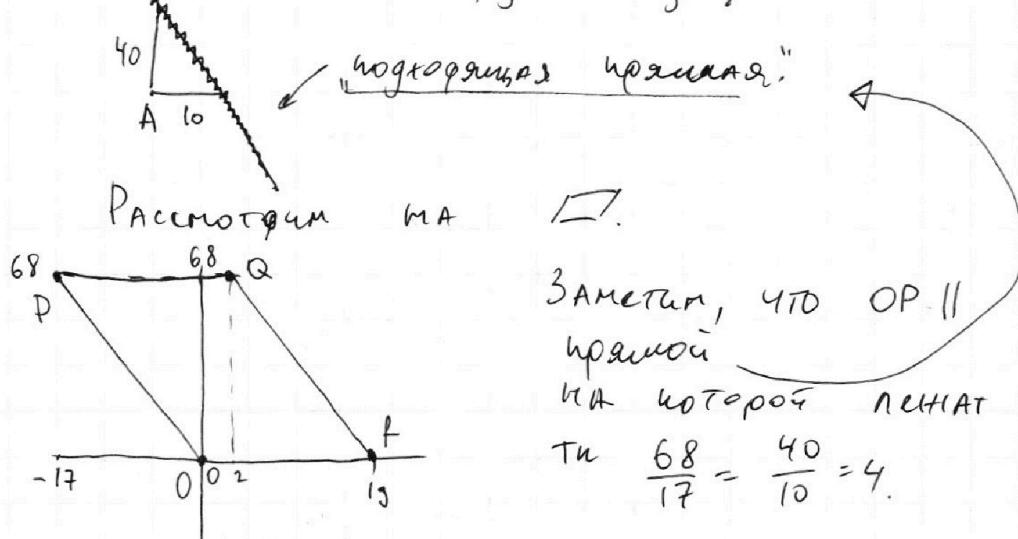
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 6.

Заметим, что при константной точке A, точка B лежит на прямой, тк $4x_2 - 4x_1 + y_2 - y_1 = 40$ линейная функция.

Что это за прямая? — это прямая через точки $(x_1 + 10; y_1)$ и $(x_1; y_1 + 40)$

Тк такие x_2, y_2 подходит.



□

Заметим, что OP ||

прямой
на которой лежат точки P.

$$\text{тк } \frac{68}{17} = \frac{40}{10} = 4.$$

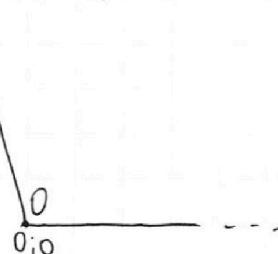
Заметим, что если A лежит в $\square OPTS$ тк $T(-7; 68)$ $S\left(\frac{68}{3}; 0\right)$

то "ноготрясающая прямая" где B) лежит

в $\square OPQR$. (тк TS это симметрия QR на)

осталось вычислить кон-бс пары для

точек $A \in OPTS$.





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Заметим, что для точек O, P и
на 1 прямой OP можно выбрать точек
в одинаково и для точек A, B
одной горизонтали можно выбрать точек
в такие одинаково

Тогда все точки **разбиваются** на 4 группы

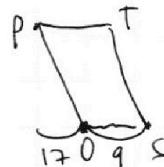
$$1: \text{сверху. } (0; 0)$$

$$2: (0; 1)$$

$$3: (0; 4)$$

$$4: (0; 3)$$

1: в этой группе $10 \cdot 18$ точек



ти на прямых OP и

18 точек, а тк. $PS = 9$,
 10 (тк. $OS = 9$).

точке O - это 18 точек B

(на прямой OP через $(10; 0)$)

огранич. прямами OS и PT .

\Rightarrow на 6 1) группе $\boxed{10 \cdot 18 \cdot 18}$

Далее сумма $2; 3; 4$ ответов **единственна**

$$u = 9 \cdot 17 \cdot 17$$

ти на горизонтали 6 ОРТС их уменьшить

g , то (вертикали $17 \Rightarrow u$ в 6 раз

y них \uparrow (направл. OP)

но 17 точек B .

\Rightarrow ответ: $10 \cdot 18^2 + 3 \cdot 9 \cdot 17^2$ шар

Ответ: $10 \cdot 18^2 + 27 \cdot 17^2$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

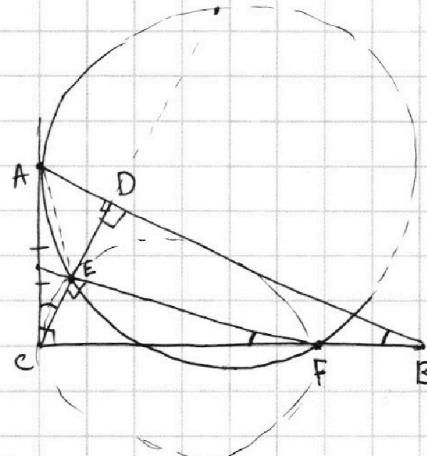
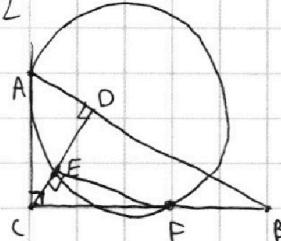
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 2



Решение задачи

Так как $EF \parallel AB$, то $\angle ABC = \angle EFC$, как
односторонние, а также $\angle CEF = \angle CDB$, как

односторонние при секущей CD.

То $\angle CDB = 90^\circ$, то $\angle CEF = 90^\circ$

$$\angle ACD = \angle ACB - \angle DCB = 90^\circ - \angle DCB = 90^\circ - \angle ECF = \angle CFE$$

$$\frac{AB}{BD} = 1 + \frac{AD}{BD} = 1,5 \Rightarrow \frac{AD}{BD} = 0,5$$

$$\frac{BD}{CD} = \operatorname{ctg}(\angle CBD) = \operatorname{ctg}(\angle ACD) = \frac{CD}{AD}$$

$$\Rightarrow BD = \frac{CD^2}{AD} \Rightarrow \frac{AD}{\frac{CD^2}{AD}} = 0,5 \Rightarrow \left(\frac{AD}{CD}\right)^2 = 0,5$$

$$x^2 + 4x + 4y^2 + (y^2 - 4)$$

$$(x+2)^2 + (y^2 - 4) \mid (x^2 + y^2 - 4) = 0.$$

$$x+2 = -3y$$

$$x^2 + 4x + 4 = 9y^2$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 4 \\ y^2 + (x+2)^2 = 4. \end{cases}$$

$$9y^2 = 4 -$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$a^4 - \frac{2}{a} = \frac{3}{2a} - 4 \quad b^4 + \frac{6}{b} = \frac{5}{2b} - 4$$

$$\begin{array}{r} 18 \\ \times 13 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{c} a+b \\ 7 \\ \hline b \end{array}$$

$$b^4 - a^4 = 7 \left(\frac{a+b}{2ab} \right)$$

$$2ab(a-b)(a^2+b^2) = 7$$

$$b^4 + \frac{7}{2b} = -4 = a^4 - \frac{7}{2a}$$

$$2b^4 + \frac{7}{b} = -8 = 2a^4 - \frac{7}{a}$$

$$b-a < 1 \quad \text{окр } \angle 1$$

$$10a = 7$$

$$2 \cdot 4b^3 + \frac{7b}{b^2} = 0$$

$$8b^3 = -\frac{7}{8}$$

$$b^4 + \frac{7}{2b} + 4 = 0$$

$$(b^2+2)^2 - 4b^2 + \frac{7}{2b} = 0$$

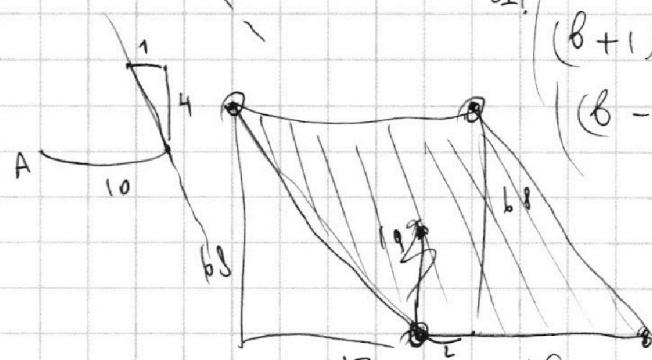
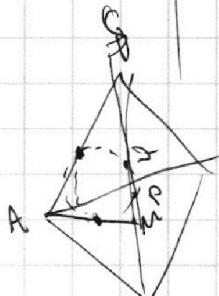
$$(b^2 - 2b + 2)(b^2 + 2b + 2) + \frac{7}{2b} = 0$$

$$2b^4 + 2b^2 + 4b + \frac{7}{2b} = 0$$

$$(b+1)^2 + 1$$

$$(b-1)^2 + 1$$

$$\frac{17}{2b^2} + \frac{3}{5} < 7$$



$$2b^5 + 7 + 8b = 0$$

$$\frac{17}{4b^2} + \frac{2}{5} < 7$$

$$2b^5 + 6b^4 + 2b^3 + 8a = 0, 10b^4 + 8a = 0$$

$$\frac{17}{4b^2} - 7 < \frac{7}{2b^2}$$

$$(a+b)(8+2(\)) \Rightarrow 1 \text{ искрн.}$$



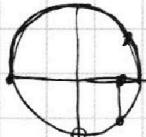
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

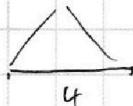
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



0.Δ 3.

$$\begin{array}{r} \times a \\ \times 2 \\ \hline 343 \end{array}$$

$$x < a \quad \cos\left(\frac{3}{10}\pi + \frac{x}{a}\right) = \sin x.$$



$$\log_7(6x) - 2 \log_{6x} 7 = \log_{56x^2} 343 - 4$$

$$6x > 0.$$

$$\begin{array}{l} \log_7 7 \\ \hline \log_7 6x \end{array}$$

$$a^4 - \frac{2}{a} = b^4 - \frac{7}{2b}$$

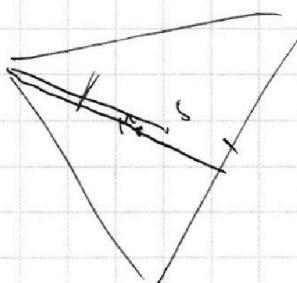
$$\begin{array}{l} a^4 - \frac{2}{a} = \frac{3}{2a} - 4 \\ a^5 - 2 = \frac{3}{2} - 4a \end{array}$$

$$\begin{aligned} a^4 - b^4 &= 7 \left(\frac{ab - a^2}{a^2 + b^2} \right) \\ 2ab(a^2 - b^2) &= 7(ab - a^2) \\ 2ab(a^2 + b^2)(a - b) &= -7 \\ a + b &= \log_7 686 \end{aligned}$$

$$b^5 + \frac{6}{b} = \frac{5}{2b} - 4b$$

$$\begin{array}{l} a+b \\ \hline 7 \\ \hline 6 \end{array}$$

$$x(x^2 - y)_y$$



$$b^5 + 4b = \frac{11}{2} - \frac{7}{2}$$

$$a^5 + 4a = \frac{1}{2}$$

$$(a+b)(a^4 - ba^3 + 4) = -5$$

$$b^5 + a^5 + 4a + 4b + 5 = 0.$$

$$b^5 - a^5$$