



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 1



1. [4 балла] Натуральные числа  $a, b, c$  таковы, что  $ab$  делится на  $2^9 3^{10} 5^{10}$ ,  $bc$  делится на  $2^{14} 3^{13} 5^{13}$ ,  $ac$  делится на  $2^{19} 3^{18} 5^{30}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .
2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник  $ABC$ . Окружность, касающаяся прямой  $BC$  в точке  $B$ , пересекает высоту  $CD$ , проведённую к гипотенузе, в точке  $F$ , а катет  $AC$  – в точке  $E$ . Известно, что  $AB \parallel EF$ ,  $AD : DB = 3 : 1$ . Найдите отношение площади треугольника  $ABC$  к площади треугольника  $CEF$ .
3. [4 балла] Решите уравнение  $5 \arcsin(\cos x) = x + \frac{\pi}{2}$ .

4. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , для каждого из которых найдётся значение параметра  $b$ , при котором система уравнений

$$\begin{cases} ax + 2y - 3b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 9)(x^2 + y^2 - 12x + 32) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа  $x$  и  $y$  удовлетворяют равенствам

$$\log_3^4 x + 6 \log_x 3 = \log_{x^2} 243 - 8 \quad \text{и} \quad \log_3^4(5y) + 2 \log_{5y} 3 = \log_{25y^2} (3^{11}) - 8.$$

Найдите все возможные значения произведения  $xy$ .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках  $O(0; 0)$ ,  $P(-14; 42)$ ,  $Q(6; 42)$  и  $R(20; 0)$ . Найдите количество пар точек  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$  с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что  $3x_2 - 3x_1 + y_2 - y_1 = 33$ .
7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида  $SABC$ , медианы  $AA_1, BB_1$  и  $CC_1$  треугольника  $ABC$  пересекаются в точке  $M$ . Сфера  $\Omega$  касается ребра  $AS$  в точке  $L$  и касается плоскости основания пирамиды в точке  $K$ , лежащей на отрезке  $AM$ . Сфера  $\Omega$  пересекает отрезок  $SM$  в точках  $P$  и  $Q$ . Известно, что  $SP = MQ$ , площадь треугольника  $ABC$  равна 90,  $SA = BC = 12$ .
  - а) Найдите произведение длин медиан  $AA_1, BB_1$  и  $CC_1$ .
  - б) Найдите двугранный угол при ребре  $BC$  пирамиды, если дополнительно известно, что  $\Omega$  касается грани  $BSC$  в точке  $N$ ,  $SN = 4$ , а радиус сферы  $\Omega$  равен 5.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№1.

$$ab: 2^9 \cdot 3^{19} \cdot 5^{10}$$

$$bc: 2^{14} \cdot 3^{13} \cdot 5^{13}$$

$$ac: 2^{19} \cdot 3^{18} \cdot 5^{30}$$

$$(a \cdot b \cdot c)^2: 2^{42} \cdot 3^{47} \cdot 5^{53}$$

$$(a \cdot b \cdot c)_{\min}: 2^{21} \cdot 3^{21} \cdot 5^{27}$$

Докажем, что меньше быть не может

Допустим, что макс. степень 2, на которую делится  $abc$ , равна 20  
может

$ab: 2^9$  ~~делит~~, т.е. макс. степень 2, на которую делится  $c$ , равна 11

$bc: 2^{14}$ , т.е. макс. степень 2, на которую может делиться  $a$ , равна 6

$$11 + 6 = 17 < 19 \Rightarrow ac \nmid 2^{19} \sim \text{не может быть}$$

~~все~~  $abc: 2^{21}$  :

$$ab: 2^9 \Rightarrow c: 2^{12}$$

$$bc: 2^{14} \Rightarrow a: 2^7$$

$$12 + 7 = 19 \Rightarrow ac: 2^{19}$$

Аналогично для степеней 3 и 5

$$\text{Ответ: } 2^{21} \cdot 3^{21} \cdot 5^{27}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

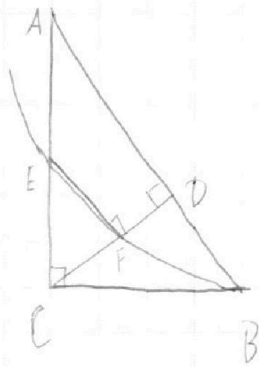
Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№2.



$$\frac{AD}{DB} = \frac{3}{1} \quad \text{Пусть } AD = 3x; \quad DB = x$$

$$CD^2 = AD \cdot DB, \quad CD = x\sqrt{3}$$

$$BC = \sqrt{CD^2 + BD^2} = 2x$$

$$AB = 4x$$

$$AC = \sqrt{CD^2 + AD^2} = 2\sqrt{3}x$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



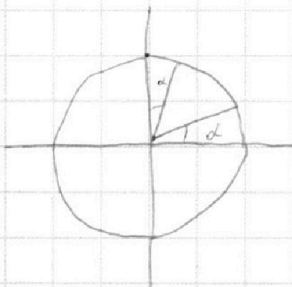
№3.

$$5 \arcsin(\cos x) = x + \frac{\pi}{2}$$

$$\arcsin(\cos x) \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$$

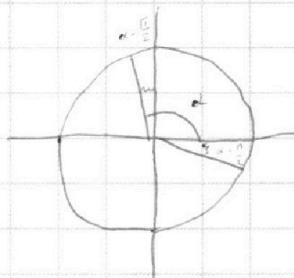
$$5 \arcsin(\cos x) \in \left[-\frac{5\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right]$$

$$x \in [-3\pi; 2\pi]$$



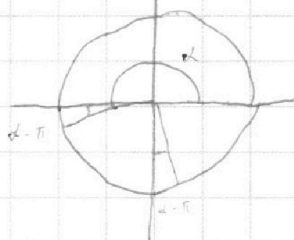
I чет:

$$\cos \alpha = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$$



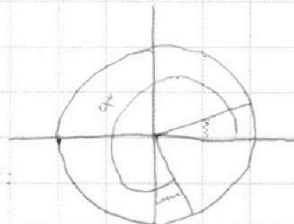
II чет:

$$\cos \alpha = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$$



III чет:

$$\cos \alpha = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$$



IV чет:

$$\cos \alpha = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$$

Рассмотрим уравнение на промежутке  $x$ :

$$x \in [-3\pi; -2\pi] \text{ (III и IV чет)}$$

$$5 \arcsin(\sin(x + \frac{5\pi}{2})) = x + \frac{\pi}{2}$$

$$5x + \frac{25\pi}{2} = x + \frac{\pi}{2}$$

$$4x = -24\pi$$

$$x = -3\pi$$

$$x \in [-2\pi; -\pi] \text{ (I и II чет)}$$

$$5 \arcsin(\sin(-\frac{3\pi}{2} - x)) = x + \frac{\pi}{2}$$

$$5x - \frac{15\pi}{2} - 5x = x + \frac{\pi}{2}$$

$$0x = -8\pi; \quad x = -\frac{4\pi}{3}$$

$$x \in [-\pi; 0] \text{ (III и IV чет)}$$

$$5 \arcsin(\sin(x + \frac{\pi}{2})) = x + \frac{\pi}{2}$$

$$5(x + \frac{\pi}{2}) = x + \frac{\pi}{2}$$

$$x + \frac{\pi}{2} = 0; \quad x = -\frac{\pi}{2}$$

$$x \in [0; \pi] \text{ (I и II чет)}$$

$$5 \arcsin(\frac{5}{4} \sin(\frac{\pi}{2} - x)) = x + \frac{\pi}{2}$$

$$\frac{5\pi}{2} - 5x = x + \frac{\pi}{2}$$

$$6x = 2\pi; \quad x = \frac{\pi}{3}$$

$$x \in [\pi; 2\pi]$$

$$x \in [\pi; 2\pi] \text{ (III и IV чет)}$$

$$5 \arcsin(\sin(x - \frac{3\pi}{2})) = x + \frac{\pi}{2}$$

$$5x - \frac{15\pi}{2} = x + \frac{\pi}{2}$$

$$4x = 8\pi; \quad x = 2\pi$$

$$\text{Ответ: } \left\{-3\pi; -\frac{4\pi}{3}; -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{3}; 2\pi\right\}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№4. (кичало)

$$\begin{cases} ax + 2y - 3b = 0 \\ (x^2 + y^2 - 9)(x^2 + y^2 - 12x + 32) = 0 \end{cases}$$

Рассмотрим второе уравнение системы

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 9 = 0 & (1) \\ x^2 + y^2 - 12x + 32 = 0 & (2) \end{cases}$$

(1)  $x^2 + y^2 - 9 = 0$

$x^2 + y^2 = 9$

Ур-е окр-ти с центром (0,0) и радиусом 3

(2)  $x^2 + y^2 - 12x + 32 = 0$

$(x-6)^2 + y^2 - 36 + 32 = 0$

$(x-6)^2 + y^2 = 4$

Ур-е окр-ти с центром (6,0) и радиус 2

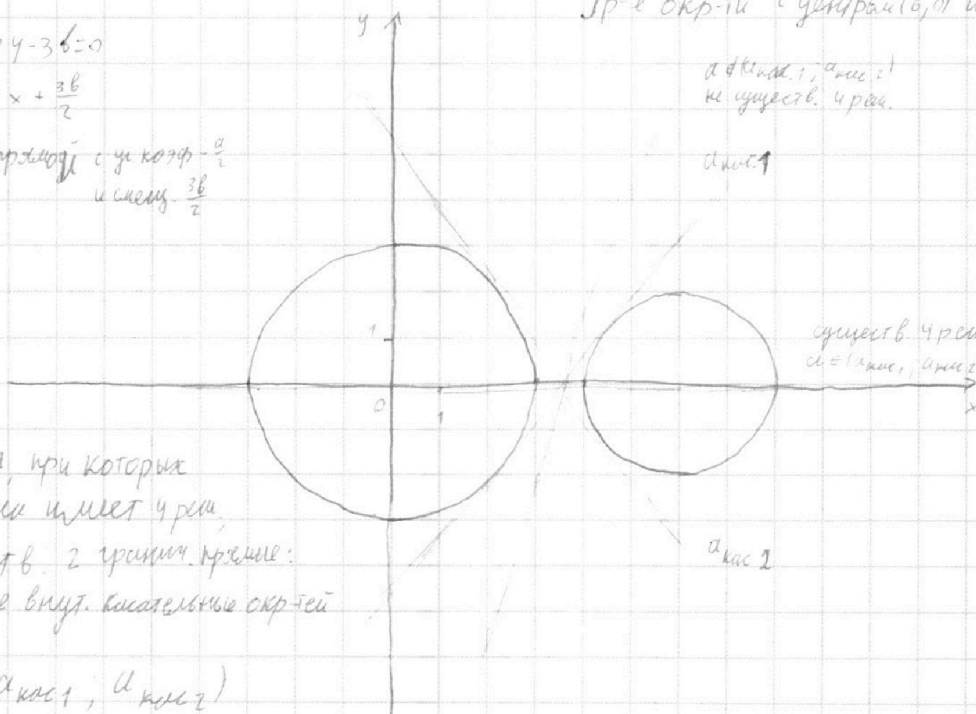
$a_{кас1}, a_{кас2}$   
не существ. чр-ей.

$a_{кас1}$

$ax + 2y - 3b = 0$

$y = -\frac{a}{2}x + \frac{3b}{2}$

Ур-е прямой с угл коэф  $-\frac{a}{2}$   
и смещ  $\frac{3b}{2}$



Для  $a$ , при которых  
система имеет 4 р-я,  
существ. 2 реальных р-я.  
Рольные внут. касательные окр-тей

$a \in (a_{кас1}, a_{кас2})$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№4 (продолжение 1)

Найдём  $a$  и  $b$

Данная прямая касается первой окружности снизу, а второй - сверху

$$\left\{ \begin{aligned} -\frac{a}{2}x + \frac{3b}{2} &= -\sqrt{9-x^2} \quad (3) \\ -\frac{a}{2}x + \frac{3b}{2} &= \sqrt{4-(x-6)^2} \quad (4) \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} -\frac{a}{2}x + \frac{3b}{2} &= -\sqrt{9-x^2} \quad (3) \\ -\frac{a}{2}x + \frac{3b}{2} &= \sqrt{4-(x-6)^2} \quad (4) \end{aligned} \right.$$

$$(3) \quad \frac{a^2}{4}x^2 - \frac{3ab}{2}x + \frac{9b^2}{4} = 9 - x^2$$

$$\left(\frac{a^2}{4} + 1\right)x^2 - \frac{3ab}{2}x + \left(\frac{9b^2}{4} - 9\right) = 0$$

$$D = \frac{9a^2b^2}{4} - 4\left(\frac{a^2}{4} + 1\right)\left(\frac{9b^2}{4} - 9\right) = \frac{9a^2b^2}{4} - \frac{9a^2b^2}{4} - 9b^2 + 9a^2 + 36 = 9(a^2 - b^2 + 4)$$

Условие касания:  $D=0$ :  $a^2 - b^2 + 4 = 0$        $x = \frac{\frac{3ab}{2}}{2\left(\frac{a^2}{4} + 1\right)} = \frac{3ab}{a^2 + 4}$

$$(4) \quad \frac{a^2}{4}x^2 - \frac{3ab}{2}x + \frac{9b^2}{4} = 4 - x^2 + 12x - 32$$

$$\left(\frac{a^2}{4} + 1\right)x^2 - \left(\frac{3ab}{2} + 12\right)x + \left(\frac{9b^2}{4} + 32\right) = 0$$

$$D = \frac{9a^2b^2}{4} + 36ab + 144 - 4\left(\frac{a^2}{4} + 1\right)\left(\frac{9b^2}{4} + 32\right) = \frac{9a^2b^2}{4} + 36ab + 144 - \frac{9a^2b^2}{4} - 9b^2 - 32a^2 - 128 =$$

$$D=0: -32a^2 - 9b^2 + 36ab + 16 = 0 \quad = -32a^2 - 9b^2 + 36ab + 16$$

$$\begin{cases} a^2 - b^2 + 4 = 0; & b^2 = a^2 + 4 \\ -32a^2 - 9b^2 + 36ab + 16 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^2 - b^2 + 4 = 0; & b^2 = a^2 + 4 \\ -32a^2 - 9b^2 + 36ab + 16 = 0 \end{cases}$$

~~$$385a^2 - 4442a^2 + 26104 = 0$$~~

~~$$\frac{D}{4} =$$~~

~~$$-32a^2 - 9a^2 - 36 + 36a\sqrt{a^2+4} + 16 = 0$$~~

~~$$-41a^2 + 36a\sqrt{a^2+4} - 20 = 0$$~~

~~$$36a\sqrt{a^2+4} = 41a^2 + 20$$~~

~~$$\left\{ \begin{aligned} a^2 > 5^2 \\ 4296a^4 + 5184a^2 + 1681a^2 - 4264a^2 + 26104 \end{aligned} \right.$$~~

~~$$4296a^4 + 5184a^2 + 1681a^2 - 4264a^2 + 26104$$~~

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



1  2  3  4  5  6  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№4 (прокрутите 2)

$$\begin{cases} b^2 = a^2 + 4 \\ 32a^2 + 9b^2 - 36ab - 16 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6a = b \\ 6a = 5b, \quad b = \frac{6}{5}a \end{cases}$$

$$(9b^2 - 36ab + 36a^2) - 4a^2 - 16 = 0$$

$$\begin{cases} 36a^2 = a^2 + 4; \quad a = \pm \frac{2}{\sqrt{35}} \\ \frac{36}{25}a^2 = a^2 + 4; \quad a = \pm \frac{10}{\sqrt{11}} \end{cases}$$

$$(3b - 6a)^2 - 4a^2 - 16 = 0$$

$$(3b - 6a)^2 - 4b^2 = 0$$

$$a_{кас1}: -\frac{a}{2} > 0 \Rightarrow a < 0$$

$$(3b - 6a - 2b)(3b - 6a + 2b) = 0$$

$$\begin{cases} a = -\frac{2}{\sqrt{35}} & \text{или} & a = -\frac{10}{\sqrt{11}} \\ b = -\frac{12}{\sqrt{35}} & & b = -\frac{12}{\sqrt{11}} \end{cases}$$

$a_{кас1}$  должно соответствовать виду касательной, т.е.  $y = -\frac{a}{2}x + \frac{3b}{2}$

$$y = 0: x \in (3, 4)$$

$$\frac{x}{\sqrt{35}} - \frac{18}{\sqrt{35}} = 0 \quad \frac{5x}{\sqrt{11}} - \frac{18}{\sqrt{11}} = 0$$

$$x = 18 \notin (3, 4) \quad x = 3.6 \in (3, 4)$$

$$a_{кас1} = -\frac{10}{\sqrt{11}}$$

Как можно заметить по графику, обе касательные симметричны

относительно оси OX (т.к. центры окружностей лежат на этой оси), а

$$\text{это значит, что } a_{кас2} = -a_{кас1} = \frac{10}{\sqrt{11}}$$

$$a \in \left(-\frac{10}{\sqrt{11}}; \frac{10}{\sqrt{11}}\right)$$

$$\text{Ответ: } \left(-\frac{10}{\sqrt{11}}; \frac{10}{\sqrt{11}}\right)$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№5

$$\log_3^4 x + 6 \log_x 3 = \log_{27} 243 - 8$$

$$\log_3^4 x + \frac{6}{\log_3 x} = \frac{5}{2} \cdot \frac{1}{\log_3 x} - 8$$

Замена  $\log_3 x = t \neq 0$

$$t^4 + \frac{6}{t} = \frac{5}{2}t - 8$$

$$t^4 + \frac{7}{2t} + 8 = 0$$

$$(t^4 - 5t) + \frac{7}{2} \left( \frac{1}{t} + \frac{1}{5} \right) = 0$$

$$(t^4 - 5t) + \frac{7(t+5)}{2ts} = 0$$

$$(t^2 + 5)(t+s)(t-s) + \frac{7(t+s)}{2ts} = 0$$

$$(t+s)(t^2+s^2)(t-s) + \frac{7}{2ts} = 0$$

$$\begin{cases} t+s=0 \\ 2ts(t^2+s^2)(t-s) + 7=0 \end{cases}$$

$$2t^4s - 2t^3s^2 + 2t^2s^3 - 2ts^4 + 7 = 0$$

нет решений

$$\log_3^4(5y) + 2 \log_{5y} 3 = \log_{25y} 2(3^{11}) - 8$$

$$\log_3^4(5y) + \frac{2}{\log_3(5y)} = \log_3 \frac{11}{2} - \frac{1}{\log_3(5y)} - 8$$

Замена  $\log_3(5y) = s \neq 0$

$$s^4 + \frac{2}{s} = \frac{11}{25} - 8$$

$$s^4 - \frac{7}{25} + 8 = 0$$

$$t+s=0; \log_3(5xy)=0$$

$$5xy=1; xy=\frac{1}{5}$$

Ответ:  $\frac{1}{5}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

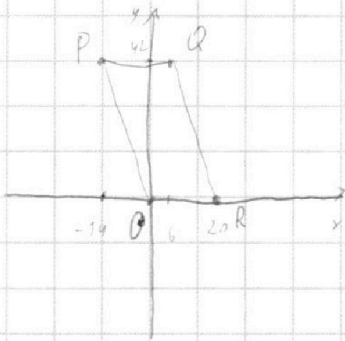
1     2     3     4     5     6     7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№ 6



$$\hat{\angle} PRQ = \frac{42}{20-6} = 3$$

Т.е. на сторонах PR и QR разложены по оси Oy между соседними 2 точками с целочисленными координатами равно 3

$$3(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1) = 33$$

$$\begin{cases} x_2 - x_1 = 11 \\ y_2 - y_1 = 0 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{когда } y=0: \\ \text{когда } y=1: \\ \text{когда } y=2: \end{array} \quad \begin{array}{ll} x_{\min} = 0 & x_{\max} = 20 \\ x_{\min} = 0 & x_{\max} = 19 \\ x_{\min} = 0 & x_{\max} = 19 \end{array}$$

$$h = \underbrace{((20-11+1) + (19-11+1) + (19-11+1))}_{=28} \cdot \left(\frac{42}{3}\right) + \underbrace{(20-11+1)}_{=10} = 402$$

$$\begin{cases} x_2 - x_1 = 10 \\ y_2 - y_1 = 3 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{когда } y_1=0: \\ \text{когда } y_1=1: \\ \text{когда } y_1=2: \end{array} \quad \begin{array}{ll} x_{\min A} = 0 & x_{\max B} = 19 \\ x_{\min A} = 0 & x_{\max B} = 18 \\ x_{\min A} = 0 & x_{\max B} = 18 \end{array}$$

$$h = \underbrace{((19-10+1) + (18-10+1) + (18-10+1))}_{=22} \cdot \left(\frac{42}{3}\right) + \underbrace{(19-10+1)}_{=10} = 374$$

$$\begin{cases} x_2 - x_1 = 9 \\ y_2 - y_1 = 33 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{когда } y_1=0: \\ \text{когда } y_1=1: \\ \text{когда } y_1=2: \end{array} \quad \begin{array}{ll} x_{\min A} = 0 & x_{\max B} = 9 \\ x_{\min A} = 0 & x_{\max B} = 8 \\ x_{\min A} = 0 & x_{\max B} = 8 \end{array}$$

$$h = \underbrace{((9-0+1) + (8-0+1) + (8-0+1))}_{=27} \cdot \left(\frac{42}{3}\right) + \underbrace{(9-0+1)}_{=10} = 94$$

Найдя закономерность, получим:  $h = 28 \cdot (14 - k) + 10$ , где  $k = \frac{y_2 - y_1}{3}$

$$k \in \left[ \frac{0}{3}; \frac{14}{3} \right]; k \in \mathbb{Z}$$

$$N_{\text{общ}} = 28 \cdot 14 \cdot 12 - 28 \cdot \frac{14 \cdot 12}{2} + 10 \cdot 12 = 12(392 - 154 + 10) = 12 \cdot 248 = 2976$$

кас-ве пар A и B

Ответ: 2976.

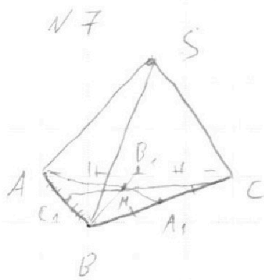
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

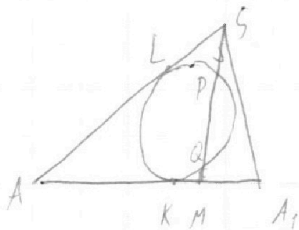
1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Рассмотрим плоскость  $(ASA_1)$ .



$AL = AK$  как касательные к одной окружности из одной точки.

$$LS^2 = SP \cdot (SP + PQ)$$

$$KM^2 = MQ \cdot (MQ + PQ) \quad (\text{по теор. о кас. и сек.})$$

$$SP = MQ \Rightarrow LS = KM$$

$$AS = AM = 12$$

$$\frac{AM}{MA_1} = \frac{2}{1} \quad (\text{по св-ву медианы}) \Rightarrow AA_1 = \frac{3}{2} \cdot 12 = 18$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

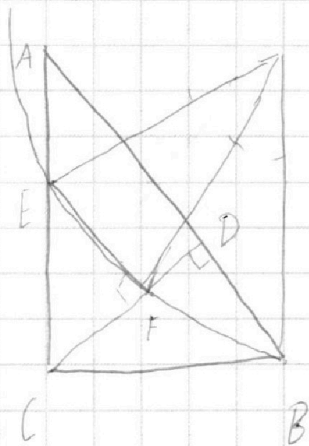
- 1  2  3  4  5  6  7



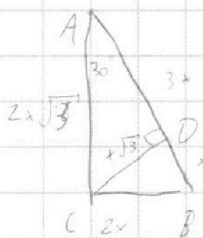
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Черновик



$$\frac{AD}{DB} = \frac{3}{1}$$



$$3(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1) = 33$$

$$x_{max} - x_{min} = 34$$

$$y_{max} - y_{min} = 42 \quad (x_{max} - x_{min})$$

$$\begin{cases} x_2 - x_1 = 11 \\ y_2 - y_1 = 0 \end{cases} \quad n = (20 - 11 + 1) \cdot 42 = 420$$

$$\begin{cases} x_2 - x_1 = 40 \\ y_2 - y_1 = 1 \end{cases} \quad n = 20$$

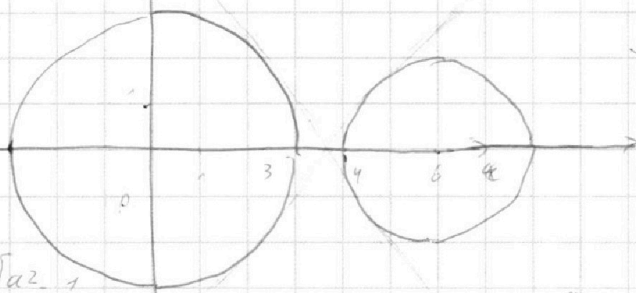
$$3(2a^2 + 9b^2 + 36ab + 16) = 0$$

$$9(2a^2 + 9b^2 + 36ab + 16) = 0$$

$$9(b - 2a)^2 - 4a^2 - 16 = 0$$

$$(3b - 6a - 4)(3b - 6a + 4) = 0$$

$$\begin{cases} 6a = 3b & b = 3a \\ 6a = 4b & b = \frac{3a}{2} \end{cases}$$



$$(x - 6)^2 + y^2 = 4$$

$$-\frac{a}{2}x + \frac{3b}{2} = 0$$

$$x = \frac{3b}{a}$$

$$x \in (3, 4)$$

$$y = -\frac{a}{2}x + \frac{3b}{2}$$

$$\left(0, \frac{3b}{2}\right)$$

$$x = -\frac{3b}{a} \quad y = -\frac{3b}{a}$$

$$b < -3 \quad b < -3$$

$$x > \sqrt{2} \quad y > \frac{3b}{a}$$

$$2 < \sqrt{5} < 3 \quad 3 < 2 < \sqrt{2} < 3$$

$$\begin{cases} 9a^2 = a^2 + 4 \\ \frac{9a^2}{4} = a^2 + 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^2 = \frac{4}{8}, a = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ a^2 = \frac{16}{5}, a = \frac{4\sqrt{5}}{5} \end{cases}$$

$$a < 0$$

$$1) a^2x + 2y - 3b = 0$$

$$-\frac{a}{2}x + \frac{3b}{2} = \sqrt{y - x^2}$$

$$-\frac{a}{2}x + \frac{3b}{2} = \sqrt{4 - (x+6)^2}$$

$$-\frac{a}{2}x + \frac{3b}{2} = \sqrt{9 - x^2}$$

$$-\frac{a}{2}x + \frac{3b}{2} = \sqrt{4 - (x+6)^2}$$

$$D = 0 \text{ между}$$

между

$$x = \frac{3b}{a}$$

$$a = \frac{3b}{x}$$

$$x = \frac{3b}{a}$$

$$x = \frac{3b}{a}$$

$$x = \frac{3b}{a}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

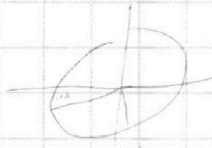


Черновик

N1  
 $(abc)^{2^4} \cdot 2^{4^2} \cdot 3^{4^1} \cdot 5^{5^3}$

$(abc)_{\min} = 2^{2^1} \cdot 3^{2^1} \cdot 5^{2^2}$

$2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$



$(\frac{1}{t} - \frac{1}{5}) + \frac{1}{2}(5-t) = 0$

N5

$\log_3^4 x + 6 \log_3 x = \log_3^2 243 - 8$

$\log_3^4 x + \frac{6}{\log_3 x} = \frac{5}{2} \log_3^2 x - 8$

$\log_3 x = t \neq 0$

$t^4 + \frac{6}{t} = \frac{5}{2} t^2 - 8 | \cdot t$

$t^5 - 6 - \frac{5}{2} t^3 + 8t = 0 | \cdot 2$

$2t^5 + 10t - 17 = 0$

$\frac{1}{25} t^2$

$25t^2 - 17 = 0$

$t^4 + \frac{17}{2t} + 8 = 0$

$a^4 - a^3 - a^2 - a + \frac{17}{25} = 0$

$a(a-1)(a^2+1) = -\frac{17}{25}$

$2t^5 + 10t - 17 = 0$

$t + 5 = 0$   
 $(t-5)(t^2+t^2+5t+5) = \frac{17}{25} = 0$

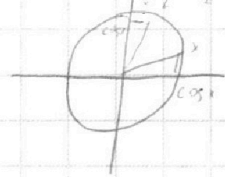
$t^3 - t^5 + t^2 - 5t^3 = -\frac{17}{25}$

$t^3 - t^5 + t^2 - 5t^3 = -\frac{17}{25}$

N3

$5 \arcsin(\cos x) = x + \frac{\pi}{2}$

$\arcsin a \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$

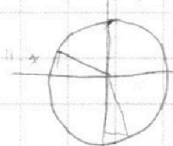


$5(\frac{\pi}{2} - x) = x + \frac{\pi}{2}$

$\frac{5\pi}{2} - 5x = x + \frac{\pi}{2}$

$6x = 2\pi$

$x = \frac{\pi}{3}$



$\frac{\pi}{2} = \pi - \frac{\pi}{2}$

$x = y + 2\pi k$



$5 \arcsin(\cos y) = y + \frac{\pi}{2}$

$y \in [0; \pi) : 5(\frac{\pi}{2} - y) = y + \frac{\pi}{2}$   
 $y \in (\pi; 2\pi) : 5(\frac{\pi}{2} - y) = y + \frac{3\pi}{2}$

$\log_3^4(15y) + 2 \log_3^2 3 = \log_3^2(3^6) - 8$

$\log_3^4(15y) + \frac{2}{\log_3(15y)} = \frac{11}{2 \log_3(15y)} - 8$

$\log_3(15y) = 5 \neq 0$

$y \in [0; \pi) : y = \frac{\pi}{3}$   
 $y \in (\pi; 2\pi) : y = \frac{5\pi}{3}$

$5^4 + \frac{2}{5} = \frac{11}{25} - 8$

$5^7 - \frac{7}{25} + 8 = 0$

$x = \frac{\pi}{3} + 2\pi k$   
 $x = \frac{5\pi}{3} + 2\pi k$

$(t^4 - 5^4) + 1 =$

$(t^4 - 5^4) + \frac{7}{2}(\frac{1}{t} + \frac{1}{5}) = 0$

$(t-5)(t^2+t^2+5t+5)$

$(t-5)(t^2+t^2+5t+5) + \frac{7}{2} \cdot \frac{(t+5)}{t5} = 0$

$(t+5)(t(t+5)(t^2+t^2+5t+5) + \frac{7}{2t5}) = 0$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1     2     3     4     5     6     7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Черновик

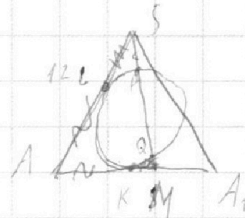
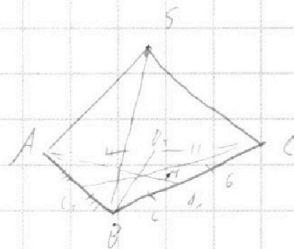
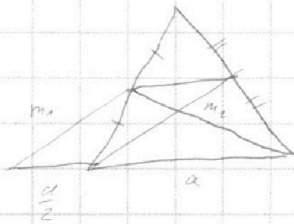
$$2ts(t^2 + s^2)(t-s) + 7 = 0$$

$$2t^4s - 2t^3s^2 + 2t^2s^3 - 2ts^4 + 7 = 0 \quad | : s^5$$

$$2\left(\frac{t}{s}\right)^4 - 2\left(\frac{t}{s}\right)^3 + 2\left(\frac{t}{s}\right)^2 - 2\left(\frac{t}{s}\right) + \frac{7}{s^5} = 0$$

Замеча:  $\frac{t}{s} = k \neq 0$ ,  $\frac{7}{s^5} = a$

$$2k^4 - 2k^3 + 2k^2 - 2k + a = 0$$



$$AM = 12$$

$$AA_1 = 18$$

$$\frac{1}{2} \cdot 18 \cdot 6 \sin 54.74^\circ$$

