



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 2



- [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^7 3^{11} 5^{14}$, bc делится на $2^{13} 3^{15} 5^{18}$, ac делится на $2^{14} 3^{17} 5^{43}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
- [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой AC в точке A , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке E , а катет BC – в точке F . Известно, что $AB \parallel EF$, $AB : BD = 1,3$. Найдите отношение площади треугольника ACD к площади треугольника CEF .
- [4 балла] Решите уравнение $5 \arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x$.
- [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} x + 3ay - 7b = 0, \\ (x^2 + 14x + y^2 + 45)(x^2 + y^2 - 9) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

- [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_7^4(6x) - 2 \log_{6x} 7 = \log_{36x^2} 343 - 4, \quad \text{и} \quad \log_7^4 y + 6 \log_y 7 = \log_{y^2} (7^5) - 4.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

- [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-17;68)$, $Q(2;68)$ и $R(19;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно на границе) и таких, что $4x_2 - 4x_1 + y_2 - y_1 = 40$.
- [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 60, $SA = BC = 10$.
 - Найдите произведение длин медиан AA_1 , BB_1 и CC_1 .
 - Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 3$, а радиус сферы Ω равен 4.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

a, b, c - натур.

$$ab : 2^7 \cdot 3^{11} \cdot 5^{14}$$

$$bc : 2^{13} \cdot 3^{15} \cdot 5^{18}$$

$$ac : 2^{14} \cdot 3^{17} \cdot 5^{43}$$

$$\Rightarrow ab \cdot bc \cdot ac = a^2 b^2 c^2 : 2^{34} \cdot 3^{43} \cdot 5^{75}$$

$$abc : 2^{\frac{34}{2}} \cdot 3^{\frac{43}{2}} \cdot 5^{\frac{75}{2}} = 2^{17} \cdot 3^{22} \cdot 5^{38}$$

~~$$abc : 2^{17} \cdot 3^{22} \cdot 5^{38} \geq abc \geq 2^{17} \cdot 3^{22} \cdot 5^{38}$$~~

~~пример abc : 2^{17} \cdot 3^{22} \cdot 5^{38}~~

~~$$a = 2^4 \cdot 3^7 \cdot 5$$~~

заметим, что если $ac : 5^{43} \Rightarrow abc : 5^{43}$

$$abc : 2^{17} \cdot 3^{22} \cdot 5^{43} \Rightarrow abc \geq 2^{17} \cdot 3^{22} \cdot 5^{43}$$

пример: $abc = 2^{17} \cdot 3^{22} \cdot 5^{43}$

$$a = 2^4 \cdot 3^7 \cdot 5^{20}$$

$$b = 2^3 \cdot 3^5 \cdot 5^0$$

$$c = 2^{10} \cdot 3^{10} \cdot 5^{23}$$

заметим, что условие выполняется.

Ответ: ~~abc~~ $abc = 2^{17} \cdot 3^{22} \cdot 5^{43}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

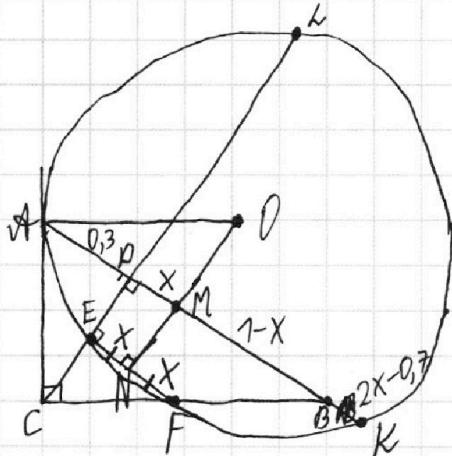
6

7

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Дано:

$$AB \parallel EF \quad \angle AOB = 90^\circ$$

$$AB; BD = 1,3 \quad CD - \text{верт.}$$

Задача: $\frac{SACD}{SCEF} - ?$

$$\frac{AB}{BD} = \frac{AP+BP}{BD} = 1,3 \Rightarrow \frac{AP}{BD} = 0,3$$

Допустим, $BD = 1$, тогда $AD = 0,3$

N -сер EF ; K -точка пересеч прямой AB и окр
 O -центр окружности.

EF -хорда $\Rightarrow ON$ -сер перп EF

$CD \perp AB$ (CD -верт) и $AB \parallel EF \Rightarrow ON \parallel ED$

M -точка пересеч ON и AK

$AB \parallel EF$, $ED \parallel MN \Rightarrow EN = EF = PM = x$

AK -хорда и $AK \perp ON \Rightarrow M$ -сер AK

$AM = 0,3 + x \Rightarrow MK = 0,3 + x$

$$CP = \sqrt{AP \cdot PB} = \sqrt{0,37}$$

$$AC^2 = AP^2 + CD^2 = 0,3^2 + \sqrt{0,37}^2 = 0,39$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

L - точка пересеч прямой CD и окр ($L \neq E$)

степени точки для C :

$$\begin{aligned} AC^2 &= CE \cdot CL = 2\sqrt{0,3} X \cdot (CD + PL) = 0,6X + 2\sqrt{0,3} X PL \\ \downarrow CE &= \frac{EF}{BD} \cdot CD = 2X\sqrt{0,3} \quad (\triangle CEF \sim \triangle CBD) \\ PL &= \frac{0,39 - 0,6X}{2\sqrt{0,3} X} \end{aligned}$$

степени точки для D

$$\begin{aligned} AD \cdot DK &= EP \cdot PL \Rightarrow PL = \frac{AD \cdot DK}{EP} = \frac{0,3 \cdot (DM + MK)}{CD - CE} = \\ &= \frac{0,3(2X + 0,3)}{(1-2X)\sqrt{0,3}} \end{aligned}$$

$$\frac{0,39 - 0,6X}{2\sqrt{0,3} X} = \frac{0,3(2X + 0,3)}{(1-2X)\sqrt{0,3}}$$

$$\frac{1,3 - 1,2X}{2X} = \frac{2X + 0,3}{1-2X}$$

$$1,3 - 2,6X - 2X + 4X^2 = 4X^2 + 0,6X$$

$$5,2X = 1,3$$

$$X = \frac{1}{4}$$

$$\frac{S_{ACD}}{S_{AEF}} = \frac{AD \cdot CD}{CE \cdot EF} = \frac{0,3 \cdot \sqrt{0,3}}{2X\sqrt{0,3} \cdot 2X} = \frac{0,3}{4X^2} = \frac{0,3}{4 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^2} = 1,2$$

$$\text{Ответ: } \frac{S_{ACD}}{S_{AEF}} = 1,2$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$5 \arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x$$

~~$$x \in [0; \frac{\pi}{2}] + 2\pi k \quad (k \in \mathbb{Z})$$~~

~~$$5(\frac{\pi}{2} - x + 2\pi k) = \frac{3\pi}{2} + x$$~~

~~$$\pi - 5x + 10\pi k = 0$$~~
~~$$x = \frac{\pi}{6} + \frac{5}{3}\pi k$$~~

$$5 \arccos(\cos(\frac{\pi}{2} - x)) = \frac{3\pi}{2} + x$$

~~$$\arccos x \in [0; \pi]$$~~

~~$$1) x \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}] + 2\pi k \quad (\text{не } [\frac{\pi}{2}; \pi] + 2\pi k) \quad (k \in \mathbb{Z})$$~~

~~$$5 \arccos(\cos(\pi - (0; \pi) + 2\pi k)) = \frac{3\pi}{2} + x$$~~

~~$$5(\pi - \frac{\pi}{2} - x + 2\pi k) = \frac{3\pi}{2} + x$$~~

$$\pi - 5x + 10\pi k = x$$

$$x = \frac{\pi + 10\pi k}{6} = \frac{1+10k}{6}\pi$$

$$x = \frac{1}{6}\pi + \frac{6}{6}\pi k; \quad \frac{11}{6}\pi + \frac{6}{6}\pi k; \quad \frac{7}{2}\pi + \frac{6}{6}\pi k$$

~~$$2) x \in [\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}] + \pi + 2\pi n \quad (n \in \mathbb{Z})$$~~

~~$$5(x - \frac{\pi}{2} - 2\pi n) = \frac{3\pi}{2} + x$$~~

$$4x - \pi - 10\pi n = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{4} + \frac{5}{2}\pi n$$

$$x = \frac{\pi}{4} + 10\pi n; \quad \frac{5\pi}{2} + 10\pi n$$

$$\text{Общем: } x = \frac{1}{6}\pi + 6\pi k; \quad \frac{11}{6}\pi + 6\pi k; \quad \frac{7}{2}\pi + 6\pi k; \quad \frac{3\pi}{2} + 10\pi n; \quad \frac{5\pi}{2} + 10\pi n$$

$$k, n \in \mathbb{Z}$$



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

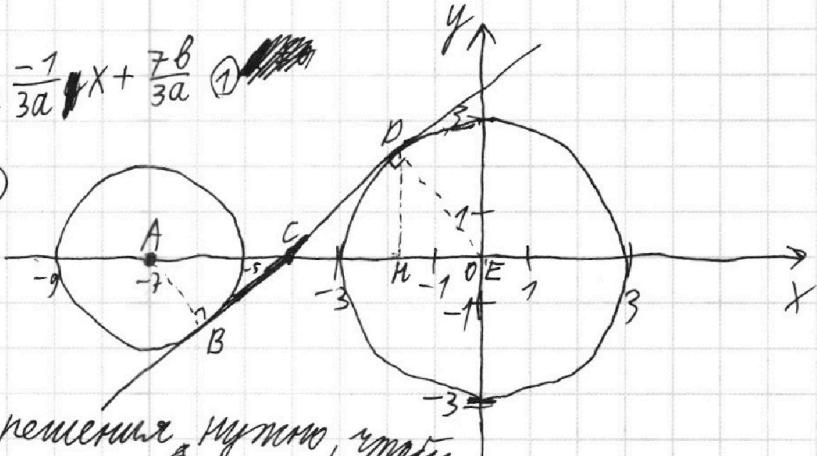
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} x + 3ay - 7b = 0 \\ (x^2 + 14x + y^2 + 45)(x^2 + y^2 - 9) = 0 \end{cases}$$

1 задача

↙

$$\begin{cases} x + 3ay - 7b = 0 \\ (x+7)^2 + y^2 = 4 \\ x^2 + y^2 = 9 \end{cases}$$



Чтобы было ровно чрещене \neq нулю, чтобы
прямая ① пересекала окружности ② и ③ в двух
точках каждую.

Найдём наклон внутренней касательной $y = kx + c$

$$\Delta ABC \sim \Delta EDC \Rightarrow AC/CE = \frac{AB}{DE} = \frac{2}{3} \quad AC + CE = 7$$

PH - высота на ОХ

$$k = \frac{PH}{CH} = \frac{DE}{CD} = \frac{3}{\sqrt{CE^2 - 3^2}} = \frac{3}{\sqrt{4,2^2 - 3^2}} = \frac{1}{\sqrt{0,96}} = \sqrt{\frac{25}{24}}$$

$\Delta CPH \sim \Delta CED$

И если $a=0$, то прямая вертикальная и не может иметь
 y пересеч $\Rightarrow a \neq 0$

$$y = \frac{-1}{3a}x + \frac{7b}{3a} \quad \frac{7b}{3a} - любое, не зависит от a$$

Чтобы прямая могла пересеч обе окр $\left(-\frac{1}{3a} < k \right)$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\cancel{\text{Уравнение}} - \sqrt{\frac{25}{24}} < \frac{1}{3a} < \sqrt{\frac{25}{24}}$$

(2 часть)

$$\sqrt{\frac{25}{24}} > \frac{1}{3a} > -\sqrt{\frac{25}{24}}$$

$$\begin{aligned} \sqrt{\frac{25}{24}} &> \frac{1}{3a} \quad (a > 0) \\ a &> \sqrt{\frac{24}{25}} / 3 \end{aligned}$$
$$\begin{aligned} \frac{1}{3a} &> -\sqrt{\frac{25}{24}} \quad (a < 0) \\ a &< \sqrt{\frac{24}{25}} / 3 \end{aligned}$$

$$\sqrt{\frac{25}{24}} = \frac{1}{3a} \quad \cancel{\text{Уравнение}}$$

$$a = \sqrt{\frac{24}{25}} / 3$$

$$a \in (-\infty; -\sqrt{\frac{24}{25}} / 3) \cup (\sqrt{\frac{24}{25}} / 3; +\infty)$$

$$\text{Ответ: } a \in (-\infty; -\sqrt{\frac{24}{25}} / 3) \cup (\sqrt{\frac{24}{25}} / 3; +\infty)$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

1 часть

$$\begin{cases} \log_7^4(6x) - 2 \log_{6x} 7 = \log_{36x^2} 343 - 4 \\ \log_7^4 y + 6 \log_y 7 = \log_{y^2} 7^5 - 4 \end{cases}$$

ОДЗ: $x > 0, x \neq 1, y > 0, y \neq 1$

$$t = 6x$$

$$\begin{cases} \log_7^4 t - 2 \log_t 7 = 1,5 \log_t 7 - 4 \\ \log_7^4 y + 6 \log_y 7 = 2,5 \log_y 7 - 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \log_7^4 t - 3,5 \log_t 7 = -4 \\ \log_7^4 y + 3,5 \log_y 7 = -4 \end{cases}$$

$$a = \log_7 t \quad b = \log_7 y$$

$$\begin{cases} a^4 + \frac{3,5}{a} = -4 \\ b^4 + \frac{3,5}{b} = -4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^5 + 4a + 3,5 = 0 \\ b^5 + 4b + 3,5 = 0 \end{cases}$$

Уравнение вида $x^5 + 4x + 3,5 = 0$ имеет ровно
один корень, т.к. функция в левой части
сторона возраст. ~~непрерывная~~, непротивознач и
принимает значения от $-\infty$ до $+\infty \Rightarrow$

$\Rightarrow a = b$

$$-\log_7 t = \log_7 y$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$-\log_7 6x = \log_7 y$$

$$\log_7 \frac{1}{6x} = \log_7 y$$

$$\frac{1}{6x} = y$$

$$xy = \frac{1}{6}$$

Ответ: $xy = \frac{1}{6}$

[2 задачи]



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИЕсли отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!**1 часть**

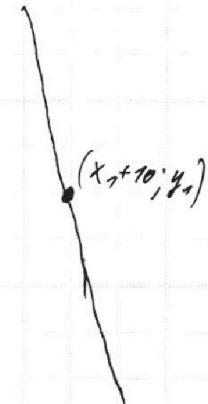
$$4x_2 - 4x_1 + y_2 - y_1 = 10$$

$$4(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1) = 10$$

допустим мы знаем (x_1, y_1) , тогда ~~точка~~ $x_2 = x_1 + 10$,
 $y_2 = y_1$ подходит (равенство выполняется), тогда
если есть другая ~~точка~~ подходящая точка (x_3, y_3) ,
где $x_3 = x_2 + \Delta x = x_1 + 10 + \Delta x$ и $y_3 = y_2 + \Delta y = y_1 + \Delta y$,
тогда необходимо и достаточно умножить на Δx и Δy будем ~~будет~~ $\frac{\Delta y}{\Delta x} = -4$, чтобы
равенство продолжило выполняться, тогда для
точки (x_1, y_1) можно сказать, что все
точки (x_2, y_2) лежат на прямой ~~уравнение~~
 $(y - y_1) = -4(x - x_1 - 10)$

аналогично можно сказать, что если
мы знаем (x_2, y_2) , то все точки (x_1, y_1)
 (x_1, y_1) будут лежать на
прямой $(y - y_2) = -4(x - x_2 + 10)$

В итоге можно сказать, что любые две точки
на ~~прямых~~ двух прямых вида $y = -4x + b$, которые
отличаются получаются друг из друга сдвигом по





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

{2 часть}

Ох на 10 (точки на разных прямых) подходят
условию. И ~~ещё~~ наоборот если две точки не
лежат на прямых вида $y = -4x + b$, ~~но~~ которые
получаются сдвигом друг друга по Ох на
10, то они не подходят.

Заметим, что стороны параллелограмма
лежат на прямых вида $y = -4x + b$. ($\frac{68}{-17} = -4$)
рассмотрим пару отрезков с наклоном -4 и ~~17~~
 $0 \leq y \leq 68$, а также проходящих через ~~целочисленные~~
точки с целыми коорд., ~~но~~ ~~на~~ прямых
если y при $x=0$ целый, то на прямых
будет по 18 целочисленных точек (всего 18^2 пар),
шаге по 17 (17^2 пар) \leftarrow (пара отрезков 1 вида)
всего пар отрезков 1 вида $19 \cdot 19 - 1 = 20$, а
пар отрезков ~~второго~~ вида $19 \cdot 3 = 57$

$$\text{Общее кол-во пар равно } 20 \cdot 18^2 + 57 \cdot 17^2 = \\ = 20 \cdot 324 + 57 \cdot 289 = 6480 + 16473 = 22953$$

Ответ: 22953

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$0,39 = CE \cdot CL = 2 \times CP \cdot (CD + DL) = 0,6x + 2 \times \sqrt{0,3} \cdot PL$$

$$0,3 \cdot (2x + 0,3) = (1 - 2x) CD \cdot DL$$

$$\frac{\cancel{\sqrt{0,3}}(2x + 0,3)}{1 - 2x} = \frac{0,39 - 0,6x}{2x \cancel{- \sqrt{0,3}}} \quad 1,2x^2$$

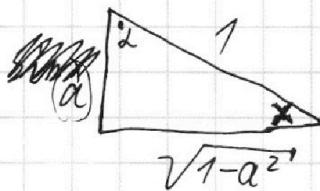
$$1,2x^2 + 0,18x = 0,39 - 0,78x \cancel{+ 0,6x} + 1,2x^2$$

$$0,78 \cdot 2x = 0,39$$

$$x = \frac{1}{4}$$

$$\frac{0,3}{4x^2} = 1,2$$

$$\sin x = a$$

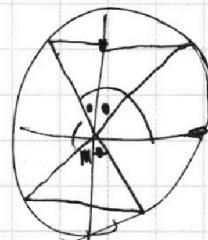


$$5 \arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x$$

$$5\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \frac{3\pi}{2} + x$$

$$\pi - 6x = 0$$

$$x = \frac{\pi}{6} \quad \frac{X^{289}}{1445} \quad \frac{57}{2023}$$



$$\cos \alpha = \sin x$$

$$\alpha = \arccos(\sin x)$$

$$\alpha > 90^\circ - x$$

$$(x+7)^2 + y^2 - 4)(x^2 + y^2 - 9) = 0$$

$$y = -\frac{1}{3a}x + \frac{7}{3a}$$

$$x = -3ay + 7a$$

$$20 \cdot 324 + 57 \cdot 289 =$$

$\frac{6480}{16473}$

$$\begin{aligned} d^5 + 4d^4 &= -3,5 \\ d^4 + 4d^3 &= -3,5 \\ d^3 + 4d^2 &= -3,5 \\ d^2 + 4d &= -3,5 \\ d &= -3,5 \end{aligned}$$

$$4,2^2 - 3^2 = (4,2^2 - 1) \cdot 3^2 =$$

$$= 0,96 \cdot 3^2$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

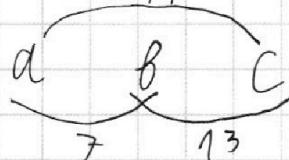
МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$abc : 27311514$$

$$bc : 2^{13}3^{15}5^{18}$$

$$ac : 2^{14}3^{17}5^{43}$$



$$32 \\ 14 + 18 + 43 = 75$$

$$= 17_8$$

$$2(a+b+c)$$

$$\cdot d^2 b^2 c^2 : 2^{34}$$

$$abc : 2^{17}$$

$$abc : 3^{43/27} = 3^{22}$$

$$abc : 5^{75/27} = 5^{38}$$

$$14 \swarrow 18 \\ a^{21} 43^{22} c$$

$$\frac{6}{3} = \frac{CD}{1}$$

$$CD = \sqrt{0,3} \\ AC^2 = 10,3 + 0,3 = 0,39$$

угл C:

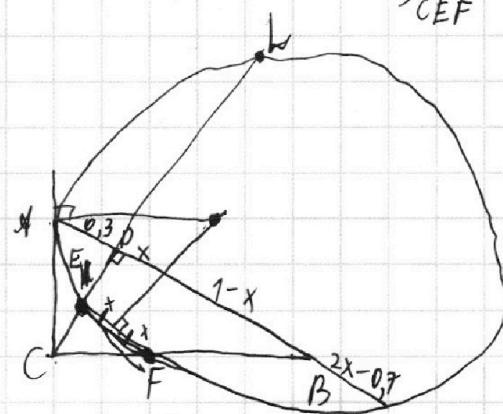
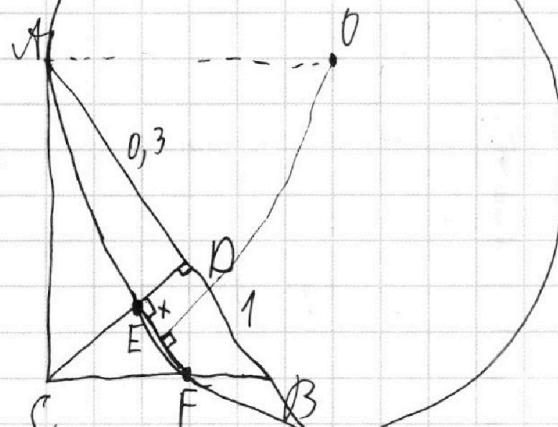
$$0,39 = 2 \times CD \cdot (1-2x) \cdot D + Dx$$

угл D:

$$0,3 \cdot (Dx + 0,3) = (1-2x) \cdot D + Dx$$



$$\frac{S_{ACD}}{S_{CEF}} = \frac{0,3 \cdot CD}{CE \cdot Dx \cdot CF}$$



$$\frac{0,3(2x+0,3)}{(1-2x)CD} = \frac{0,39}{2xCD} - (1-2x)CD$$

$$\frac{0,3(2x+0,3)}{1-2x} = \frac{0,39}{2x} - 0,3(1-2x)$$

$$CD = \sqrt{(0,3+x)(x+1-x)} = \sqrt{0,3 + 0,3x - x^2}$$

$$EP = \frac{1-2x}{1} \cdot CD = (1-2x) \cdot \sqrt{0,3}$$

$$\frac{S_{ACD}}{S_{CEF}} = \frac{0,3 \cdot \sqrt{CD}}{\frac{2x}{CD} \cdot 2x} = \frac{0,3}{4x^2}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$5 \arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x$$

$$5\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \frac{3\pi}{2} + x \quad (x \in (0, \frac{5\pi}{2}) + 2\pi k, k \in \mathbb{Z})$$

$$\pi - 6x = 0$$

$$x = \frac{\pi}{6}$$

$$5\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = \frac{3\pi}{2} + x \quad (x \in (\frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}) + 2\pi n, n \in \mathbb{Z})$$

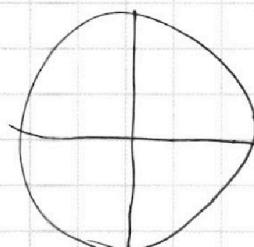
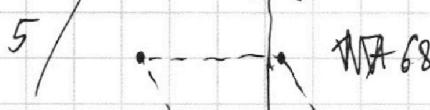
$$4x = \frac{8\pi}{2} = 4\pi$$

$$x = \pi$$

$$5\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = \frac{3\pi}{2} + x \quad (x \in (\pi, \frac{3\pi}{2} + 2\pi l), l \in \mathbb{Z})$$

$$4x = 4\pi$$

$$x = \pi$$



$$\frac{1}{6}\pi \quad \frac{11}{6}\pi$$

$$\frac{21}{6} = 3,5$$

$$x = 1,75\pi$$

$$\downarrow$$

$$0,75\pi$$

$$\frac{31}{6} = 5\frac{1}{6} \quad 1\frac{2}{3}\pi$$

$$\frac{21}{6} = 1,5 \quad -\frac{1}{3}\pi$$

$$\frac{11}{6} = 1\frac{5}{6} \quad \frac{1}{6}\pi$$

$$\frac{1}{6}\pi$$

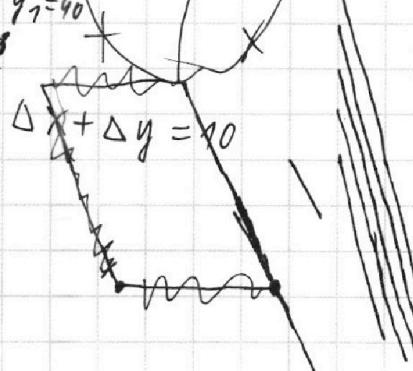
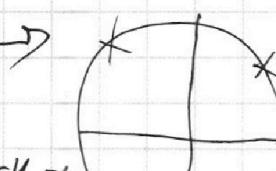
$$x - \frac{\pi}{2} - 2\pi k = \frac{11}{6}\pi$$

$$\frac{21}{6}\pi$$

$$y_2(x_2 - x_1) + y_2 - y_1 = 40$$

$$268$$

$$40$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!