



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 2



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^7 3^{11} 5^{14}$, bc делится на $2^{13} 3^{15} 5^{18}$, ac делится на $2^{14} 3^{17} 5^{43}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой AC в точке A , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке E , а катет BC – в точке F . Известно, что $AB \parallel EF$, $AB : BD = 1,3$. Найдите отношение площади треугольника ACD к площади треугольника CEF .
3. [4 балла] Решите уравнение $5 \arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x$.

4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} x + 3ay - 7b = 0, \\ (x^2 + 14x + y^2 + 45)(x^2 + y^2 - 9) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_7^4(6x) - 2 \log_{6x} 7 = \log_{36x^2} 343 - 4, \quad \text{и} \quad \log_7^4 y + 6 \log_y 7 = \log_{y^2} (7^5) - 4.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-17;68)$, $Q(2;68)$ и $R(19;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно на границе) и таких, что $4x_2 - 4x_1 + y_2 - y_1 = 40$.
7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 60, $SA = BC = 10$.
 - а) Найдите произведение длин медиан AA_1 , BB_1 и CC_1 .
 - б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 3$, а радиус сферы Ω равен 4.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№1:

Пусть $a = 2^{a_1} \cdot 3^{a_2} \cdot 5^{a_3}$; $b = 2^{b_1} \cdot 3^{b_2} \cdot 5^{b_3}$; $c = 2^{c_1} \cdot 3^{c_2} \cdot 5^{c_3}$, где

$a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, b_3, c_1, c_2, c_3 \in \mathbb{N} \cup \{0\}$. Другие простые множители в разложении

не упоминаются, а так как нам необходимо найти наименьшее

произведение abc , то ~~мы должны~~ a, b и c должны ~~быть~~

~~наименьшими~~, ~~то есть~~ ~~наименьшими~~ ~~по~~ ~~возможности~~ ~~близкими~~ ~~к~~ ~~нулю~~,

минимал степень при всех остальных простых множителях равной 0.

$$(abc) \mid (2^7 \cdot 3^{14} \cdot 5^{14}) \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 + b_1 \geq 7 \\ a_2 + b_2 \geq 14 \\ a_3 + b_3 \geq 14 \end{cases} \quad (bc) \mid (2^{13} \cdot 3^{15} \cdot 5^{18}) \Leftrightarrow \begin{cases} b_1 + c_1 \geq 13 \\ b_2 + c_2 \geq 15 \\ b_3 + c_3 \geq 18 \end{cases} \quad (ac) \mid (2^{14} \cdot 3^{17} \cdot 5^{43}) \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 + c_1 \geq 14 \\ a_2 + c_2 \geq 17 \\ a_3 + c_3 \geq 43 \end{cases}$$

$$a_1 + b_1 + c_1 = \frac{2}{2} (a_1 + b_1 + c_1) = \frac{a_1 + b_1 + b_1 + c_1 + a_1 + c_1}{2} \geq \frac{7 + 13 + 14}{2} = \frac{34}{2} = 17. \text{ Да эту}$$

оценку осуществляет пример: $a_1 = 4; b_1 = 3; c_1 = 10$.

$$a_2 + b_2 + c_2 = \frac{a_2 + b_2 + b_2 + c_2 + a_2 + c_2}{2} \geq \frac{14 + 15 + 17}{2} = \frac{46}{2} = 23 \Rightarrow$$

$$a_2, b_2, c_2 \in \mathbb{N} \cup \{0\} \Rightarrow a_2 + b_2 + c_2 \in \mathbb{Z}$$

$\Rightarrow a_2 + b_2 + c_2 \geq 22$. Да эту оценку осуществляет пример: $a_2 = 7; b_2 = 5; c_2 = 10$.

$b_3 \in \mathbb{N} \cup \{0\} \Rightarrow a_3 + b_3 + c_3 \geq a_3 + c_3 \geq 43$. Да эту оценку осуществляет пример: $a_3 = 20; b_3 = 0; c_3 = 23$.

$$abc = 2^{a_1 + b_1 + c_1} \cdot 3^{a_2 + b_2 + c_2} \cdot 5^{a_3 + b_3 + c_3} \geq 2^{17} \cdot 3^{22} \cdot 5^{43}$$

Ответ: $2^{17} \cdot 3^{22} \cdot 5^{43}$.

1 2 3 4 5 6 7

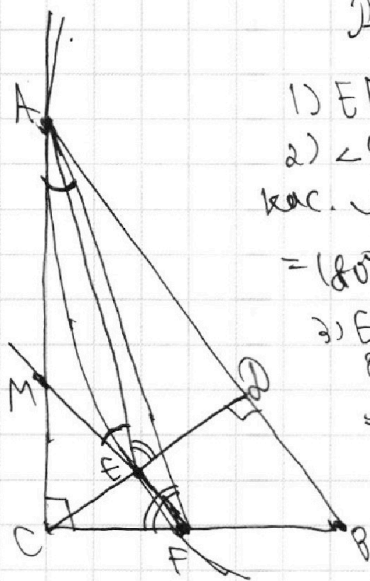
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№2:

Решение:

Дано:
 $\triangle ABC$ - пр.т.
 $W(O; R)$ кас. AC в н. A
 $CD \perp AB$
 AB - гипот. $\triangle ABC$
 $W \cap CD = E$
 $W \cap BC = F$
 $AB \parallel EF$
 $\frac{AB}{BD} = 1,3$
 $\frac{S_{\triangle ACP}}{S_{\triangle CEF}} = ?$



1) $EF \cap AC = M$
 2) $\angle CAF = \frac{1}{2} \widehat{AF}$ (как угол между кас. и хордой) $= \frac{1}{2} (360^\circ - \widehat{AF_{\text{внешн}}}) = (80^\circ - \angle AEF \text{ как впис.}) = \angle AEM$
 3) $EF \parallel AB$
 $BD \perp CD$ $\Rightarrow CD \perp EF \Rightarrow \angle MED = 90^\circ \Rightarrow \angle AED = 90^\circ - \angle MEA = 90^\circ - \angle CAF$
 4) Пусть $\angle CAF = \angle MGA = \alpha$. Тогда $\angle AED = 90^\circ - \alpha$

5) $\triangle ACF \angle C = 90^\circ$; $\angle CFA + \angle CAF = 90^\circ$ (по сумме углов в пр.т. $\triangle ACF$)
 $\Rightarrow \angle CFA = 90^\circ - \alpha = \angle AED$
 6) $\angle ACF = \angle EDA = 90^\circ$; $\angle CFA = \angle AED \Rightarrow \triangle CFA \sim \triangle AED$ (по двум углам) $\Rightarrow \frac{DE}{CF} = \frac{AD}{AC}$
 7) $\triangle ACD (\angle D = 90^\circ)$: $\cos \angle CAD = \frac{AD}{AC} = \frac{DE}{CF}$
 8) $\triangle ACB (\angle C = 90^\circ)$: $\sin \angle CBA = \frac{AC}{AB} = \cos \angle CAD = \frac{DE}{CF}$
 9) $\triangle BCD (\angle D = 90^\circ)$: $\frac{CD}{BC} = \sin \angle CBA = \frac{DE}{CF}$
 10) $\angle CEF = \angle CPD = 90^\circ$; $\angle DCB$ - общий $\Rightarrow \triangle CEF \sim \triangle CPD$ (по двум углам) $\Rightarrow \frac{CE}{CF} = \frac{CD}{BC} = \frac{DE}{CF} \Rightarrow CE = DE = \frac{CD}{2}$
~~11) $\triangle CEF \sim \triangle CDF \Rightarrow \frac{S_{\triangle CEF}}{S_{\triangle CDF}} = \left(\frac{CE}{CD}\right)^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow S_{\triangle CEF} = \frac{1}{4} S_{\triangle CDF}$~~
 11) $\frac{AD}{BD} = 1,3 \Rightarrow AD = 1,3BD \Rightarrow AD + BD = 1,3BD \Rightarrow AD = 0,3BD \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot AD \cdot CD = 0,3 \cdot \frac{1}{2} \cdot BD \cdot CD \Rightarrow S_{\triangle ACP} = 0,3 S_{\triangle CDP} \Rightarrow S_{\triangle ACP} = 0,3 \cdot 4 S_{\triangle CEF} \Rightarrow \frac{S_{\triangle ACP}}{S_{\triangle CEF}} = 1,2$

Ответ: 1,2.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№3:

$$5 \arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x \Leftrightarrow 5\left(\frac{\pi}{2} - \arcsin(\sin x)\right) = \frac{3\pi}{2} + x \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{5\pi}{2} - 5 \arcsin(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{5\pi}{2} - 5x - 10\pi n = \frac{3\pi}{2} + x \\ -\frac{\pi}{2} \leq x + 2\pi m \leq \frac{\pi}{2} \\ n \in \mathbb{Z} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} \frac{5\pi}{2} - 5\pi + 5x - 10\pi m = \frac{3\pi}{2} + x \\ -\frac{\pi}{2} \leq \pi - x + 2\pi m \leq \frac{\pi}{2} \\ m \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 6x = \pi - 10\pi n \\ -\frac{\pi}{2} \leq x + 2\pi l \leq \frac{\pi}{2} \\ n \in \mathbb{Z} \\ 4x = 4\pi + 10\pi m \\ -\frac{\pi}{2} \leq \pi - x + 2\pi m \leq \frac{\pi}{2} \\ m \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} - \frac{5}{3}\pi n \\ -\frac{\pi}{2} \leq \frac{\pi}{6} - \frac{5}{3}\pi n + 2\pi l \leq \frac{\pi}{2} \\ n \in \mathbb{Z} \\ x = \pi + \frac{5}{2}\pi m \\ -\frac{\pi}{2} \leq \pi - \pi + \frac{5}{2}\pi m + 2\pi m \leq \frac{\pi}{2} \\ m \in \mathbb{Z} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} - \frac{5}{3}\pi n \\ -\frac{\pi}{2} \leq \frac{\pi}{6} + \frac{\pi n}{3} \leq \frac{\pi}{2} \\ n \in \mathbb{Z} \\ x = \pi + \frac{5}{2}\pi m \\ -\frac{\pi}{2} \leq -\frac{\pi m}{2} \leq \frac{\pi}{2} \\ m \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} - \frac{5}{3}\pi n \\ n = -2 \\ n = -1 \\ n = 0 \\ n = 1 \\ x = \pi + \frac{5}{2}\pi m \\ m = -1 \\ m = 0 \\ m = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + \frac{10}{3}\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + \frac{5}{3}\pi \\ x = \frac{\pi}{6} - 0 \\ x = \frac{\pi}{6} - \frac{5}{3}\pi \\ x = \pi - \frac{5}{2}\pi \\ x = \pi + 0 \\ x = \pi + \frac{5}{2}\pi \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{7\pi}{2} \\ x = \frac{11\pi}{6} \\ x = \frac{\pi}{6} \\ x = -\frac{3\pi}{2} \\ x = \pi \end{cases}$$

Ответ: $-\frac{3\pi}{2}; \frac{\pi}{6}; \pi; \frac{11\pi}{6}; \frac{7\pi}{2}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\angle O_1QA = \angle O_2QB \text{ (как верт.)} \Rightarrow \sin \angle O_1QA = \sin \angle O_2QB \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{O_1A}{O_1Q} = \frac{O_2B}{O_2Q} \Rightarrow \frac{2}{x} = \frac{3}{7-x} \Rightarrow 14-2x=3x \Rightarrow 5x=14 \Rightarrow x=2,8$$

~~Условий~~ ^{Условий} коэфф. l_1 равен $\operatorname{tg} \angle O_2QB = \frac{O_2B}{BQ} = \frac{O_2B}{\sqrt{O_2Q^2 - O_2B^2}}$ (по теор. Пиф.) =

$$= \frac{3}{\sqrt{(7-x)^2 - 3^2}} = \frac{3}{\sqrt{(7-2,8)^2 - 9}} = \frac{3}{\sqrt{17,64 - 9}} = \frac{3}{\sqrt{8,64}} = \frac{3}{\sqrt{6 \cdot 1,44}} = \frac{3}{1,2\sqrt{6}} =$$

$$= \frac{5}{2\sqrt{6}}. \text{ ~~Условий~~ коэфф. } l_2 \text{ равен } -\operatorname{tg} \angle O_2QP = -\operatorname{tg} \angle O_2QB \text{ (н.к.}$$

$$\angle O_2 - \text{вне-са} \angle P O_2Q) = -\frac{5}{2\sqrt{6}}.$$

Если условий коэфф. прямой больше ул. коэфф. l_1 или меньше ул. коэфф. l_2 , то эта прямая не может пересекать обе Ox -ти одновременно, значит, точек пересечения будет меньше 4 - не подходит.

Если условий коэфф. прямой равен ул. коэфф. l_1 или l_2 , то точек пересечения будет не больше двух (прямая не может ~~пересекать~~ ~~одновременно~~ ~~обе~~ ~~Ox -ти~~ ~~одновременно~~ ~~за исключением случая, когда она касается~~ ~~одной~~ ~~Ox -ти~~ ~~одновременно~~ - не подходит).

Для стандартной прямой ~~каждой~~ ~~типа~~ $y = cx + d$, где

$$-\frac{5}{2\sqrt{6}} < c < \frac{5}{2\sqrt{6}} \text{ найдётся такое } d, \text{ что точек пересечения будет 4.}$$

При $a \neq 0$ $\frac{7b}{3a}$ принимает все знач. ~~на~~ $(-\infty; +\infty)$ в зависимости от b , значит для наличия 4 точек перес. достаточно, чтобы

$$\begin{cases} -\frac{5}{2\sqrt{6}} < -\frac{1}{3a} \\ \frac{5}{2\sqrt{6}} > -\frac{1}{3a} \\ a \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2\sqrt{6}}{15a} < 1 \\ -\frac{2\sqrt{6}}{15a} < 1 \\ a \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ a > \frac{2\sqrt{6}}{15} \\ a > -\frac{2\sqrt{6}}{15} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a > \frac{2\sqrt{6}}{15} \\ a < -\frac{2\sqrt{6}}{15} \end{cases}$$

Ответ: $(-\infty; -\frac{2\sqrt{6}}{15}) \cup (\frac{2\sqrt{6}}{15}; +\infty)$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№ 4:

$$\begin{cases} x + 3ay - 7b = 0 & (1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x^2 + 14x + 4y^2 + 45)(x^2 + y^2 - 9) = 0 & (2) \end{cases}$$

имеет 4 решения
при каких a ?

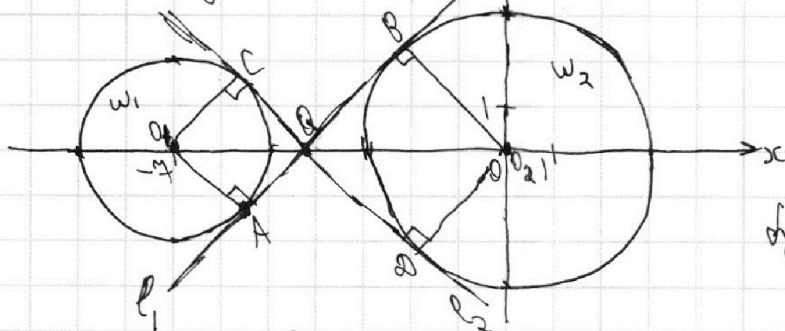
Решение:

$$(2): (x^2 + 14x + 4y^2 + 45)(x^2 + y^2 - 9) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 14x + 4y^2 + 49 - 4 = 0 \\ x^2 + y^2 - 9 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$\Leftrightarrow \begin{cases} (x+7)^2 + y^2 = 2^2 - \text{кр.-мн. } \omega_1 \text{ с центром } (-7; 0) \text{ и радиусом } 2 \\ x^2 + y^2 = 3^2 - \text{кр.-мн. } \omega_2 \text{ с центром } (0; 0) \text{ и радиусом } 3 \end{cases}$
график $\text{пр-я } (1)$ — две пересекающ. ок-ти ω_1 и ω_2

~~$x + 3ay - 7b = 0 \Leftrightarrow 3ay = -x + 7b$~~

~~$3ay = -x + 7b$~~



~~График~~
~~пр-я (1)~~ $\text{пр-я } (1)$ задает
именно 4 точки
перес. с графиками
 $\text{пр-я } (2)$, тогда и
исходная система
будет иметь 4 решения.

$$(1): x + 3ay - 7b = 0 \Leftrightarrow 3ay = -x + 7b$$

Если $a = 0$, то $x = 7b$, пр-я — верт. прямая, 4 точки пересечения
либо не имеет — не подходит.

Если $a \neq 0$:

$$y = -\frac{1}{3a}x + \frac{7b}{3a}$$

Проведем ~~пр-я~~ прямые l_1 и l_2 , касающиеся обеих ок-тей ω_1 и ω_2 ,

l_1 кас. ω_1 в м. A и ω_2 в м. B ; l_2 кас. ω_1 в м. C и ω_2 в м. D ; $l_1 \cap l_2 = Q$

~~пр-я~~ при этом любые касат. l_1 больше пр-я касат. l_2 .

Пусть O_1 — центр ω_1 ; O_2 — центр ω_2 . Тогда QO_1 — дкс-ца

$\angle CQA$ (т.к. QC и QA кас. ω_1) и QO_2 — дкс-ца $\angle BQD$ (т.к. QB и QD кас. ω_2),

при этом $Q \in O_1O_2$, т.к. QO_1 и QO_2 — дкс-ца верт.х. пр-я l_1 и l_2 .

$$O_1O_2 = \sqrt{(-7-0)^2 + (0-0)^2} = \sqrt{49} = 7$$

Пусть $O_1Q = x$. Тогда $O_2Q = 7 - x$.

На одной странице можно оформлять **ТОЛЬКО одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№ 5:

$$1) \log_2(6x) - 2\log_6 4 = \log_{36x^2} 43 - 4.$$

Пусть $t = \log_6 6x$. Тогда:

$$\begin{cases} 6x \neq 1 \\ t^4 - 2t^{-1} = \frac{3}{2}t^{-1} - 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{1}{6} \\ t^4 - \frac{5}{2}t^{-1} + 4 = 0 \end{cases} \quad (2)$$

$$2) \log_4 y + 6\log_4 4 = \log_{16}(4^5) - 4$$

Пусть $p = \log_4 y$. Тогда:

$$\begin{cases} y \neq 1 \\ p^4 + 6p^{-1} = \frac{5}{2}p^{-1} - 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y \neq 1 \\ p^4 + \frac{7}{2}p^{-1} + 4 = 0 \end{cases} \quad (1)$$

$$3) x \neq \frac{1}{6}; y \neq 1:$$

$$(1) - (2) = p^4 - t^4 + \frac{7}{2p} + \frac{5}{2t} = 0 \Leftrightarrow (p-t)(p+t)(p^2+t^2) + \frac{7}{2p} + \frac{5}{2t} = 0$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Черновик

$$p^3 + t^3 + p^2t + pt^2 - 2t^3 - 2pt^2 = (p+t)^3 - 2t^2(p+t) = (p+t)(p^2 + t^2 - 2t^2) = -3t^2$$

5. $\log_2(6x) - 2\log_2 x = \log_2(3 \cdot 4) - 4$

~~$\log_2 7 = t$~~ ~~$\log_2(6x) = \log_2(6) + \log_2(x) = t$~~

$$t^4 - 2t = \frac{3}{2}t - 4$$

$$t^4 - \frac{3}{2}t + 4 = 0$$

$$2t^5 + 8t - 7 = 0$$

$$\log_2 y + 8\log_2 7 = \log_2(7^5) - 4$$

$$p = \log_2 y$$

$$p^4 + 8p = \frac{5}{2}p - 4$$

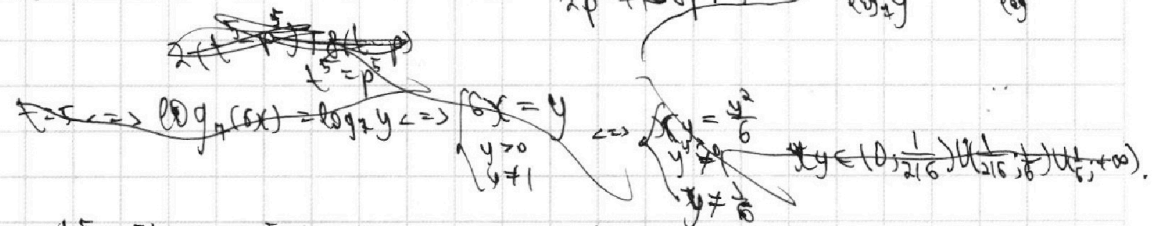
$$p^4 + \frac{15}{2}p + 4 = 0$$

$$2p^5 + 15p + 7 = 0$$

$$\log_2 \left(\frac{6x}{7} \right) + \log_2 y$$

$$\log_2 6x + \log_2 y$$

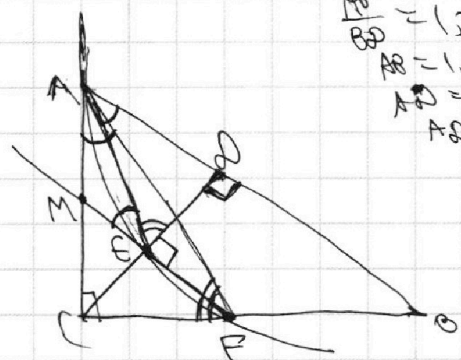
$$= \frac{1}{\log_2 y} - \frac{1}{\log_2 y}$$



$$2(t^5 - p^5) = 14 \Leftrightarrow t^5 - p^5 = 7 \Leftrightarrow \log_2(6x) = \log_2 y + 4$$

6. $x^2 - x + \frac{1}{2} = 0$ | 0 | 1 | 2 | 3 | ... | 9 | 10 |

2.



$$\frac{AB}{BO} = \frac{1}{3}$$

$$AB = \frac{1}{3} BO$$

$$AO = \frac{2}{3} BO$$

$$AO = \frac{2}{3} AB$$

$\log_2(6x) - 2\log_2 x = \log_2(3 \cdot 4) - 4$

~~$\log_2 7 = t$~~ ~~$\log_2(6x) = \log_2(6) + \log_2(x) = t$~~

~~$$t^4 - 2t = \frac{3}{2}t - 4$$~~

~~$$t^4 - \frac{3}{2}t + 4 = 0$$~~

~~$$2t^5 + 8t - 7 = 0$$~~

$$\log_2 y = p$$

~~$$p^4 + \frac{15}{2}p + 4 = 0$$~~

~~$$p^4 - t^4 + \frac{15}{2}p^4 + \frac{15}{2}t^4 = 0$$~~
~~$$(p-t)(p+t)(p^2+t^2) + \frac{15}{2} \frac{p+t}{p-t} = 0$$~~
~~$$(p+t) \left((p-t)(p^2+t^2) + \frac{15}{2} \frac{p+t}{p-t} \right) = 0$$~~
~~$$(p-t)(p^2+t^2) + \frac{15}{2} \left(\frac{p}{p-t} - \frac{1}{p} \right) = 0$$~~

$$\frac{DE}{CF} = \frac{AD}{AC}$$

$$\frac{DE}{CF} = \frac{CD}{BC}$$

~~$$\frac{DE}{CF} = \frac{AD}{AC} = \frac{1}{3} \frac{BC}{AC} = \frac{1}{3} \frac{BC}{BC} = \frac{1}{3}$$~~
~~$$\frac{DE}{CF} = \frac{CD}{BC} = \frac{1}{3} \frac{BC}{BC} = \frac{1}{3}$$~~
~~$$\frac{DE}{CF} = \frac{CF}{BC}$$~~
~~$$\frac{DE}{CF} = \frac{CF}{BC}$$~~

$$p-t = \log_2 y + \log_2(6) - \log_2(6x)$$

$$p^4 + p^2 - p^2t^2 - t^4 + 3.5 = 0$$

$$pt(p^3 - t^3) + p^2t^2(p-t) = -3.5$$

$$pt(p^3 - t^3 + p^2t - pt^2)$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

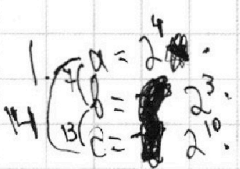
1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



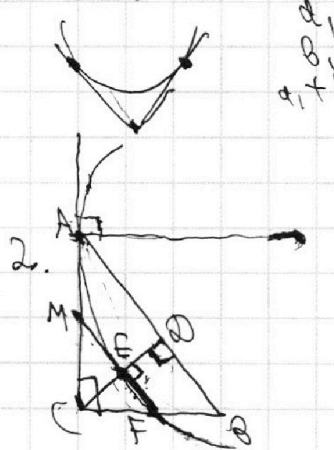
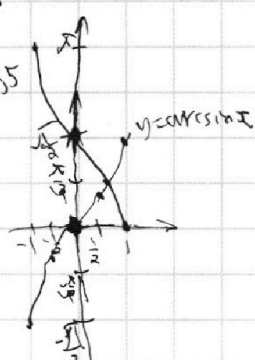
Методом.



$$\begin{aligned}
 a &= 2, \quad b = 3, \quad c = 5 \\
 a + b &= 4 \\
 a + c &= 14 \\
 b + c &= 13 \\
 a + b + c &= 17 \\
 &4, 3, 10
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 b &= 2, \quad a = 3, \quad c = 5 \\
 a + b &= 11 \\
 a + c &= 17 \\
 b + c &= 15 \\
 a + b + c &= 21,5 \\
 &4, 5, 10
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 c &= 2, \quad a = 3, \quad b = 5 \\
 a + b &= 14 \\
 a + c &= 43 \\
 b + c &= 18 \\
 a + b + c &= 37,5
 \end{aligned}$$



$$3, \quad 5 \arccos(\cos \alpha) = \frac{3\pi}{2} + \alpha$$

$$5 \left(\frac{\pi}{2} - \arccos(\sin \alpha) \right) = \frac{3\pi}{2} + \alpha$$

$$5 \frac{\pi}{2} - 5\alpha = \frac{3\pi}{2} + \alpha \Rightarrow \alpha \in \left[\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right], \alpha \in \mathbb{Z}$$

$$-5\alpha + 5\pi = \frac{3\pi}{2} + \alpha \Rightarrow \alpha = \frac{7\pi}{6} + 2\pi n$$

$$\begin{aligned}
 \alpha &= \frac{7\pi}{6} + 2\pi n \\
 \alpha &= \frac{11\pi}{6} + 2\pi n \\
 \alpha &= \frac{\pi}{6} + 2\pi n
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \alpha &= \frac{\pi}{6} + 2\pi n \\
 \alpha + 2\pi n &\in \left[\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right] \\
 \alpha &= \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{3} \\
 \alpha &= \frac{\pi}{2} + 2\pi n \in \left[\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \alpha &= \frac{\pi}{6} \\
 \alpha &= \frac{11\pi}{6} \\
 \alpha &= \frac{\pi}{2}
 \end{aligned}$$

$$\frac{\pi}{6} - \frac{5}{3}\pi n + 2\pi n = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi + 2\pi n}{6}$$

$$\pi - \pi - \frac{5}{2}\pi m + 2\pi m = -\frac{\pi m}{2}$$

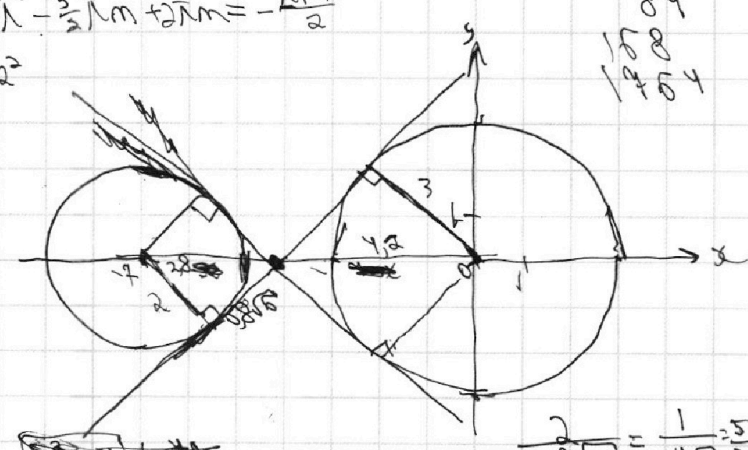
$$\begin{array}{r}
 42 \\
 -102 \\
 \hline
 168 \\
 -198 \\
 \hline
 1904
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 1. \quad & \begin{cases} x^2 + 4y + y^2 + 45 = 0 \\ x^2 + y^2 - 9 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x+2)^2 + y^2 = 2^2 \\ x^2 + y^2 = 3^2 \end{cases} \\
 & x + 3y - 78 = 0 \\
 & 30y = -x + 78 \\
 & y = -\frac{1}{30}x + \frac{78}{30}
 \end{aligned}$$

$$\frac{3}{4-x} = \frac{2}{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 3x = 14 - 2x \Leftrightarrow 5x = 14 \Rightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = 2,8$$

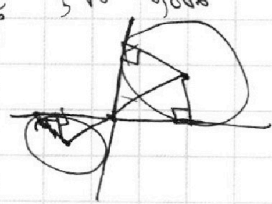


$$0,8\sqrt{6} = \frac{1}{0,4\sqrt{6}} = \frac{5}{2\sqrt{6}} = \frac{3}{\sqrt{6}}$$

$$\sqrt{\left(\frac{14}{5}\right)^2 - 4} = \sqrt{\frac{196 - 25 \cdot 4}{25}} = \sqrt{\frac{6 \cdot 16}{25}} = \frac{4}{5}\sqrt{6} = 0,8\sqrt{6}$$

$$\begin{array}{r}
 22 \\
 -44 \\
 \hline
 884
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 & 54 \cdot 6 = 324 \\
 & 324 + 4 = 328 \\
 & 328 - 78 = 250 \\
 & 250 \div 10 = 25 \\
 & 25 \div 5 = 5
 \end{aligned}$$





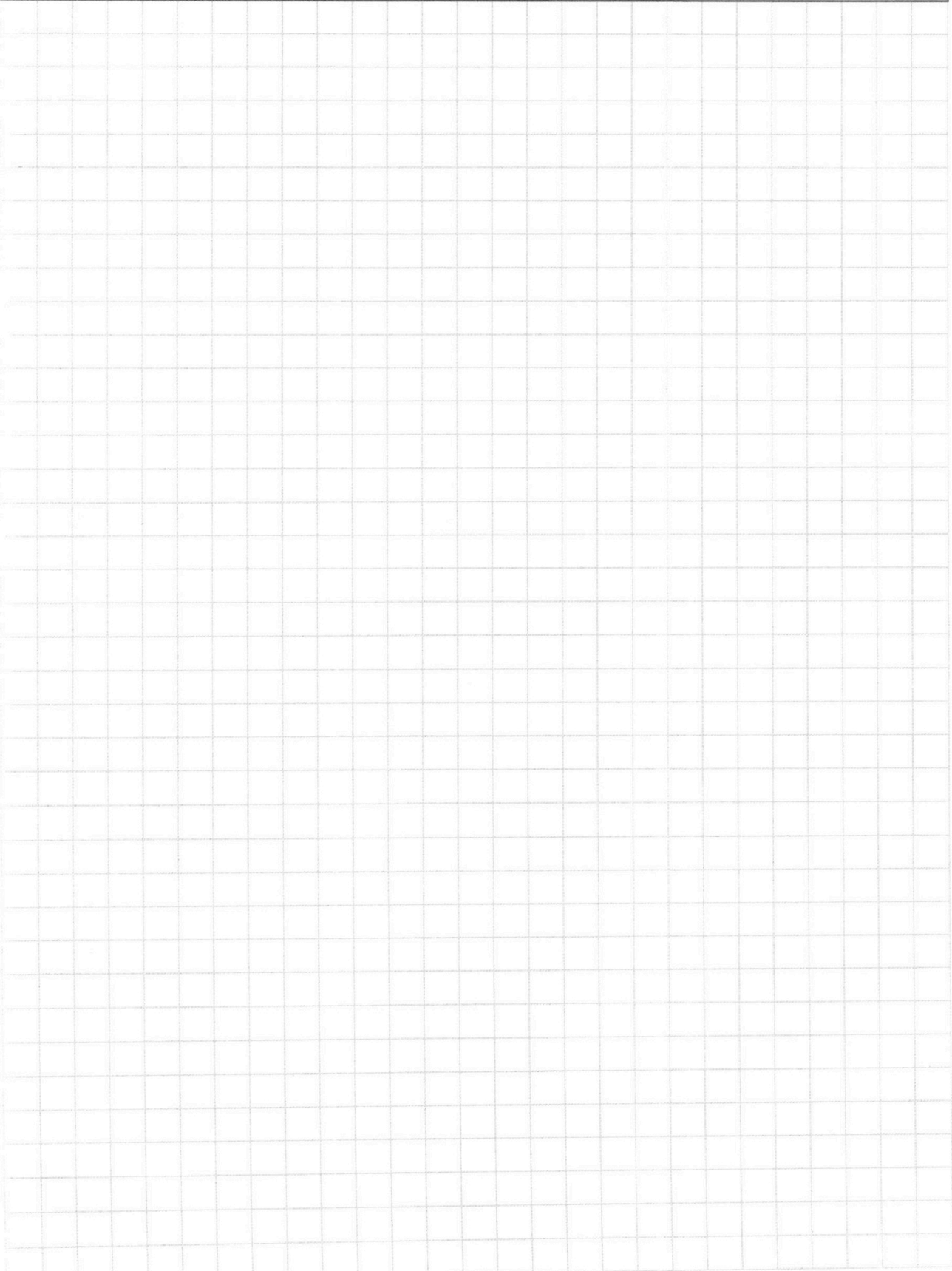
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

