



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 2



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^7 3^{11} 5^{14}$, bc делится на $2^{13} 3^{15} 5^{18}$, ac делится на $2^{14} 3^{17} 5^{43}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой AC в точке A , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке E , а катет BC – в точке F . Известно, что $AB \parallel EF$, $AB : BD = 1,3$. Найдите отношение площади треугольника ACD к площади треугольника CEF .
3. [4 балла] Решите уравнение $5 \arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x$.
4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} x + 3ay - 7b = 0, \\ (x^2 + 14x + y^2 + 45)(x^2 + y^2 - 9) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_7^4(6x) - 2 \log_{6x} 7 = \log_{36x^2} 343 - 4, \quad \text{и} \quad \log_7^4 y + 6 \log_y 7 = \log_{y^2} (7^5) - 4.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-17;68)$, $Q(2;68)$ и $R(19;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно на границе) и таких, что $4x_2 - 4x_1 + y_2 - y_1 = 40$.
7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 60, $SA = BC = 10$.
 - а) Найдите произведение длин медиан AA_1 , BB_1 и CC_1 .
 - б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 3$, а радиус сферы Ω равен 4.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Заметим, что если у какого-то из чисел a, b или c есть простой делитель отличный от 2, 3 и 5, то если мы его уберем, число abc уменьшится, а на делимость чисел ab, bc, ac на числа $2^a 3^b 5^c, 2^b 3^c 5^a, 2^c 3^a 5^b$ это не повлияет. Значит мы можем считать, что $a = 2^{a_1} \cdot 3^{a_2} \cdot 5^{a_3}$, $b = 2^{b_1} \cdot 3^{b_2} \cdot 5^{b_3}$, $c = 2^{c_1} \cdot 3^{c_2} \cdot 5^{c_3}$, где

$a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2, a_3, b_3, c_3 \in \mathbb{N}_0$. Тогда т.к. $ab:2^7$, $bc:2^{13}$ и $ac:2^{14}$:

$a_1 + b_1 \geq 7$, $b_1 + c_1 \geq 13$, $a_1 + c_1 \geq 14$, сложив эти три неравенства и

поделив на 2 получаем, что $a_1 + b_1 + c_1 \geq 14$, равенство достигнуто

при $a_1 = 4$, $b_1 = 3$, $c_1 = 10$, значит $abc:2^{14}$. Действуя аналогично

получаем: $a_2 + b_2 \geq 11$; $a_2 + c_2 \geq 11$; $b_2 + c_2 \geq 15 \Rightarrow a_2 + b_2 + c_2 \geq 20,5$, т.к. $a_2, b_2, c_2 \in \mathbb{Z}$:

$a_2 + b_2 + c_2 \geq 21$, равенство достигается при $a_2 = 6$, $b_2 = 5$, $c_2 = 11 \Rightarrow abc:3^{21}$

~~$a_3 + b_3 \geq 19$, $b_3 + c_3 \geq 19$, $a_3 + c_3 \geq 19 \Rightarrow a_3 + b_3 + c_3 \geq 28,5 \Rightarrow abc:5^{28}$~~

достигается при $a_3 = 20$, $b_3 = 23 \Rightarrow abc:5^{43}$

достигается при $a_3 = 20$, $c_3 = 23 \Rightarrow abc:5^{43}$.

Значит $abc:2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{43}$, т.к. $abc \in \mathbb{N}$ наименьшее

значение abc равно $2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{43}$

Ответ: $2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{43}$

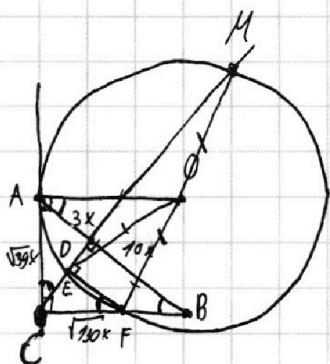
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



т.к. $(CD) \perp (AB)$ и $(EF) \parallel (AB)$: $(CD) \perp (EF)$ и

$$\angle CEF = 90^\circ$$

т.к. $(DB) \parallel (EF)$: $\angle ABF = \angle DFC \Rightarrow$

$\Rightarrow \triangle CEF \sim \triangle CDB$ по двум углам

Пусть O - центр окружности, тогда $(OA) \perp (CA)$, т.к. A - т. касания, а значит $\angle BCA + \angle CAO = 180^\circ \Rightarrow (OA) \parallel (CB)$, тогда $\angle OAB = \angle ABC$. Из прямоугольного $\triangle CDA \sim \triangle ACB$ по двум углам.
т.к. $\angle CDB = 180^\circ - \angle ACB \sim \triangle ADB$ по двум углам.

Если $|AB| = 13x$, то $|DB| = \frac{13}{13} = 10x$, а значит $|AD| = 13x - 10x = 3x \Rightarrow$

т.к. $[CD]$ - высота прямоугольного \triangle -ка, $|CD| = \sqrt{|AD| \cdot |DB|} = \sqrt{30}x$

Из прямоугольных \triangle -ков ADC и CDA получаем:

$$|CB| = \sqrt{30x^2 + 100x^2} = \sqrt{130}x \quad |AC| = \sqrt{30x^2 + 9x^2} = \sqrt{39}x.$$

Если мы проведем $[CD]$ до пересечения с окружностью в точке M , то $\triangle MEF$ окажется прямоугольным $\Rightarrow [FM]$ - диаметр.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$\arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5}$ по определению аркосинуса означает:

$$\begin{cases} \cos(\frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5}) = \sin x \\ (\frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5}) \in [0; \pi] \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\sin(\frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5}) = \sin x \\ (\frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5}) \in [0; 5\pi] \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x + \sin(\frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5}) = 0 \\ x \in [-\frac{3\pi}{2}; \frac{4\pi}{2}] \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin(\frac{x + \frac{3\pi}{5} + \frac{4\pi}{5}}{2}) \cdot \cos(\frac{x - \frac{3\pi}{5} - \frac{4\pi}{5}}{2}) = 0 \\ x \in [-\frac{3\pi}{2}; \frac{4\pi}{2}] \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin(\frac{3x}{5} + \frac{2\pi}{5}) \cdot \cos(\frac{2x}{5} - \frac{2\pi}{5}) = 0 \\ x \in [-\frac{3\pi}{2}; \frac{4\pi}{2}] \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} \sin(\frac{3x}{5} + \frac{2\pi}{5}) = 0 \\ \cos(\frac{2x}{5} - \frac{2\pi}{5}) = 0 \\ x \in [-\frac{3\pi}{2}; \frac{4\pi}{2}] \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3x}{5} + \frac{2\pi}{5} = \pi n, n \in \mathbb{Z} \\ \frac{2x}{5} - \frac{2\pi}{5} = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \\ x \in [-\frac{3\pi}{2}; \frac{4\pi}{2}] \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = 5\pi n - 2\pi, n \in \mathbb{Z} \\ 2x = 5\pi n + \pi, n \in \mathbb{Z} \\ x \in [-\frac{3\pi}{2}; \frac{4\pi}{2}] \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{3}\pi n - \frac{2\pi}{3}, n \in \mathbb{Z} \\ x = \frac{5}{2}\pi n + \frac{\pi}{2}, n \in \mathbb{Z} \\ x \in [-\frac{3\pi}{2}; \frac{4\pi}{2}] \end{cases}$$

Если $x = \frac{5}{3}\pi n - \frac{2\pi}{3}$:

$$-\frac{3\pi}{2} < \frac{5}{3}\pi n - \frac{2\pi}{3} < \frac{4\pi}{2}$$

$$-9\pi < 10\pi n - 4\pi < 24\pi$$

$$0 < 10n + 4 < 90$$

$$-4 < 10n < 25$$

$$-\frac{4}{10} < n < \frac{25}{10}$$

$n = 0$ или $n = 1$ или $n = 2$ т.к. $n \in \mathbb{Z}$

Значит:

$$x = \frac{2\pi}{3} \text{ или } x = \frac{5\pi}{3} \text{ или } x = 3\pi$$

Ответ: ~~$\frac{2\pi}{3}$~~ ; $\frac{2\pi}{3}$; ~~$\frac{5\pi}{3}$~~ ; $\frac{5\pi}{3}$; ~~3π~~ ; $\frac{8\pi}{3}$

Если $x = \frac{5}{2}\pi n + \frac{\pi}{2}$:

$$-\frac{3\pi}{2} < \frac{5}{2}\pi n + \frac{\pi}{2} < \frac{4\pi}{2}$$

~~$-\frac{3\pi}{2} < \frac{5}{2}\pi n + \frac{\pi}{2} < \frac{4\pi}{2}$~~

$$-3\pi < 5\pi n + \pi < 4\pi$$

$$-4,5 < 5n < 3,5$$

$$-1,5 < n < 0,5$$

$n = -1$ или $n = 0$, т.к. $n \in \mathbb{Z}$

Значит:

$$x = \frac{9\pi}{4} \text{ или } x = -\frac{\pi}{4}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

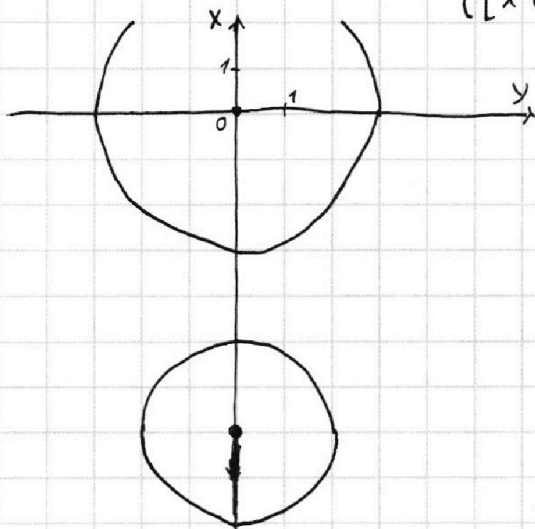
Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} x+3ay-7b=0 \\ (x^2+14x+y^2+45)(x^2+y^2-9)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+3ay-7b=0 \\ x^2+14x+y^2-4=0 \\ x^2+y^2-9=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-3ay+7b \\ \begin{cases} (x+7)^2+y^2=2^2 \\ x^2+y^2=3^2 \end{cases} \end{cases}$$



Эта система задает две окружности с центрами $(0,0)$ и $(0,-7)$ и радиусами 3 и 2 соответственно, которые прямая $x = -3ay + 7b$ для выполнения условия задачи должна пересекать в четырех точках.

Примечание: x сейчас - это ось абсцисс, а y - ось ординат, потому что координаты точки задаются, как (y, x)

Для того расстояние от центра каждой из окружностей до прямой $x+3ay-7b=0$ должно быть меньше их радиусов. Именно тогда прямая пересечет каждую из окружностей в двух точках. Так как расстояние от точки (x_1, y_1) до прямой $Ax+By+C=0$ выражается формулой:

$$\frac{|Ax_1+By_1+C|}{\sqrt{A^2+B^2}}$$

можем сказать, что:

$$\begin{cases} \frac{|1 \cdot 0 + 3a \cdot 0 - 7b|}{\sqrt{1^2 + 9a^2}} < 3 \\ \frac{|1 \cdot 0 - 3a \cdot 7 - 7b|}{\sqrt{1^2 + 9a^2}} < 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |7b| < 3\sqrt{1+9a^2} \\ |7(3a+b)| < 2\sqrt{1+9a^2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |b| < \frac{3}{7}\sqrt{1+9a^2} \\ |3a+b| < \frac{2}{7}\sqrt{1+9a^2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b^2 < \frac{81a^2+9}{49} \\ 9a^2+6ab+b^2 < \frac{36a^2+4}{49} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 49b^2 < 81a^2+9 \\ a^2 \cdot 9 \cdot 49 + 6 \cdot 49ab + 49b^2 - 36a^2 < 4 \end{cases}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\Leftrightarrow \begin{cases} be \\ 405a^2 + 294ab + 649b^2 - 4 < 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b \in \left(-\frac{3}{4}\sqrt{a^2 \cdot 9 + 1}, \frac{3}{4}\sqrt{a^2 \cdot 9 + 1}\right) \\ 3a + b < \frac{2}{4}\sqrt{a^2 \cdot 9 + 1} \\ 3a + b > -\frac{2}{4}\sqrt{a^2 \cdot 9 + 1} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b \in \left(-\frac{3}{4}\sqrt{a^2 \cdot 9 + 1}, \frac{3}{4}\sqrt{a^2 \cdot 9 + 1}\right) \\ 3a < \frac{5}{4}\sqrt{a^2 \cdot 9 + 1} \\ 3a > -\frac{5}{4}\sqrt{a^2 \cdot 9 + 1} \end{cases}$$

П.к. нас интересует число a , для которого существует нужное число b и число b всегда определено от a , условие на b можно отбросить.

$$\begin{cases} 3a < \frac{5}{4}\sqrt{a^2 \cdot 9 + 1} \\ 3a > -\frac{5}{4}\sqrt{a^2 \cdot 9 + 1} \end{cases} \Leftrightarrow 9a^2 < \frac{25}{49} \cdot 9a^2 + \frac{25}{49} \Leftrightarrow \frac{24}{49} \cdot 9a^2 < \frac{25}{49}$$

$$\Leftrightarrow 216a^2 < 25 \Leftrightarrow a^2 < \frac{25}{216} \Leftrightarrow a \in \left(-\frac{5}{6\sqrt{6}}, \frac{5}{6\sqrt{6}}\right)$$

$$\begin{cases} \frac{|1 \cdot 0 + 3a \cdot 0 - 7b|}{\sqrt{9a^2 + 1}} < 3 \\ \frac{|1 \cdot 0 + 3a \cdot 0 - 7b|}{\sqrt{9a^2 + 1}} < 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 7|b| < 3\sqrt{9a^2 + 1} \\ 7|b+1| < 2\sqrt{9a^2 + 1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 49b^2 < 81a^2 + 9 \\ 49b^2 + 98b + 49 < 36a^2 + 4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b \in \left(-\frac{3}{4}\sqrt{9a^2 + 1}, \frac{3}{4}\sqrt{9a^2 + 1}\right) \\ 7b + 1 < \frac{2}{4}\sqrt{9a^2 + 1} \\ 7b + 1 > -\frac{2}{4}\sqrt{9a^2 + 1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b \in \left(-\frac{3}{4}\sqrt{9a^2 + 1}, \frac{3}{4}\sqrt{9a^2 + 1}\right) \\ b < \frac{2}{4}\sqrt{9a^2 + 1} - 1 \\ b > -\frac{2}{4}\sqrt{9a^2 + 1} - 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b \in \left(-\frac{3}{4}\sqrt{9a^2 + 1}, \frac{3}{4}\sqrt{9a^2 + 1}\right) \\ \frac{3}{4}\sqrt{9a^2 + 1} > -\frac{2}{4}\sqrt{9a^2 + 1} - 1 \\ -\frac{3}{4}\sqrt{9a^2 + 1} < \frac{2}{4}\sqrt{9a^2 + 1} - 1 \end{cases}$$

П.к. нас интересует число a , для которого существует нужное число b и число b всегда определено от a , условие на b можно отбросить.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Значит:

всегда верно т.к. корень неотрицателен

$$\begin{cases} \frac{5}{4} \sqrt{9a^2+1} > -1 \\ \frac{5}{4} \sqrt{a^2+1} > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{5}{4} \sqrt{a^2+1} > 1 \Leftrightarrow \frac{25}{16}(a^2+1) > 1 \Leftrightarrow 25a^2 > -9 \Leftrightarrow a^2 > -\frac{9}{25} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow a \in \mathbb{R} \setminus \left(-\infty; -\frac{2\sqrt{6}}{5} \right) \cup \left(\frac{2\sqrt{6}}{5}; +\infty \right)$$

$$\text{Ответ: } \left(-\infty; -\frac{2\sqrt{6}}{5} \right) \cup \left(\frac{2\sqrt{6}}{5}; +\infty \right)$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \log_z^4(6x) - 2\log_{6x} z = \log_{36x^2} z^3 - 4 \\ \log_z^4 y + 6\log_y z = \log_{zy} z^5 - 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_z^4(6x) - \frac{2}{\log_z(6x)} = \frac{3}{2} \cdot \log_{6x} z - 4 \\ \log_z^4 y + \frac{6}{\log_z y} = \frac{5}{2} \log_y z - 4 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \log_z^4(6x) - \frac{2}{\log_z(6x)} = \frac{3}{2\log_z(6x)} - 4 \\ \log_z^4(y) + \frac{6}{\log_z y} = \frac{5}{2\log_z y} - 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_z^4(6x) + 4\log_z(6x) - \frac{4}{2} = 0 \\ \log_z^4(y) + 4\log_z^5(y) + \frac{4}{2} = 0 \end{cases}$$

Обозначив $\log_z(6x)$ за a , а $\log_z(y)$ за b и сложив первое уравнение с последним, мы получим:

$$a^5 + 4a + b^5 + 4b = 0$$

$$4(a+b) + (a+b)(a^4 - a^3b + a^2b^2 - ab^3 + b^4) = 0$$

$$(a+b)(4 + \frac{1}{2}a^4 + \frac{1}{2}a^4 - 2\frac{1}{2}a^2ab + \frac{1}{2}(ab)^2 + \frac{1}{2}(ab)^2 - ab \cdot b \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} + b^4) = 0$$

$$(a+b)(4 + \frac{1}{2}a^4 + \frac{1}{2}(a^2+ab)^2 + \frac{1}{2}(ab+b^2)^2 + \frac{1}{2}b^4) = 0, \text{ заметим, что число}$$

$4 + \frac{1}{2}a^4 + \frac{1}{2}(a^2+ab)^2 + \frac{1}{2}(ab+b^2)^2 + \frac{1}{2}b^4$ строго положительно, т.к.

является суммой положительного числа 4 и

четырёх неотрицательных чисел. Значит

$$(a+b) = 0 \Leftrightarrow \log_z(6x) + \log_z y = 0 \Leftrightarrow \log_z(6xy) = \log_z 1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 6xy = 1 \Leftrightarrow xy = \frac{1}{6}$$

Ответ: $\frac{1}{6}$



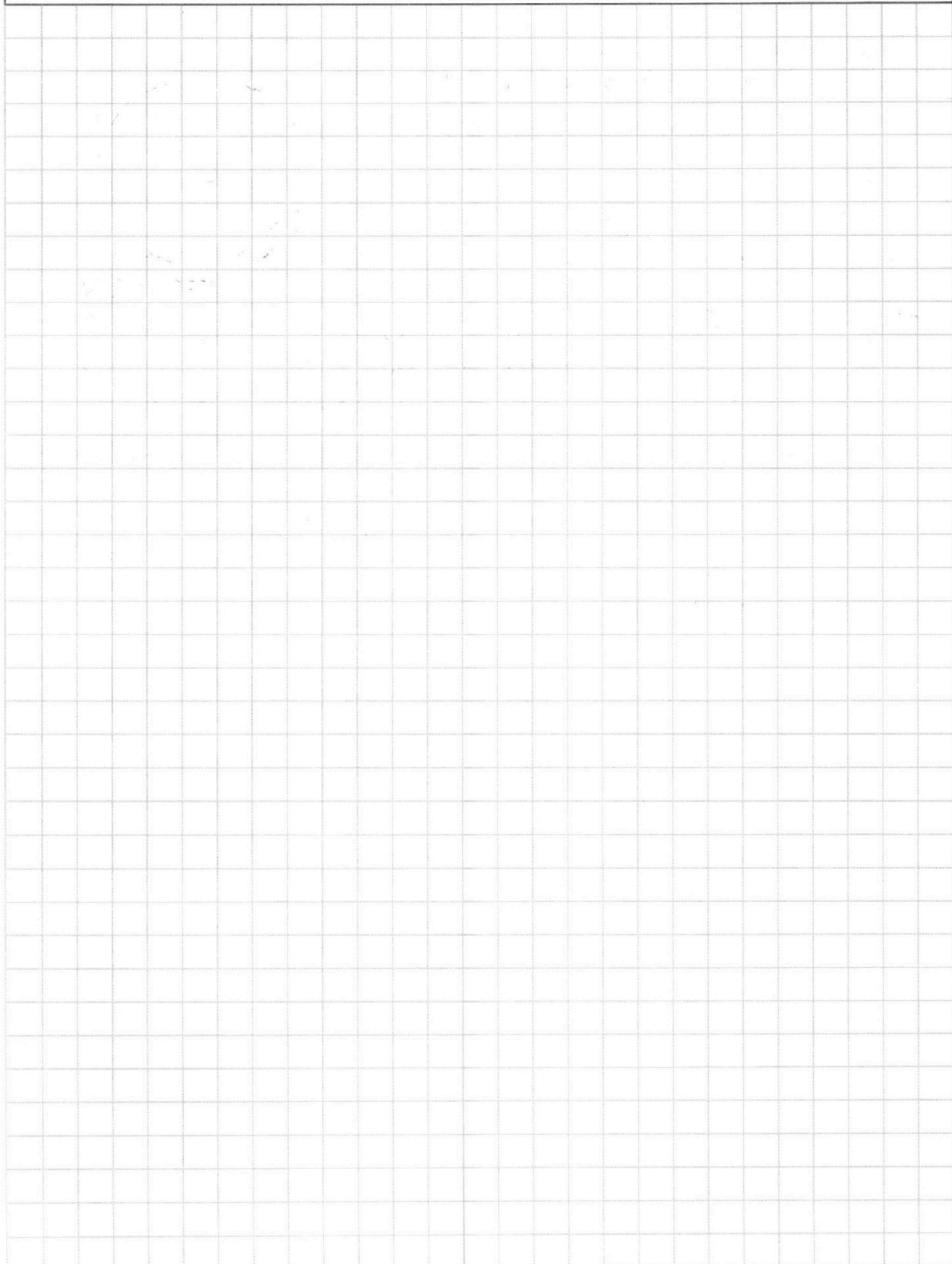
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5} \Leftrightarrow \sin x = \cos\left(\frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5}\right), \frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5} \in [0; \pi]$$

$$\begin{cases} \sin x = -\sin\left(\frac{x}{5} + \frac{3\pi}{10}\right) \\ x + \frac{3\pi}{2} \in [0; 5\pi] \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x + \sin\left(\frac{x}{5} + \frac{3\pi}{10}\right) = 0 \\ x \in \left[-\frac{3\pi}{2}; \frac{4\pi}{2}\right] \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin\left(\frac{2x}{5} + \frac{2\pi}{5}\right) \cdot \cos\left(\frac{2x}{5} - \frac{2\pi}{5}\right) = 0 \\ x \in \left[\frac{\pi}{2}; \frac{4\pi}{2}\right] \end{cases}$$

$$\frac{5\pi}{10} \quad \frac{6\pi}{10} \quad \frac{3\pi}{5}$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{4} + \frac{x}{2}\right) = \cos\left(\frac{3\pi}{4}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{1 \cdot 0 + 3a \cdot 0 - 7b}{\sqrt{1+9}} = \frac{|7b|}{2} < 3$$

$$26 + 14$$

$$43$$

$$7b < 6$$

$$|b| < \frac{6}{7}$$

$$-\frac{6}{7} < b < \frac{6}{7}$$

$$\frac{1 \cdot 0 - 21a - 7b}{\sqrt{1+9}} =$$

$$= \frac{|21a + b|}{2} < 2$$

$$|21a + b| < 4$$

$$-4 < 21a + b < 4$$

$$\frac{5}{216}$$

$$\frac{5\pi}{10} \quad \frac{5\pi}{10}$$

$$49 \cdot 9 = 490 - 49 = 441$$

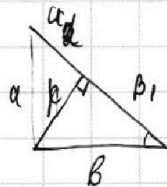
$$300 - 6$$

$$81a^2 + 9$$

$$49b^2 < 81a^2 + 9$$

$$\frac{21a}{\sqrt{9a^2+1}}$$

$$\frac{44+2a}{\sqrt{9a^2+1}}$$



$$30x^2 + 9x^2$$

$$n = b_1 + 9a = \frac{b_1 a}{n}$$

$$49(9a^2 + 81a^2 + b^2) < 36a^2 + 4$$

$$b \in \left(-\frac{3}{2}\sqrt{a^2+9+1}; \frac{3}{2}\sqrt{a^2+9+1}\right)$$

$$3a + b <$$

$$4,5$$

$$24 - 9 \quad (-4; 0)$$

$$-240$$

$$246$$

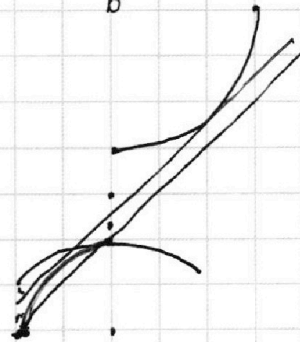
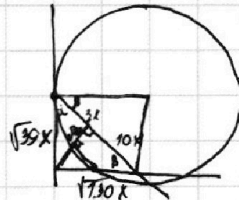
$$-4$$

$$\frac{4\pi}{10} + \frac{5\pi}{10} = \frac{9\pi}{10}$$

$$\frac{10\pi}{3} - \frac{2\pi}{2}$$

$$2x - 2\pi = 2,5\pi + 4\pi n$$

$$4,5\pi$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$a = 2^{a_2} \cdot 3^{a_3} \cdot 5^{a_5}$
 $b = 2^{b_2} \cdot 3^{b_3} \cdot 5^{b_5}$
 $c = 2^{c_2} \cdot 3^{c_3} \cdot 5^{c_5}$

$a^5 + b^5 + 4(a+b) = 0$
 $a^5 + b^5 = -4(a+b)$
 $\frac{a^5 + b^5}{-b^4 \cdot a^3} = \frac{-4(a+b)}{a^4 + b^4}$

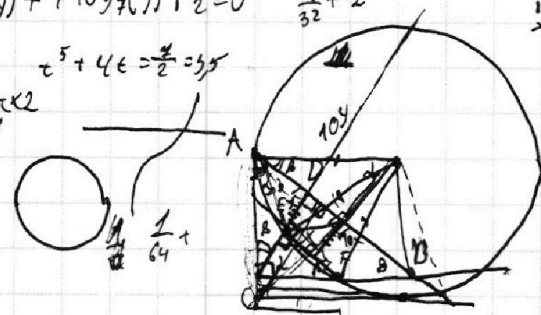
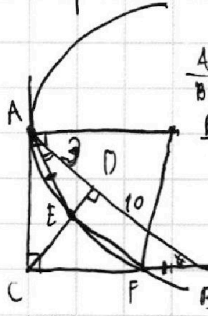
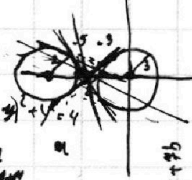
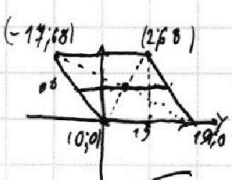
$a_2 + b_2 \geq 4$
 $b_2 + c_2 \geq 13$
 $a_2 + c_2 \geq 14$
 $2(a_2 + b_2 + c_2) \geq 34$

$a_1 = 4$
 $b_2 = 5$
 $c_2 = 10$

$\log_4 y = \frac{6}{\log_2 y}$
 $\log_4^4(6x) = \frac{15}{2} \cdot \frac{1}{2 \log_2(6x)} - 4$
 $\log_4^4(y) + \frac{6}{\log_2 y} = \frac{5}{2} \cdot \frac{1}{\log_2 y} - 4$

$2 \sin(x + \frac{\pi}{2}) \cdot \sin(\pi) = 0$
 $\cos(\frac{3\pi}{2} + x) = \cos(\frac{\pi}{2} - x)$
 $\cos(\frac{3\pi}{2} + x) = \sin(x)$
 $\cos(\frac{\pi}{2} - x) = \sin(x)$
 $\cos(x - \frac{\pi}{2}) = 0$
 $(a^2 - ab)^2$

$x + 3ay - 2b = 0$
 $\log_4^4(6x) - 2 \log_4 x = \log_4 x^3 - 4$
 $\log_4^4(6x) - \frac{2}{\log_2(6x)} = \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{\log_2(6x)} - 4$
 $\log_4^4 y + \frac{6}{\log_2 y} = \frac{5}{2} \cdot \frac{1}{\log_2 y} - 4$



$4x_2 + y_2 = 40 + 4x_1 + y_1$
 $\log_4^4(y) + \log_4^4(6x) + 4 \log_4(6xy)$