



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 4



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^6 3^{13} 5^{11}$, bc делится на $2^{14} 3^{21} 5^{13}$, ac делится на $2^{16} 3^{25} 5^{28}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой AC в точке A , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке E , а катет BC – в точке F . Известно, что $AB \parallel EF$, $AB : BD = 1,4$. Найдите отношение площади треугольника ACD к площади треугольника CEF .
3. [4 балла] Решите уравнение $10 \arccos(\sin x) = 9\pi - 2x$.
4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} 5x + 6ay - b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 25)(x^2 + y^2 + 18y + 77) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_{11}^4 x - 6 \log_x 11 = \log_{x^3} \frac{1}{121} - 5, \quad \text{и} \quad \log_{11}^4(0,5y) + \log_{0,5y} 11 = \log_{0,125y^3} (11^{-13}) - 5.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-15;90)$, $Q(2;90)$ и $R(17;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $6x_2 - 6x_1 + y_2 - y_1 = 48$.
7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 180, $SA = BC = 20$.
 - а) Найдите произведение длин медиан AA_1 , BB_1 и CC_1 .
 - б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 6$, а радиус сферы Ω равен 8.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Задача 1. $a, b, c \in \mathbb{N}$ пусть $l, n, k \in \mathbb{N}$ такие, что

$$ab = 2^6 \cdot 3^{13} \cdot 5^{11} \cdot l \quad bc = 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{13} \cdot k \quad ac = 2^{16} \cdot 3^{25} \cdot 5^{28} \cdot n$$

умножив эти три уравнения получаем $(abc)^2 = 2^{36} \cdot 3^{59} \cdot 5^{52} \cdot l \cdot k \cdot n$

$$abc = 2^{18} \cdot 3^{29} \cdot 5^{26} \cdot \sqrt{3lkn} \in \mathbb{N} \Rightarrow \sqrt{3lkn} \in \mathbb{N}$$

пусть $\sqrt{3lkn} = m \in \mathbb{N} \quad m \geq 1$

$$3lkn = m^2 \quad lkn = \frac{m^2}{3} \in \mathbb{N} \Rightarrow m : 3$$

~~$m=1: \frac{m^2}{3} = \frac{1}{3} \notin \mathbb{N}$ $m=2: \frac{m^2}{3} = \frac{4}{3} \notin \mathbb{N}$ $m=3: \frac{m^2}{3} = \frac{9}{3} = 3 \in \mathbb{N}$~~

~~\Rightarrow наименьшее $m=3$, тогда $abc \in \mathbb{N}$,~~

~~$abc = 2^{18} \cdot 3^{29} \cdot 5^{26} \cdot 3 = 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{26}$~~

примечание: $a =$! при том ~~гда~~ заметим, что lk должно ^{хотя бы} делиться на 5^4 ,
 $b =$
 $c =$ т.к. ~~$ab \cdot b \cdot c = b^2 \cdot ac =$~~

пусть x_a, x_b, x_c - степени, в которых число 5 входит в a, b и c соответственно. $x_k = b_k, x_l = l_k$
 $x_e = b_e$

должно выполняться:
$$\begin{cases} x_a + x_e = 11 + x_e \\ x_a + x_c = 28 & 2x_e + 28 + x_c = 24 + x_e + x_k \\ x_e + x_c = 13 + x_k & \Rightarrow x_e + x_k \geq 4 \end{cases}$$

 г.к. $x_e \geq 0$,

то есть итого lkn делится на $3 \cdot 5^4$, ~~минимальное m~~
 $\Rightarrow m$ не меньше ~~$3 \cdot 5^4$~~

$$abc \geq 2^{18} \cdot 3^{29} \cdot 5^{26} \cdot \sqrt{3 \cdot 3 \cdot 5^4} = 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28}$$

пример: $b_l = 2^2 \cdot 3^4$ $ab = 2^6 \cdot 3^{13} \cdot 5^{11}$
 $a_k = 2^4 \cdot 3^9 \cdot 5^{11}$ $bc = 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{13} \cdot 5^4$
 $c_k = 2^{12} \cdot 3^{17} \cdot 5^{17}$ $ac = 2^{16} \cdot 3^{25} \cdot 5^{28} \cdot 3$

Ответ: $2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

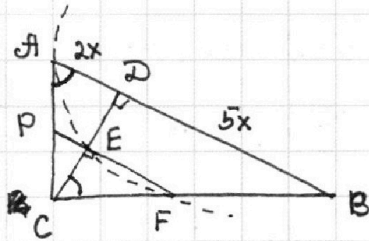
1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



задача 2.



$$\frac{AB}{BD} = 1,4 = \frac{7}{5} \quad AD = 2x \quad BD = 5x, \quad AB = 7x$$

$\angle BAC = \angle DCB$ т.к. CD - высота пр. Δ

$\angle CEF = \angle EDB = 90^\circ$ из $AD \parallel EF$

$\Rightarrow \Delta ACD \sim \Delta CFE$ по 2-м равным углам.

~~$k = \frac{AC}{CF} = \frac{EF}{CD}$~~ т.к. ~~$CA$ - касательная к окружности, а CP - секущая~~
 пусть $x=1$ (для отнесения не важно)

пусть $FE \cap AC = P$

т.к. AP - касательная, а PF - секущая

$$AP^2 = PE \cdot PF$$

$$\frac{PE}{AD} = \frac{CP}{AC}$$

$$\frac{PF}{AB} = \frac{CP}{AC}$$

из $PF \parallel AB$

$$AP^2 = \frac{AD \cdot CP}{AC} \cdot \frac{AB \cdot CP}{AC} = \frac{AD \cdot AB}{AC^2} \cdot CP^2 \Rightarrow \left(\frac{AP}{PC}\right)^2 = \frac{AD \cdot AB}{AC^2}$$

$$CD = \sqrt{AD \cdot DB} = x\sqrt{10} \Rightarrow AC = x\sqrt{14} \text{ по т. Пифагора}$$

или высота в произв. Δ

$$\Rightarrow \left(\frac{AP}{PC}\right)^2 = \frac{2x \cdot 7x}{(x\sqrt{14})^2} = \frac{14x^2}{14x^2} = 1 \Rightarrow AP = PC$$

~~$BC = x\sqrt{35}$~~
 ~~$x=1$~~

$$\frac{AP}{PC} = \frac{EF}{CD} \Rightarrow EF = \frac{1}{2} DB = \frac{5x}{2} \quad k = \frac{EF}{CD} = \frac{\frac{5x}{2}}{x\sqrt{10}} = \frac{5}{2\sqrt{10}}$$

$$\frac{S_{ACD}}{S_{CEF}} = \frac{1}{k^2} = \left(\frac{2\sqrt{10}}{5}\right)^2 = \frac{40}{25} = 1,6$$

Ответ: $\boxed{1,6}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



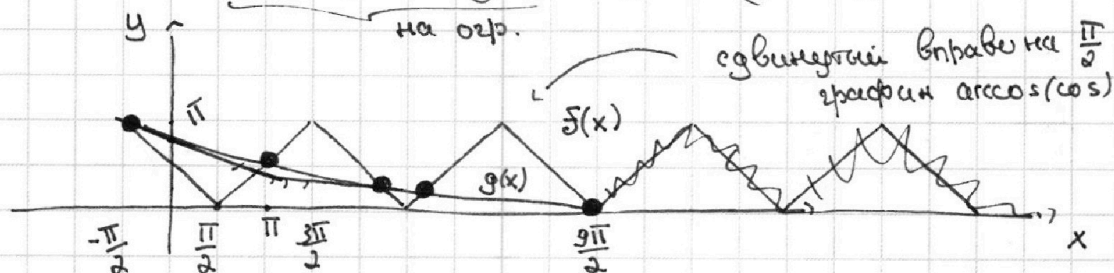
Задача 3.

$$\arccos(\sin x) = 9\pi - 2x$$

$$\sin x = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$0 \leq \arccos t \leq \pi \Rightarrow 0 \leq \frac{9\pi - 2x}{10} \leq \pi \quad \frac{9\pi}{2} \geq x \geq -\frac{\pi}{2}$$

$$f(x) = \arccos\left(\cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right)\right) \quad g(x) = \frac{9\pi - 2x}{10} \quad g(0) = \frac{9\pi}{10}$$



графически видим все решения:

$$-\frac{\pi}{2} + x = \frac{9\pi - 2x}{10} \quad -5\pi + 10x = 9\pi - 2x \quad 12x = 14\pi \quad x = \frac{7\pi}{6}$$

$$\frac{5\pi}{2} - x = \frac{9\pi - 2x}{10} \quad 25\pi - 10x = 9\pi - 2x \quad 8x = 16\pi \quad x = 2\pi$$

$$-\frac{5\pi}{2} + x = \frac{9\pi - 2x}{10} \quad 12x = 34\pi \quad x = \frac{17\pi}{6} \quad + \quad x = -\frac{\pi}{2} \\ x = \frac{9\pi}{2}$$

Ответ: ~~$\frac{\pi}{2}$~~ , $-\frac{\pi}{2}$, $\frac{7\pi}{6}$, 2π , $\frac{17\pi}{6}$, $\frac{9\pi}{2}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

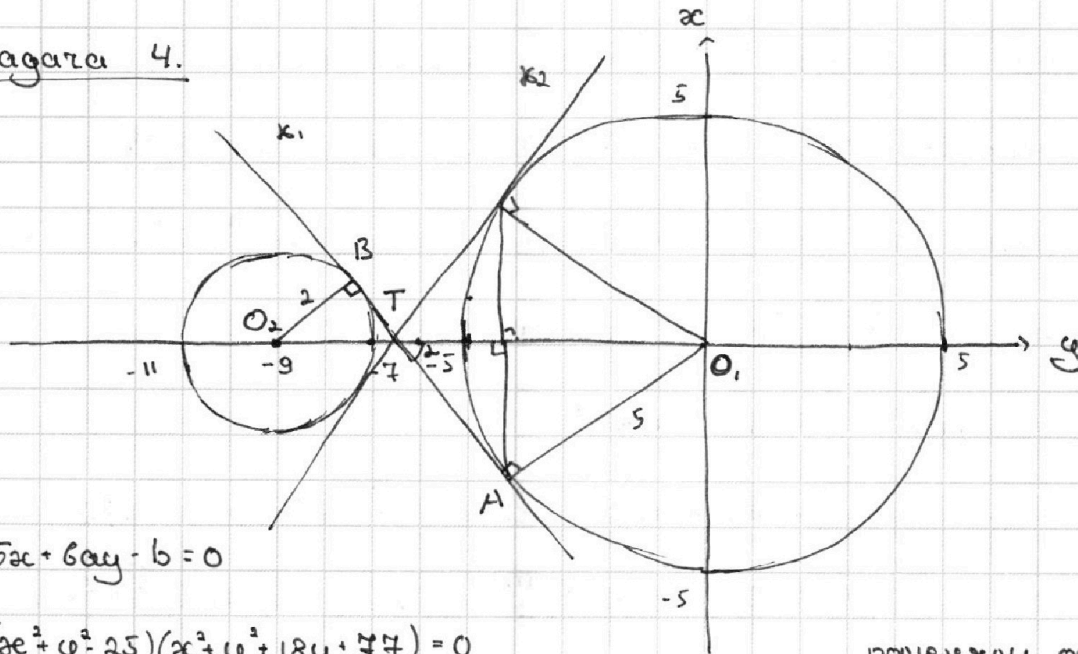
1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Задача 4.



$$\begin{cases} 5x + 6ay - b = 0 \\ (x^2 + y^2 - 25)(x^2 + y^2 + 18y + 77) = 0 \end{cases}$$

поменяли оси местами!

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 25 & \text{уравнение окружности с } R=5 \text{ и центром в } (0;0) \\ x^2 + (y+9)^2 = 4 & \text{уравнение окружности с } R=2 \text{ и центром в } (-9;0) \\ x = \frac{b}{5} - \frac{6a}{5}y & \text{параметрическое уравнение прямой} \\ & l = \frac{b}{5} \quad k \end{cases}$$

$x = \frac{b}{5} - \frac{6a}{5}y$ нужно найти такие наклоны k , при которых есть l такое, что прямая пересекает обе окружности (не касается)

Графически: подходит все k , кроме тех, что находятся между наклонами двух отмеченных прямых (на графике - общие внутр. касательные)

$$k_1 = -\operatorname{tg} \alpha$$

$$\frac{O_2T}{TO_1} = \frac{O_2B}{O_1A} = \frac{2}{5} \Rightarrow O_1T = \frac{9 \cdot 5}{7} \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{O_1A}{O_1T} = \frac{5}{\frac{9 \cdot 5}{7}} = \frac{7}{9}$$

$$1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{1 - \sin^2 \alpha} \quad 1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{1 - (\frac{7}{9})^2} = \frac{9}{16} \cdot \frac{9}{2}$$

находим $k_2 = \frac{7\sqrt{2}}{8}$ и $k_1 = -\frac{7\sqrt{2}}{8}$

\Rightarrow ~~не~~ подходит $-\frac{7\sqrt{2}}{8} \leq \frac{6a}{5} \leq \frac{7\sqrt{2}}{8} \Rightarrow -\frac{35\sqrt{2}}{48} \leq a \leq \frac{35\sqrt{2}}{48}$

Ответ: $[-\frac{35\sqrt{2}}{48}; \frac{35\sqrt{2}}{48}]$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

задачи 5.

пусть $\log_{11} x = t$, тогда $\log_x 11 = \frac{1}{t}$, $\log_{x^3} \frac{1}{121} = -\frac{2}{3} \log_x 11 = -\frac{2}{3t}$

а $\log_{11} 0,5y = s$, тогда $\log_{0,5y} 11 = \frac{1}{s}$, $\log_{0,125y^3} (11^{-13}) = -\frac{13}{3s}$

$t^4 + \frac{6}{t} = -\frac{2}{3t} - 5$ $t^4 + 5 = \frac{16}{3t}$ (1) ~~так как $t > 0$~~

$s^4 + \frac{13}{s} = -\frac{13}{3s} - 5$ $s^4 + 5 = -\frac{16}{3s}$ (2) заметим, что $s = -t$ - корни (2)
если t - корень (1)

~~так как $s > 0$ и $t > 0$, то $s = -t$ не подходит.~~
~~правда так же до~~

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

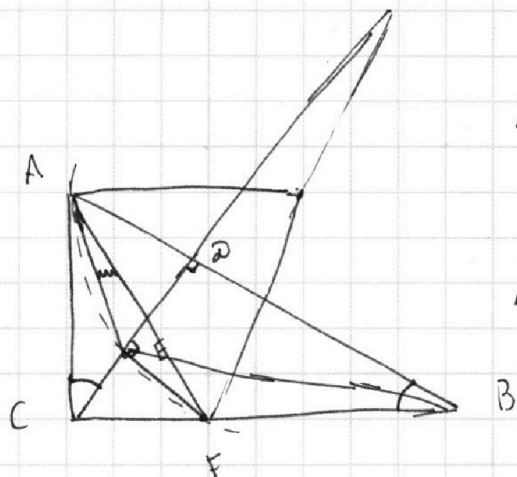
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$\sqrt{10}$
2.5
~~4.5~~

$$\frac{CF}{AC} = \frac{CE}{AD} = \frac{EF}{CD}$$

$\frac{CF}{AC} = ?$

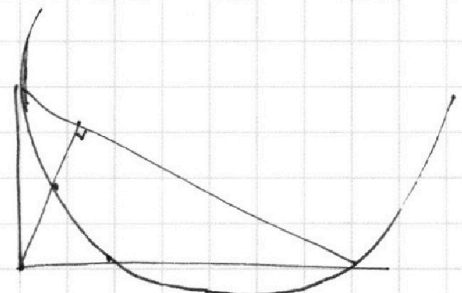
$$\frac{PF}{AB} = \frac{CP}{AC}$$

$$\frac{PE}{AD} =$$

$$PF = \frac{AB \cdot CP}{AC}$$

$$PE = \frac{AD \cdot PC}{AC}$$

$$\frac{AB \cdot AD \cdot PC^2}{AC^2} = AP^2$$

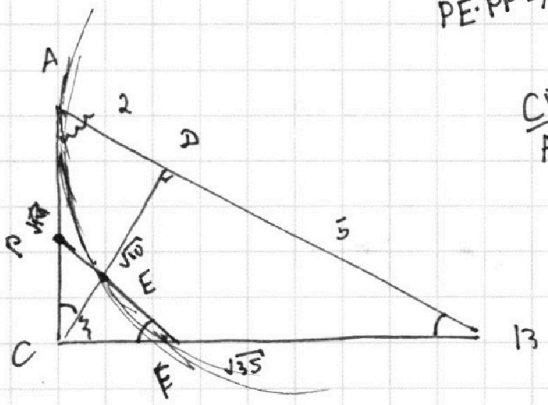


$$\frac{AP}{PC}$$

$\sqrt{10}$

$$PE \cdot PF = AP^2$$

$$\frac{4 \cdot 10}{25} = \frac{40}{25}$$



$$\frac{CF}{AC}$$

$$\frac{8}{5}$$

$\sqrt{6}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

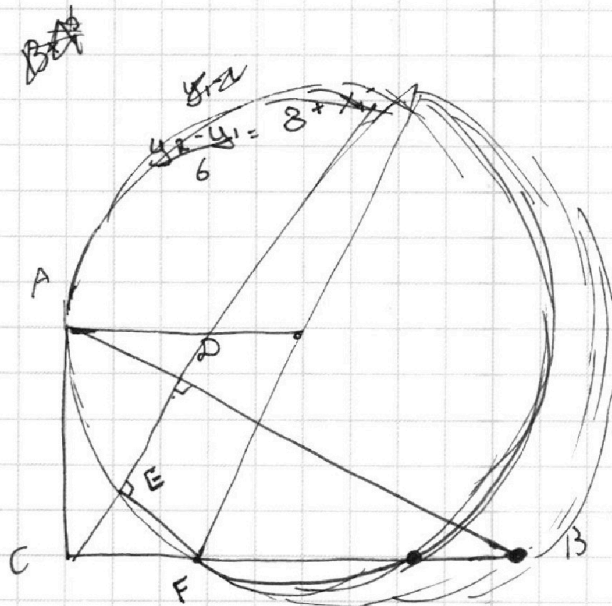
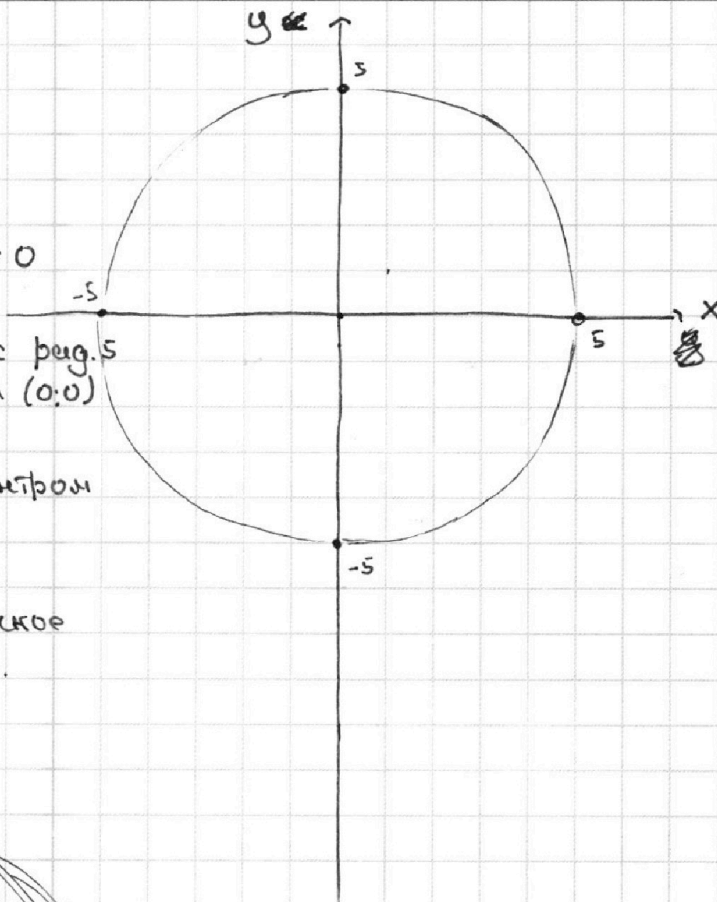
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

задача 4.

$$\begin{cases} 5x + 6ay - b = 0 \\ (x^2 + y^2 - 25)(x^2 + y^2 + 18y + 77) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 25 & \text{- уравнение окружности с радиусом } 5 \\ & \text{и центром } (0; 0) \\ x^2 + (y + 9)^2 = 4 & \text{- уравнение окружности} \\ & \text{с радиусом } 2 \text{ и центром } (0; -9) \end{cases}$$

~~5~~ ~~6a~~ ~~b~~ ~~5~~
~~4~~
параметрическое
уравнение прямой.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\log_{11} x = \frac{p}{-2 \log_{11} x} - 5 \quad t^4 - 6t = \frac{1}{-\frac{3}{8}t} - 5 \quad 121$$
$$t^4 - \frac{6}{t} = -\frac{2}{3t} - 5 \quad \cancel{t^4} = \cancel{18} \quad t^4 + 5 = \frac{18}{3t} - \frac{2}{3t} = \frac{16}{3t} \quad -1-5$$

$$(t^4 + 5)3t = 16 \quad 8 \cdot 2$$

$$s^4 + \frac{1}{s} = \log_{(0,5y)^3} (11^{-13}) = -\frac{13}{3} \log_{0,5y} 11 = -\frac{13}{3} \cdot 4 \cdot s$$
$$s^4 + \frac{3}{3s} = -\frac{13}{3s} - 5 \quad (s^4 + 5) = -\frac{16s}{3s}$$

$$\frac{t^4 + 5t^4}{t^4} \cdot \frac{3t}{t} = 16$$

$$\frac{3t(t^4 + 5t^4)}{t^5} = 16$$

$$t = 26$$

$$(t^4 + 5)3t = 16$$

$$(s^4 + 5)3s = -16$$

$$t^4 = \frac{16}{3t} - 5 = \frac{16 - 15t}{3t}$$

$$s^4 = \frac{16}{-3s} - 5 = \frac{-16 + 15s}{-3s} \quad -\frac{16}{3s} - 5$$

$$(s \cdot t)^4 = -\frac{(16 - 15t)(16 + 15s)}{9st}$$

$$\frac{1}{3} \quad (-2) \quad (t^4 + 5)t = \frac{16}{3}$$

$$3^4 = 81$$

$$\frac{1}{3} + 5$$

$$\frac{1}{3^4} + 5$$

$$\frac{86}{3} = \frac{16}{3}$$

$$\frac{86}{3^4} = 16$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{aligned} x^2 + y^2 &= 25 \\ x^2 + (y+9)^2 &= 4 \end{aligned}$$

$$y = \sqrt{25 - x^2}$$

$$x = \frac{b}{5} - \frac{6a}{5}y$$

$$x = c - dy$$

наклоны линий.

$$kx + b = y$$

$$x^2 + (y+9)^2 = 4 \quad y = kx + b \quad \operatorname{tg} \alpha = 1$$

$$x^2 + (kx + b)^2 = 4$$

$$y'x =$$

$$x^2 + y^2 = 25$$

$$y = kx + b$$

$$x^2 + (y+9)^2 = 4$$

$$x^2 + (kx + b)^2 = 25$$

$$3k + b = 4$$

$$b = 4 - 3k$$

$$x^2 + (kx_2 + b + 9)^2 = 4$$

$$x^2 + (k(x_2 + 3) + 13)^2 = 4$$

$$= 2$$

$$3k + 13 = 2$$

$$k = -5$$

$$b =$$

$$\frac{81 - 32}{32}$$

$$49$$

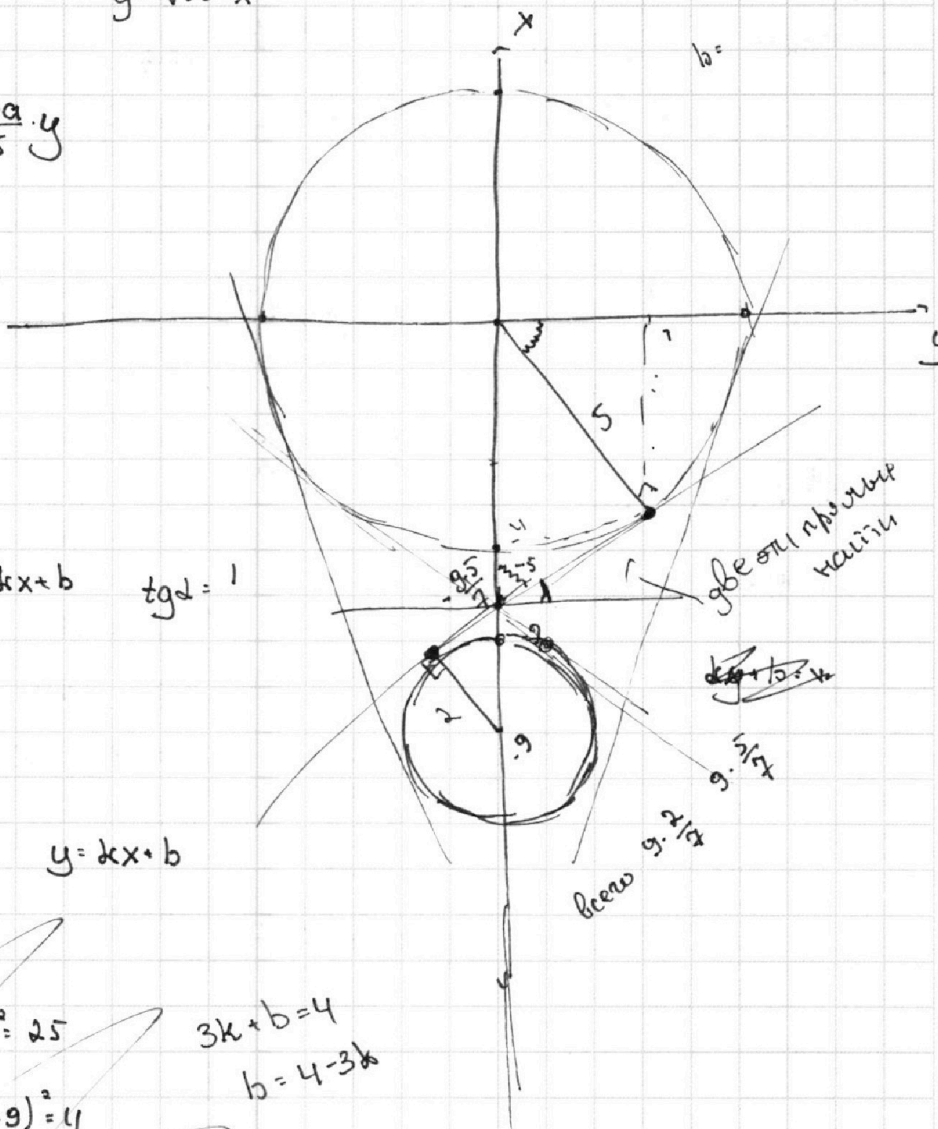
$$\frac{49 \cdot 2}{64}$$

$$\frac{7}{8}$$

$$1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

$$1 + \frac{7}{9} = \frac{16}{9}$$

$$\frac{16}{9}$$



где эти свойства найти

$$kx + b = y$$

всего 9. 2/14

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$ab = \dots \cdot 2^6 \cdot 3^{13} \cdot 5^{11} \cdot k$
 $bc = \dots \cdot l$
 $ac = \dots \cdot m$

$(abc)^2 = k \cdot l \cdot m \cdot 2^{36} \cdot 3^{52} \cdot 5^{22}$
 $abc = 2^{18} \cdot 3^{26} \cdot 5^{11} \cdot \sqrt{3klm} \in \mathbb{N}$
 $\Rightarrow \sqrt{3klm} \in \mathbb{N}$
 $ac = \dots = 3$

$\frac{bc}{ab} = \frac{c}{a}$
 $\frac{a}{b} = \frac{c}{a}$
 $a = 2$
 $b = 2$
 $c = 2$

$x+y=6$
 $x+z=14$
 $z+y=16$

$x=2$ $y=4$ $z=12$

$x+y=13$
 $x+z=21$
 $z+y=26$

$x=0$ $y=11$ $z=13$

$x+y=11$
 $x+z=13$

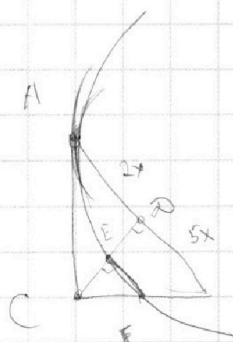
$x=0$
 $y=11$
 $z=13$

$b = 2^2 \cdot 3^4$
 $a = 2^4 \cdot 3^9 \cdot 5^{11}$
 $c = 2^{12} \cdot 3^{17} \cdot 5^{4+13}$

$AB = EF$
 $AB = \frac{14}{10} = \frac{7}{5}$
 $34 + 26 = 60$
 $B = 60$

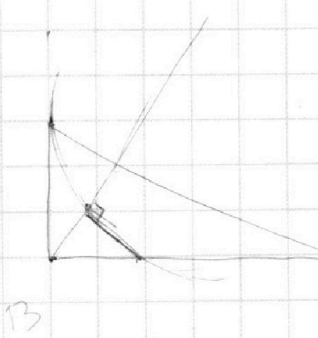
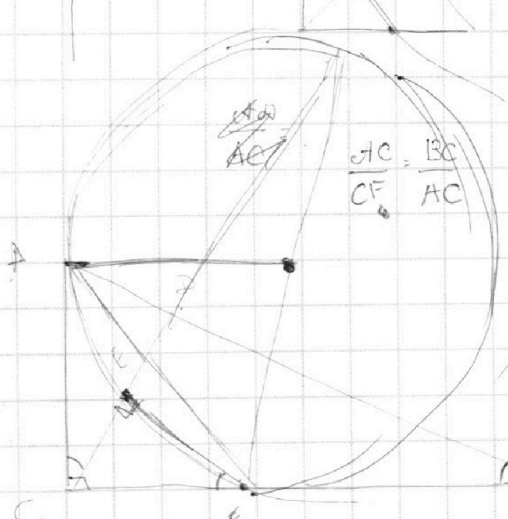
$\frac{S_{ACD}}{S_{CEF}} = ?$

$AC^2 = CB \cdot CF = AB^2 - BC^2$
 $CB(CF + BC) = AB^2$
 $\frac{AC}{CF} = \frac{BC}{AB}$



$\frac{11+14+28}{2} = 26.5$
 $= 28$

$\frac{CE}{AD} = \frac{CF}{AC} = \frac{AB \cdot C}{BC} = \frac{AD}{CD}$



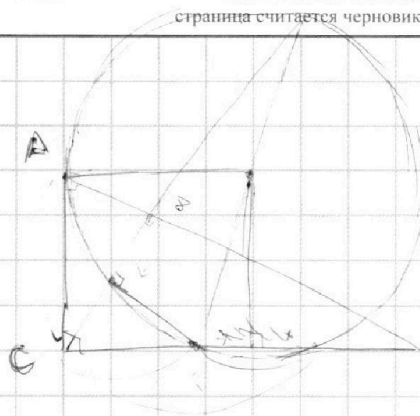
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$AC^2 = (AC-x)(AC+x)$$

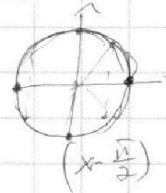
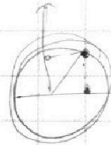
$$0 \leq \frac{9\pi - 2x}{10} \leq \frac{4\pi}{\pi}$$

$$x \leq \frac{9\pi}{2}$$

$$9\pi - 2x \leq 10\pi$$

$$2x \geq -\pi$$

$$\frac{9\pi}{2} \geq x \geq -\frac{\pi}{2}$$

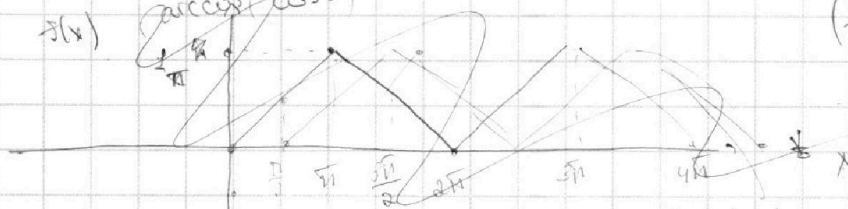


cos

$\arccos(\sin x)$

$\arccos(\cos(\frac{\pi}{2}-x))$

$\arccos(\cos t)$



$\arccos(\cos t) | t \in \mathbb{R}$

$x \leq -\pi$

$f(x)$

$$\frac{\pi}{2} - x = \frac{9\pi - 2x}{10}$$

$$5\pi - 10x = 9\pi - 2x$$

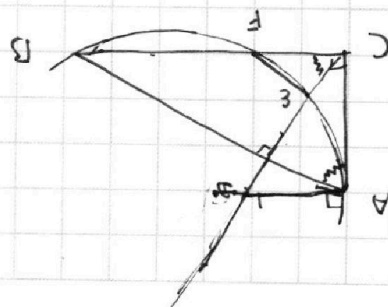
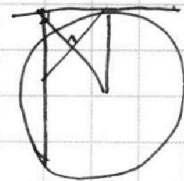
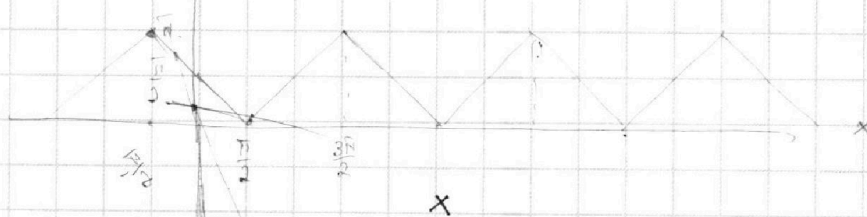
$$-4\pi = 8x$$

$$x = -\frac{\pi}{2}$$

$$\frac{9\pi}{10} - \frac{x}{5}$$

$$g(x) = 0$$

$x =$



$$\frac{CF}{AC} = \frac{CF}{BC} = \frac{CF}{AB} = \frac{CF}{AD}$$

A