МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 10

10:26
14:26

2 1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^{15}7^{11}$, bc делится на $2^{17}7^{18}$, ac делится на $2^{23}7^{39}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc.

1 2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m?

4 3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω, хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 17 : 7$. Найдите длину AB, если известно, что радиусы ω и Ω равны 7 и 13 соответственно.

3 4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2-6x+2}-\sqrt{3x^2+3x+1}=1-9x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-13;26)$, $Q(3;26)$ и $R(16;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1;y_1)$ и $B(x_2;y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2-2x_1+y_2-y_1=14$.

3 6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a, для каждого из которых найдётся значение параметра b, при котором система

$$\begin{cases} ax+y-8b=0, \\ (x^2+y^2-1)\left(x^2+(y-12)^2-16\right) \leqslant 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B. Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC, если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответсвенно равны 5 и 2,5.

© МФТИ, 2023

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 [X] 2 [ ] 3 [ ] 4 [ ] 5 [ ] 6 [ ] 7 [ ]

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$a, b, c \in N$, $ab \vdots 2^{15} \cdot 7^{11}$ (1)

$bc \vdots 2^{17} \cdot 7^{10}$ (2), $ac \vdots 2^{23} \cdot 7^{39}$ (3)

$(abc)_{min}$ – ?

1) ясно, чтобы (abc) было min то при разложении (abc) на множители было только 2^p и 7^k, $p, k \in \mathbb{Z}$, $p, k \geq 0$

2) если $ac \vdots 7^{39}$, то abc как минимум делится на 7^{39}, при $a = 7^{21} \cdot k$

$b \not\vdots 7$

$c = 7^{10} \cdot p$ выполняется условия (1), (2), (3), след. $(abc)_{min}$ при разложении имеет 7^{39}

3) $ab \cdot bc = 2^{32} \cdot k$, $b \leq 2^4$; $ac \cdot bc = 2^{40} \cdot k$, $c \leq 2^{12}$; $ab \cdot ac = 2^{39} \cdot \varepsilon$, $a \leq 2^{11}$

3) чтобы выполнялись все 3 условия и чтобы abc было min нужно, чтобы например $a = 2^{11} \cdot y$

$b = 2^5 \cdot x$

$c = 2^{12} \cdot z$,

след. $(abc)_{min}$ делится на 2^{28}

Ответ: $2^{28} \cdot 7^{39}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

№2

$$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2} = \frac{a+b}{(a+b)^2-9ab},$$ с учётом того, что $\frac{a}{b}$ несократимая дробь с $a \in N$, $b \in N$, то $m_{max} = 9$

Ответ: 9.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

1) проведём $O_2H \perp AB$

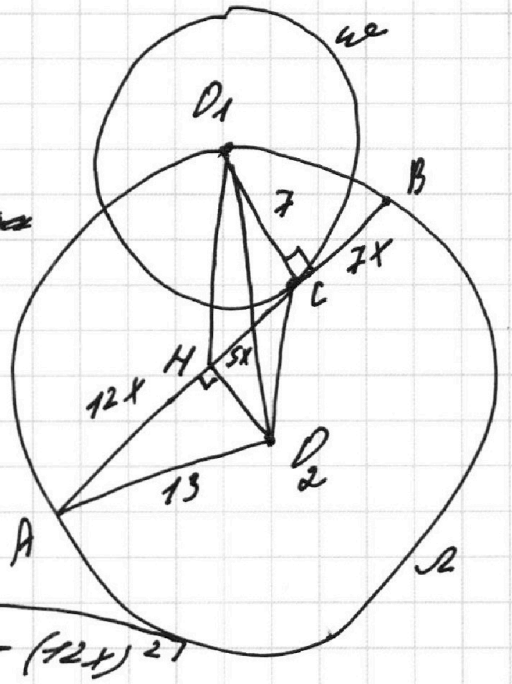
$AH = HB$

пусть $AC = 12x$

$CB = 7x$, тогда

$AH = HB = 12x$

$HC = 5x$



2) рассмотрим $\triangle AHO_2$

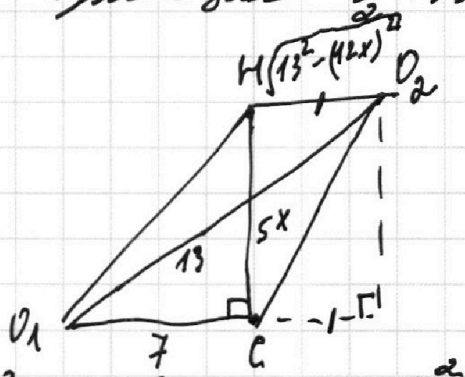
из Т. Пифагора

для этого треуг.

следует: $O_2H = \sqrt{13^2 - (12x)^2}$

3) рассмотрим трапецию O_2HO_1C

$O_1O_2 = 13$



Ясно, что $HC^2 + (O_1C + HO_2)^2 = O_1O_2^2$

$25x^2 + (7 + \sqrt{169 - 144x^2})^2 = 169$

~~$25x^2 + 49x + 169 - 144x^2 + 14\cdot\sqrt{169-144x^2} = 169$~~

$x = 1$

след. $AC = 24x = 24$

Ответ: 24.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

№4.

$$\sqrt{3x^2-6x+2}-\sqrt{3x^2+3x+1}=1-9x$$

$$\sqrt{3x^2-6x+2}=\sqrt{3x^2+3x+1}+(1-9x)$$

$$\cancel{3x^2}-6x+\cancel{2}=\cancel{3x^2}+3x+\cancel{1}+\cancel{1}+81x^2-18x+$$
$$+2\cdot(1-9x)\cdot\sqrt{3x^2+3x+1}$$

$$-81x^2+9x=2\cdot(1-9x)\cdot\sqrt{3x^2+3x+1}$$

$$9x(1-9x)=2\cdot(1-9x)\cdot\sqrt{3x^2+3x+1}$$

1) $1-9x=0$.
$x=\frac{1}{9}$, число $\frac{1}{9}$ является корнем данного уравнения

2) $1-9x\neq 0$, тогда $9x=2\cdot\sqrt{3x^2+3x+1}$

$$\begin{cases} x>0 \\ 81x^2=12x^2+12x+4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x>0 \\ 69x^2-12x-4=0 \end{cases}$$

$D=144+4\cdot 69\cdot 4=$
$=1248$

$x_1=\frac{12-\sqrt{1248}}{2\cdot 69}<0$
(не подходит)

$x_2=\frac{12+\sqrt{1248}}{2\cdot 69}$

Важно, чтобы $\sqrt{3x^2+3x+1}+(1-9x)\geq 0$

$$3x^2+3x+\cancel{1}\geq 81x^2+\cancel{1}-18x$$

$$78x^2-21x\leq 0$$

$$x\in\left[0;\frac{21}{78}\right]$$

Ответ: $\frac{1}{9}$

$x_2>\frac{21}{78}$, след. он не подходит.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

Ш. Ш

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

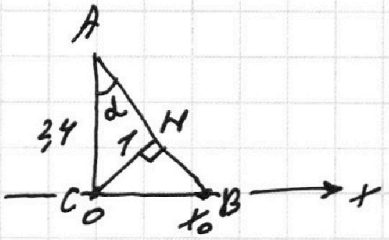
№6 (продолжение)

если $y=0$, то

$a = \frac{\rho B}{x_0}$

рассмотрим $\triangle ABC$

найдём CB



$\sin\alpha = \frac{1}{2,4} = \frac{5}{12}$

~~cos²α~~ $1 + ctg^2\alpha = \frac{1}{\sin^2\alpha}$

$ctg^2\alpha = \frac{144}{25} - 1$

$\begin{array}{r} 144 \\ -\ 25 \\ \hline 119 \end{array}$

$ctg^2\alpha = \frac{119}{25}$

$tg\alpha = \frac{5}{\sqrt{119}}$

~~$tg\alpha = \frac{AC}{CB} \Rightarrow CB = \frac{AC}{tg\alpha} = \frac{2,4\cdot\sqrt{119}}{5} = x_0$~~

~~$a_1 = \frac{\rho\cdot 0,2\cdot 5}{2,4\cdot\sqrt{119}} = \frac{5}{\sqrt{119}}$, $a_2 = -\frac{5}{\sqrt{119}}$~~

~~Ответ: $a = \pm\frac{5}{\sqrt{119}}$~~

$tg\alpha = \frac{CB}{AC} \Rightarrow CB = AC\cdot tg\alpha = \frac{2,4\cdot 5}{\sqrt{119}} = x_0$

$a_1 = \frac{\rho B}{x_0} = \frac{\cancel{2,4}\cdot\sqrt{119}}{\cancel{2,4}\cdot 5} = \frac{\sqrt{119}}{5}$

$a_2 = -\frac{\sqrt{119}}{5}$

Ответ: $a = \pm\frac{\sqrt{119}}{5}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

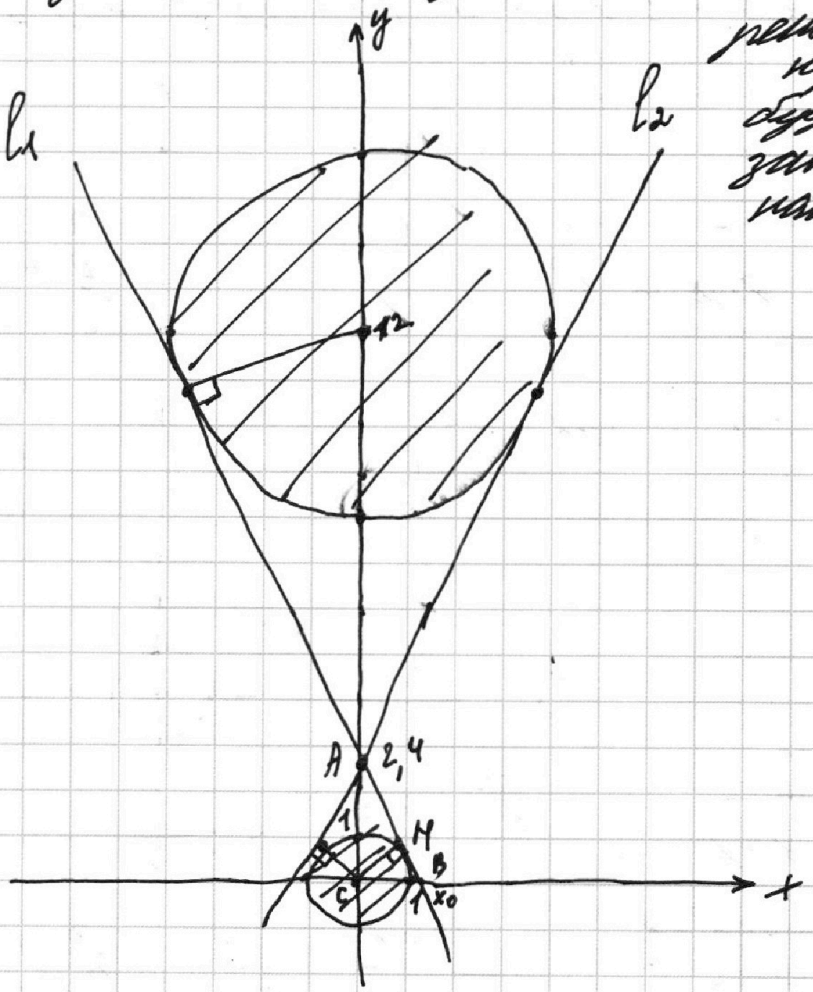
МФТИ

№6.

$$\begin{cases} ax + y - 8 & (1) \\ (x^2+y^2-1)(x^2+(y-12)^2-16) \le 0 & (2) \end{cases}$$

Рассмотрим нер-во (2):

$$(x^2+y^2-1)(x^2+(y-12)^2-16) \le 0$$



решением нер-ва будет заштрихованная область

чтобы система имела 2 решения нужно, чтобы уравнение (1) соответствовало прямым l_1 и l_2

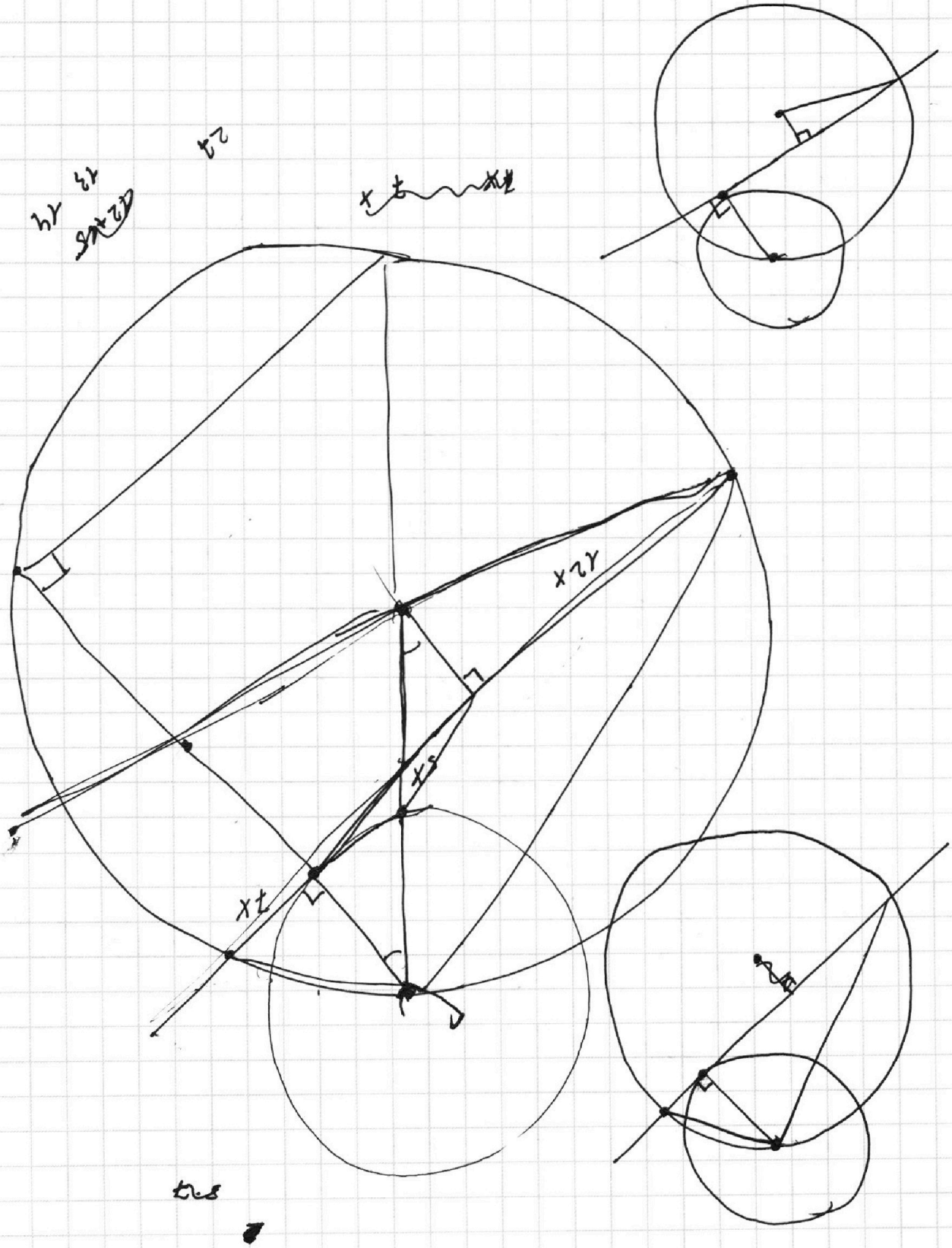
Т.к. при $x=0$ $y=2{,}4$ (из подобия), то $b = 0{,}3$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

№5. Черновик

$$\begin{cases} ax + y - 8b = 0 & (1) \\ (x^2+y^2-1)(x^2+(y-12)^2-16) \le 0 & (2) \end{cases}$$

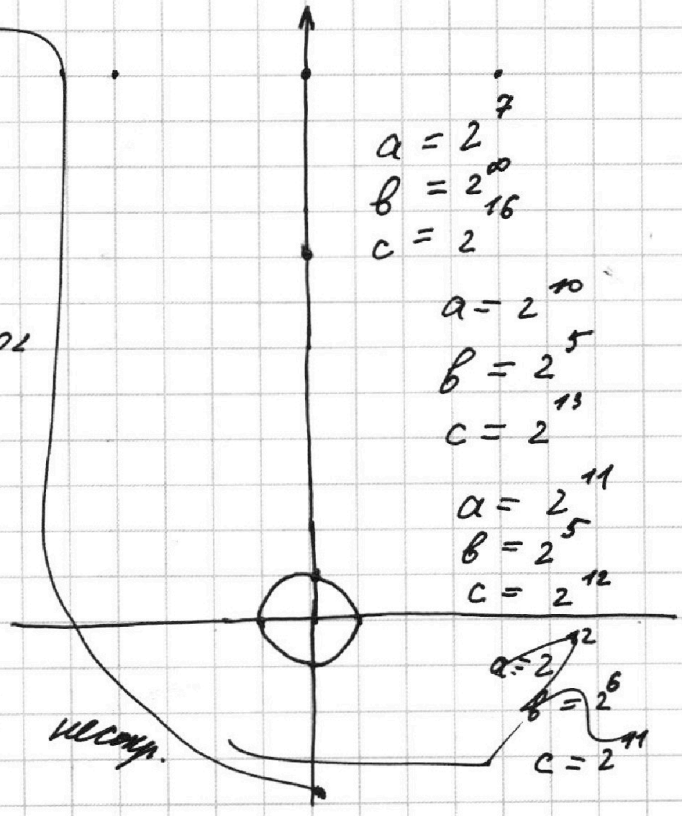
Рассмотрим нер-во (2):

$(x^2+y^2-1)(x^2+(y-12)^2-16) \le 0$

$\frac{a}{b}+1$

$\frac{a}{b}\cdot a - 7\cdot a + b$

$a+b = a^2 - 7ab + b^2$



$a = 2^7$
$b = 2^{10}$
$c = 2^{16}$

$a = 2^{10}$
$b = 2^5$
$c = 2^{13}$

$a = 2^{11}$
$b = 2^5$
$c = 2^{12}$

$a = 2^2$
$b = 2^6$
$c = 2^{11}$

$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2}$ $\frac{a}{b}$ шестр.

$\frac{a^2-7ab+b^2}{a+b}$

$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2} = \frac{\frac{a}{b}+1}{\frac{a}{b}\cdot a - 7a + b}$

$\frac{\left(\frac{a}{b}+1\right)\cdot\frac{1}{b}}{\frac{a}{b}\cdot\frac{a}{b} - 7\cdot\frac{a}{b} + 1}$

$\frac{\frac{a}{b}\cdot\left(\frac{a}{b}-7\right)+1}{\left(\frac{a}{b}+1\right)\cdot\frac{1}{b}}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2}$$

$$a^2+b^2+2ab-9ab=(a+b)^2-9ab$$

$$\frac{(a+b)^2}{a+b}-\frac{9ab}{a+b}=a+b-\frac{9a}{1+\frac{a}{b}}$$

$$\frac{a}{b}\cdot k$$

$$\left(\frac{a}{b}+1\right)\cdot k$$

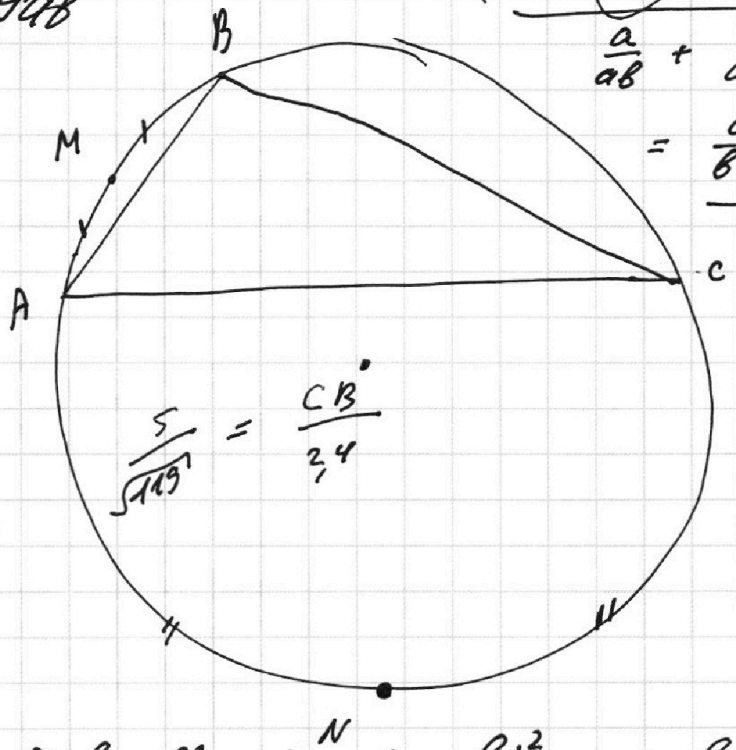
$$\frac{a^2-7ab+b^2}{a+b}\ :ab$$

$$\frac{a+b}{(a+b)^2-9ab}=$$

$$\frac{\frac{a^2}{ab}-7+\frac{b^2}{ab}}{\frac{a}{ab}+\frac{b}{ab}}=$$

$$=\frac{\frac{a}{b}+\frac{b}{a}-7}{}$$

=



$$\frac{5}{\sqrt{119}}=\frac{CB}{2,4}$$

$$\frac{a+b}{9b}=$$

$$=\frac{a}{9b}+\boxed{\frac{1}{9}}$$

$$\frac{a^2+b^2}{ab}=9.$$

$$\frac{a^2-7ab+b^2}{a+b}=\frac{(a+b)^2-9ab}{a+b}=$$

$$=a+b-\frac{9ab}{a+b}=a+b-\frac{9}{\frac{a}{b}+\frac{b}{a}}$$

$$\frac{a}{b}+\frac{b}{a}=9$$

$$\frac{a+b}{a+b(a+b-9ab)}=\frac{1}{a+b-9ab}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

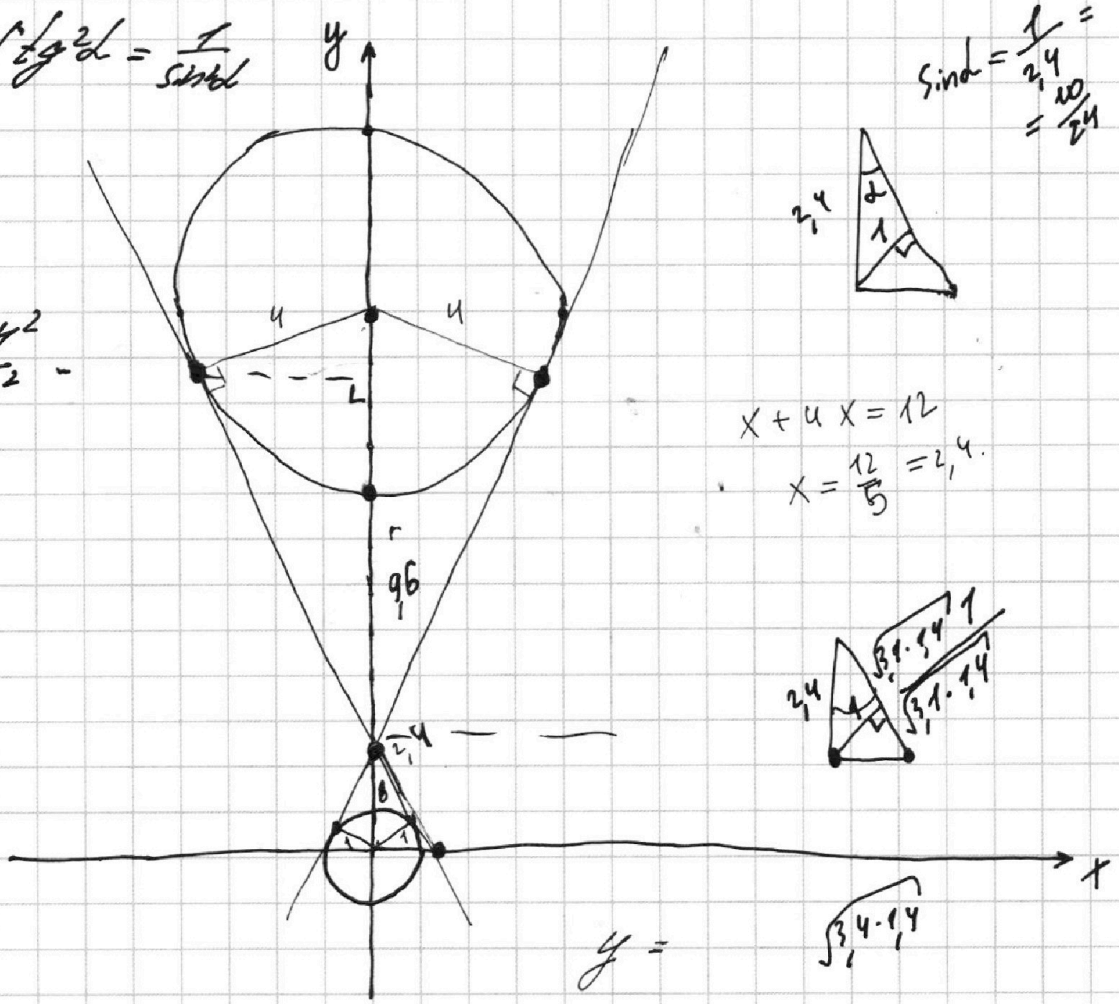
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$1 + tg^2\alpha = \frac{1}{\sin^2\alpha}$

$\sin\alpha = \frac{1}{2{,}4} = \frac{10}{24}$

$1 - \frac{24^2}{10^2} =$



$x + 4x = 12$

$x = \frac{12}{5} = 2{,}4.$

$y = \sqrt{3{,}4 \cdot 1{,}4}$

$y = -ax + 8в$ $\quad x = 0$, $y = 2{,}4$ $\Rightarrow$ $8в = 2{,}4$, $в = 0{,}3$.

$y = -a \cdot x + 2{,}4.$

$d = \sqrt{9{,}6^2 - 4^2} = \sqrt{13{,}6 \cdot 5{,}6}$

$ax = 8в$

$a = \frac{8в}{x}.$

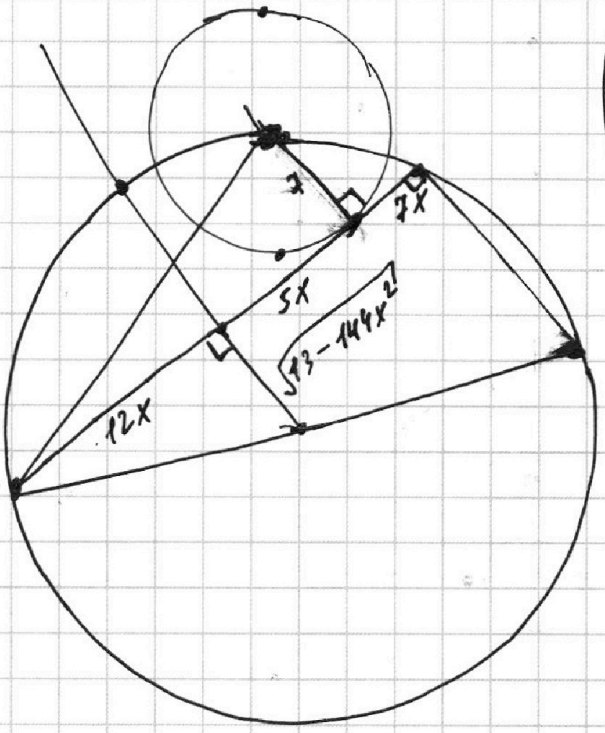
$\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} = \frac{x+1}{\sqrt{x}}$

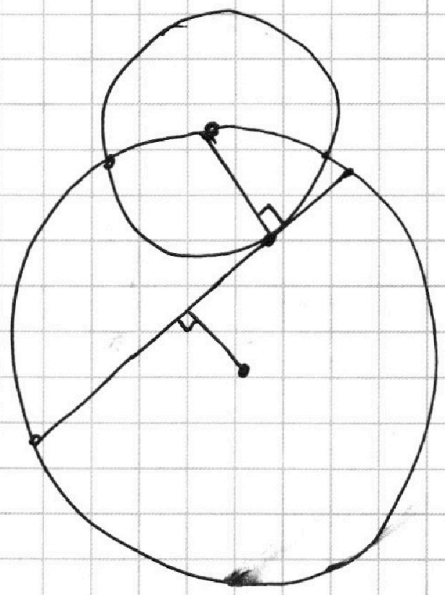
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

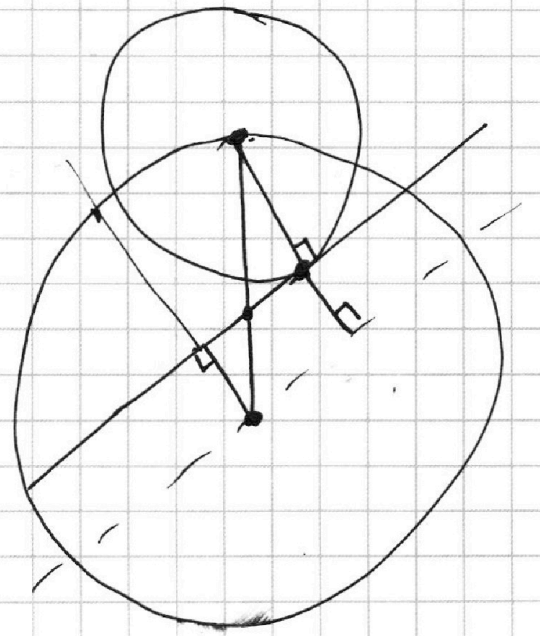
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ







На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

№3.

$r = 7$

$R = 13$

$AB - ?$

$81 - 12 = 69$

$69 \times 16 = 414$

$69 \times 69 = 1104 + 144 = 1248$

$81x^2 = 12x^2 + 12x + 4.$

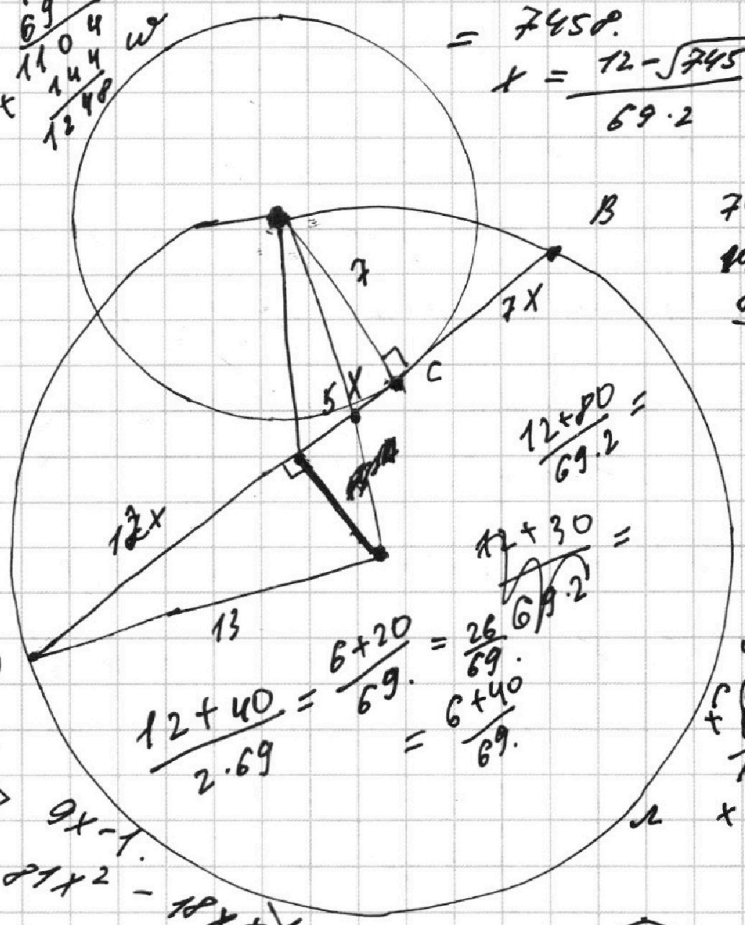
$69x^2 - 12x - 4 = 0.$

$D = 144 + 16 \cdot 69 =$

$= 7458.$

$x = \frac{12 - \sqrt{7458}}{69 \cdot 2} \neq$

$x = \frac{12 + \sqrt{7458}}{69 \cdot 2}.$



7458

80

$\cancel{3 \cdot 80^2 - 6 \cdot 80 + 2}$

$\sqrt{3 \cdot 80^2 + 3 \cdot 80 + 1} +$

$+ 1 - 9 \cdot 80.$

$\frac{6+}{69}$

$\frac{12+80}{69 \cdot 2} =$

$\frac{12+30}{69 \cdot 2} =$

$\frac{12+40}{2 \cdot 69} = \frac{6+20}{69} = \frac{26}{69}.$

$= \frac{6+40}{69}.$

$69 \times 16 = 414$

$69 \times 69 = 1084 + 144 = 1228$

$\sqrt{3x^2 + 3x + 1} > 9x - 1.$

$3x^2 + 3x + \cancel{1} > 81x^2 - 18x + \cancel{1}.$

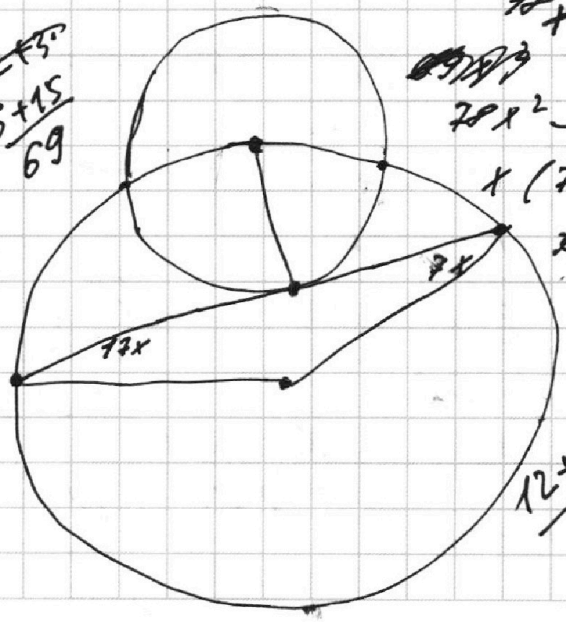
$\cancel{12+5}$

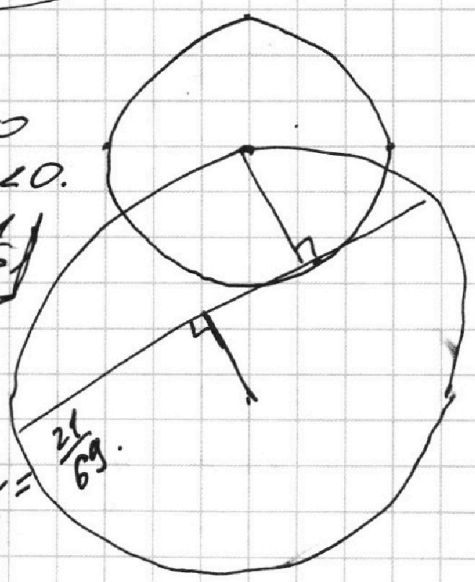
$\frac{6+15}{69}$

$78x^2 - 21x < 0$

$x(78x - 21) < 0.$

$x \in (0; \frac{21}{78})$





$\frac{12+30}{2 \cdot 69} =$

$= \frac{6+15}{69} = \frac{21}{69}.$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$\sqrt{3x^2-6x+2} - \sqrt{3x^2+3x+1} = 1-9x$

$D = 36 - 4\cdot3\cdot2 = 12$ $\quad D = 9 - 4\cdot3\cdot1 = -3.$

$\sqrt{3x^2-6x+2} = (1-9x) + \sqrt{3x^2+3x+1}$

$\cancel{3x^2} - 6x + 2 = (1-9x)^2 + \cancel{3x^2} + 3x + 1 +$

$+ 2\cdot(1-9x)\cdot\sqrt{3x^2+3x+1}$

$-6x + \cancel{2} = \cancel{1} + 81x^2 - 18x + 3x + \cancel{1} - \ldots$

$81x^2 - 9x + 2\cdot(1-9x)\sqrt{3x^2+3x+1} = 0.$

$3\cancel{x}^2 - 6x + \cancel{2} = \cancel{1} + 81x^2 - 18x + 3\cancel{x}^2 + 3x + \cancel{1} +$

$+ 2\cdot(1-9x)\cdot\sqrt{3x^2+3x+1}$

$81x^2 - 9x + 2\cdot(1-9x)\cdot\sqrt{3x^2+3x+1} = 0$

$9x(9x-1) + 2\cdot(1-9x)\cdot\sqrt{3x^2+3x+1} = 0.$

$2\cdot\cancel{(1-9x)}\cdot\sqrt{3x^2+3x+1} = 9x\cancel{(1-9x)}$

$1 - 9x = 0$

$\boxed{x = \frac{1}{9}}$ ✓

7458. 2

$\cancel{3\cdot\frac{1}{81} - 6\cdot\frac{1}{9} + 2 = \frac{1}{27} - \frac{2}{3} + 2 =}$

$=$

$3\cancel{x}^2 - 6x + 2 = 3\cancel{x}^2 + 3x + 1.$

$-9x = -1$

$\boxed{x = \frac{1}{9}}$, $x > 0$

$\begin{array}{r} 69 \\ \times\ 16 \\ \hline 414 \\ +\ 69 \\ \hline 1314 \\ +\ 144 \\ \hline 7458 \end{array}$

$\begin{array}{r} 81 \\ -\ 12 \\ \hline 69 \end{array}$

$4\cdot(3x^2+3x+1) = 81x^2.$

$12x^2 + 12x + 4 = 81x^2.$

$69x^2 - 12x - 4 = 0.$

$D = 144 - 4\cdot69\cdot(-4).$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

№ 4.

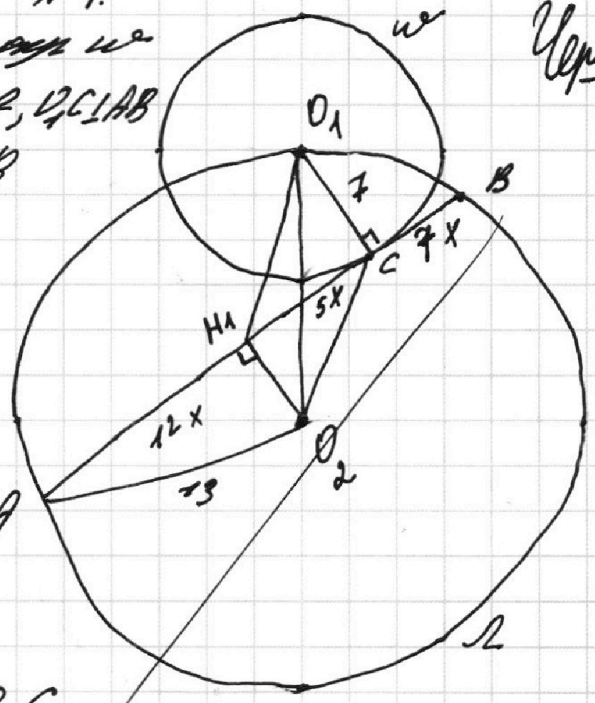
Черновик

1) пусть O_1 - центр окр. ω
O_2 - центр окр. Ω, $O_1C \perp AB$

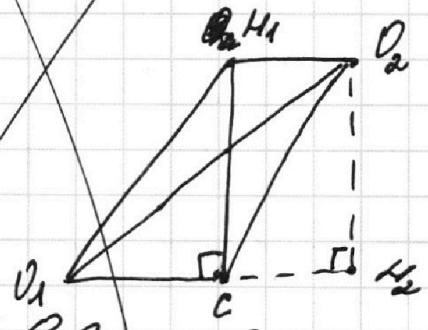
2) проведём $O_2H_1 \perp AB$

3) пусть $AC = 12x$
$CB = 2x$

4) $AH_1 = H_1B =$
$= \frac{AC+CB}{2} = 12x$,
след. $H_1C = 5x$



5) рассмотрим трапецию $O_2H_1O_1C$
ясно, что $O_1O_2 = 13$



проведём $O_2H_2 \perp O_1C$, $O_2H_2 = H_1C$
по т. Пифагора для $\triangle O_1O_2H_2$
$O_1O_2^2 = O_2H_2^2 + O_1H_2^2$ (*)
$O_1O_2 = 13$, $O_2H_2 = H_1C = 5x$, $O_1H_2 =$
$= O_1C + H_2O_2 = 7 + H_1O_2$

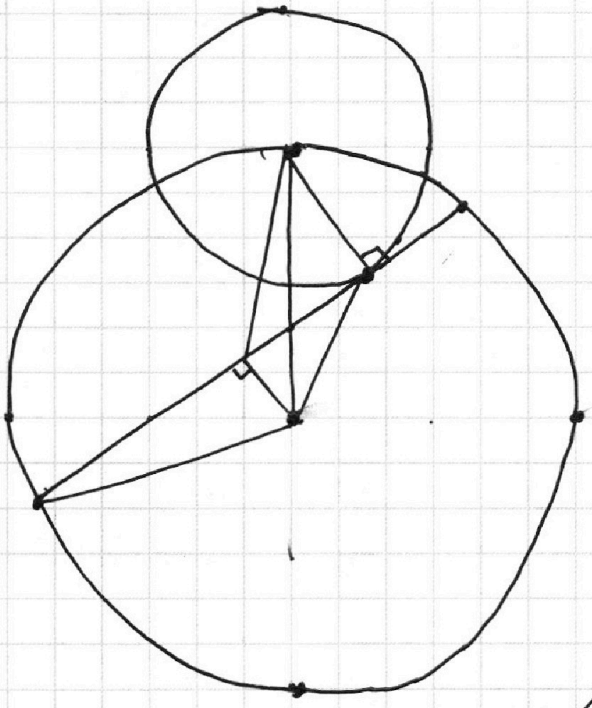
6) по т. Пифагора для $\triangle AH_1O_2$:
$H_1O_2 = \sqrt{13^2 - (12x)^2}$

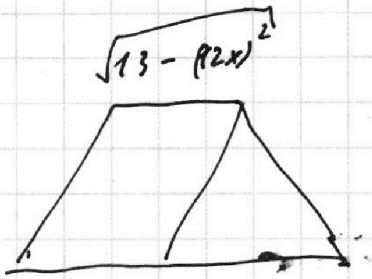
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

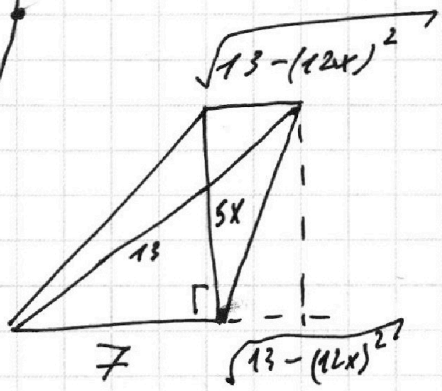
1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ







$$25x^2 + \left(7 + \sqrt{169 - 144x^2}\right)^2 = 169$$

$$25x^2 + 49 + \cancel{169} - 144x^2 +$$

$$+ 14 \cdot \sqrt{169 - 144x^2} = \cancel{169}\ 0.$$

$$14 \cdot \sqrt{169 - 144x^2}.$$

$$\begin{array}{r} 144 \\ -\ 25 \\ \hline 119 \end{array}$$

$$49 - 119x^2 = 14 \cdot \sqrt{169 - 144x^2}$$

$$12 + \cancel{}\ 144$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$$\frac{a^2-7ab+b^2}{a+b} = \frac{(a+b)(a-b)-7ab}{a+b} =$$

$$= 1 + \frac{a-b-7ab}{a+b}$$

~~D = 49 − 4·1~~

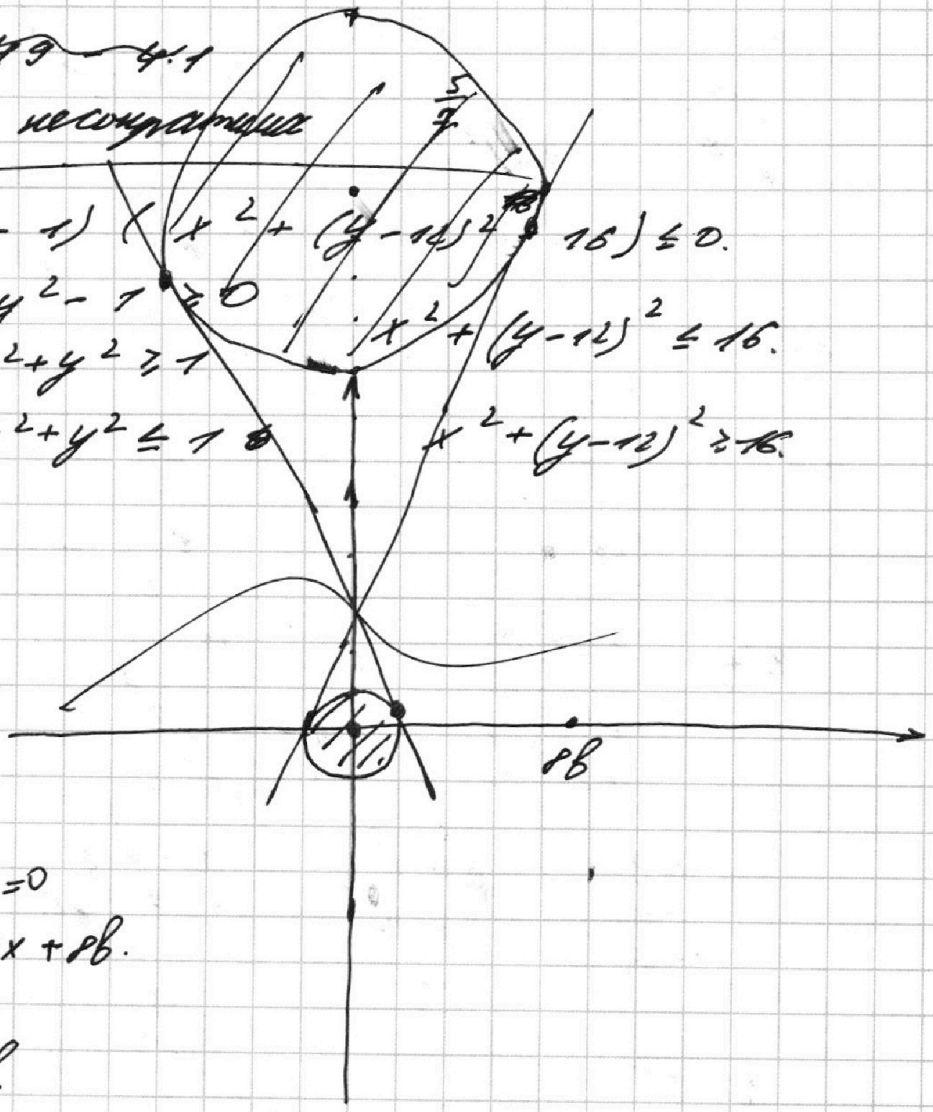
$\frac{a}{b}$ несократимая $\frac{5}{7}$

$(x^2+y^2-1)(x^2+(y-12)^2-16) \le 0.$

(I) $x^2+y^2-1 \ge 0$ $\quad x^2+(y-12)^2 \le 16.$

$x^2+y^2 \ge 1$

(II) $x^2+y^2 \le 1$ $\quad x^2+(y-12)^2 \ge 16.$



$ax+y-8b=0$

$y=-ax+8b.$

$x=0$

$y=8b.$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

1240

69×16
414
$+ 69$
1104
$+ 144$
1240

$ab : 2^{15} \cdot 7^{11}$
$bc : 2^{17} \cdot 7^{10}$
$ac : 2^{23} \cdot 7^{39}$

$(abc)_{min} - ?$

2^n, n_{min}.

7^{39}

$abc \cdot b$

$ac \cdot b^2 = 2^{32}$

$b^2 = 2^9$

$b = 2^4$

$7^{10} = b$

$a = 7^9$

$c = 7^{12}$.

$c = 7^{10}$

$a = 7^{21}$

$b \not\vdots 7$.

2^{23}

$ab = 2^{15} h$

$bc = 2^{17} f$

$ac = 2^{23} p$

$\frac{c}{a} = 2^2 \cdot \frac{f}{h}$.

$\frac{a}{b} = 2^6 \cdot \frac{p}{f}$.

$(a \cdot b \cdot c)_{min}$.

2^{21}

$a = 2^{11}$
$c = 2^{12}$
$b = 2$

$a = 2^9$
$b = 2^6$
$c = 2^{11}$

$a = 2^8$
$b = 2^7$
$c =$

$a = 2^{10}$
$b = 2^5$
$c = 2^{13}$

$a = 2^{11}$
$b = 2^5$
$c = 2^{12}$

$ac \cdot b^2 = 2^{32}$

$2^{21} \cdot 7^{39}$

$a = 2^{12}$
$b = 2^5$
$c = 2^{11}$

$bc \cdot c^2 = 2^{37}$

$ab \cdot c^2 = 2^{40}$

2^{15}

$c^2 = 2^{25}$

$c \le 2^{12}$

$a \le 2^{11}$

$b \le 2^4$

2^{10}
$b = 2^5$
$c = 2^{13}$

2^{13}
$b = 2^7$
$c = 2^{10}$