



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



10 КЛАСС. Вариант 10

1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^{15}7^{11}$, bc делится на $2^{17}7^{18}$, ac делится на $2^{23}7^{39}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2 - 7ab + b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 17 : 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 7 и 13 соответственно.

4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-13; 26)$, $Q(3; 26)$ и $R(16; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$.

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax + y - 8b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leqslant 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 5 и 2,5.

На одной странице можно оформлять **ТОЛЬКО ОДИНУ** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



1

2

3

4

5

6

7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N1.

$$\left. \begin{array}{l} ab : 2^{15} \cdot 7^{11} \\ bc : 2^{17} \cdot 7^{18} \\ ac : 2^{23} \cdot 7^{39} \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} ab = 2^{15} \cdot 7^{11} \cdot k \\ bc = 2^{17} \cdot 7^{18} \cdot h \\ ac = 2^{23} \cdot 7^{39} \cdot m \end{array} \right. \quad | \quad k, h, m \in \mathbb{N}$$

$$ab \cdot bc \cdot ac = \underbrace{a^2 b^2 c^2}_{2^{55} \cdot 7^{68}} = 2^{55} \cdot 7^{68} \cdot k \cdot h \cdot m$$

Слева квадратом нам. числа \Rightarrow

\Rightarrow справа все степени четные $\Rightarrow k \cdot h \cdot m : 2 \Rightarrow$

$\Rightarrow k \cdot h \cdot m \geq 2 \Rightarrow$ пусть без огранич. общности

$\underline{k=2}$.

Пусть:

$$\left\{ \begin{array}{l} a : 7^x \\ b : 7^y \\ c : 7^z \end{array} \right. , \text{ где } x, y, z \in \mathbb{Z}; \quad x, y, z - \text{ макс. степень} \\ \text{без остатка} \ 7 \ \text{в } a, b, c. \\ x, y, z \geq 0;$$

$$\left\{ \begin{array}{l} ab : 7^{x+y} \\ bc : 7^{y+z} \\ ac : 7^{x+z} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} ab = 7^{x+y} \cdot k = 7^{11+15} \cdot k \\ bc = 7^{y+z} \cdot l = 7^{18+17} \cdot l \\ ac = 7^{x+z} \cdot i = 7^{39+23} \cdot i \end{array} \right. \quad k, l, i \in \mathbb{N}, k, l, i \neq 0.$$

$$y = \frac{(x+y)+(y+z)-(x+z)}{2} = \frac{11+18-39}{2} = -5$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x+y=11 \\ y+z=18 \\ x+z=39 \end{array} \right. \quad \text{но } y > 0. \text{ Поэтому矛盾,}$$

чтобы $(x+y) : 7^{10}$. Проверь (какие категории
указали ограничения на 7^0), чтобы $x+z$ должна
быть четной.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

~~Пусть (без огранич. общее) h~~

Планка:

$$\begin{cases} ab = 7^{x+y} \cdot h \\ bc = 7^{y+z} \cdot h \\ ac = 7^{x+z} \cdot h = 7^{x+y+10} \cdot \text{ок}, \text{ ок} / 7. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y=11 \\ y+z=18 \\ x+z=39 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y=11 \\ y+z=18 \\ x+z=29 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=11 \\ y=0 \\ z=-8 \end{cases}$$

(система линейная, решений не ∞)
 \Rightarrow решения $\{1\}$.

$$x+z = 39$$

$$x+z > 39$$

$$ab = 7^{11} \cdot h$$

$$bc = 7^0 \cdot h$$

$$ac = 7^{39} \cdot \text{ок} \cdot h$$

$$abc = 7^{28} \cdot 7^{39} \cdot \text{ок} \cdot h = 7^{28} \cdot 7^{39}$$

пред:

$$\begin{cases} a = 2^{11} \cdot 7^{10} \\ b = 2^5 \cdot 7^0 \\ c = 2^{12} \cdot 7^{28} \end{cases}$$

Уменьшить нуль до $2^{39-28}=10$

Уменьшим z до 0:

$$\begin{cases} x=11 \\ y=0 \\ z=28 \end{cases}$$

Отвем: $2^{28} \cdot 7^{39}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№2.

$$\frac{a+b}{a^2 - 9ab + b^2} = \frac{a+b}{(a+b)^2 - 9ab}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (a+b) : m \\ (a+b)^2 - 9ab : m \end{array} \right.$$

$$9ab : m$$

Пусть:

$$\cancel{a+b} \quad a \stackrel{m}{=} k, \text{ тогда:} \\ b \stackrel{m}{=} m-k \quad (\text{такие } k \geq 0, k < m, k \in \mathbb{N})$$

$$(a+b)^2 - 9ab \stackrel{m}{=} 0$$

$$-9ab \stackrel{m}{=} 0$$

$$9ab \stackrel{m}{=} 0$$

$$9k(m-k) \stackrel{m}{=} 0$$

$$9mk - 9k^2 \stackrel{m}{=} 0 \\ :m$$

$$-9k^2 \stackrel{m}{=} 0$$

$$9k^2 : m$$

Пусть: $\text{НОД}(m; k) = d, d > 1$.

Тогда $a \stackrel{m}{=} k \Rightarrow a : d (m, k \text{ делятся на } d)$
 $b \stackrel{m}{=} m-k \Rightarrow b : d (m, k \text{ делятся на } d)$, тогда $(a; b) \geq d$

$> d \Rightarrow \frac{a}{b}$ сократим, противоречие.

Тогда $\text{НОД}(m; k) = 1, 9k^2 : m \Rightarrow 9 : m$ (~~9 делится на k^2~~)

$= 0$). $9 : m \Rightarrow m \leq 9$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Решение: $m=9$.

При $a=2, b=7$:

$$\frac{9}{49 - 98 + 4} = -\frac{9}{45} = -\frac{1}{5}$$

Ответ: 9.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N9.

Решение: $a = 3x^2 + 3x + 1$, $b = 1 - 3x$. Тогда:

$$\sqrt{a+b} - \sqrt{a} = b$$

$$\sqrt{a+b} = \sqrt{a} + b$$

$$\left\{ \begin{array}{l} a+b = a + b^2 + 2b\sqrt{a} \\ \sqrt{a} + b \geq 0 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 1 = b^2 + 2b\sqrt{a} \\ b = 0 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 1 = b^2 + 2b\sqrt{a} \\ \sqrt{a} + b \geq 0 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sqrt{a} = \frac{1-b}{2} \quad (2) \\ b = 0 \quad (1) \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sqrt{a} + b \geq 0 \\ \sqrt{a} \geq 0 \end{array} \right.$$

$$1) b = 0$$

$$1 - 3x = 0$$

$$x = \frac{1}{3}$$

$$a = 3x^2 + 3x + 1 = \frac{3}{81} + \frac{3}{9} + 1 = \frac{1}{27} + \frac{1}{3} + 1 = \frac{10}{27} + 1 = \underline{\underline{\frac{37}{27}}} > 0$$

$$\sqrt{a+b} - \sqrt{a} = b$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{a} = 0$$

$\stackrel{0=0}{\text{Верно.}}$

$$2) \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = \frac{1 - (1 - 3x)}{2}$$

$$3x^2 + 3x + 1 = \frac{8tx^2}{4}$$

$$12x^2 + 12x + 4 = 8tx^2$$

$$8tx^2 - 12x - 4 = 0 \quad D = 144 - 4 \cdot 4 \cdot 69 < 0. \text{ Нем релл.}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Ответ: $\frac{t}{g}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

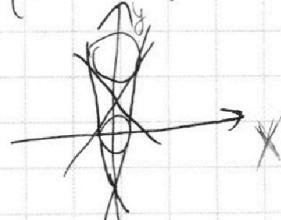
№6.

$$\begin{cases} ax + y - 8b = 0 \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0 \end{cases}$$

Несколько перевенство выполняется $\Leftrightarrow (x, y)$ лежат либо в круге с ц. $(0, 0)$ и $r=1$, либо в круге с ц. $(0, 12)$ и $r=4$.



П.к. два решения, то где лежат в кругах. П.к. прямая не лежит в кругах, то она пересекает концы
окружностей, то она пересекает касательные
к ним. Такие касательные по 2 пары симметричные.
(откос. Oy)





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

7

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$x_1^2 + (y_1 - 12)^2 = 16$$

$$\frac{y_1}{x_1}$$

$$1 + \left(\frac{y_1}{x_1}\right)^2 - 29\left(\frac{y_1}{x_1}\right) + 144 = 16$$

$$400 + 80 + 36 = \\ = 400 + 116 = 516$$

$$t^2 - 24t + 129 = 0$$

$$D = 576 - 516 = 60$$

$$t = \frac{24 \pm \sqrt{60}}{2} = 12 \pm \sqrt{15}$$

$$b_1 x_1 x_0 (x_1 - k_0) = \\ = \pm \sqrt{648^2 - 1} \left(x_0^2 (x_1^2 - 1) - x_0^2 \sqrt{648^2 - 1} \right)$$

$$\frac{y_1}{x_1} = 12 \pm \sqrt{15}$$

$$b_1 x_1^2 x_0^2 \left(x_1^2 + \sqrt{648^2 - 1} (x_0^2 - 1) \right) = \\ = b_1 x_0^2 x_1 \pm \frac{x_0^2 \sqrt{648^2 - 1}}{(x_1^2 - 1)}$$

$$\begin{cases} x_0^2 + y_0^2 = 1 \\ ax_0 + y_0 = 8b \end{cases}$$

$$a = \frac{b_1 x_0 \pm \sqrt{(648^2 - 1)(x_0^2 - 1)}}{x_0^2}$$

$$x_0^2 + (ax_0 - 8b)^2 = 1$$

$$\frac{b_1 x_1 \pm \sqrt{(648^2 - 1)(x_1^2 - 1)}}{x_1^2}$$

$$x_0^2 + a^2 x_0^2 - 16ab x_0 + 64b^2 = 1$$

$$\cancel{x_0} \cancel{y_0} \quad 256b^2 x_0^2 + 4 - 256b^2 - 4x_0^2 =$$

$$= 256b^2(x_0^2 - 1) + 4(a - k_0^2) =$$

$$= (256b^2 - a)(x_0^2 - 1)$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

 МФТИ

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

33

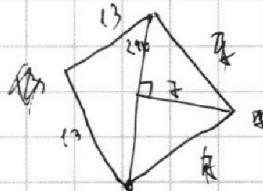
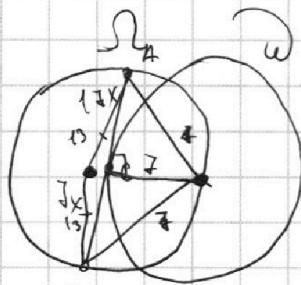
18

~~23~~

$$\frac{1}{m} = \frac{2}{16^2 - 18^2 + 4}$$

$$\frac{x+2}{49 - 98 + 4} =$$

$$= \frac{9}{45}$$



$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = t - 5x$$

$$t = 3(x+1)^2$$

$$\sqrt{t^2 - 1} = \sqrt{3x^2 + 3x + 1}$$

$$x = \frac{6 + 2\sqrt{3}}{6}$$

$$x = \frac{-3\sqrt{3}}{6}$$

$$\begin{cases} (a+b) : 5 \\ (a^2 - 7ab + b^2) : 5 \end{cases}$$

$$((a+b)^2 - 9ab) : m$$

$$\frac{49}{147} = \frac{1}{3}$$

$$= \frac{1}{3}$$

$$(mk) : 9$$

$$9ab : m$$

$$(a+b) = mn$$

$$\begin{aligned} 49x^2 + 49 &= h^2 \\ 289x^2 + 49 &= m^2 \end{aligned}$$

$$9ab = m^2$$

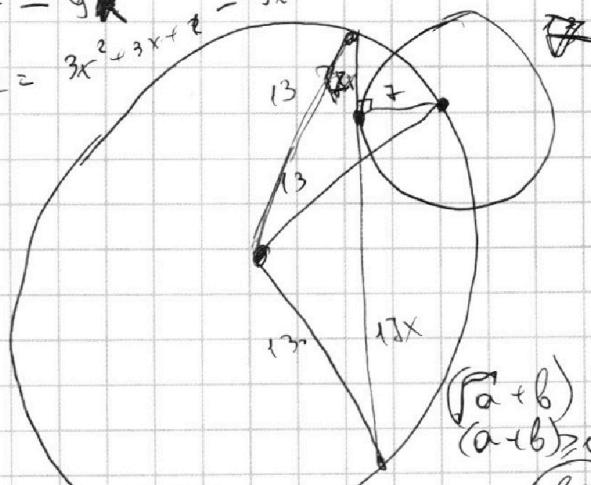
$$9K(m-k) = 0$$

$$9mk - 9k^2 = 0$$

$$h \cdot (9k^2) : m$$

$$m^2 - 9k^2 = 0$$

$$3x^2 - 6x + 2 = 3x^2 + 3x + 1$$



$$\begin{cases} (a+b) \geq 0 \\ (a-b) \geq 0 \end{cases}$$

$$B = 0$$

$$B \leq 1$$

$$\sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$$

$$a+b = a + 2b\sqrt{a} + b^2$$

$$1 = 2\sqrt{a} + b$$

$$\sqrt{a} = \frac{1-b}{2}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} ab &= 2^{16} \cdot 3^{11} \cdot k = x \\ bc &= 2^{17} \cdot 3^{18} \cdot n = y \\ ac &= 2^{23} \cdot 3^{39} \cdot m = z \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 2 \quad 3 \\ \hline 9 - 4k = 2 \\ \cancel{3} \quad \cancel{7} \\ \hline 49 - 34k = 2 \end{array}$$

13 2

$$abc = \sqrt{\frac{xy}{z} \cdot \frac{xz}{y} \cdot \frac{yz}{x}} = \sqrt{xyz}$$

169 - 182 + 4

$$abc = \sqrt{2^{55} \cdot 3^{68} \cdot n \cdot m}$$

$$\begin{array}{l} k \\ m-k \\ (k; m-k) = 0 \end{array}$$

~~15~~ 24

$$\begin{array}{c} m=5 \\ 2 \cdot m \\ km \end{array}$$

$$\begin{array}{l} a = 2 \cdot 3^{11} \\ b = 2^5 \cdot 3^0 \\ c = 2 \cdot 3^{23} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} a+b \\ a^2 - 2ab + b^2 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} a+b = 21 \\ b+c = 18 \\ a+c = 23 \end{array}$$

$$(a+b+c)^2 = 21 + 18 + 23 = 62$$

$$\begin{array}{l} (b+a) : m \\ (a^2 - 2ab + b^2) : m \end{array}$$

$$\begin{array}{c} m = 5k^2 \\ (5k^2) : m \end{array}$$

$$\begin{array}{l} a = m+k \\ b = m + (m-k) \end{array}$$

$$\begin{array}{l} a = m \\ b = m-k \end{array}$$

$$a+b = 0 - 2ab + b^2$$

$$ab = \frac{m}{(a+b)^2} - (a+b)$$

$$ab = \frac{m}{(a+b-l)(a+b)}$$

$$\frac{m(h+k+l)}{(nm+k)^2 + (km+m-k)^2}$$

$$k^2 - 2(m-k)k + (m-k)^2 = 0$$

$$2k^2 - 2mk - 2k^2 + m^2 - 2mk = 0$$

$$-5k^2 + m^2 = 0$$

$$-5k^2 = 0$$



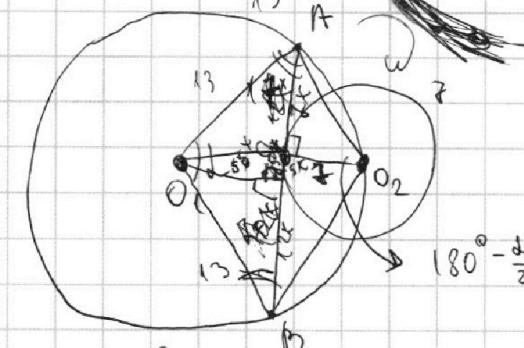
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\left\{ \begin{array}{l} ax_0 + y_0 = 8b \\ ax_1 + y_1 = 8b \\ bx_0 + y_0 = 1 \\ bx_1 + y_1 = 1 \end{array} \right.$$



$$24 \times 26$$

$x^L \frac{v}{kT}$

$$2.5x^2 + 144x^2 = 169$$

$$O_2 \beta = \frac{4g + 4gx^2}{2}$$

$$O_2 A^2 = 49 + 28 \cdot 9 K$$

$$2 - 2 \cos d = \frac{576x^2}{169}$$

$$1 - \cos d = \frac{288k^2}{169}$$

$$576x^2 = 98 + 338x^2 - 2 \cos \frac{\alpha}{2} \cdot \sqrt{(49 + 49x^2)(99 + 289x^2)}$$

$$238x^2 = 881 - 16 \cos \frac{\alpha}{2}$$

$$(\exists x^2 = l - \cos \frac{\alpha}{2}) \left(\sqrt{(1+x^2)(49+28x^2)} \right)$$

$$\frac{2(17x^2 - 1)^2}{(e + x^2)(49 + 289x^2)} = \frac{289x^2 - 169}{169}$$

$$\frac{(17x^2 - 1)^2}{(1+x^2)(49+289x^2)} = \frac{144x^2}{169}$$

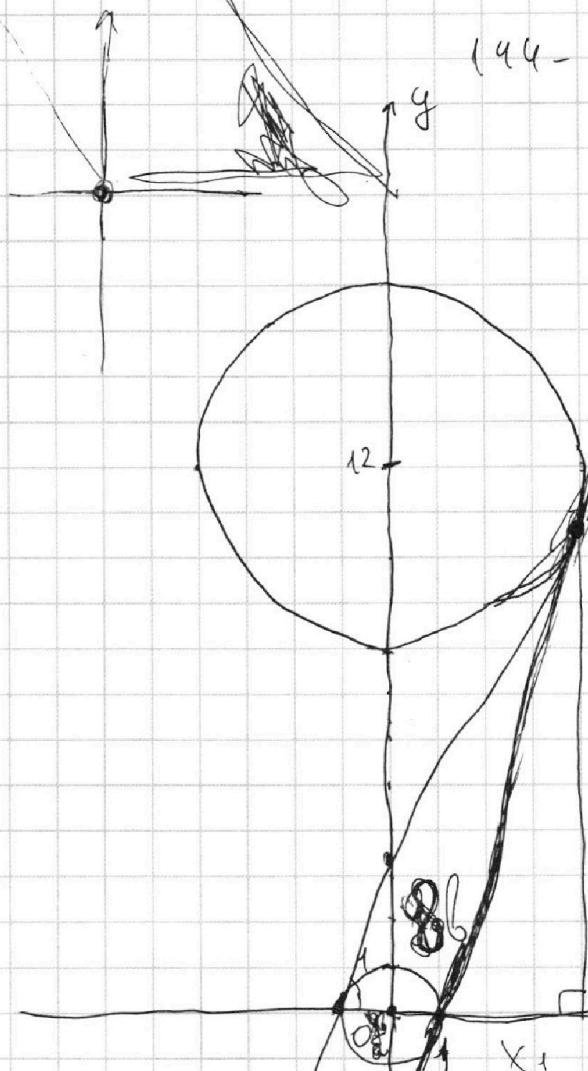
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

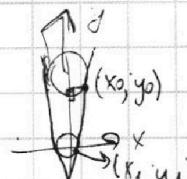
- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$144 - 4 \cdot 6 \cdot 6 =$$



$$x_0^2 + (y_0 + y_1)^2 =$$

$$\alpha x + y = 8b$$

$$\begin{cases} \alpha x_0 + y_0 = 8b \\ \alpha x_1 + y_1 = 8b \end{cases}$$

$$\alpha x_0 + y_0 = \alpha x_1 + y_1$$

$$\alpha = \frac{y_1 - y_0}{x_0 - x_1}$$

$$(x_0, y_0)$$

$$\begin{cases} \alpha x_0 + y_0 = 8b \\ \alpha x_1 + y_1 = 8b \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_0^2 + y_0^2 = r^2 \\ x_1^2 + (y_1 - 12)^2 = r^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = r^2 \\ x^2 + (y - 12)^2 = r^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = r^2 \\ -24y + 144 + 12 = r^2 \end{cases}$$

$$x_0^2 = r^2 - (\alpha x_0 - 8b)^2$$

$$x_0^2 \alpha^2 x_0^2 - 16\alpha x_0 b + 64b^2 + 2x_0 r^2 - r^2 = 0$$

$$D = 256x_0^2b^2 - 4(64b^2 + 2r^2 - r^2) =$$

=