



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 10



1. [4 балла] Натуральные числа  $a, b, c$  таковы, что  $ab$  делится на  $2^{15}7^{11}$ ,  $bc$  делится на  $2^{17}7^{18}$ ,  $ac$  делится на  $2^{23}7^{39}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .
2. [4 балла] Известно, что дробь  $\frac{a}{b}$  несократима ( $a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$ ). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2}.$$

При каком наибольшем  $m$  могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на  $m$ ?

3. [4 балла] Центр окружности  $\omega$  лежит на окружности  $\Omega$ , хорда  $AB$  окружности  $\Omega$  касается  $\omega$  в точке  $C$  так, что  $AC : CB = 17 : 7$ . Найдите длину  $AB$ , если известно, что радиусы  $\omega$  и  $\Omega$  равны 7 и 13 соответственно.

4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках  $O(0;0)$ ,  $P(-13;26)$ ,  $Q(3;26)$  и  $R(16;0)$ . Найдите количество пар точек  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$  с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что  $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$ .
6. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , для каждого из которых найдётся значение параметра  $b$ , при котором система

$$\begin{cases} ax + y - 8b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник  $ABC$  вписан в окружность. Пусть  $M$  – середина той дуги  $AB$  описанной окружности, которая не содержит точку  $C$ ;  $N$  – середина той дуги  $AC$  описанной окружности, которая не содержит точку  $B$ . Найдите расстояние от вершины  $A$  до центра окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ , если расстояния от точек  $M$  и  $N$  до сторон  $AB$  и  $AC$  соответственно равны 5 и 2,5.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



N1.

$$ab : 2^{15} \cdot 7^{11}$$

$$bc : 2^{17} \cdot 7^{18}$$

$$ac : 2^{23} \cdot 7^{39}$$

$$\left. \begin{matrix} ab : 2^{15} \cdot 7^{11} \\ bc : 2^{17} \cdot 7^{18} \\ ac : 2^{23} \cdot 7^{39} \end{matrix} \right\} \Rightarrow \begin{cases} ab = 2^{15} \cdot 7^{11} \cdot k \\ bc = 2^{17} \cdot 7^{18} \cdot h \\ ac = 2^{23} \cdot 7^{39} \cdot m \end{cases} \quad | k, h, m \in \mathbb{N}$$

$$ab \cdot bc \cdot ac = a^2 b^2 c^2 = 2^{55} \cdot 7^{68} \cdot k \cdot h \cdot m$$

слева квадрат nat. числа  $\Rightarrow$

$\Rightarrow$  справа все степени четны  $\Rightarrow k \cdot h \cdot m : 2 \Rightarrow$

$\Rightarrow k, h, m \geq 2 \Rightarrow$  пусть без общности

$k=2$ .

Пусть:

$$\begin{cases} a : 7^x \\ b : 7^y \\ c : 7^z \end{cases}, \text{ где } \begin{cases} x, y, z \in \mathbb{Z}; \\ x, y, z \geq 0; \end{cases} \quad \begin{matrix} x, y, z - \text{макс. степени} \\ \text{вхождения } 7 \text{ в } a, b, c. \end{matrix}$$

$$\begin{cases} ab : 7^{x+y} \\ bc : 7^{y+z} \\ ac : 7^{x+z} \end{cases}$$

$$\begin{cases} ab = 7^{x+y} \cdot h = 7^{15} \cdot k \\ bc = 7^{y+z} \cdot l = 2^{17} \cdot 7^{18} \cdot h \\ ac = 7^{x+z} \cdot i = 2^{23} \cdot 7^{39} \cdot m \end{cases} \quad h, l, i \in \mathbb{N}; h, l, i \neq 7$$

$$y = \frac{(x+y+y+z) - (x+z)}{2} = \frac{11+18-39}{2} = -5$$

$$\begin{cases} x+y=11 \\ y+z=18 \\ x+z=39 \end{cases}$$

Но  $y \geq 0$ . Противоречие, т.е.

такой ~~системы уравнений~~  $7^{10}$  ~~не существует~~ (или наоборот), тогда  $x+z$  была меньше.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

~~Ищем без параметра (общее)  $h$~~

Пусть:

$$\begin{cases} ab = 7^{x+y} \cdot h \\ bc = 7^{y+z} \cdot l \\ ac = 7^{x+z} \cdot i = 7^{x+z+10} \cdot ee, e/7. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y = 11 \\ y+z = 18 \\ x+z+10 = 39 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y = 11 \\ y+z = 18 \\ x+z = 29 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 11 \\ y = 0 \\ z = 18 \end{cases} \quad \left( \begin{array}{l} \text{система линейная, решений не } \infty \\ \Rightarrow \text{решений } [1]. \end{array} \right)$$

→ ко  $7^{x+z} : 7^{39}$

~~$ab = 7^{11} \cdot h$   
 $bc = 7^0 \cdot l$   
 $ac = 7^{39} \cdot i = 7^{23} \cdot 7^{16} \cdot m$   
 $e = 2^{23} \cdot n$~~

$x+z \geq 39$

Увеличить нужно на  $39-29=10$

Увеличим  $z$  на 10:

$m=n=1$

$$\begin{cases} x=11 \\ y=0 \\ z=28 \end{cases}$$

$$abc = \sqrt[2]{2^{55} \cdot 7^{38}} \cdot k \cdot m \cdot n = 2^{28} \cdot 7^{39}$$

при:

$$\begin{cases} a = 2^{11} \cdot 7^{10} \\ b = 2^5 \cdot 7^0 \\ c = 2^{12} \cdot 7^{28} \end{cases}$$

Ответ:  $2^{28} \cdot 7^{39}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{2} \cdot \frac{a+b}{a^2-2ab+b^2} = \frac{a+b}{(a+b)^2-2ab}$$

$$\begin{cases} (a+b) : m \\ (a+b)^2 - 2ab : m \end{cases}$$

$$2ab : m$$

Пусть:

$$\begin{cases} a \equiv k \pmod{m} \\ b \equiv m-k \pmod{m} \end{cases} \quad (\text{где } k \geq 0, k < m, k \in \mathbb{N})$$

$$(a+b)^2 - 2ab \equiv 0 \pmod{m}$$

$$-2ab \equiv 0 \pmod{m}$$

$$2ab \equiv 0 \pmod{m}$$

$$2k(m-k) \equiv 0 \pmod{m}$$

$$2mk - 2k^2 \equiv 0 \pmod{m}$$

:m

$$-2k^2 \equiv 0 \pmod{m}$$

$$2k^2 : m$$

Пусть:  $\text{НОД}(m; k) = d, d > 1$ .

Тогда  $a \equiv k \pmod{m} \Rightarrow a : d \text{ (м.к. } m:d, k:d)$

$b \equiv m-k \pmod{m} \Rightarrow b : d \text{ (м.к. } m:d, k:d)$ , тогда  $(a, b) > d$

$> 1 \Rightarrow \frac{a}{b}$  сократима, противоречие.

Тогда  $\text{НОД}(m; k) = 1, 2k^2 : m \Rightarrow 2 : m$  (следствие)

$= 0) \quad 2 : m \Rightarrow \underline{m \leq 2}$ .

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{Пусть: } m = 9.$$

$$\text{При } a = 2, b = 7:$$

$$\frac{9}{49 - 98 + 4} = -\frac{9}{45} = -\frac{1}{5}.$$

$$\text{Ответ: } 9.$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№4.

Пусть:  $a = 3x^2 + 3x + 1$ ,  $b = 1 - 9x$ . Тогда:

$$\sqrt{a+b} - \sqrt{a} = b$$

$$\sqrt{a+b} = \sqrt{a} + b$$

$$\begin{cases} a+b = a+b^2+2b\sqrt{a} \\ \sqrt{a}+b \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1 = b^2 + 2\sqrt{a} \\ b = 0 \\ \sqrt{a} + b \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sqrt{a} = \frac{1-b}{2} \quad (2) \\ b = 0 \quad (1) \\ \sqrt{a} + b \geq 0. \end{cases}$$

1)  $b = 0$

$$1 - 9x = 0$$

$$x = \frac{1}{9}$$

$$a = 3x^2 + 3x + 1 = \frac{3}{81} + \frac{3}{9} + 1 = \frac{1}{27} + \frac{1}{3} + 1 = \frac{10}{27} + 1 = \frac{37}{27} > 0$$

$$\sqrt{a+b} - \sqrt{a} = b$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{a} = 0$$

0 = 0  
Верно.

$$2) \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = \frac{1 - (1 - 9x)}{2}$$

$$3x^2 + 3x + 1 = \frac{81x^2}{4}$$

$$12x^2 + 12x + 4 = 81x^2$$

$$69x^2 - 12x + 4 = 0$$

$D = 144 - 4 \cdot 69 < 0$ . Нет реш.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Ответ:  $\frac{1}{9}$ .

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

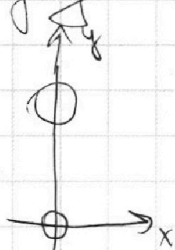
№6.

$$\begin{cases} ax+by-8c=0 \\ (x^2+y^2-1)(x^2+(y-12)^2-16) \leq 0 \end{cases}$$

Каждое неравенство выполняется  $\Leftrightarrow (x,y)$

лежит либо в кругу с ц.  $(0;0)$  и  $r=1$ , либо

в кругу с ц.  $(0;12)$  и  $r=4$ .



П.к. два решения, то две  
точки прямой  $ax+by-8c=0$

лежат в кругах. П.к. прямая не

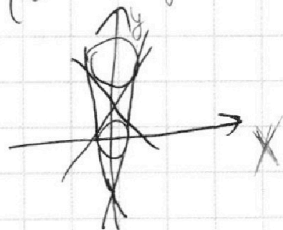
может пересек. один круг в двух

точках, то она пересекает каждую

точку. Значит, она обеда касательная

к ним. Такие касательных по 2 пары симмет-

ричных (относ. Oy)







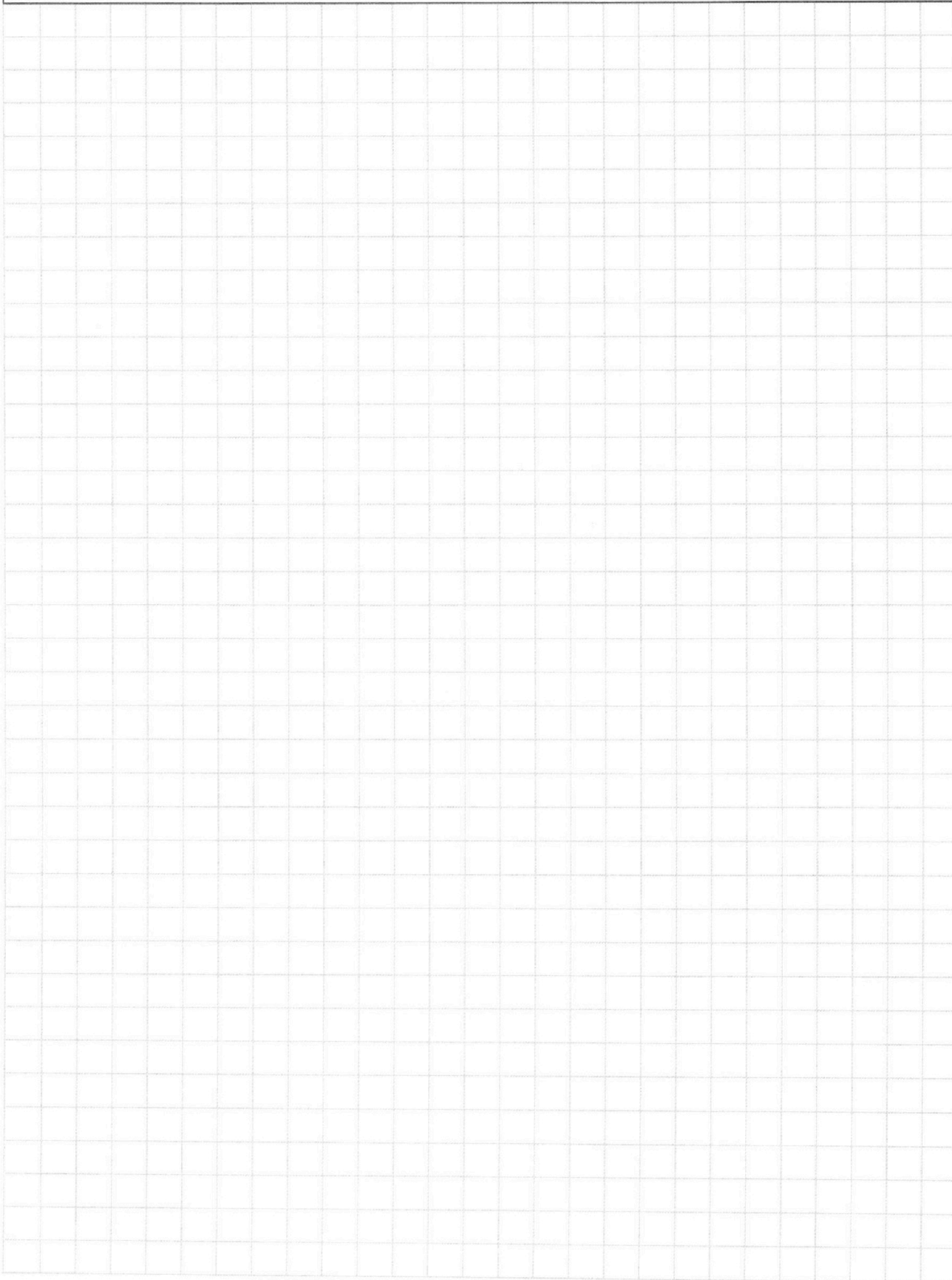
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1     2     3     4     5     6     7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$x_1^2 + (y_1 - 12)^2 = 16$$

$$\frac{y_1}{x_1}$$

$$1 + \left(\frac{y_1}{x_1}\right)^2 - 24\left(\frac{y_1}{x_1}\right) + 144 = 16$$

$$400 + 160 + 36 = 596$$

$$= 400 + 116 = 516$$

$$t^2 - 24t + 129 = 0$$

$$D = 576 - 516 = 60$$

$$t = \frac{24 \pm 2\sqrt{15}}{2} = 12 \pm \sqrt{15}$$

$$b_1 x_1 x_0 (x_1 - x_0) = \frac{b_1 x_0^2 (x_1^2 - x_0^2)}{\sqrt{64b^2 - 1} (x_0^2 (x_1^2 - x_0^2) - x_1^2 x_0^2)}$$

$$\frac{y_1}{x_1} = 12 \pm \sqrt{15}$$

$$b x_1^2 x_0^2 \pm x_1^2 \sqrt{(64b^2 - 1)(x_0^2 - 1)} = b_1 x_0^2 x_1 \pm x_0^2 \sqrt{(64b^2 - 1)(x_1^2 - 1)}$$

$$\begin{cases} x_0^2 + y_0^2 = 1 \\ ax_0 + y_0 = 8b \end{cases}$$

$$a = \frac{6x_0 \pm \sqrt{(64b^2 - 1)(x_0^2 - 1)}}{4x_0^2}$$

$$x_0^2 + (ax_0 - 8b)^2 = 1$$

$$\frac{6x_1 \pm \sqrt{(64b^2 - 1)(x_1^2 - 1)}}{x_1^2}$$

$$x_0^2 + a^2 x_0^2 - 16abx_0 + 64b^2 = 1$$

$$256b^2 x_0^2 + 4 - 256b^2 - 4x_0^2 =$$

$$= 256(b^2 - 1) + 4(1 - x_0^2) =$$

$$= (256b^2 - a)(x_0^2 - 1)$$



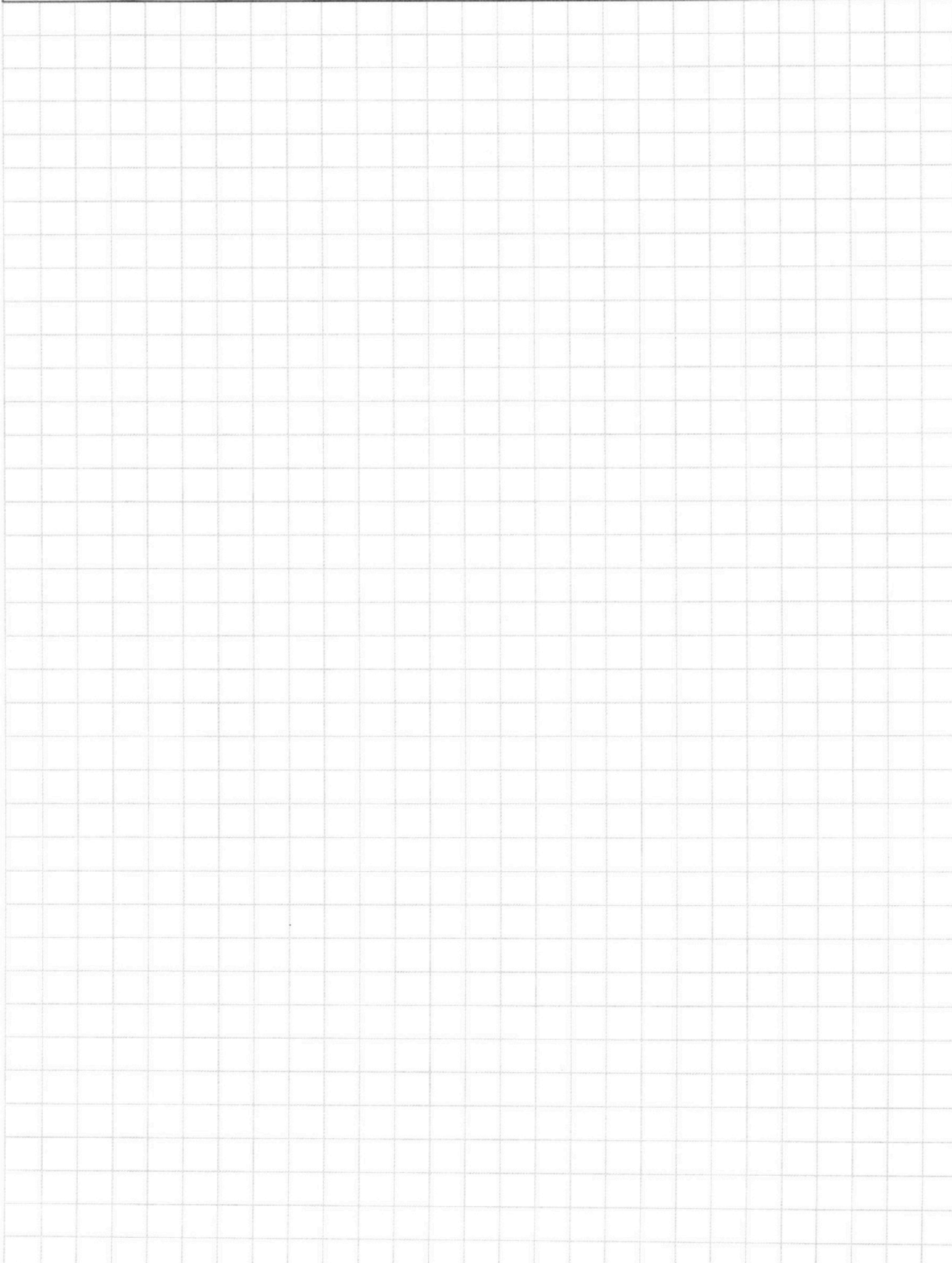
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- 1     2     3     4     5     6     7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

33  
18



$$m \sqrt{169^2 - 182 + 4}$$

$m=9$

$$\frac{7+2}{49-98+4}$$

$(9ab):m$   
 $(a+b):m$

$\frac{9}{49}$

$$169 - 637 + 49$$

$k \equiv m-k$

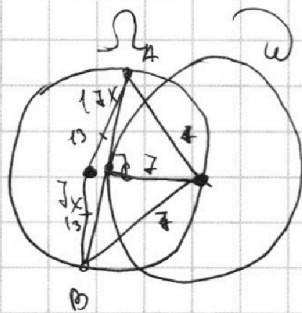
$9ab:m$

$9ab = mk$

$(a+b) = mn$

$$49x^2 + 49 = k^2$$

$$289x^2 + 49 = m^2$$

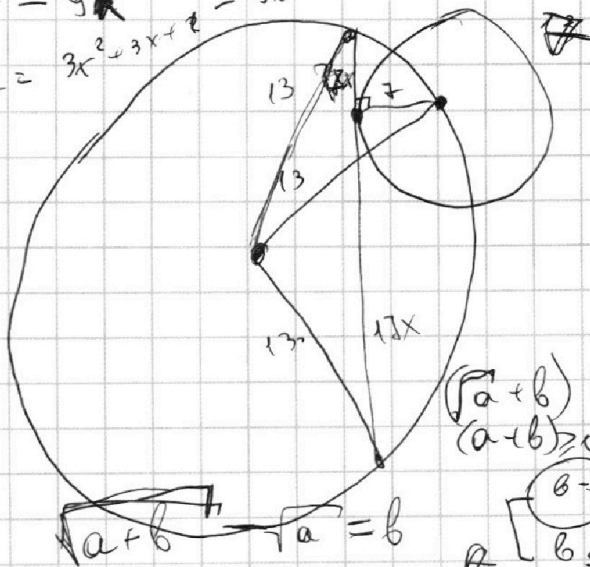
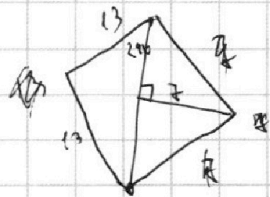


$9k(m-k) \equiv 0$

$9mk - 9k^2 \equiv 0$   
 $h (9k^2) : m$

$mn^2 - 9k$

$$3x^2 - 6x + 2 = 3x^2 + 3x + 2 - 9x + 1$$



$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x$$

$t = 3(x+1)^2$

$$\sqrt{t-1} = \dots$$

$x = \frac{6 \pm 2\sqrt{3}}{6}$

$x = \frac{-3 \pm \sqrt{3}}{6}$

$(a+b) \geq 0$   
 $(a-b) \geq 0$

$b=0$   
 $b \leq 1$

$\sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$

$a+b = a + 2b\sqrt{a} + b^2$

$1 = 2\sqrt{a} + b$   
 $\sqrt{a} = \frac{1-b}{2}$

$ax + y - 8b = 0$   
 $(x^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 1)$

$(a+b) : 5$   
 $(a^2 - 7ab + b^2) : 5$

$((a+b)^2 - 9ab) : m$

$\frac{49}{x+3}$   
 $\frac{147}{49}$   
 $37$

$mk : 9$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$ab = 2^{16} \cdot 7^{11} \cdot k = x$   
 $bc = 2^{17} \cdot 7^{18} \cdot n = y$   
 $ac = 2^{23} \cdot 7^{39} \cdot m = z$

$\frac{2 \cdot 3}{9 - 4k} = 2$   
 $\frac{3}{49 - 3^4 + 9} = 2$

$abc = \sqrt{\frac{xy}{z} \cdot \frac{xz}{y} \cdot \frac{yz}{x}} = \sqrt{xyz}$   
 $abc = \sqrt{2^{55} \cdot 7^{68} \cdot n \cdot m}$

$\frac{k}{m-k} (k+m-k) = 0$

$5k = 2 \cdot m$   
 $m = 5$   
 $k = 5k^2$   
 $(5k^2) : m$

$a = 2^{11} \cdot 7^{21}$   
 $b = 2^{15} \cdot 7^{18}$   
 $c = 2^{23} \cdot 7^{39}$

$a+b = 2^1$   
 $b+c = 7^{18}$   
 $a+c = 2^{33}$

$58 - 18 = 2^1$   
 $(22)$   
 $a = 11$

$\frac{a+b}{a^2 - 7ab + b^2}$   
 $(a+b) : m$   
 $(a^2 - 7ab + b^2) : m$

$a = km + k$   
 $b = m + (m-k)$

$a \equiv k \pmod{m}$   
 $b \equiv m-k \pmod{m}$

$a+b \equiv 0^2 - 7ab + b^2$   
 $7ab \equiv (a+b)^2 - (a+b)$   
 $7ab \equiv (a+b-1)(a+b)$

$\frac{m(k+k+1)}{(km+k)^2 + (km+m-k)^2}$

$k^2 - 7(m-k)k + (m-k)^2 \equiv 0$   
 $2k^2 - 7mk - 7k^2 + m^2 - 2mk \equiv 0$   
 $-5k^2 - 9mk + m^2 \equiv 0$   
 $-5k^2 \equiv 0$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

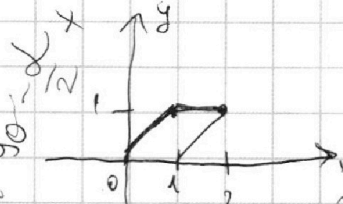
1  2  3  4  5  6  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{cases} ax_0 + y_0 = 8b \\ ax_1 + y_1 = 8b \\ x_0^2 + y_0^2 = 1 \\ x_1^2 + y_1^2 = 16 \end{cases}$$

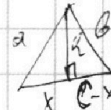


$$|y-1| + |x-2| \leq 1$$

$$|1-y| + |1-x| \leq 1$$

$$-2 \sin \alpha \cdot 2x + 13 + 169 + 144x^2 = a^2$$

$$144x^2 + 169 - 4(2x \sin \alpha) = a^2$$



$$313 - 4(2x \sin \alpha) = 25$$

$$288 = 8x \sin \alpha$$

$$x^2 + r^2 = a^2$$

$$\frac{72}{8x} = \sin \alpha$$

$$\frac{9}{x} = \frac{18}{19}$$

$$c^2 - 2cx + r^2 = b^2$$

$$c^2 - 2cx = b^2 - a^2$$

$$c(c-2x) = b^2 - a^2$$

$$169 + 169 - 2 \cdot 169 \cdot \cos \alpha = 576x^2$$

$$O_2B^2 = 49 + 49x^2$$

$$O_2A^2 = 49 + 289x^2$$

$$2 - 2 \cos \alpha = \frac{576x^2}{169}$$

$$1 - \cos \alpha = \frac{288x^2}{169}$$

$$\cos \alpha = \frac{288x^2 - 169}{169}$$

$$576x^2 = 98 + 338x^2 - 2 \cos \frac{\alpha}{2} \cdot \sqrt{(49+49x^2)(49+289x^2)}$$

$$238x^2 = 98 - 2 \cos \frac{\alpha}{2} \cdot \sqrt{(1+x^2)(49+289x^2)}$$

$$119x^2 = 49 - \cos \frac{\alpha}{2} \cdot \sqrt{(1+x^2)(49+289x^2)}$$

$$17x^2 = 1 - \cos \frac{\alpha}{2} \cdot \sqrt{(1+x^2)(49+289x^2)}$$

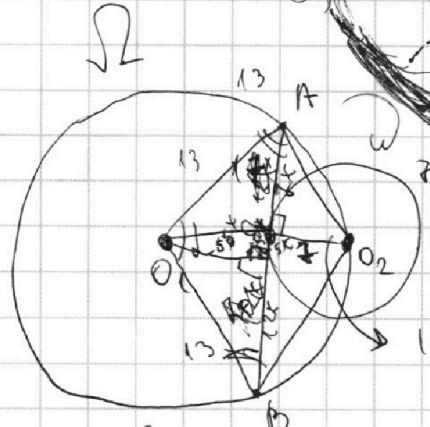
$$\frac{2(17x^2-1)^2}{(1+x^2)(49+289x^2)} - 1 = \frac{288x^2-169}{169}$$

$$\frac{(17x^2-1)^2}{(1+x^2)(49+289x^2)} = \frac{144x^2}{169}$$

$$24x < 26$$

$$x < \frac{13}{12}$$

$$25x^2 + 144x^2 = 169$$



$$49x^2 + 49$$

$$49 + 289x^2$$

$$180^\circ - \frac{\alpha}{2}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

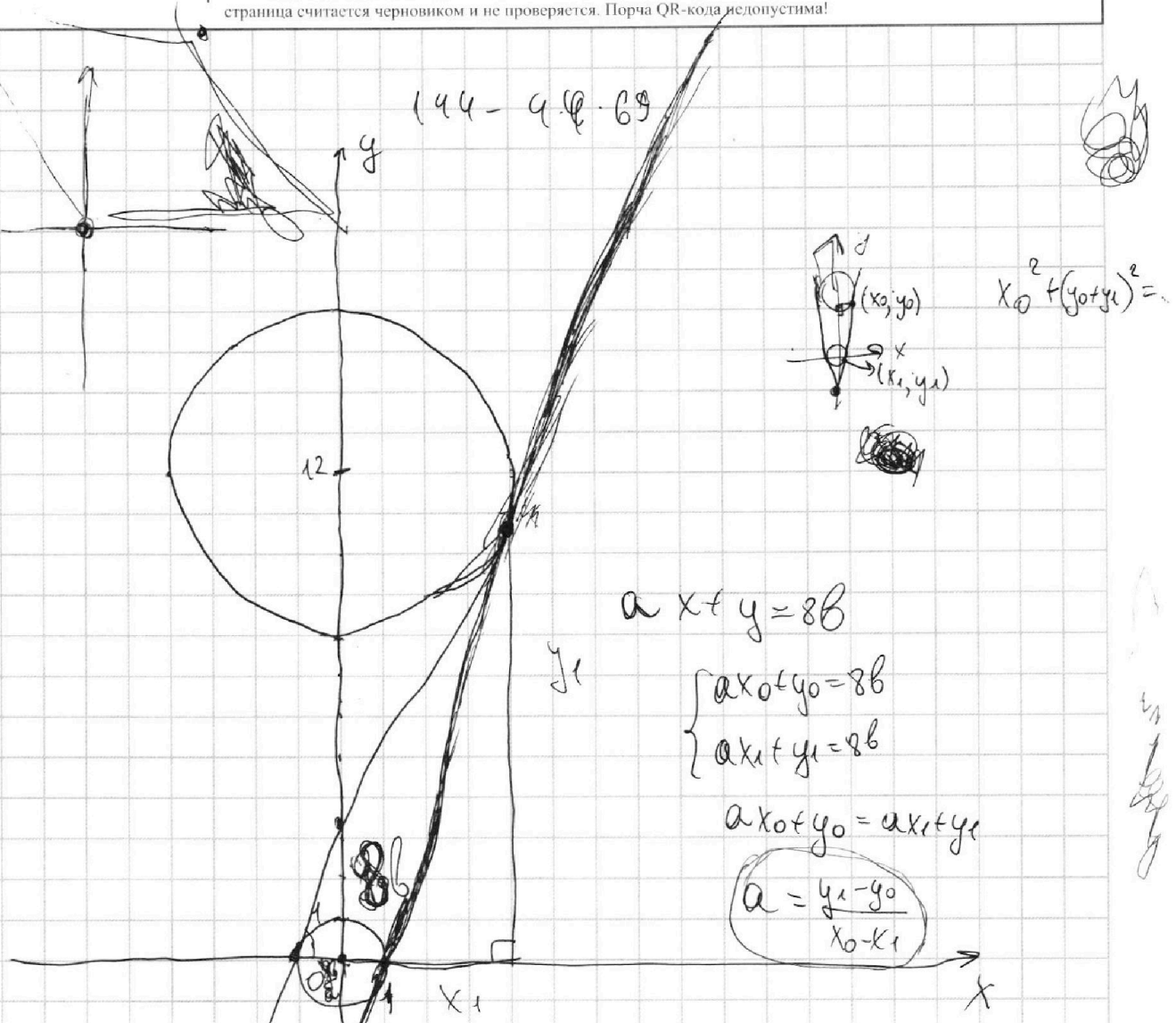
Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



- 1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$ax + y = 8b$$

$$\begin{cases} ax_0 + y_0 = 8b \\ ax_1 + y_1 = 8b \end{cases}$$

$$ax_0 + y_0 = ax_1 + y_1$$

$$a = \frac{y_1 - y_0}{x_0 - x_1}$$

$$\begin{cases} (x_0, y_0) \\ (x_1, y_1) \end{cases} \begin{cases} ax_0 + y_0 = 8b \\ ax_1 + y_1 = 8b \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_0^2 + y_0^2 = 1 \\ x_1^2 + (y_1 - 12)^2 = 16 \end{cases}$$
~~$$\begin{cases} x_0^2 + y_0^2 = 1 \\ x_0^2 + (ax_0 - 8b)^2 = 16 \end{cases}$$~~

~~$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ -24y + 144 + 1 = 16 \\ -24y = -129 \\ y = \frac{129}{24} \end{cases}$$~~

$$x_0 = 1 - (ax_0 - 8b)^2$$
~~$$ax_0^2 - 16ax_0b + 64b^2 + 2x_0 = 1 = 0$$~~

$$D = 256x_0^2b^2 - 4(64b^2 + 2x_0 - 1) =$$