



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

## 10 КЛАСС. Вариант 9



- [4 балла] Натуральные числа  $a, b, c$  таковы, что  $ab$  делится на  $2^{14}7^{10}$ ,  $bc$  делится на  $2^{17}7^{17}$ ,  $ac$  делится на  $2^{20}7^{37}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .
- [4 балла] Известно, что дробь  $\frac{a}{b}$  несократима ( $a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$ ). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2 - 6ab + b^2}.$$

При каком наибольшем  $m$  могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на  $m$ ?

- [4 балла] Центр окружности  $\omega$  лежит на окружности  $\Omega$ , хорда  $AB$  окружности  $\Omega$  касается  $\omega$  в точке  $C$  так, что  $AC : CB = 7$ . Найдите длину  $AB$ , если известно, что радиусы  $\omega$  и  $\Omega$  равны 1 и 5 соответственно.
- [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x.$$

- [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках  $O(0; 0)$ ,  $P(-12; 24)$ ,  $Q(3; 24)$  и  $R(15; 0)$ . Найдите количество пар точек  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$  с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что  $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$ .
- [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , для каждого из которых найдётся значение параметра  $b$ , при котором система

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0, \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

- [6 баллов] Треугольник  $ABC$  вписан в окружность. Пусть  $M$  – середина той дуги  $AB$  описанной окружности, которая не содержит точку  $C$ ;  $N$  – середина той дуги  $AC$  описанной окружности, которая не содержит точку  $B$ . Найдите расстояние от вершины  $A$  до центра окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ , если расстояния от точек  $M$  и  $N$  до сторон  $AB$  и  $AC$  соответственно равны 4,5 и 2.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                                   | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

9

$$\text{Пусть } a = 2^x \cdot 7^y; b = 2^z \cdot 7^w; c = 2^m \cdot 7^n$$

$$\begin{aligned} \text{Положа } & x+z \geq 14 \Rightarrow x \geq 14-z \\ & z+m \geq 17 \\ & x+n \geq 20 \end{aligned} \quad \left. \begin{aligned} & z \geq 17-n \\ & m \geq 20-x \end{aligned} \right\} \Rightarrow 2(x+z+m) \geq 51$$

+ к  $x, z, m$  уменьшить  
 $u \geq 0$ , то

$$x+z+m \geq 26$$

и

$$y+w \geq 10$$

$$w+n \geq 17$$

$$y+n \geq 37$$

↓

$$y+n+w \geq 37$$

Получим, когда  $y+n+w=37$ :

$$y=7; w=0; n=20;$$

$$z+0 \geq 10$$

$$0+20 \geq 17$$

$$17+20=37$$

$$\text{значим } \min abc = 2^{26} \cdot 7^{37}$$

$$\text{Однозначно } 2^{26} \cdot 7^{37}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                                   | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

~~Задача~~ Если  $\frac{a}{b}$  - целочисленное, то  $HOD(a; b) = 1$

Тогда нам нужно найти наименьший

$$HOD(a+b; a^2 + b^2 - ab), \quad a^2 + b^2 - ab = (a+b)^2 - 3ab$$

Если  $a \neq b$  - будем пропуск, то у нас  $a+b$  нет  
никаких общих делителей с числами  $a$  и  $b$ , значит

$HOD(a+b; ab) = 1$ . Посмотрим на выражение  $(a+b)^2 - 3ab$   
наибольшее значение

$$\text{но наименьшее } a+b : (a+b)^2 - 3ab \stackrel{m}{\equiv} 0 - 3 \equiv -3.$$

Наименьшее значение  $m$ , на которое можно  
округлить  $a+b$  и  $a^2 + b^2 - ab$  не больше

Задача. Пример для  $m = 8$ : округление на 8

$$\frac{8+3}{5^2 - 6 \cdot 5 \cdot 3 + 3^2} = \frac{8}{31 - 90} = \frac{8}{-59} \Rightarrow \frac{1}{-7}$$

Ответ: 8.



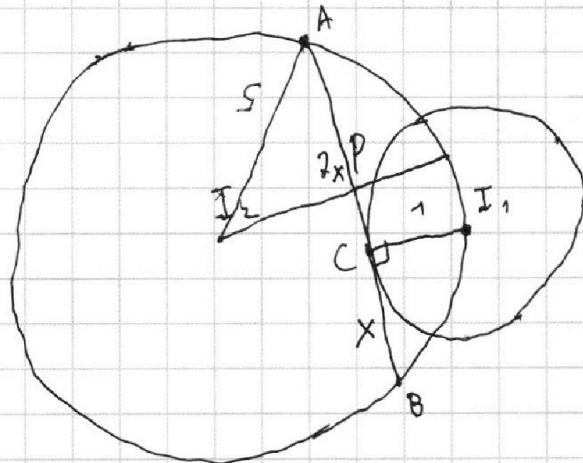
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                                   | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Tyemb BC=x, forga AC=7x. Іхважливі ознаки AI:

T.K A B-квадрате, то  $\angle ACI_1 = 80^\circ$ , значит  $AJ_1 = \sqrt{1+4k^2}$ .

Приблизим разрыв у молекул  $I_2$ , который разделяет диполи

AB+ honours, figures on repetition AB & monile P.

$AP = PB = YX$  и  $\angle I_2 PA = 90^\circ$ . Означает  $\angle I_2 AP \neq 45^\circ$

$\angle \text{CAB}$  zu  $\angle d$  im Maingleich  $\sin d, \cos d, \sin \beta, \cos \beta$ :

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \frac{1}{\sqrt{1+4x^2}} \quad \lim_{x \rightarrow 1} g(x) = \frac{\sqrt{25-16x^2}}{5}$$

$$\cos \lambda = \frac{7x}{\sqrt{1+49x^2}} \quad \cos \beta = \frac{4x}{5}$$

Marieau Col (d HB) 1.7

$$\text{If } \cos(\alpha + \beta) = \frac{28x^2}{5\sqrt{7+49x^2}} - \frac{\sqrt{28-16x^2}}{5\sqrt{7+49x^2}}$$

$I_2 I_1 = S$ , так  $I$ , является идеалом  $W$ .

Чтобы сократить выражение  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ , нужно умножить числитель и знаменатель на произведение  $x$  и  $y$ :

$$2S = 2S + \sqrt{1+4g_x^2} - 2 \left( \frac{\sqrt{1+4g_x^2}}{S\sqrt{1+4g_x^2}} - \frac{\sqrt{25-16g_x^2}}{S\sqrt{1+4g_x^2}} \right) + S \cdot \sqrt{1+4g_x^2}$$

Dalvigo:

$$\text{Onišlo: } 0 = 144x^2 - 56x^2 + 2\sqrt{28-16x^2} \Rightarrow f(x) = 2\sqrt{28-16x^2} \Rightarrow y_3x^4 - 14x^2 +$$

$$= 900 - 64x^2 \quad \text{Jižně } x^2 = a, \text{ může } y_3 = 0 \text{ mítme když: } 48a^2 + 50a - 99 = 0$$

$$\Rightarrow 250 + 4 \cdot 48 \cdot 99 \quad \text{druhé: } -50 + \sqrt{250 + 4 \cdot 48 \cdot 99}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                                   | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Ответ:  $x \approx \frac{\sqrt{-50 + \sqrt{250 + 4 \cdot 49 + 99}}}{58}$

значит  $AB = 8 \sqrt{\frac{-50 + \sqrt{250 + 4 \cdot 49 + 99}}{58}}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                            |                            |                            |                                       |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x$$

$$\text{Решение } a = \frac{2x^2 - 5x + 3 + 2x^2 + 2x + 1}{2} =$$

$= 2x^2 - 1,5x + 2$ ; ~~тогда~~  $\text{При } a = 2$  имеем  
или:

$$\sqrt{a - 7,5x + 1} - \sqrt{a + 3,5x - 1} = 2 - 7x$$

Возьмём обе в квадрат:

$$2a - 2\sqrt{a^2 - (3,5x+1)^2} = (7x-2)^2$$

$$2a - \sqrt{4a^2 - (7x-2)^2} = (7x-2)^2$$

Решение  $b = 7x-2$ :

$$2a - \sqrt{4a^2 - b^2} = b^2 \Rightarrow 2a - b^2 = \sqrt{4a^2 - b^2}. \text{ (така же)} \\ \text{же для } b \text{ в квадрате: } 4a^2 - 4ab^2 + b^4 = 4a^2 - b^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow b^4 - b^2(4a-1) = 0 \Rightarrow b^2(b^2 - 4a+1) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (7x-2)^2((7x-2)^2 - 4a+1) = 0$$

(значит решения это уравнение и потому проверим корни на  
исходном)

$$1) 7x-2 = 0$$

$$2) 49x^2 - 14x + 4 + 1 - 8x^2 + 6x - 8 = 0$$

$$7x = 2$$

$$x = \frac{2}{7}$$

~~$49x^2 - 14x - 3 = 0$~~

~~$49x^2 - 8x - 3 = 0$~~

~~$D = 64 + 4 \cdot 3 \cdot 49$~~

~~$x_1 = 8 + \sqrt{64 + 4 \cdot 3 \cdot 49}$~~

$$49x^2 - 8x - 3 = 0$$

$$D = 64 + 4 \cdot 3 \cdot 49$$

$$x_1 = \frac{8 + \sqrt{64 + 4 \cdot 3 \cdot 49}}{82}$$

$$x_2 = \frac{8 - \sqrt{64 + 4 \cdot 3 \cdot 49}}{82}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                                   | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

**МФТИ**



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

1) Доказать  $x_1 \leq \frac{2}{7}$ :

$$2x^2 - 5x + 3 \geq 0$$

$$\Delta = 1$$

$$x_1 = 1 \quad x \in (-\infty; 1] \cup (1, \infty)$$

$$x_2 = 1,5 \quad x \in (1, 1,5) \cup (1,5, \infty)$$

$$2x^2 + 2x + 1 \geq 0$$

$$\Gamma \neq \emptyset \subset$$

$$\sqrt{2 \cdot \frac{4}{49} - \frac{10}{7} + 3} - \sqrt{2 \cdot \frac{4}{49} + \frac{4}{7} + 1} = 0$$

$$2 \cdot \frac{4}{49} - \frac{10}{7} + 3 = 2 \cdot \frac{4}{49} + \frac{4}{7} + 1$$

$$2 = 2. \checkmark$$

2)  $x_1 = \frac{8 + \sqrt{64 + 4 \cdot 3 \cdot 41}}{82}$

$$2 - 7 \cdot \left( \frac{8 + \sqrt{64 + 4 \cdot 3 \cdot 41}}{82} \right) < 0.$$

~~$\sqrt{2 \cdot \left( \frac{8 + \sqrt{64 + 4 \cdot 3 \cdot 41}}{82} \right)^2 - }$~~

$$\text{докажем } 2 - 2 \cdot \left( \frac{8 + \sqrt{64 + 4 \cdot 3 \cdot 41}}{82} \right) > 0.$$

$$\text{покажем } \sqrt{2 \cdot \left( \frac{8 + \sqrt{64 + 4 \cdot 3 \cdot 41}}{82} \right)^2 - }$$

$$- 5 \cdot \frac{8 + \sqrt{64 + 4 \cdot 3 \cdot 41}}{82} + 1 - \sqrt{2 \cdot \left( \frac{8 + \sqrt{64 + 4 \cdot 3 \cdot 41}}{82} \right)^2 + 2 \cdot \frac{8 + \sqrt{64 + 4 \cdot 3 \cdot 41}}{82}}$$

$\leftarrow 0$ , а значит первое нам подходит. Так как корни

$x_1, x_2, x_3$  можно считать корнями уравнения

$$\left| \sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} \right| = |2 - 7x| \text{ и } \frac{8 + \sqrt{64 + 4 \cdot 3 \cdot 41}}{82} < \frac{8 + 24}{82} < 1$$

3)  $x_2 = \frac{8 - \sqrt{64 + 4 \cdot 3 \cdot 41}}{82} < 0$

$2x_2 < 0$ , значит  $2 - 7x_2 > 0$ , следовательно

$2x_2^2 - 5x_2 + 3 > 2x_2^2 + 2x_2 + 1$ , значит это корень тоже нам подходит и  $x_2 \notin (1; 1,5)$

Ответ:  $\frac{8 + \sqrt{64 + 4 \cdot 3 \cdot 41}}{82}, \frac{8 - \sqrt{64 + 4 \cdot 3 \cdot 41}}{82}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

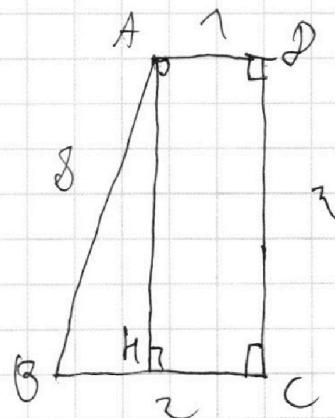
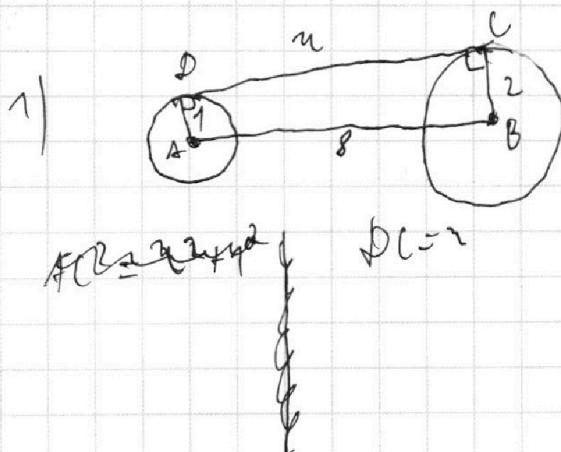
Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1      2      3      4      5      6      7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Благодаря тому, что оно равно 2 решениям, то  
 $y = ax + b$  <sup>точка</sup> Касательные обеих окруж-  
 ний  
 Установим, <sup>точка</sup> Касательные к <sup>внешним</sup> Касательные этих  
 окружностей и нормали к <sup>внешним</sup> Касательных  
 нарисуем  $a:$  



$AH = AD$ , тк  $AD \parallel CH$  -  
параллельны.

$$\text{Invarum } \approx \sqrt{6^2 - BH^2}$$

$$BH = 2 - CH, CH = AP, TM$$

АДЧ - прибор., машин

$$n = \sqrt{64 - 1} = \sqrt{63}$$

*patagonicus* Norigén  
15-18 mm

*Polygonum a.*

~~the~~ the more fall-  
monsoon develops

$$y = ax, \text{ where } b$$

moyie  $x=0$ ,  $y=0$ ,  $Y$

habbo 0, a b movie z=8

$y = \text{razen } \sqrt{83}$

$$\sqrt{63} = 8a$$

$$a = \frac{\sqrt{63}}{8}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

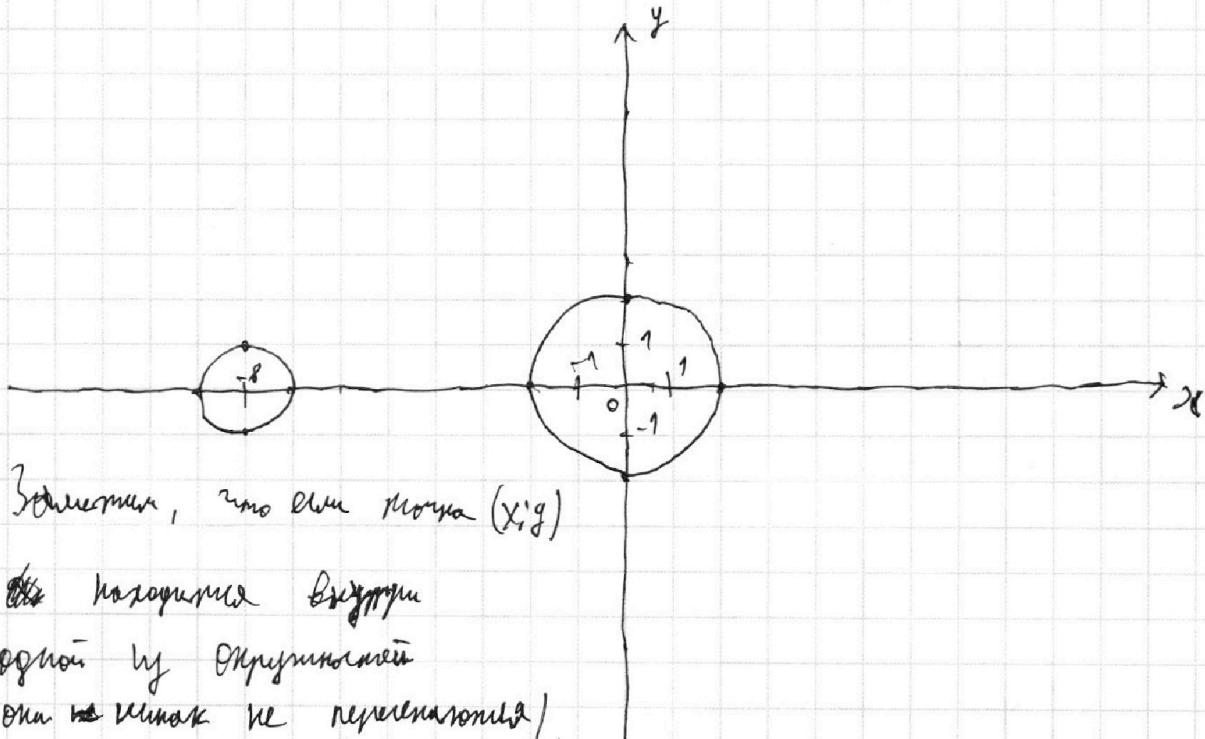
6

7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0 \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$



Т.к. ~~если~~ одна из точек лежит на окружности, то она лежит на окружности, а другая  $\leq 0$ .

Значит если прямая  $y = ax + 10b$  пересекает одну окружность в двух точках, то точка решения будет бесконечно много. Если же прямая  $y = ax + 10b$  не проходит через окружности или же касается только одной из них, то точка решений  $\leq 1$ .



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                                   | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{Задача } M_0^2 = \sqrt{\left(\frac{8}{3}\right)^2 - 1} ; \quad (0)^2 = \sqrt{\left(\frac{16}{3}\right)^2 - 4}$$

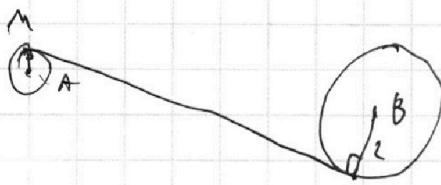
$$\text{Ответ } M = \sqrt{\sqrt{64 - 9}} = \sqrt{55}$$

Решение:

$$\sqrt{55} = 8a \\ a = \frac{\sqrt{55}}{8}$$

4)

①



Случай 4: синхроничный привод, поэтому  $a = -\frac{\sqrt{55}}{8}$

Других общих касательных к этим окружностям нет, значит мы можем брать значение  $a$ , потому что получим 10 в  $b$   $y = ax + 10$  может параллельно пересечь нашу прямую в любую точку параллельной нам.

$$\text{Ответ: } a = \pm \frac{\sqrt{55}}{8}; b = \pm \frac{\sqrt{55}}{8}.$$



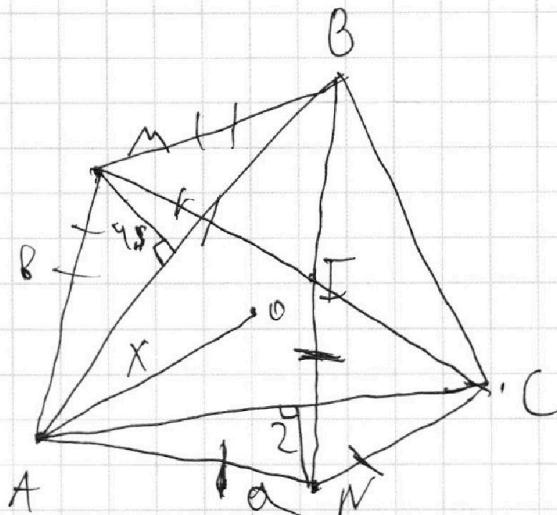
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                                   |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



O - чистая  
решенное

но дальше о неравенстве  $NI = NC = AN$  и  $IM = MB =$

$= AM$ . Думал  $OA = x$ , тогда  $AC^2 = 2x^2 - 2 \cos \angle B x^2$

и  $AN^2 = 2x^2 - 2 \cos \angle B x^2$ ,  $AC^2 = 2AN^2 + 2 \cos \angle B \cdot AN^2 =$   
 $= (4x^2 - 4 \cos \angle B x^2)(1 + \cos \angle B)$



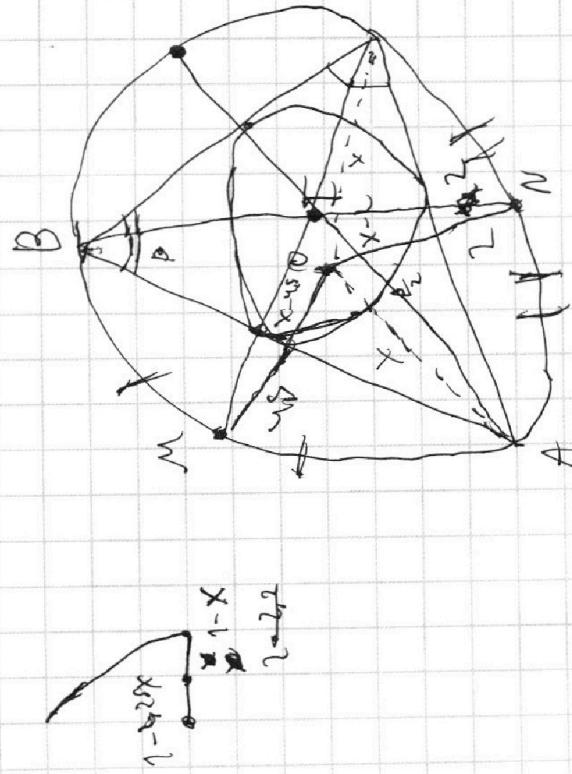
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:



МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!





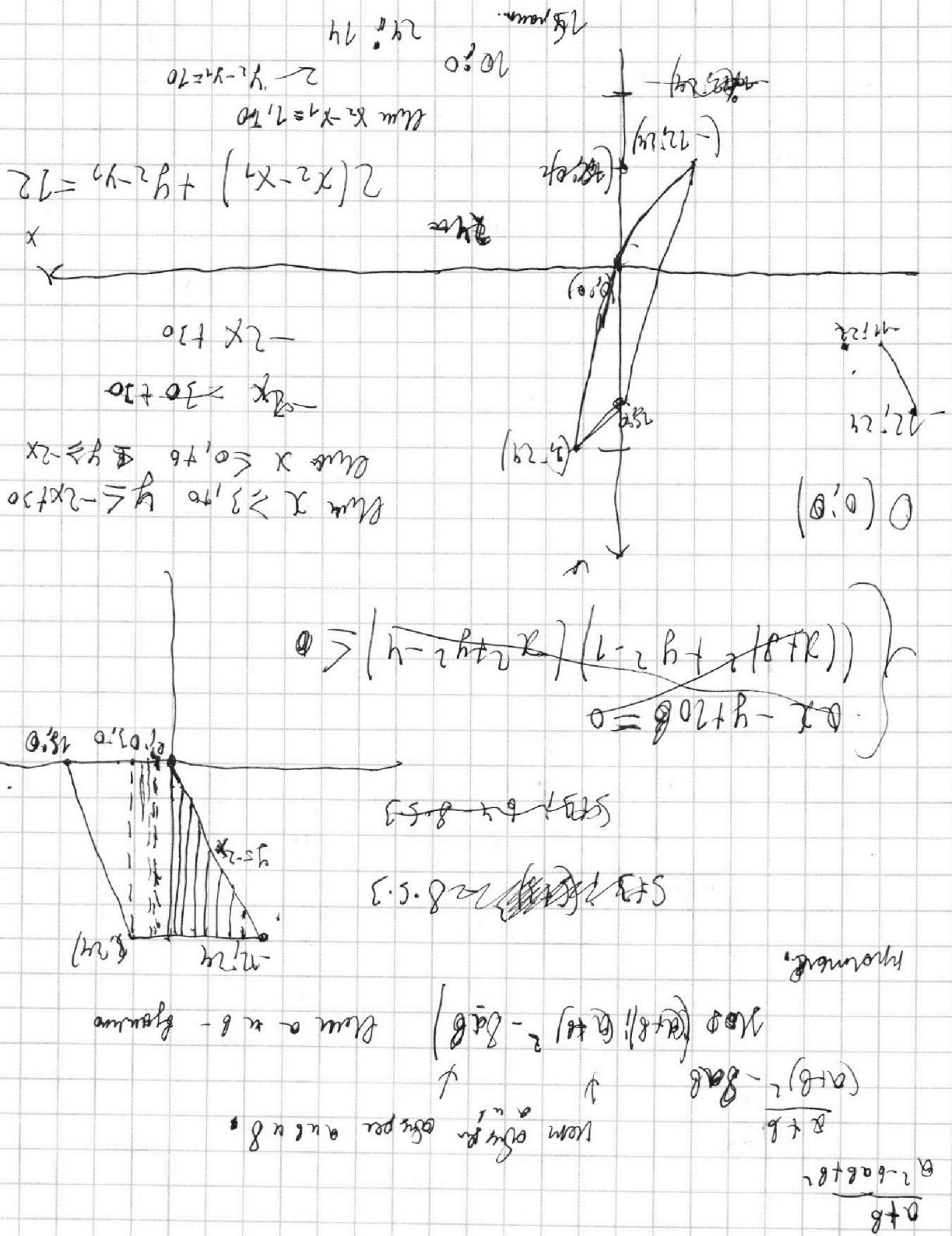
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:



МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                            |                            |                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

ab делится на  $2^{17} \cdot 7^{10}$

abc min = ?

bc дел. на  $2^{17} \cdot 7^{17}$

~~abc~~  $\cdot 2^{17}$

ac дел. на  $2^{20} \cdot 7^{17}$

~~abc~~  $\cdot 2^{20}$

a =  $2^x \cdot 7^y$

~~x(2x-1) > 14~~

b =  $2^z \cdot 7^w$

~~2w > 17~~

c =  $2^m \cdot 7^n$

~~2n > 17~~

~~m+n+y+z~~

~~x+y > 14~~

~~2+m > 17~~

~~x+y+z > 20~~

$$m - x \geq 3$$

$$y + m \geq 10$$

$$x + m \geq 20$$

$$w + n \geq 17$$

$$x = m - y - z$$

$$y + h \geq 37$$

$$2x + 3 \geq 20$$

$$y \geq 10 - w$$

$$y \geq 10 - w$$

$$2x \geq 17$$

$$w \geq 17 - n$$

$$w \geq 17 - n$$

$$x_{\min} = 9$$

$$w \geq 17 - h$$

$$2(y + w + h) \geq 64$$

$$m_{\min} = 12$$

$$y + 17 - n \geq 10$$

$$3m_{\min} = 5$$

$$y \geq 17 - h$$

$$y + w + h \geq 32$$

26

$$h \geq 37 - y$$

$$y + w + h \geq 37$$

$$x + z \geq 14$$

$$y \geq 37 - h$$

$$24m \geq 17$$

$$x \geq 14 - z$$

$$y \geq 37 - h$$

$$x + m \geq 20$$

$$z \leq 14 - x$$

$$y \geq 37 - h$$

$$m \geq 17 - z$$

$$y = 10 - w$$

$$y \geq 37 - h$$

$$x \geq 20 - m$$

$$w = 10 - w + n = 17$$

$$x + z + m \geq 51 - x - z - h$$

$$\frac{a+b}{a^2 - 6ab + b^2}$$

$$\text{Найд } m = ?$$

$$2(x + z + m) \geq 51$$

$$\frac{a+b}{(a-b)^2 - 3ab}$$

$$\log(a, b) = 7$$

$$x + z + m \geq \frac{51}{2}$$

$$(a+b)(a-b)^2 - 3ab$$

$$x + z + m \geq 26$$

$$(a+b)(a-b)^2 - 3ab$$

$$\log(a, b) = 7$$

$\frac{a+b}{a^2 - 6ab + b^2}$  Несократима

Найд  $m = ?$

$\log(a, b) = 7$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



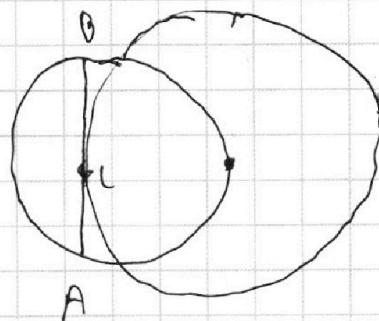
- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

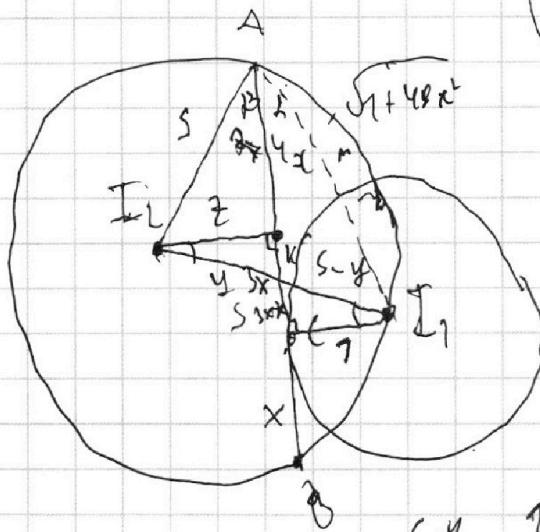
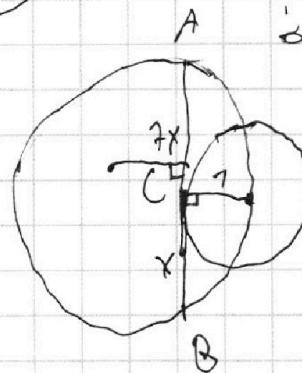
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N=4

$$AC: CB = ?$$



$$AB = ?$$



$$\frac{3x - k}{k} = \frac{1}{\sqrt{2s - 16x^2}}$$

$$k = (3x - k) \sqrt{2s - 16x^2}$$

$$k^2 = (3x - k)^2 (2s - 16x^2)$$

$$k^2 = (9x^2 - 6xk + k^2)(2s - 16x^2)$$

$$2s = 2s + 144x^2 - 2 \cdot \left( \frac{28x^2}{5\sqrt{2s - 16x^2}} - \frac{4x}{\sqrt{2s - 16x^2}} \right) \cdot 5\sqrt{2s - 16x^2}$$

$$2s = 144x^2 - 56x^2 + 8x = 0 \\ 72x^2 - 8x = 0 \\ x = 0 \text{ or } x = \frac{8}{72} = \frac{1}{9}$$

$$k = \sqrt{2s}$$

$$a - 3sx + 1 + ax + 7, sx - 1 + \\ + 2s x^2 - [148 - 28x^2] = \\ a - 3sx + 1 + ax + 7, sx - 1 + \\ + 2s x^2 - 148 + 28x^2 =$$

$$\left. \begin{aligned} & 2x^2 - 5x + 1 \\ & - 2x^2 + 2x + 1 \end{aligned} \right\} = 2 - 7x$$

$$a - 3sx + 1 + ax + 7, sx - 1 + \\ + 2s x^2 - 5x + 1 \\ + 2s x^2 - 7sx + 1 \\ + 2s x^2 - 5x + 1 = 2 - 7x$$

$$z = \sqrt{2s - 16x^2}$$

$$m = \sqrt{2s - 16x^2} \\ \frac{1}{s-x} = \frac{\sqrt{2s - 16x^2}}{y}$$

$$\sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{2s - 16x^2}} \\ \sin \beta = \frac{1}{\sqrt{2s - 16x^2}} \\ \sin \beta = \frac{1}{\sqrt{2s - 16x^2}} \\ \sin \beta = \frac{1}{\sqrt{2s - 16x^2}}$$

$$\cos \alpha = \frac{3x}{\sqrt{2s - 16x^2}}$$

$$\cos \beta = \frac{4x}{\sqrt{2s - 16x^2}}$$

$$\cos(\alpha + \beta) =$$

$$= \frac{28x^2}{5\sqrt{2s - 16x^2}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2s - 16x^2}} \cdot \frac{4x}{s} =$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$(x^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \quad \frac{y}{\sqrt{1-y^2}} - \frac{y}{\sqrt{1-y^2}} \cdot \cos \beta = \\ \frac{y}{\sqrt{1-y^2}} - \frac{y}{\sqrt{1-y^2}} \cdot \cos \beta =$$

$$x^2 + y^2 \leq 4$$

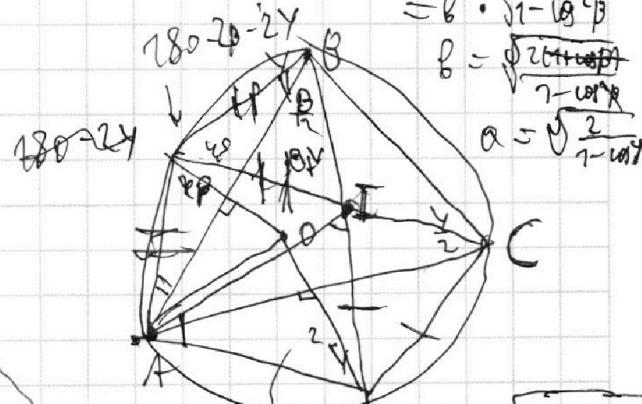
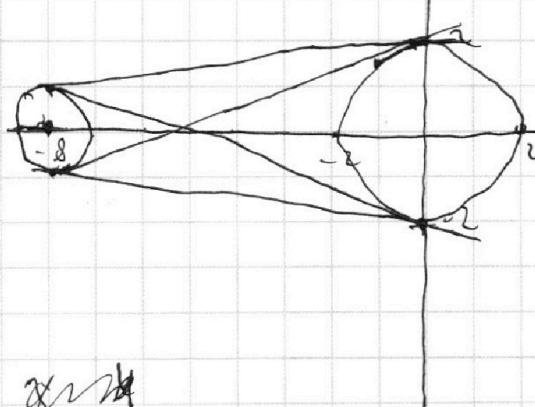
$$\sqrt{2b^2 + 2 \cos \beta b^2}$$

$$\sqrt{2+2 \cos \beta} \cdot 2 = 2b \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$AB = 4 \cancel{b \sqrt{2}}$$

$$\bullet \quad B \sqrt{2+2 \cos \beta} = \\ = b^2 \cdot \sin \beta$$

$$\sqrt{2+2 \cos \beta} = \\ = b \cdot \sqrt{1-\sin^2 \beta} \\ b = \sqrt{2(1+\sin \beta)} \\ \alpha = \sqrt{\frac{2}{1-\sin^2 \beta}}$$



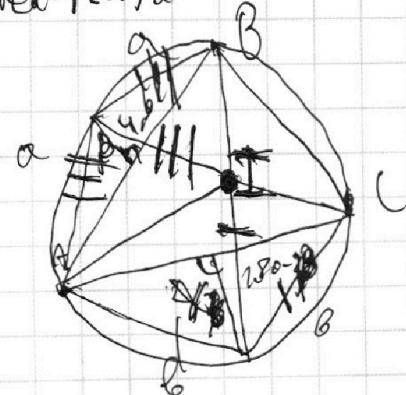
$$AJ = \sqrt{a^2 + \frac{b^2}{1-\cos \beta} - 2 \cdot \cos \beta \cdot \frac{b^2}{1-\cos \beta}}$$

$$AJ = \sqrt{\frac{b^2}{1-\cos \beta} - 2 \cos \beta \cdot \frac{b^2}{1-\cos \beta}} \\ y = a \sin \beta$$

$$(1+\alpha)(x_2-x_1)=12$$

$$64-1=63$$

$$AC = \sqrt{2b^2 + 2 \cos \beta a^2}$$



$$\sqrt{64-8} = \\ = \sqrt{56}$$

$$2x_2 - 2x_1 = 12 - y_2 + y_1 - \sqrt{56} = -8a$$

$$2x_2 - 2x_1 = 12 - d_2 \cos \beta + a = \frac{\sqrt{56}}{8}$$

$$2(x_2 - x_1) = 12 - a(d_2 \cos \beta + a)$$

$$AJ =$$

$$(180-2\beta/2) \frac{\sin y \cdot a^2}{2} + \frac{b^2 \cos^2 \beta}{2}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

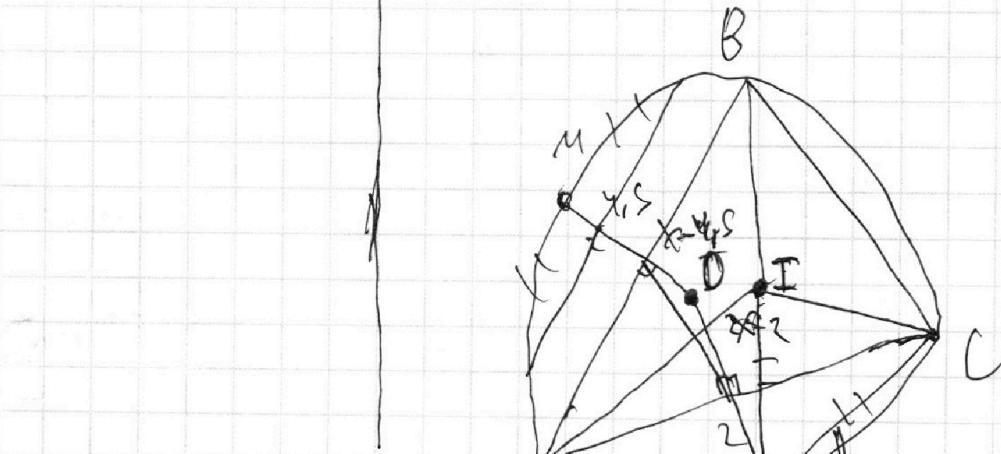
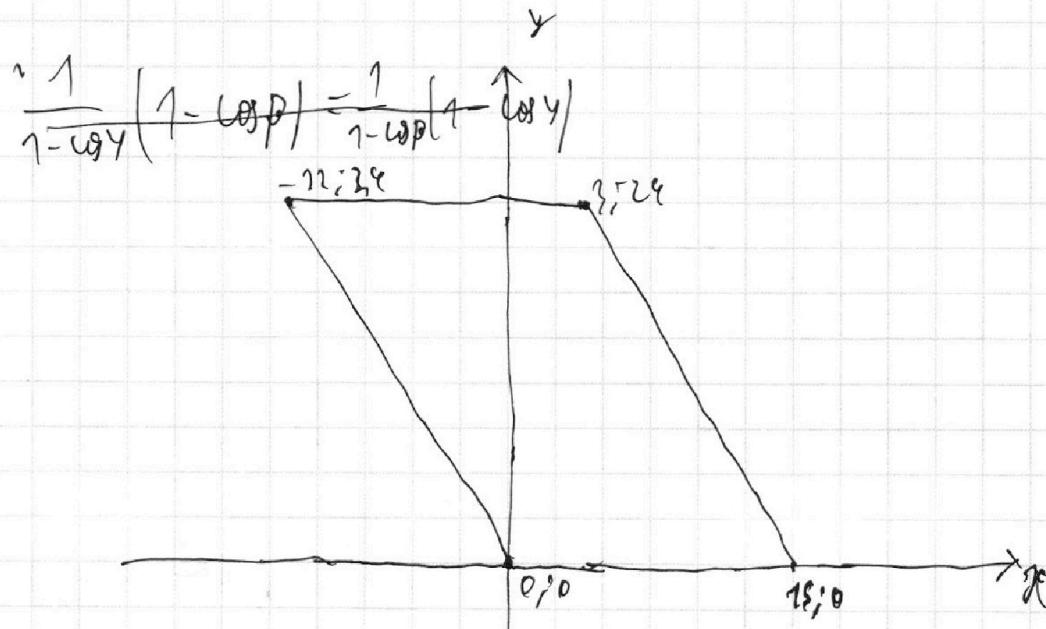
Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{1}{1-\cos y} - \frac{1-\cos p}{1-\cos y} = \frac{1}{1-\cos p} - \frac{1}{1-\cos p} \cdot \cos y$$



$$(x_2 - x_1) = m$$

$$x_2 - x_1$$

$$y = ax + b$$

$$\begin{cases} ax - y + b = 0 \\ ((x+a)^2 + y^2 - r^2) / (x^2 + y^2 - r^2) \leq 0 \end{cases}$$

$$\cos \alpha = 1 - x$$

$$\cos \beta = 1 - 2,25x$$

$$\cos \gamma = \cos(\pi - \alpha - \beta)$$