



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 10



10: 26  
14: 26

2. 1. [4 балла] Натуральные числа  $a, b, c$  таковы, что  $ab$  делится на  $2^{15}7^{11}$ ,  $bc$  делится на  $2^{17}7^{18}$ ,  $ac$  делится на  $2^{23}7^{39}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .
2. [4 балла] Известно, что дробь  $\frac{a}{b}$  несократима ( $a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$ ). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2}$$

При каком наибольшем  $m$  могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на  $m$ ?

- ч 3. [4 балла] Центр окружности  $\omega$  лежит на окружности  $\Omega$ , хорда  $AB$  окружности  $\Omega$  касается  $\omega$  в точке  $C$  так, что  $AC : CB = 17 : 7$ . Найдите длину  $AB$ , если известно, что радиусы  $\omega$  и  $\Omega$  равны 7 и 13 соответственно.

3. 4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках  $O(0;0)$ ,  $P(-13;26)$ ,  $Q(3;26)$  и  $R(16;0)$ . Найдите количество пар точек  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$  с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что  $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$ .

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , для каждого из которых найдётся значение параметра  $b$ , при котором система

$$\begin{cases} ax + y - 8b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник  $ABC$  вписан в окружность. Пусть  $M$  – середина той дуги  $AB$  описанной окружности, которая не содержит точку  $C$ ;  $N$  – середина той дуги  $AC$  описанной окружности, которая не содержит точку  $B$ . Найдите расстояние от вершины  $A$  до центра окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ , если расстояния от точек  $M$  и  $N$  до сторон  $AB$  и  $AC$  соответственно равны 5 и 2,5.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$a, b, c \in \mathbb{N}$ ,  $ab: 2^{15} \cdot 7^{11}$  (1)  
 $bc: 2^{17} \cdot 7^{10}$  (2),  $ac: 2^{23} \cdot 7^{19}$  (3)  
 $(abc)_{min} = ?$

1) Если, чтобы  $(abc)$  было мин то при разложении  $(abc)$  на простые делители было только  $2^p$  и  $7^k$ ,  $p, k \in \mathbb{N}$ ,  $p, k \geq 0$

2) Если  $ac: 2^{23} \cdot 7^{19}$ , то  $abc$  как минимум делится на  $7^{19}$ , при  $a = 7^{21} \cdot k$ ,  $b \neq 7$ ,  $c = 7^p \cdot r$  выполняется условие (1), (2), (3), след.  $(abc)_{min}$  при разложении имеет  $7^{39}$

3) Если, чтобы выполнялись все 3 условия нужно чтобы  $a = 2^{11} \cdot x$ ,  $b = 2^5 \cdot x$ ,  $c = 2^{18} \cdot z$ , след.  $(abc)_{min}$  делится на  $2^{28}$

Ответ:  $2^{28} \cdot 7^{39}$

$ab \cdot bc = 2^{32} \cdot 7^{21}$   $ab \cdot ac = 2^{38} \cdot 7^{20}$   
 $b \leq 2^4$   $a \leq 2^{11}$   
 $ac \cdot bc = 2^{40} \cdot 7^{29}$   
 $c \leq 2^{12}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

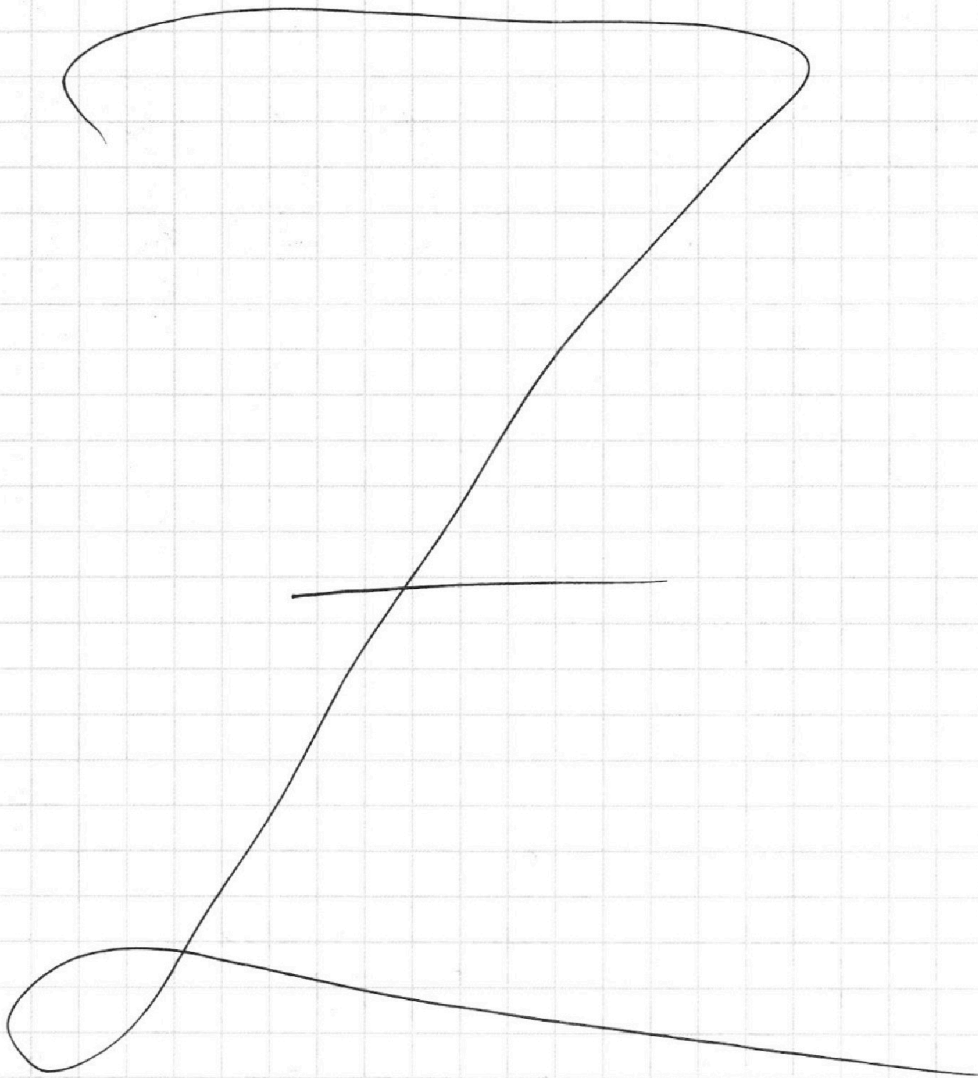
 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{a+b}{a^2-7ab+b^2} = \frac{12}{(a+b)^2-9ab}, \text{ с условием}$$

тогда, что  $\frac{a}{b}$  несократимая дробь и  
 $a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$ , то  $n_{\max} = 9$

Ответ: 9.



1  2  3  4  5  6  7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

1) Проверим  $O_1H \perp AB$

$$AH = HB$$

пусть  $AC = 12x$   
 $CB = 7x$ , тогда

$$AH = HB = 12x$$

$$HC = 5x$$

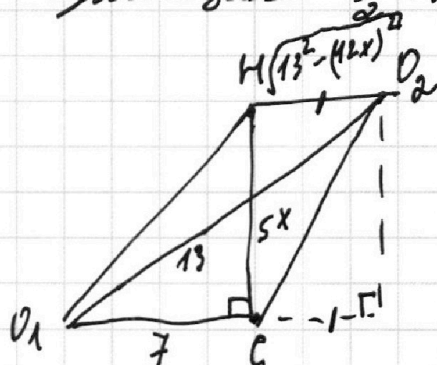
2) рассмотрим  $\triangle AH O_2$

из т. Пифагора  
для этого тупер.

следует:  $O_2H = \sqrt{13^2 - (12x)^2}$

3) рассмотрим трапецию  $O_1H O_2 C$

$$O_1 O_2 = 13$$



Итак, тогда

$$HC^2 + (O_1C + O_2C)^2 = O_1O_2^2$$

$$25x^2 + (7 + \sqrt{169 - 144x^2})^2 = 169$$

$$25x^2 + 49 + 169 - 144x^2 + 14\sqrt{169 - 144x^2} = 169$$

$$x = 1$$

след.  $AC = 24x = 24$

Ответ: 24.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№4.

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x$$

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} = \sqrt{3x^2 + 3x + 1} + (1 - 9x)$$

$$3x^2 - 6x + 2 = 3x^2 + 3x + 1 + 1 - 18x + 2 \cdot (1 - 9x) \cdot \sqrt{3x^2 + 3x + 1}$$

$$-81x^2 + 9x = 2 \cdot (1 - 9x) \cdot \sqrt{3x^2 + 3x + 1}$$

$$9x(1 - 9x) = 2 \cdot (1 - 9x) \cdot \sqrt{3x^2 + 3x + 1}$$

1)  $1 - 9x = 0$

$$x = \frac{1}{9}$$

также  $\frac{1}{9}$  является корнем данного уравнения

2)  $1 - 9x \neq 0$ , тогда  $9x = 2 \cdot \sqrt{3x^2 + 3x + 1}$

$$\begin{cases} x > 0 \\ 81x^2 = 12x^2 + 12x + 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > 0 \\ 69x^2 - 12x - 4 = 0 \end{cases}$$

$$D = 144 + 4 \cdot 69 \cdot 4 =$$

$$= 1248$$

$$x_1 = \frac{12 - \sqrt{1248}}{2 \cdot 69} < 0$$

(не подходит)

$$x_2 = \frac{12 + \sqrt{1248}}{2 \cdot 69}$$

Важно, также

$$\sqrt{3x^2 + 3x + 1} + (1 - 9x) \geq 0$$

$$3x^2 + 3x + 1 \geq 81x^2 + 1 - 18x$$

$$78x^2 - 21x \leq 0$$

$$x \in [0; \frac{21}{78}]$$

Ответ:  $\frac{1}{9}$

$x_2 > \frac{21}{78}$ , следовательно не подходит.

или не подходит.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

*См.*

*из*

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

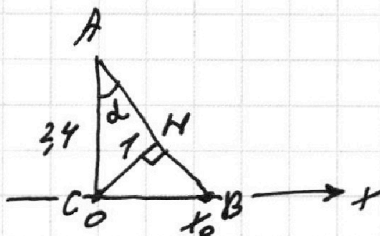


Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



если  $y=0$ , то  
 $a = \frac{PB}{x_0}$   
NB (продолжение)

рассмотрим  $\triangle ABC$   
найдем  $CB$



$$\sin \alpha = \frac{1}{2,5} = \frac{5}{12}$$

$$\cos^2 \alpha = 1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$$

$$\cot^2 \alpha = \frac{144}{25} - 1$$

$$\cot^2 \alpha = \frac{119}{25}$$

$$\cot \alpha = \frac{5}{\sqrt{119}}$$

$$\begin{array}{r} 144 \\ - 25 \\ \hline 119 \end{array}$$

$$\cot \alpha = \frac{AC}{CB} \Rightarrow CB = \frac{AC}{\cot \alpha} = \frac{24 \cdot \sqrt{119}}{5} = x_0$$

$$a_1 = \frac{24 \cdot 5}{24 \cdot \sqrt{119}} = \frac{5}{\sqrt{119}}, \quad a_2 = -\frac{5}{\sqrt{119}}$$

$$\text{Ответ: } a = \pm \frac{5}{\sqrt{119}}$$

$$\cot \alpha = \frac{CB}{AC} \Rightarrow CB = AC \cdot \cot \alpha = \frac{24 \cdot 5}{\sqrt{119}} = x_0$$

$$a_1 = \frac{PB}{x_0} = \frac{24 \cdot \sqrt{119}}{24 \cdot 5} = \frac{\sqrt{119}}{5}$$

$$a_2 = -\frac{\sqrt{119}}{5}$$

$$\text{Ответ: } a = \pm \frac{\sqrt{119}}{5}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

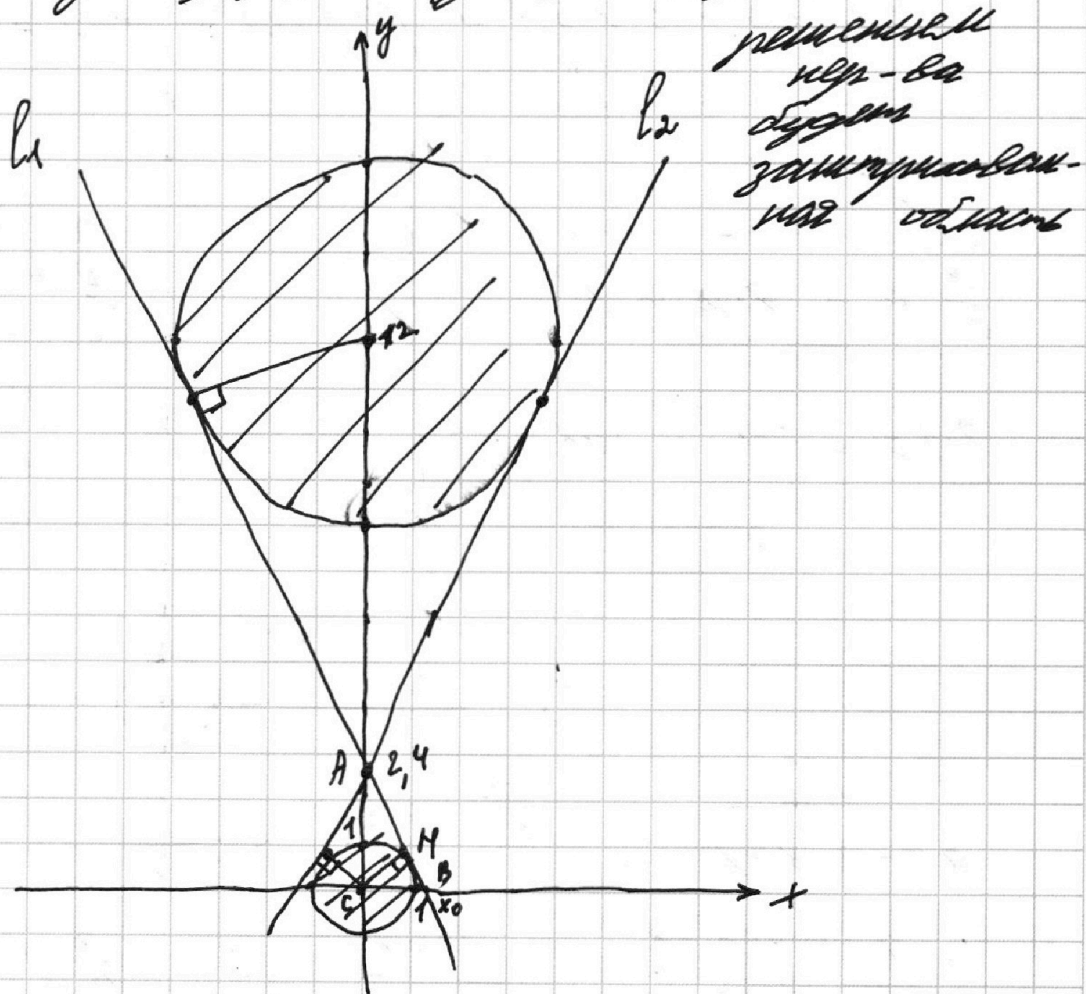
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№6.

$$\begin{cases} ax + y - 8b & (1) \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0 & (2) \end{cases}$$

Рассмотрим нерав-во (2):

$$(x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0$$



решением  
нера-ва  
будет  
заштрихован-  
ная область

чтобы система имела 2 решения  
нужно, чтобы уравнение (1) совме-  
стиво было прямыми  $l_1$  и  $l_2$   
т.е. при  $x = 0$   $y = 2,4$  (из подобия),  
то  $b = 0,3$



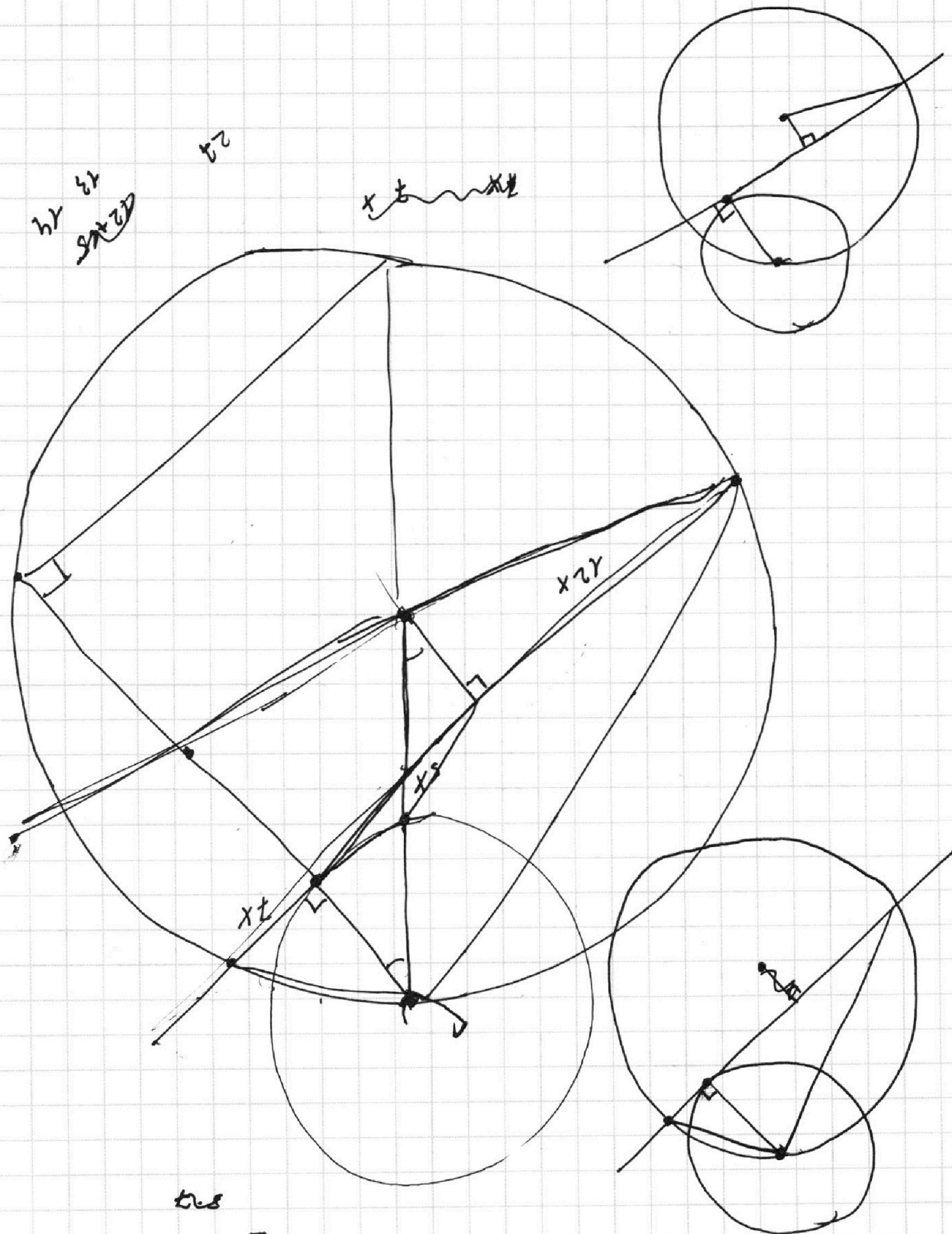
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№5.

Черновики

$$\begin{cases} ax + y - 2b = 0 & (1) \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y-12)^2 - 16) \leq 0 & (2) \end{cases}$$

Раскладываем чер-во (2):

$$(x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y-12)^2 - 16) \leq 0$$

$$\frac{\frac{a}{b} + 1}{\frac{a}{b} \cdot a - 7 \cdot a + b}$$

$$a + b = a^2 - 7ab + b^2$$

$$\frac{a + b}{a^2 - 7ab + b^2}$$

$\frac{a}{b}$  чер-во.

$$\frac{a^2 + 7ab + b^2}{a + b}$$

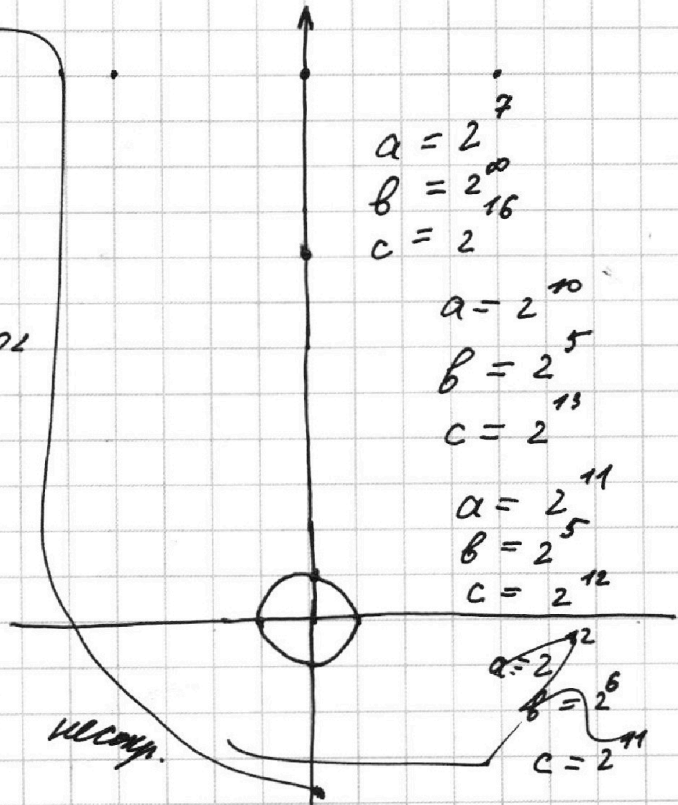
$$\frac{a + b}{a^2 - 7ab + b^2} = \frac{\frac{a}{b} + 1}{\frac{a}{b} \cdot a - 7 \cdot a + b}$$

$$\left(\frac{a}{b} + 1\right) \cdot \frac{1}{b}$$

$$\frac{a}{b} \cdot \left(\frac{a}{b} - 7\right) + 1$$

$$\frac{\frac{a}{b} \cdot \frac{a}{b} - 7 \cdot \frac{a}{b} + 1}{\left(\frac{a}{b} + 1\right) \cdot \frac{1}{b}}$$

$$\frac{a}{b} \cdot \left(\frac{a}{b} - 7\right) + 1$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{a+b}{a^2 - 7ab + b^2}$$

$$a^2 + b^2 + 2ab - 9ab = (a+b)^2 - 7ab$$

$$\frac{(a+b)^2}{a+b} - \frac{9ab}{a+b} = a+b - \frac{9a}{1 + \frac{a}{b}}$$

$$\frac{a}{b} \cdot k$$

$$\left(\frac{a}{b} + 1\right) \cdot k$$

$\frac{a}{b}$

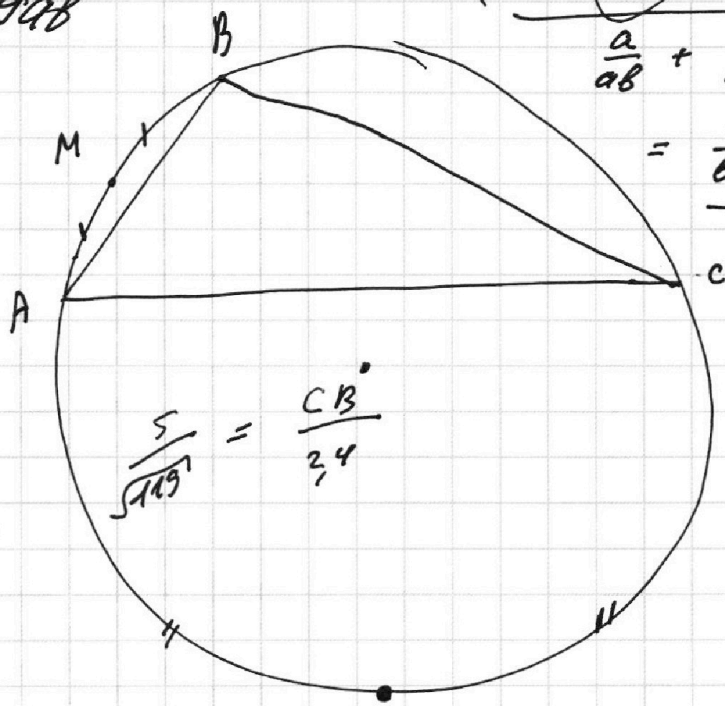
$\frac{b}{a}$

$$\frac{a^2 - 7ab + b^2}{a+b} : ab$$

$$\frac{a+b}{(a^2+b^2) - 9ab}$$

$$\frac{\frac{a^2}{ab} - 7 + \frac{b^2}{ab}}{\frac{a}{ab} + \frac{b}{ab}} =$$

$$= \frac{\frac{a}{b} + \frac{b}{a} - 7}{\frac{1}{b} + \frac{1}{a}}$$



$$\frac{a+b}{9b} = \frac{a}{9b} + \frac{1}{9}$$

$$\frac{a^2 + b^2}{ab} = 9$$

$$\frac{a^2 - 7ab + b^2}{a+b} = \frac{(a+b)^2 - 9ab}{a+b} =$$

$$= a+b - \frac{9ab}{a+b} = a+b - \frac{9}{\frac{a}{b} + \frac{b}{a}}$$

$$\frac{a+b}{a+b(a+b-9ab)} = \frac{1}{a+b-9ab}$$

$$\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = 9$$

$$\frac{a^2 + b^2}{ab} = 9$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

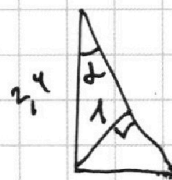
1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

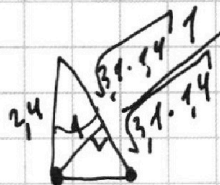
$$1 + \sin^2 \alpha = \frac{1}{\sin \alpha}$$

$$\sin \alpha = \frac{1}{2,4} = \frac{10}{24}$$

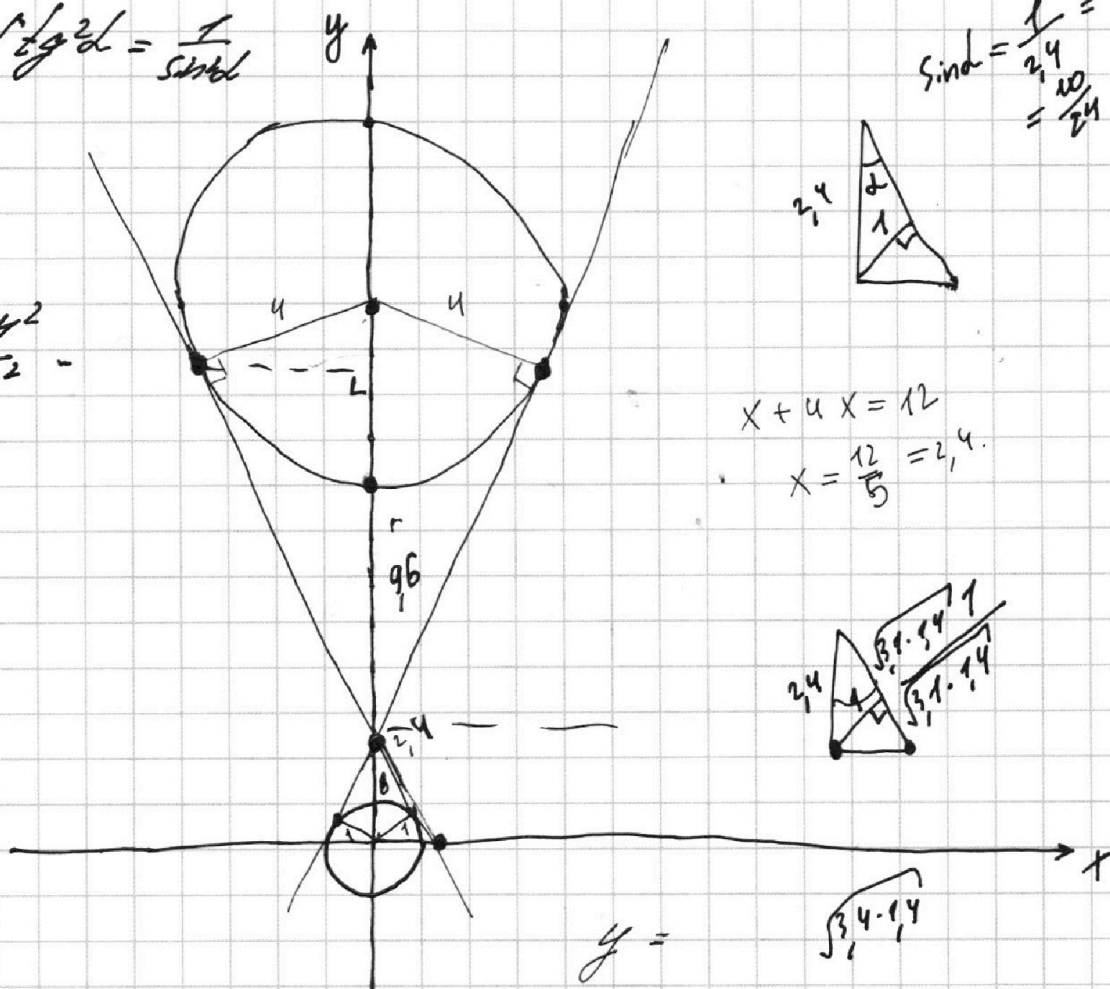


$$x + 4x = 12$$

$$x = \frac{12}{5} = 2,4$$



$$r = \frac{24^2}{10^2}$$



$$y = \sqrt{3,4 \cdot 1,4}$$

$$y = -ax + 2,4$$

$$x = 0 \Rightarrow y = 2,4$$

$$y = 0 \Rightarrow x = 3$$

$$y = -a \cdot x + 2,4$$

$$ax = 2,4$$

$$a = \frac{2,4}{x}$$

$$d = \sqrt{9,6^2 - 4^2} = \sqrt{116 - 16} = \sqrt{100} = 10$$

$$\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} = \frac{x+1}{\sqrt{x}}$$



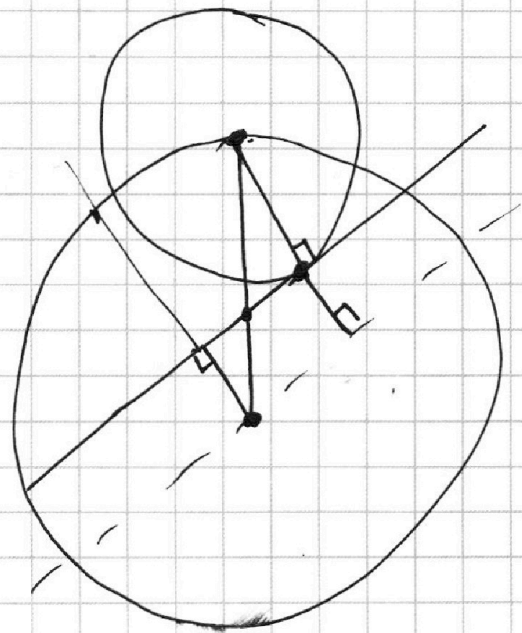
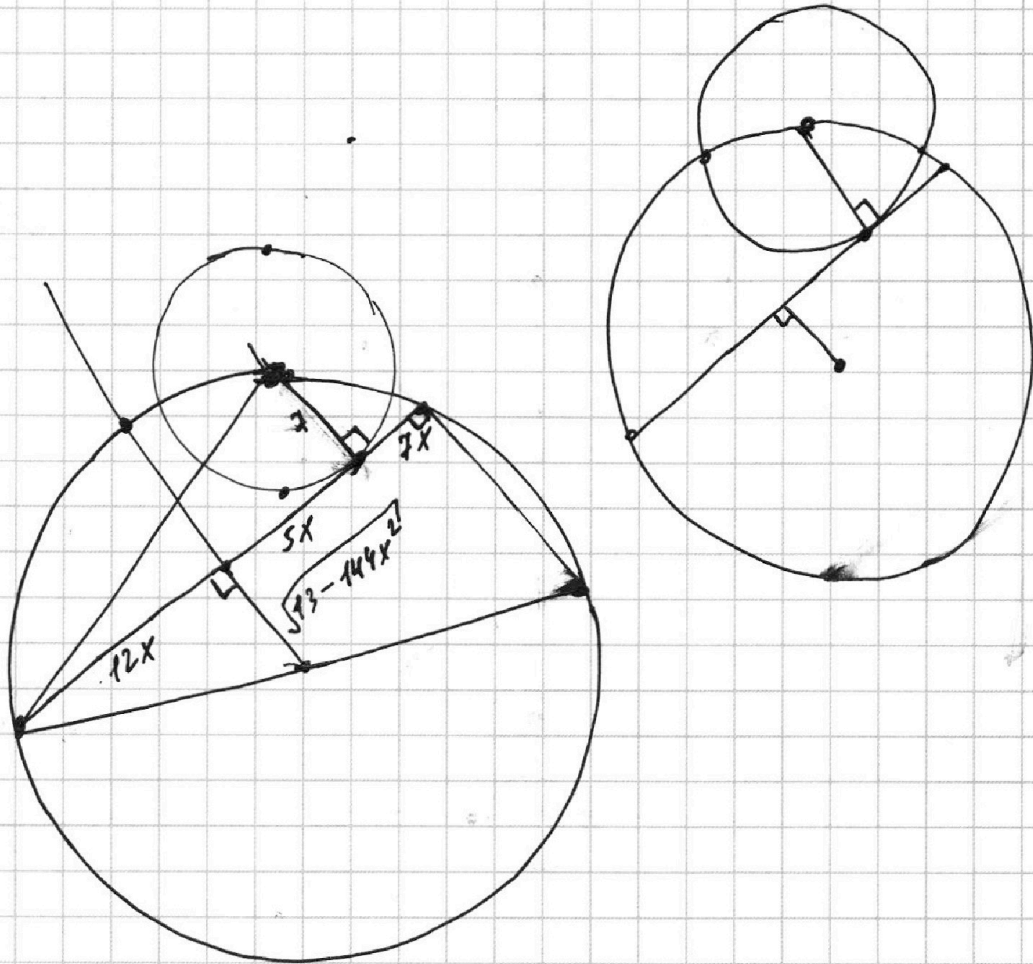
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$r = 7$   
 $R = 13$   
 $AB = ?$

$$\frac{81}{69}$$

$$\begin{array}{r} 69 \\ \times 16 \\ \hline 414 \\ + 69 \\ \hline 1104 \\ + 144 \\ \hline 1248 \end{array}$$

$$\begin{aligned} 81x^2 &= 12x^2 + 12x + 4 \\ 69x^2 - 12x - 4 &= 0 \\ D &= 144 + 16 \cdot 69 = \\ &= 7456 \\ x &= \frac{12 - \sqrt{7456}}{69 \cdot 2} \end{aligned}$$

$$x = \frac{12 + \sqrt{7456}}{69 \cdot 2}$$

$$3 \cdot PD^2 - 6 \cdot PD + 2$$

$$\sqrt{3 \cdot PD^2 + 3 \cdot PD + 1} + 1 - 9 \cdot PD$$

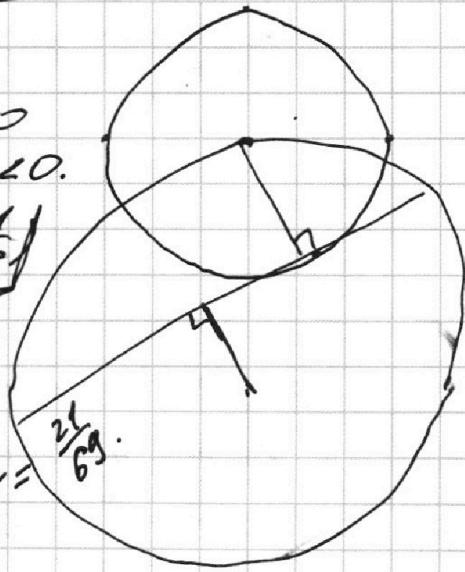
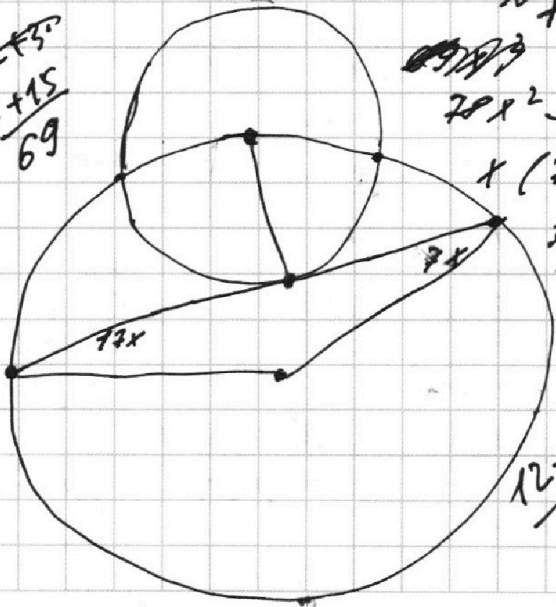
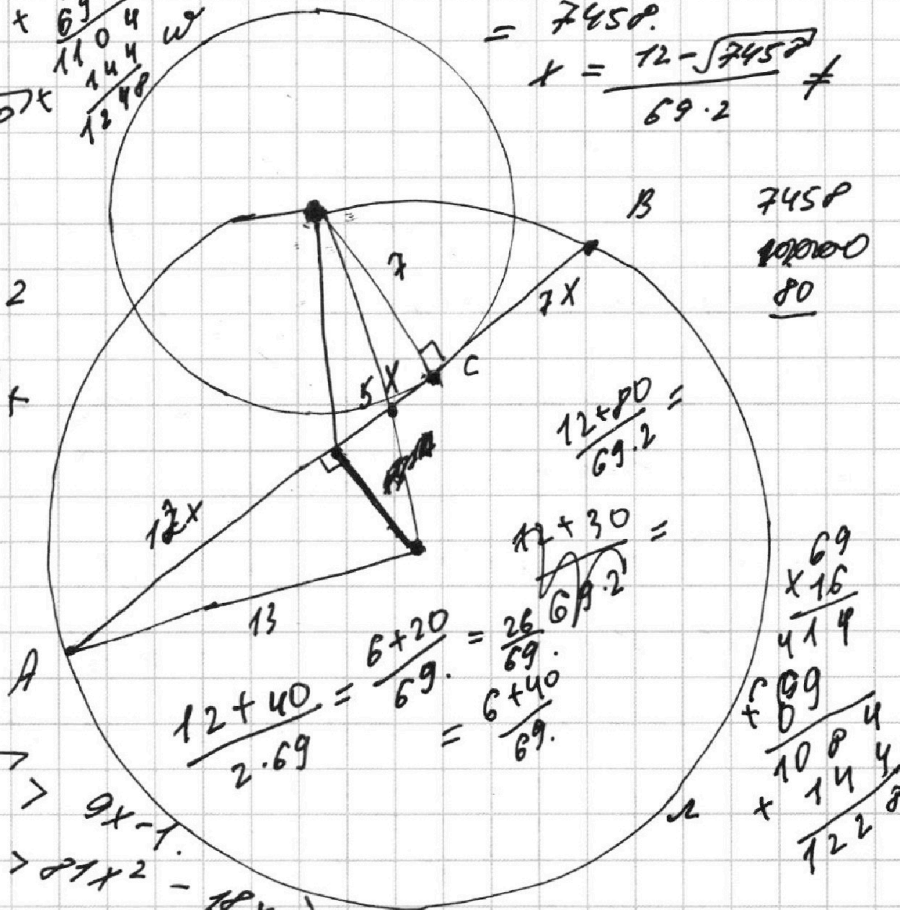
$$\frac{6 + \dots}{69}$$

$$\begin{aligned} \sqrt{3x^2 + 3x + 1} &> 9x - 1 \\ 3x^2 + 3x + 1 &> 81x^2 - 18x + 1 \end{aligned}$$

$$\frac{12 + 30}{69}$$

$$\begin{aligned} 78x^2 - 21x < 0 \\ x(78x - 21) < 0 \\ x \in (0; \frac{21}{78}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{12 + 30}{2 \cdot 69} &= \\ = \frac{6 + 15}{69} &= \frac{21}{69} \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- 1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x$$

$$D = 36 - 4 \cdot 3 \cdot 2 = 12 \quad b = 9 - 4 \cdot 3 \cdot 1 = -3.$$

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} = (1 - 9x) + \sqrt{3x^2 + 3x + 1}$$

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} = (1 - 9x)^2 + \sqrt{3x^2 + 3x + 1} + 2 \cdot (1 - 9x) \cdot \sqrt{3x^2 + 3x + 1}$$

$$-6x + 2 = 1 + 81x^2 - 18x + 3x + 1 - \dots$$

$$81x^2 - 24x + 2 \cdot (1 - 9x) \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 0.$$

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} = 1 + 81x^2 - 18x + \sqrt{3x^2 + 3x + 1} + 2 \cdot (1 - 9x) \cdot \sqrt{3x^2 + 3x + 1}$$

$$81x^2 - 9x + 2 \cdot (1 - 9x) \cdot \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 0$$

$$9x(9x - 1) + 2 \cdot (1 - 9x) \cdot \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 0.$$

$$2 \cdot (1 - 9x) \cdot \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 9x(1 - 9x)$$

$$1 - 9x = 0$$

$$x = \frac{1}{9} \checkmark$$

2458. 2

$$\sqrt{3 \cdot \frac{1}{81} - 6 \cdot \frac{1}{9} + 2} = \frac{1}{27} - \frac{2}{3} + 2 =$$

$$= \sqrt{3x^2 - 6x + 2} = \sqrt{3x^2 + 3x + 1}$$

$$-9x = -1$$

$$x = \frac{1}{9}, x > 0$$

$$4 \cdot (3x^2 + 3x + 1) = 81x^2$$

$$12x^2 + 12x + 4 = 81x^2$$

$$69x^2 - 12x - 4 = 0.$$

$$D = 144 - 4 \cdot 69 \cdot (-4)$$

$$\begin{array}{r} 69 \\ \times 16 \\ \hline 414 \\ -12 \\ \hline 69 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 69 \\ \times 16 \\ \hline 414 \\ -12 \\ \hline 69 \end{array}$$



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№ 4.  
1) пусть  $D_1$  - центр окружн  $\omega$   
 $D_2$  - центр окружн  $\Omega$ ,  $D_1C \perp AB$

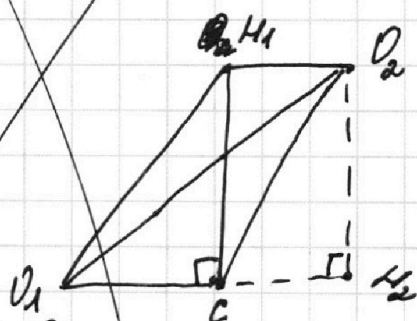
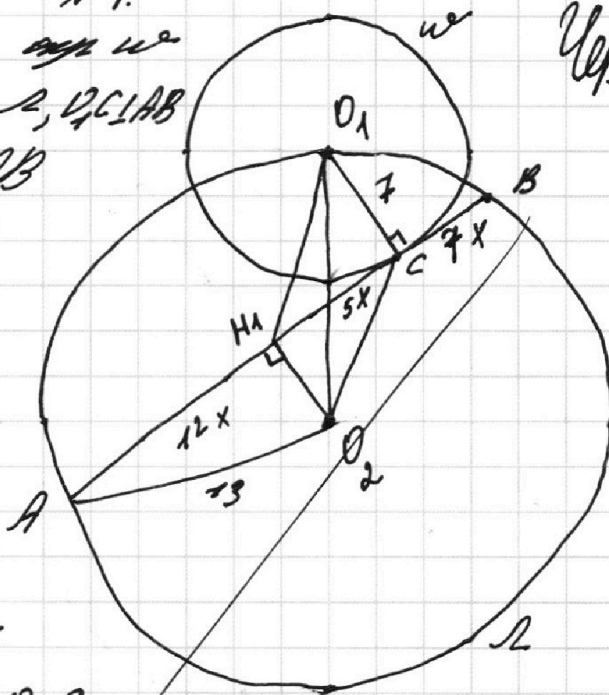
2) проведем  $D_2H_1 \perp AB$

3) пусть  $AC = 12x$   
 $CB = 7x$

4)  $AH_1 = H_1B =$   
 $= \frac{AC + CB}{2} = 12x,$

выс.  $H_1C = 5x$

5) рассмотрим  
трапецию  $D_2H_1D_1C$   
если это  $D_1D_2 = 13$



проведем  $D_2H_2 \perp D_1C$ ,  $D_2H_2 = H_1C$   
по т. Пифагора  $\text{в } \triangle D_1D_2H_2$

$$D_1D_2^2 = D_2H_2^2 + D_1H_2^2 \quad (*)$$

$$D_1D_2 = 13, \quad D_2H_2 = H_1C = 5x, \quad D_1H_2 =$$

$$= D_1C + H_2D_2 = 7 + H_1D_2$$

6) по т. Пифагора  $\text{в } \triangle AH_1D_2$ :

$$H_1D_2 = \sqrt{13^2 - (12x)^2}$$



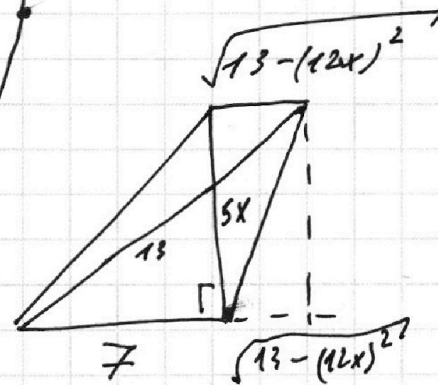
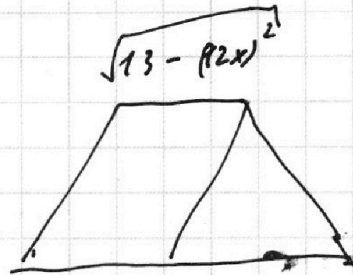
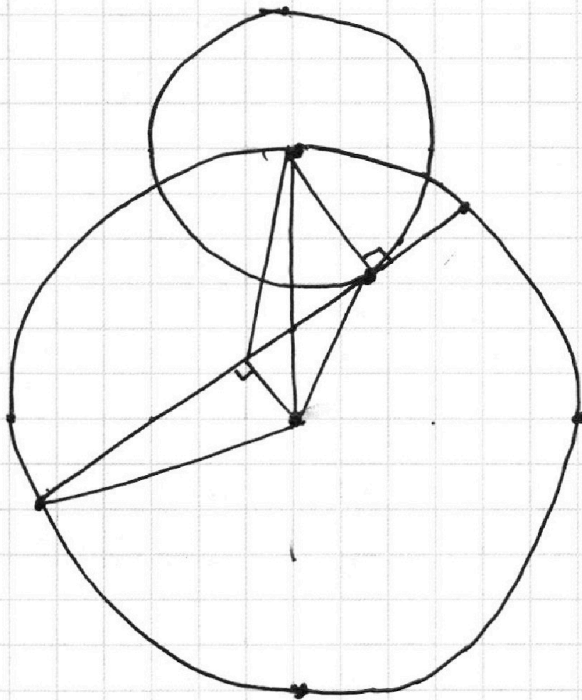
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$25x^2 + (2 + \sqrt{169 - 144x^2})^2 = 169$$

$$25x^2 + 49 + 169 - 144x^2 + 14 \cdot \sqrt{169 - 144x^2} = 169 \quad | -169$$

$$14 \cdot \sqrt{169 - 144x^2}$$

$$49 - 119x^2 = 14 \cdot \sqrt{169 - 144x^2}$$

$$12 + 119 \quad 144$$

$$\begin{array}{r} 144 \\ - 25 \\ \hline 119 \end{array}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1     2     3     4     5     6     7

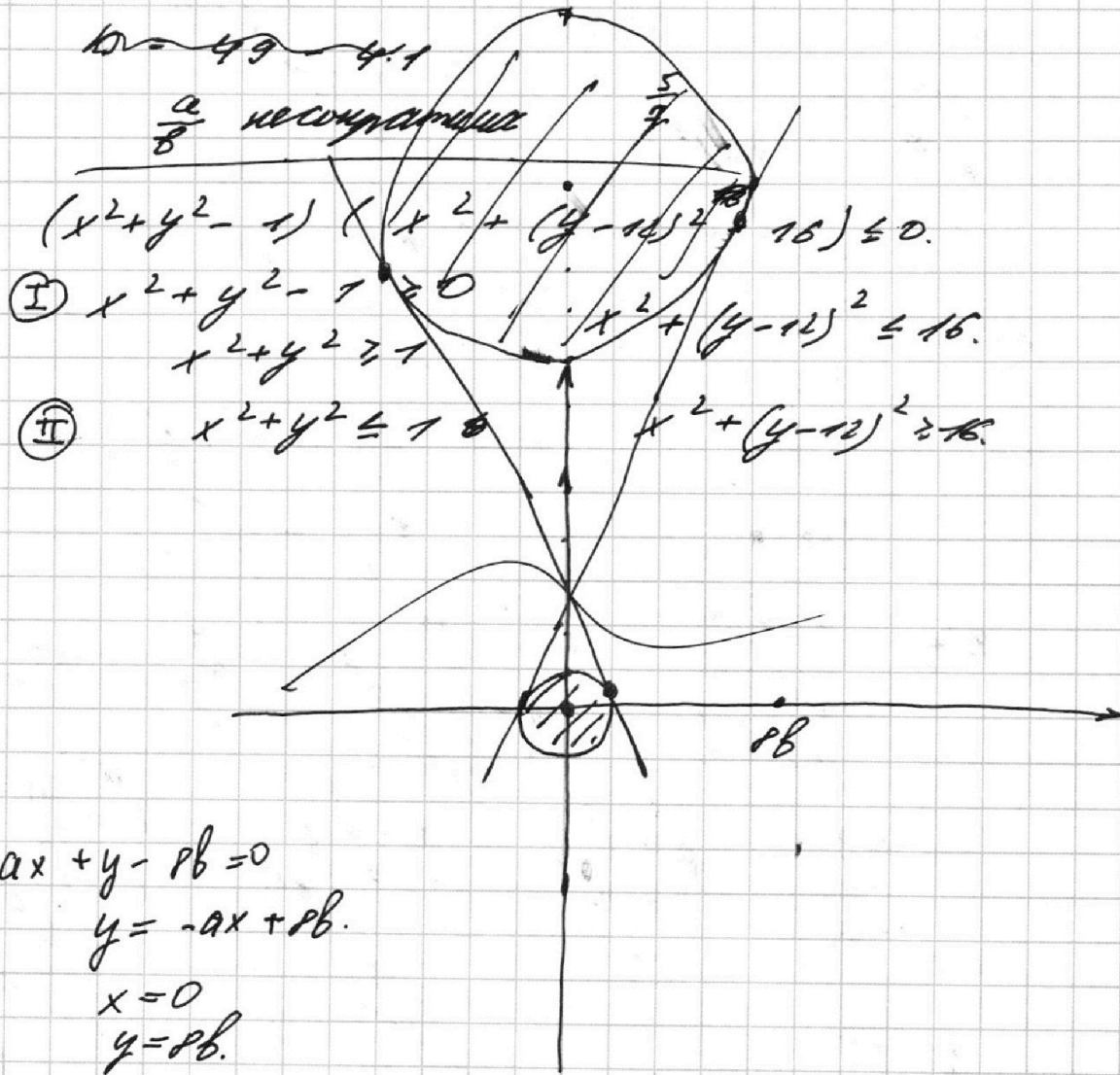
**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{a^2 - 7ab + b^2}{a+b} = \frac{(a+b)(a-b) - 7ab}{a+b} =$$

$$= 1 + \frac{a-b-7ab}{a+b}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{array}{r}
 124p \\
 \times 69 \\
 \hline
 + 414 \\
 + 69 \\
 \hline
 1104 \\
 + 144 \\
 \hline
 124p
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 AB &: 2^{15} \cdot 7^{11} \\
 BC &: 2^{12} \cdot 7^{10} \\
 AC &: 2^{23} \cdot 7^{39}
 \end{aligned}$$

$(abc)_{\min} - ?$

$2^n, n_{\min}$

$7^{39}$

$$\begin{aligned}
 7^{10} &= b \\
 a &= 7^9 \\
 c &= 7^{12}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 abc \cdot b & \\
 ac \cdot b^2 &= 2^{32} \\
 b^2 &= 2^9 \\
 b &= 2^4
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 c &= 7^{10} \\
 a &= 7 \\
 b &= 7
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 ab &= 2^{15} \cdot 7 \\
 bc &= 2^{12} \cdot 7 \\
 ac &= 2^{23} \cdot 7
 \end{aligned}$$

$$\frac{c}{a} = 2^2 \cdot \frac{f}{x}$$

$$\frac{a}{b} = 2^6 \cdot \frac{p}{f}$$

$(abc)_{\min}$

$$\begin{aligned}
 b &= 2^{21} \\
 a &= 2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 a &= 2 \\
 c &= 2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 a &= 2^{11} \\
 c &= 2^5 \\
 b &= 2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 a &= 2^9 \\
 b &= 2^{16} \\
 c &= 2^{14}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 a &= 2^7 \\
 b &= 2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 a &= 2^{10} \\
 b &= 2^5 \\
 c &= 2^{13}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 a &= 2^{11} \\
 b &= 2^5 \\
 c &= 2^{12}
 \end{aligned}$$

$$ac \cdot b^2 = 2^{32}$$

$$2^{28} \cdot 7^{39}$$

$$\begin{aligned}
 a &= 2^{12} \\
 b &= 2^8 \\
 c &= 2
 \end{aligned}$$

$$a \cdot bc \cdot c^2 = 2^{40}$$

$$\begin{aligned}
 ab \cdot c^2 &= 2^{40} \\
 c^2 &= 2^{25} \\
 c &= 2^{12}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 a &\leq 2^{11} \\
 b &\leq 2^4
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 a &= 2^{10} \\
 b &= 2^5 \\
 c &= 2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 a &= 2^{13} \\
 b &= 2^7 \\
 c &= 2^{10}
 \end{aligned}$$