



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 4



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^6 3^{13} 5^{11}$, bc делится на $2^{14} 3^{21} 5^{13}$, ac делится на $2^{16} 3^{25} 5^{28}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой AC в точке A , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке E , а катет BC – в точке F . Известно, что $AB \parallel EF$, $AB : BD = 1,4$. Найдите отношение площади треугольника ACD к площади треугольника CEF .
3. [4 балла] Решите уравнение $10 \arccos(\sin x) = 9\pi - 2x$.
4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} 5x + 6ay - b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 25)(x^2 + y^2 + 18y + 77) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_{11}^4 x - 6 \log_x 11 = \log_{x^3} \frac{1}{121} - 5, \quad \text{и} \quad \log_{11}^4 (0,5y) + \log_{0,5y} 11 = \log_{0,125y^3} (11^{-13}) - 5.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-15;90)$, $Q(2;90)$ и $R(17;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $6x_2 - 6x_1 + y_2 - y_1 = 48$.
7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 180, $SA = BC = 20$.
 - а) Найдите произведение длин медиан AA_1 , BB_1 и CC_1 .
 - б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 6$, а радиус сферы Ω равен 8.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N1

$$ab = k_1 \cdot 2^6$$

$$bc = k_2 \cdot 2^{14}$$

$$ac = k_3 \cdot 2^{16}$$

$$k \in \mathbb{Z}$$

перемножим

$$\Rightarrow (abc)^2 = k_1 k_2 k_3 \cdot 2^{36}$$

$$abc = \sqrt{k_1 k_2 k_3} \cdot 2^{18}$$

неизвестно, сколько 2 содержится

$$\sqrt{k_1 k_2 k_3}$$

в abc (или 18),

проведем анализ. (другими словами проверим
мин 2^{18} для 2 - 2^{18})

$$\text{мин для } 3 - \frac{13+21+25}{2} = 29,5$$

$$\text{мин для } 5 - \frac{11+13+21}{2} = 26$$

$$\text{из } ac = 2^{16} \cdot 3^{25} \cdot 5^{28} \Rightarrow \text{что мин для } 5 \text{ в } abc \text{ } 28:$$

$$a, b, c \in \mathbb{Z} \Rightarrow abc \in \mathbb{Z} \Rightarrow \text{мин для } 3 \in \mathbb{Z} \Rightarrow \text{мин для } 3 \text{ } 30$$

$$\text{получаем мин } abc = 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28}$$

$$\text{Пример: } a = 2^4 \cdot 3^8 \cdot 5^{14}; b = 2^2 \cdot 3^5 \cdot 5^0; c = 2^{12} \cdot 3^{17} \cdot 5^{14}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

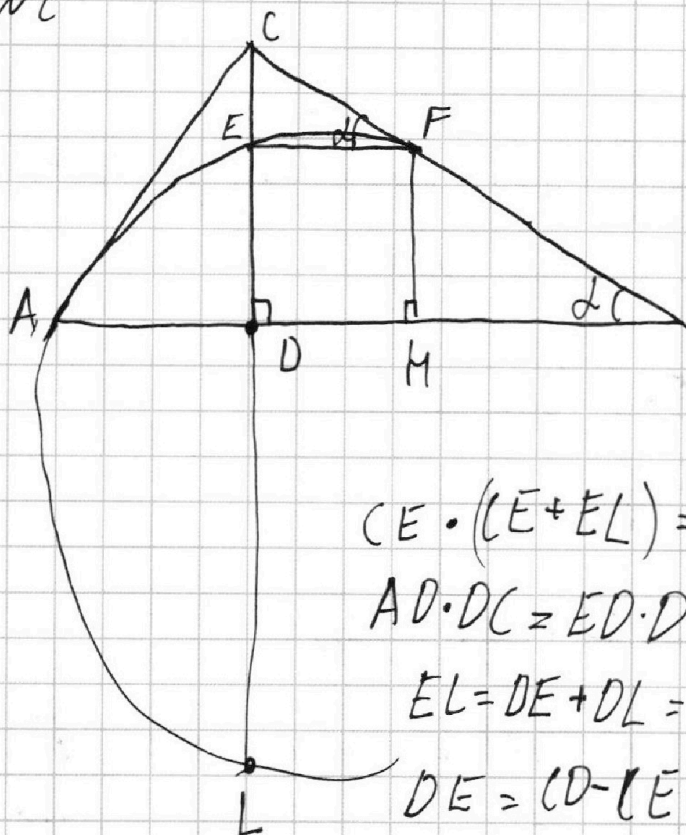
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N2



$$\frac{S_{ABC}}{S_{EFC}} = \left(\frac{CF}{AB}\right)^2, \text{ м.к.}$$

~~AB~~ ABC ~ EFC по

2-ым углом

$$CF = \frac{CE}{\sin \alpha}$$

$$CE \cdot (CE + EL) = AC^2 - \text{м.ма Окачилок.}$$

$$AD \cdot DC = ED \cdot DL \Rightarrow DL = \frac{AD \cdot DC}{ED} - \text{м.ма пересек. хорд}$$

$$EL = DE + DL = DE + \frac{AC \cdot DC}{ED}$$

$$DE = CD - CE; AC \cdot DC = AB \cdot CD$$

$$EL = (CD - CE) + \frac{AB \cdot CD}{CD - CE}$$

$$CD = AB \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$EL = AB \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha - CE + \frac{AB \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha}{AB \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha - CE}$$

$$CE \cdot \left(CE + AB \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha - \left(CE + \frac{AB \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha}{AB \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha - CE} \right) \right) = AC^2$$

$$CE \cdot AB \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \left(1 + \frac{1}{AB \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha - CE} \right) = AB^2 \cdot \sin^2 \alpha$$

$$CE \cdot \cos \alpha \left(1 + \frac{1}{AB \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha - CE} \right) = AB \cdot \sin \alpha \cdot \left(AB \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha - CE \right)$$

$$CE \cdot \cos \alpha \cdot AB \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha - CE^2 \cdot \cos \alpha + CE \cdot \cos \alpha - AB \cdot \sin^2 \alpha = 0$$

$$(CE^2 \cos \alpha - (AB \cdot \sin \alpha \cdot \cos^2 \alpha + \cos \alpha)) (CE + AB \cdot \sin \alpha) = 0$$

$$CE = AB^2 \cdot \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha + 2AB \cdot \sin \alpha \cdot \cos^2 \alpha + \cos^2 \alpha$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

~~$BD = CB \cdot \cos \alpha$~~

$$CB = AB \cdot \cos \alpha$$

$$BD = AB \cdot \cos^2 \alpha \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{BD}{AB} = \frac{5}{7}; \cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{7}}; \sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{7}};$$

$$\lg \alpha = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}, \text{ так как } \alpha \in (0; \frac{\pi}{2})$$

$$(E^2 - (AB \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha + 1)(E + AB \cdot \lg \alpha) = 0$$

$$CE^2 - (AB \cdot \frac{\sqrt{10}}{7} + 1)E + \frac{\sqrt{2}}{5}AB = 0$$

$$D = \frac{10}{49}AB^2 + \frac{2\sqrt{10}}{7}AB + 1 - \frac{4\sqrt{2}}{5}AB$$

~~выразив E через AB, а E через F, так как F =~~
 ~~$\frac{CE}{\sin \alpha} = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{2}}CE$ можно было бы выразить E через~~
~~CF и~~

~~AB, т.е. найти их отношения, т.е. найти~~

~~$$\frac{S_{ABC}}{S_{CEF}} = \left(\frac{AB}{CF}\right)^2 \text{ выразив F через AB, так как}$$~~

~~$$(F = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{2}}CE, AC = \frac{AB}{\sqrt{2}} \text{ можно было бы найти}$$~~

~~$$\frac{AC}{CF} \text{ и } \frac{AC}{CF} \frac{S_{CEF}}{S_{ACD}} = \left(\frac{CF}{AC}\right)^2$$~~

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



✓3

$$10 \sin(\sin x) = 9x - 2x \Rightarrow 9\pi - 2x \in [0; 10\pi]$$

$$10 \sin(\cos(\frac{\pi}{2} - x)) = 9\pi - 2x \quad 0 \leq 9\pi - 2x \leq 10\pi$$

$$1) \text{ для } \frac{\pi}{2} - x \leq 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$2\pi n - \frac{\pi}{2} \leq x \leq 2\pi n + \frac{\pi}{2}$$

$$10(\frac{\pi}{2} - x - 2\pi n) = 9\pi - 2x$$

$$5\pi - 10x - 20\pi n = 9\pi - 2x$$

$$8x = 20\pi n - 4\pi$$

$$x = 2,5\pi n - 0,5\pi$$

2) для

$$-0,5\pi \leq x \leq 4,5\pi$$

$$2\pi n + \frac{\pi}{2} \leq \frac{\pi}{2} - x \leq 2\pi n + \frac{3\pi}{2}$$

$$\frac{\pi}{2} + 2\pi n \leq x \leq \frac{3\pi}{2} + 2\pi n$$

$$10(x - \frac{\pi}{2} + 2\pi n) = 9\pi - 2x$$

$$10x - 5\pi + 20\pi n = 9\pi - 2x$$

$$12x = 20\pi n + 14\pi$$

$$x = \frac{5}{3}\pi n + \frac{7}{6}\pi$$

Найдем корни на данных промежутках:

$$x = -0,5\pi; x = 2\pi; x = 4,5\pi \quad x \in [2\pi n - \frac{\pi}{2}; 2\pi n + \frac{\pi}{2}]$$

$$x = -0,5\pi; x = \frac{17}{6}\pi; x = \frac{7}{2}\pi \quad x \in [2\pi n + \frac{\pi}{2}; 2\pi n + \frac{3\pi}{2}]$$

$$x = \frac{7}{6}\pi$$

подходящие корни:

$$x = -0,5\pi; 2\pi; 4,5\pi$$

$$x = \frac{7}{6}\pi; \frac{17}{6}\pi$$

Ответ: $-\frac{1}{2}\pi; \frac{7}{6}\pi; \frac{17}{6}\pi; 2\pi; 4,5\pi$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

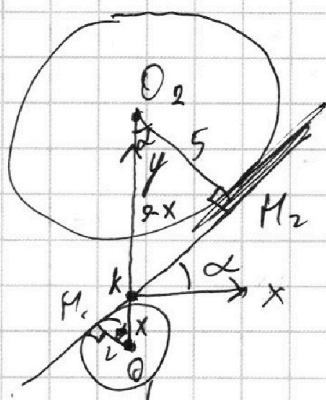
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

на отрезке от начал. с не будут пересекать
друг друга.

Крайние вида $y = k_2 x + c$ ^{по накл. в 2-ой обл.} будут всегда
пересекать обе окр. в 1-ой и 2-ой, как показано
на графике. получаются "разрешенные" к-ты,
то $\begin{cases} k_2 > k \\ k_2 < -k \end{cases}$, а запрещенные $-k \leq k_2 \leq k$

найдем k - к-ты общей касательной.



$$O_1 M_2 k \cap O_1 M_1 k$$

$$O_1 k = x; O_2 k = 9 - x$$

$$\cos \alpha = \frac{5}{9-x} = \frac{2}{x}$$

$$5x = 18 - 2x$$

$$7x = 18 \Rightarrow x = \frac{18}{7}$$

$$\cos \alpha = \frac{5}{9 - \frac{18}{7}} = \frac{35}{95} = \frac{7}{19} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{4\sqrt{2}}{9}$$

получаем: $-\frac{4\sqrt{2}}{7} \leq \frac{5}{6\alpha} \leq \frac{4\sqrt{2}}{7}$ $k = \tan \alpha = \frac{4\sqrt{2}}{7}$

получаем: $\begin{cases} \frac{4\sqrt{2}}{7} \geq \frac{5}{6\alpha} \\ \frac{5}{6\alpha} \geq -\frac{4\sqrt{2}}{7} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6\alpha \leq \frac{5}{\frac{4\sqrt{2}}{7}} \\ 6\alpha \geq -\frac{5}{\frac{4\sqrt{2}}{7}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha < \frac{37}{24\sqrt{2}} \\ \alpha > -\frac{37}{24\sqrt{2}} \end{cases}$ ^{max $\alpha = 0$ по условию}

Ответ: $\left(-\frac{37}{24\sqrt{2}}, \frac{37}{24\sqrt{2}}\right)$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

✓✓

$$\begin{cases} 5x + 6y - b = 0 \\ 2x + 3y - b = 0 \end{cases}$$

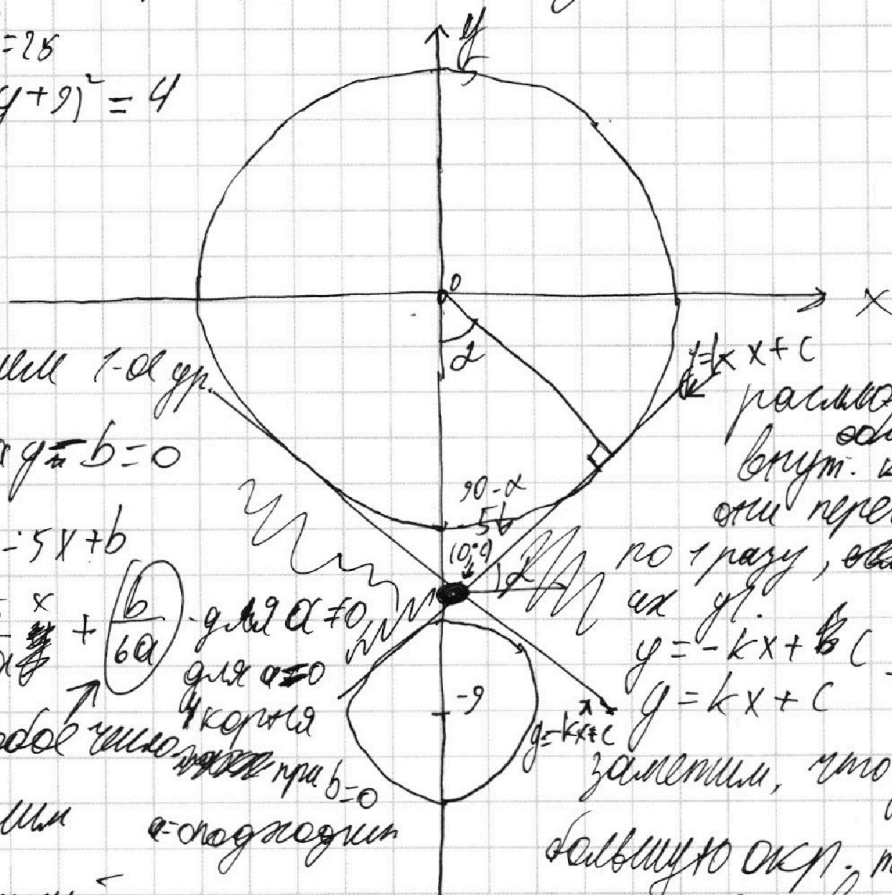
$$\begin{cases} 5x + 6y - 6 = 0 \\ (x^2 + y^2 - 15)(x^2 + y^2 + 18y + 77) = 0 \end{cases}$$

ровно тем врем

а для ком. находится 6

Нанесем график кинем. уг. этого звена:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ x^2 + (y+9)^2 = 4 \end{cases}$$



перемешивать 1-ю гр.

$$5x + 6ay - b = 0$$

$$60x y = -5x + 6$$

$$y = -\frac{5x}{6a} + \frac{6}{6a}$$

модель чина.

определим

документный

$$\begin{array}{r} 5 \\ - 5 \\ \hline 60 \end{array}$$

раскормили
внут. ^{содерж.} ~~каменными~~
они перестали охр. му

по 1 разу, 2 раза, 3 раза
и т.д.

$$y = -kx + b \quad \text{--- wellenparameter}$$

заметим, что убывающая

заметим, что убавляя с

Самую окр. теперь кал-я.

перескачет 69-ую местой,

Охитного ни в одном.

Очевидно, как бы мы не ^{изменили} ~~было бы~~

Может быть с калиткой

окр^т Δ Δ Δ 2-й раз в числе. ~~не~~ Δ Δ Δ

Как же очевидно, что прямые, находящиеся в
зав. отношении вида $y = k_1 x + c$ как же независимо от

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

~5

$$1) \log_{11}^4(x) - 6 \log_x(11) = \log_{x^3(11)} - 5$$

$$2) \log_{11}^4(0,5y) + \log_{0,5y}(11) = \log_{0,125y^3(11^{-13})} - 5$$

пусть 1)

$$\log_{11}^4(x) - \frac{6}{\log_{11}(x)} - \frac{1}{\log_{11}(x^{-35})} + 5 = 0$$

$$\log_{11}^4(x) - \frac{6}{\log_{11}(x)} + \frac{1}{1,5 \log_{11}(x)} + 5 = 0$$

$$\log_{11} x = t$$

$$t^4 - \frac{6}{t} + \frac{2}{3t} + 5 = 0 \quad | \cdot t, m.k$$

$$t^5 + 5t - \frac{16}{3} = 0$$

пусть 2)

$$\log_{11}^4(0,5y) + \frac{1}{\log_{11}(0,5y)} + \frac{13}{8 \log_{11}(0,5y)} + 5 = 0$$

$$g = \log_{11}(0,5y)$$

$$g^4 + \frac{1}{g} + \frac{13}{8g} + 5 = 0 \quad | \cdot g \neq 0 - 10 \text{ @ } A3$$

$$g^5 + 5g + \frac{21}{8} = 0$$

$$g + t = ?$$

$$\log_{11} x + \log_{11} 0,5y = \log_{11}(xy) = g + t$$

$$0,5xy = 11$$

$$xy = 2 \cdot 11 \quad (g + t)$$

0.43:

$$\begin{cases} x > 0 \\ x \neq 1 \\ x^3 \neq 1 \\ 0,5y > 0 \\ 0,5y \neq 1 \\ 0,125y^3 \neq 1 \\ 0,125y^3 > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > 0 \\ x \neq 1 \\ y \neq 2 \\ y > 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} t &\neq 0, m.k \\ \log_{11} x &\neq 0 \\ m.k x &\neq 1 \end{aligned}$$

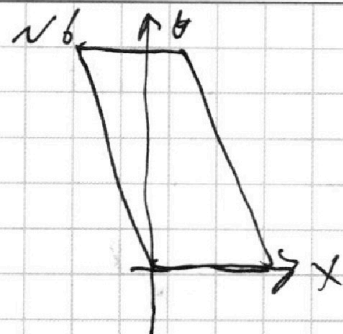
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



пусть точка $A(x_1, y_1)$ дана, найдем
параллельные точки B

$$6(x_2 - x_1) + y_2 - y_1 = 48$$

$$y_2 = -6(x_2 - x_1) + 48 + y_1, \text{ — прямая}$$

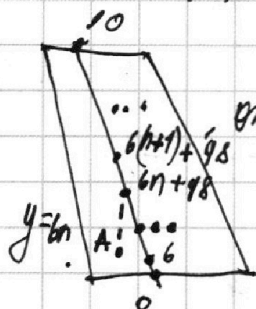
имеет наклон 6 и проходит через точку.

$$(x_1; y_1 + 48)$$

какая-то точка параллельно
парал

на такой такой прямой будет ~~или~~ 16, 15 или
0 точек. 16, или ~~или~~ $A \in y = 6n; n \in \mathbb{Z}$

это можно показать



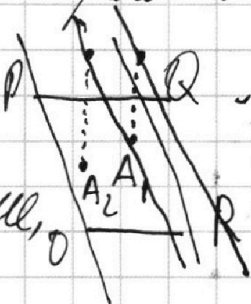
отметим жирным точки (целоч. координатами)
и их y координата их всего $\frac{90}{6} + 1 = 16$

для $y = 6n + k; k \in \{1; 2; 3; 4; 5\}$ точек всего 15.

это так же можно показать.

о этих точках у которых прямая $\perp$ не проходит
параллельнограмм, т.е.

Найдем, где есть такие,
как A_1 .



видно, что у A_2
есть удобств.
ум. точки
в параллело-
грамме, $\odot y A_1$ не

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☒ ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Q (2; 10)

$A_3(2; 10-48)$ $A_3(2; 42)$ и лежащие на прямой

$y = -6(x-2) + 42$ точки очевидно имеют множество
подлежащих B,

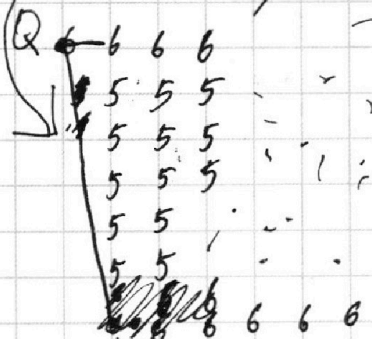
но точки справа
(вверху)

от $y = -6(x-2) + 42$

уже не будут иметь подлежащих B

пусть все точки - как-то подлежащих B, тогда

нам парамногочлен будет выглядеть так:



Из этого видно
сделано 20 рядов
можно увидеть,
что мы имеем
16 рядов по 6, 4
ряды по 5, 10-10
6-каши и

получаем
всего:
 $16 \cdot 6 +$
 $+ 15 \cdot 74 \cdot 9 =$
 $= 10950$
пар.

Ответ: 10950



$10-16=74$ ряда
по 5, 4
9 с 10 5-каши,
н.к. границы
не целые

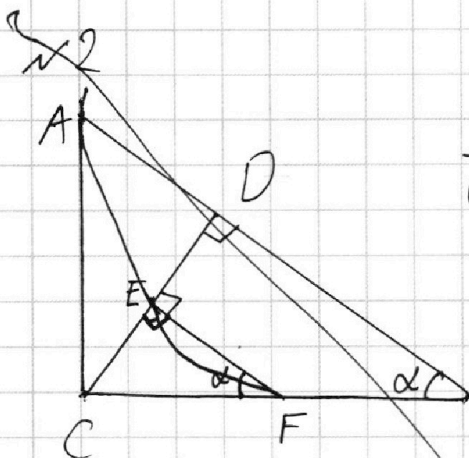
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☒	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{AB}{BD} = 1,4$$

$$EF \parallel BD, \angle EFC = \angle BDC = \alpha$$

найдём $\sin \alpha, \cos \alpha, \lg \alpha$

$$BD = CB \cdot \cos \alpha$$

$$CB = AB \cdot \cos \alpha$$

$$BD = AB \cdot \cos^2 \alpha \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{BD}{AB} = \frac{5}{7}$$

$$\Rightarrow \cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{7}}; \sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{7}}; \lg \alpha = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}, \text{ м.к. } \alpha \in (0; \frac{\pi}{2})$$

$$\triangle EFC \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{S_{ABC}}{S_{ECF}} = \frac{CF^2}{AB^2}$$

$$AC^2 = CE \cdot CD \text{ - м-т } \angle C = 90^\circ$$

$$CE = CF \cdot \sin \alpha \Rightarrow CF = \frac{CE}{\sin \alpha} = \frac{AC^2}{CD \cdot \sin \alpha}$$

$$AC = AB \cdot \sin \alpha$$

$$CD = CB \cdot \sin \alpha; CB = AB \cdot \cos \alpha \Rightarrow CD = AB \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$CF = \frac{AC^2}{CD \cdot \sin \alpha} = \frac{AB^2 \cdot \sin^2 \alpha}{AB \cdot \sin^2 \alpha \cdot \cos \alpha} = \frac{AB}{\cos \alpha}$$

$$AC^2 \cdot \cos \alpha \cdot \sin \alpha = AB \cdot CH$$

$$CH =$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

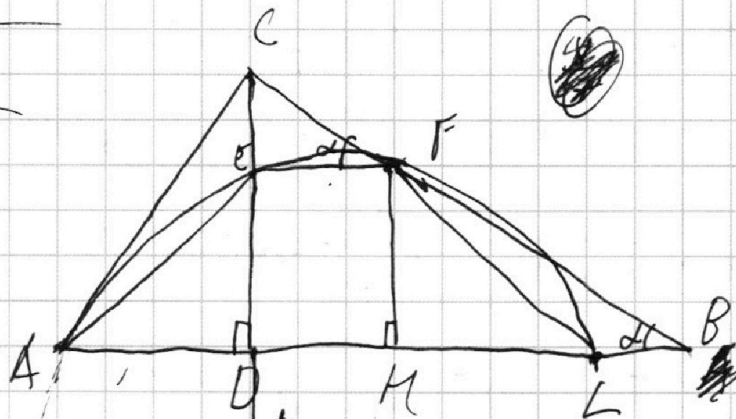
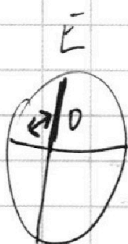
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

	2	3	5
a	4	8	18
b	2	5	0
c	12	17	14
	18	30	28



$$AC^2 = CE \cdot CD = CF \cdot CL$$

$$AC^2 = CE \cdot CD \Rightarrow CE = \frac{AC^2}{CD}$$

$$\frac{CE}{\cos \angle C} = CF = \frac{AC^2}{CD \cos \angle C}$$

$$\frac{CE}{CB} = \frac{AC^2}{CB \cdot CD}$$

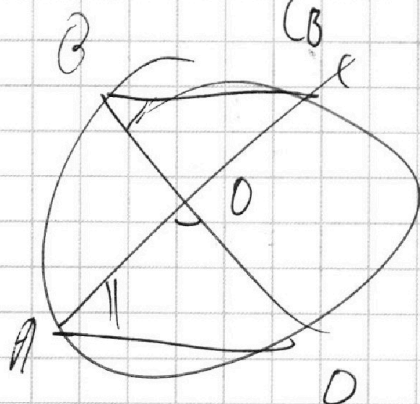
$$\frac{CE}{CB} = \frac{AC^2}{CB \cdot CD}$$

$$\frac{CE}{CB}$$

$$CD = CB \cdot \sin \angle C$$

$$AC = CB \cdot \sin \angle C$$

$$AC^2 = ED \cdot$$



$$\frac{OC}{OD} = \frac{OB}{AO} \quad OC \cdot AO$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

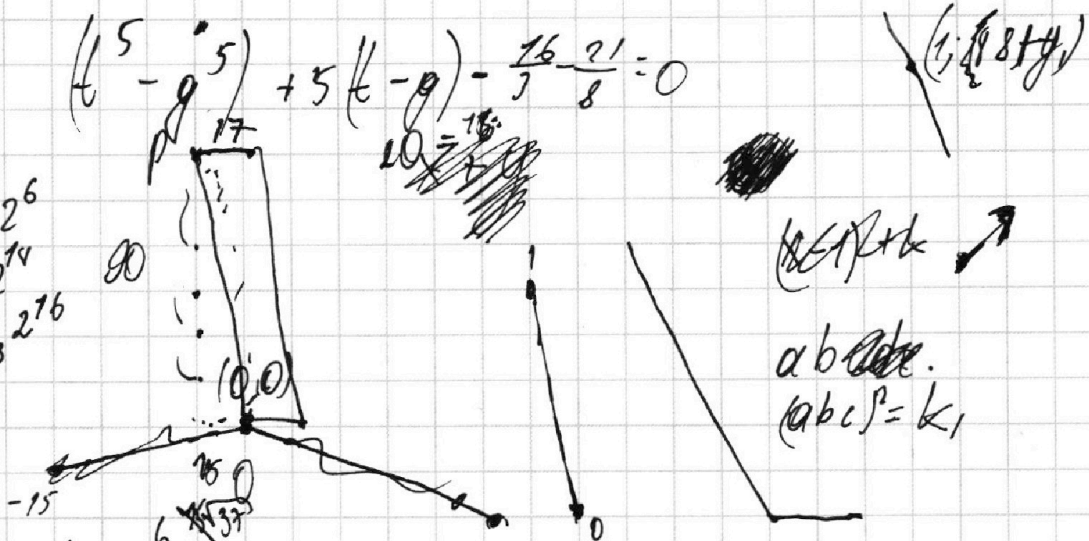
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$ab = k_2 2^6$$

$$bc = k_2 2^{14}$$

$$ac = k_3 2^{16}$$



$$(x_2 - x_1)6 + (y_2 - y_1) = 18$$

$$6x_2 + y_2 = 18$$

$$y_2 = 18 - 6x_2$$

$$(0; 0) \rightarrow 16$$

$$(0; 1) \rightarrow 17$$

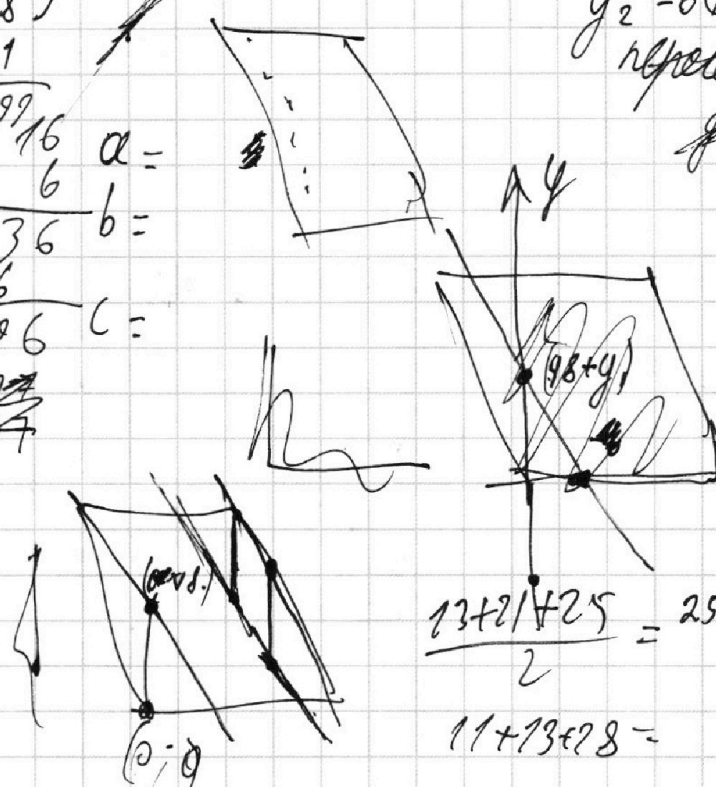
$$(1; 0) \rightarrow 18$$

$$\begin{array}{r} 27 \\ 37 \\ 189 \\ \hline 199 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ 6 \\ \hline 22 \\ 37 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 36 \\ 6 \\ \hline 42 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 96 \\ 27 \\ \hline 123 \end{array}$$



$$x = 0 \text{ при } x_2 = 0$$

$$16 \cdot 60 + 30 \cdot 37 \cdot 8 =$$

$$= 10 \cdot (16 \cdot 6 + 27 \cdot 37)$$

$$= 10 \cdot (96 + 999) =$$

$$= 10950$$

$$\frac{13+21+25}{2} = 25+34 = 59$$

$$11+13+28 =$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$10 \arccos(\cos(\frac{\pi}{2} - x))$$

$$\frac{\pi}{2} - x \in [0; \pi]$$

$$10(\frac{\pi}{2} - x) = 9\pi - 2x \quad \frac{\pi}{2} - x \in [0; \pi]$$

$$5\pi - 10x = 9\pi - 2x \quad \frac{\pi}{2} - x \in [0; \pi]$$

$$10(\frac{\pi}{2} - x - 2\pi n) = 9\pi - 2x$$

$$5\pi - 10x - 20\pi n = 9\pi - 2x$$

$$8x = -20\pi n - 4\pi$$

$$\log_2 4 = \log_2 10 \cdot \arccos(-1) = 9\pi + \pi$$

$$x = 2,5\pi n - 0,5\pi$$

$$2\pi n \leq x \leq 2\pi n + \pi$$

$$2\pi n - \frac{\pi}{2} \leq -x \leq 2\pi n + \frac{\pi}{2}$$

$$2\pi n - \frac{\pi}{2} \leq x \leq 2\pi n + \frac{\pi}{2}$$

$$x =$$

$$\log_a b = \frac{\log b}{\log a}$$

$$\frac{10}{6}n + \frac{7}{6}$$

$$6a < \frac{5 \cdot 7}{1\sqrt{2}}$$

$$a < \frac{37}{21\sqrt{2}}$$

$$x \cdot y = 8 + (p + t)$$

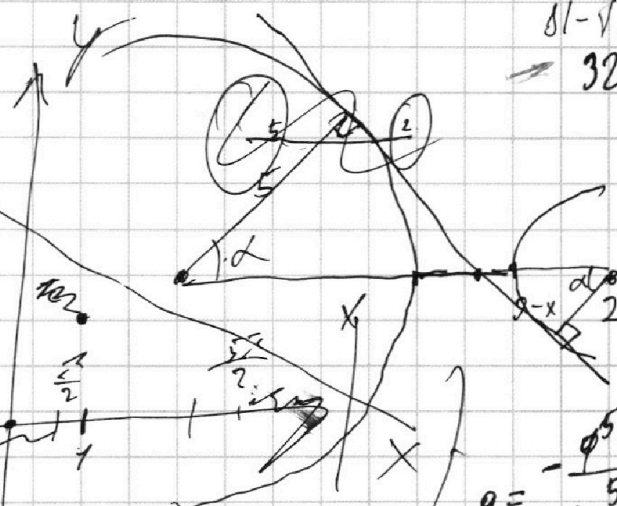
$$6ay = -5x + b$$

$$y = -\frac{5}{6a}x + \frac{b}{6a}$$

$$g + t = ?$$

$$\log_{11} 0,5xy = g + t$$

$$0,5xy = 11^{g+t}$$



$$81 - 49 = 32$$

$$g = \frac{5 + \frac{21}{8}}{5}$$

$$t = \frac{16 - 15}{3 \cdot 5}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$a = 2^{\alpha_2} 3^{\alpha_3} 5^{\alpha_5}$
 $a_2 + b_2 = 6$
 $a_3 + b_3 = 13$
 $a_5 + b_5 = 11$

$ab \cdot bc \cdot ac = a^2 \cdot b^2 \cdot c^2 \cdot \text{мм} = 2^{36} \cdot 3^{52} \cdot 5^{29,5}$
 $6+14+16=36$
 $13+21+25=86+13=99$
 $11+13+28=24+28=52$

$a = 2^3 \cdot 3^7 \cdot 5^6$
 $b = 2^3 \cdot 3^6 \cdot 5^5$
 $c = 2^{12} \cdot 3^{17} \cdot 5^{15}$

$ab = 5^{14} \cdot 3^{13} \cdot 2^6$; $bc = 5^{14} \cdot 3^{21} \cdot 2^{14}$; $ac = 5^{28} \cdot 3^{28} \cdot 2^{46}$

$\sqrt{2} \cdot 2 = 7 + b$
 $\frac{S_{ACD}}{S_{CEF}} = \frac{(EF)^2}{(CD)^2} = \frac{2BD \cdot AB}{BD \cdot \lg \angle A}$

$S_{ACD} = AB \cdot CD$
 $\frac{AB}{BD} = 1,4$
 $LH = AD$

$\frac{a_c}{a} = \frac{a}{c} = \frac{h}{b}$
 $a^2 = a_c \cdot c$
 $a_c = a \cdot \sin \alpha$
 $a = c \cdot \cos \alpha$
 $a_c = a \cdot \cos^2 \alpha$
 $a = c \cdot \cos^2 \alpha$
 $\frac{5}{7} = \frac{a_c}{c} = \cos^2 \alpha$
 $\cos \alpha = \sqrt{\frac{5}{7}}$; $\sin \alpha = \sqrt{\frac{2}{7}}$

$EF = AB - 2AH$
 $EF = 2BD - AB$
 $CD = BD \cdot \frac{5}{7}$