

c=

$$a+b+c \geq 38$$

$$a+b \geq 14$$

$$b+c \geq 18$$

$$a+c \geq 43$$

$$c=11 \quad b=4$$

$$b-a=7$$

6=2



$$\begin{array}{r} 14 \\ +18 \\ \hline 32 \\ +43 \\ \hline 75 \\ +12 \\ \hline 38 \end{array}$$

МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



11 КЛАСС. Вариант 2

$$\begin{array}{l} a+b=4 \\ b+c=13 \\ a+c=14 \end{array}$$

$$2^{17}$$

$$\begin{array}{r} 20 \\ +14 \\ \hline 34 \\ +17 \\ \hline 51 \\ -43 \\ \hline 18 \end{array}$$

$$a+b+c \geq 22$$

$$\begin{array}{l} a+b \geq 11 \\ b+c \geq 15 \\ a+c \geq 17 \end{array}$$

- $a+b+c = 14$ 1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^{13}3^{11}5^{14}$, bc делится на $2^{13}3^{15}5^{18}$, ac делится на $2^{14}3^{17}5^{43}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .

c=10

a=4

b=3

+13

2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой AC в точке A , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке E , а катет BC – в точке F . Известно, что $AB \parallel EF$, $AB : BD = 1,3$. Найдите отношение площади треугольника ACD к площади треугольника CEF .

$$\begin{array}{r} 14 \\ +18 \\ \hline 32 \\ +43 \\ \hline 75 \\ -43 \\ \hline 32 \end{array}$$

3. [4 балла] Решите уравнение $5 \arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x$.

$$\begin{array}{r} 14 \\ +18 \\ \hline 32 \\ +43 \\ \hline 75 \\ -43 \\ \hline 32 \end{array}$$

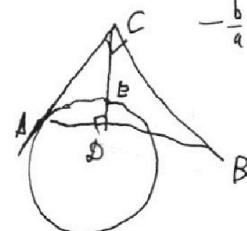
4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} x + 3ay - 7b = 0, \\ (x^2 + 14x + y^2 + 45)(x^2 + y^2 - 9) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

$$\begin{array}{r} 14 \\ +14 \\ \hline 28 \\ \times 5 \\ \hline 140 \\ -140 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$-\frac{b}{a} \leq \frac{1}{7} \sqrt{14a+11}$$



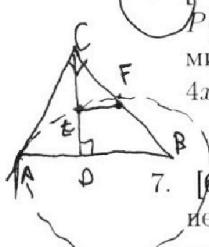
5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_7^4(6x) - 2 \log_{6x} 7 = \log_{36x^2} 343 - 4, \quad \text{и} \quad \log_7^4 y + 6 \log_y 7 = \log_{y^2} (7^5) - 4.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-17;68)$, $Q(2;68)$ и $R(19;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно на границе) и таких, что $4x_2 - 4x_1 + y_2 - y_1 = 40$.

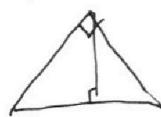
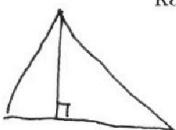
$$5+11$$



7. [6 баллов] Данна треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1, BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 60, $SA = BC = 10$.

a) Найдите произведение длин медиан AA_1, BB_1 и CC_1 .

б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 3$, а радиус сферы Ω равен 4.



$$\begin{array}{r} 6 \\ -4 \\ 8 \\ +17 \\ \hline 14 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ -4 \\ 0 \\ +13 \\ \hline 13 \end{array}$$

© МФТИ, 2023

$$03 \cdot 13$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

Черновик

$$\begin{aligned} ab &= 2^4 \cdot 3^{11} \cdot 5^{14} \\ bc &= 2^{13} \cdot 3^{15} \cdot 5^{18} \Rightarrow ab \cdot bc \cdot ac = 2^4 \cdot 3^{11} \cdot 5^{14} \cdot 2^{13} \cdot 3^{15} \cdot 5^{18} \cdot 2^{14} \cdot 3^{17} \cdot 5^{43} \Rightarrow \\ ac &= 2^{14} \cdot 3^{14} \cdot 5^{43} \\ (abc)^2 &= 2^{34} \cdot 3^{43} \cdot 5^{75} \Rightarrow (\text{н.к. } 16 \cdot 2 < 34; 21 \cdot 2 < 43; 37 \cdot 2 < 75) \\ abc &= 2^{17} \cdot 3^{22} \cdot 5^{38} \end{aligned}$$

Проверка приведён пример, когда $abc = 2^{17} \cdot 3^{22} \cdot 5^{43}$

$$a = 2^4 \cdot 3^7 \cdot 5^{22}$$

$$b = 2^3 \cdot 3^4 \cdot \cancel{5}$$

$$c = 2^{10} \cdot 3^{11} \cdot 5^{21}$$

$$ab = 2^7 \cdot 3^{11} \cdot 5^{22} = 2^7 \cdot 3^{11} \cdot 5^{14}$$

$$bc = 2^{13} \cdot 3^{15} \cdot 5^{21} = 2^{13} \cdot 3^{15} \cdot 5^{18}$$

$$ac = 2^{14} \cdot 3^{18} \cdot 5^{43} = 2^{14} \cdot 3^{17} \cdot 5^{43}$$

С другой стороны получаем, $abc = 2^{17} \cdot 3^{22} \cdot 5^{43}$.

Проверку? Проверку из (*) следующим способом вычисления δabc
8 двойки ≥ 17 , степень вхождения троек ≥ 22 .

А степень вхождения пятерок ≥ 43 , т.к. по условию $ac \geq 5^{43}$.

Проверку $abc = 2^{17} \cdot 3^{22} \cdot 5^{43} \Rightarrow abc \geq 2^{17} \cdot 3^{22} \cdot 5^{43}$.

Ответ: $2^{17} \cdot 3^{22} \cdot 5^{43}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

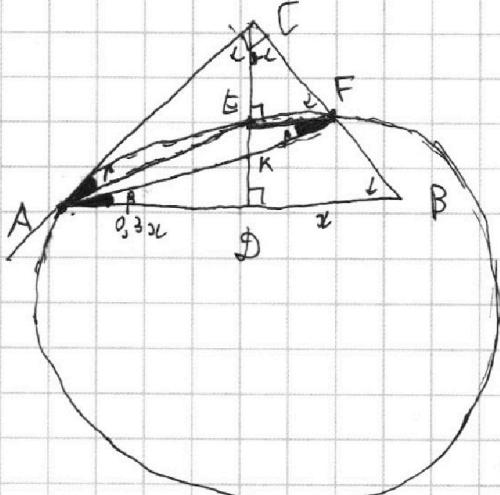
Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Mar 1 1931 no new



$$\text{Jlyons, } BD = x, \text{ mrgn, } AB = 1, 3x \Rightarrow AD =$$

$$13x - x = 0,32$$

$$EF \parallel AB \Rightarrow EF \perp CD \quad (\text{as } AB \perp CD)$$

$\sqrt{t_m}$ AC - númerone, $\angle C A E = \angle E F A$.

Types. $W = AF \cap ED$.

$$\angle GFA = \angle FAB \text{ (m.m.) } GF \parallel AB -$$

huperzine teratogen)

$$\text{By using } \angle CAB = \beta \Rightarrow \angle FAB = \angle AFE$$

$\int_{\text{Ty}_{\text{unif}}(2)} \lambda \text{ICD} = 2$

$\angle BCB = g_0 - x$. $\text{Ug } \triangle CDB \angle CDB = g_0 - (g_0 - x) = x$. $\text{Ji } \angle ACB \text{ nyugt. } \triangle C \text{ hármas}$:

$$CD^2 = AD \cdot BD = 93x^2; \quad CD = x\sqrt{93} \quad \text{Iw on Stopyrny gie A D C.}$$

$$AC = \sqrt{0,09x^2 + 0,39x^2} = \sqrt{0,48x^2} \quad ; \quad AC = x\sqrt{0,48}$$

$$\text{Узмем трапецию } \text{abc}d: \quad BC = \sqrt{c_3^2 + c_4^2 - x^2} = \sqrt{13x^2}, \quad BC = x\sqrt{13}$$

$\triangle ACE \sim \triangle BCF$ (no 2- α you can: $\angle ACF = \angle ABC = \beta$; $\angle CAB = \angle BAF = \alpha$) \Rightarrow

$$\frac{AC}{AB} = \frac{CE}{BF} \quad : \quad \frac{CE}{BF} = \frac{\sqrt{9.39}}{1.32} \quad : \quad \boxed{\frac{CE}{BF} = \frac{\sqrt{9.39}}{1.3}} \quad (\star)$$

$$\triangle CEF \sim \triangle CDB \quad (\text{case } EF \parallel BD) \Rightarrow$$

$$\frac{CE}{CD} = \frac{CF}{BC} ; \quad \frac{CE}{x\sqrt{13}} = \frac{x\sqrt{13} - BF}{x\sqrt{13}} ; \quad \frac{CE}{\sqrt{13}} = \frac{x\sqrt{13} - BF}{\sqrt{13}}$$

$$CE \cdot \sqrt{13} = x \sqrt{13} \cdot \sqrt{93} - BF \cdot \sqrt{93} \quad , \quad \text{u3} (\star) : \quad BF = \frac{\sqrt{93}}{\sqrt{13}}$$

$$CE \cdot \sqrt{13} = x\sqrt{13} \cdot \sqrt{93} - \frac{CE \cdot 13 \cdot \sqrt{93}}{\sqrt{93}} \quad ; \quad CE \cdot \sqrt{93} \cdot \sqrt{13} = x\sqrt{13} \cdot \sqrt{93} - CE \cdot 13 \cdot \frac{\sqrt{93}}{\sqrt{93}}$$

$$\text{CE} \cdot \sqrt{g_{33}} = x \sqrt{g_{33}} - \underbrace{\text{CE} \cdot \sqrt{g_{33}} \cdot \sqrt{g_{33}}}_{\text{CE}} \quad ; \quad \text{CE} \cdot \sqrt{g_{33}} = x - \text{CE}$$

$$CE \cdot V_{g3} \cdot V_{f3}$$

$$\frac{S_{ACO}}{S_{VFP}} = k^2$$

$$\frac{ACD}{CE} = \left(\frac{0,324 + 2\sqrt{1,3}}{x} \right)^2 = \left(0,3 + 2\sqrt{1,3} \right)^2 = \frac{\left(AB \right)^2}{CE},$$

$0,09 \cdot 4 \cdot 1,3 = 0,36 \cdot 1,3 = 0,468.$

Chubun: 0.468.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

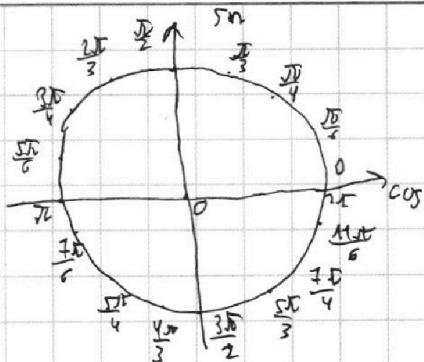
Мин. 1 из 1 по
реш.

$$5 \arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x$$

$$\arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5}$$

$$\cos\left(\frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5}\right) = \sin x$$

$$\cos\left(\frac{3\pi}{10}\right) \cdot \cos\left(\frac{x}{5}\right) - \sin\left(\frac{3\pi}{10}\right) \cdot \sin\left(\frac{x}{5}\right) = \sin x$$



$$\sin(3x) = 3 \sin(x) \cos^2(x) - \sin^3(x) \quad \cos(3x) = \cos^3(x) - 3 \sin^2(x) \cdot \cos(x)$$

$$\sin(3x) \sin(5x) = \sin(3x+2x) = \sin(3x) \cdot \cos(2x) + \cos(3x) \cdot \sin(2x) =$$

$$(3 \sin(x) \cos^2(x) - \sin^3(x)) (\cos^2(x) - \sin^2(x)) + (\cos^3(x) - 3 \sin^2(x) \cdot \cos(x)) \cdot 2 \sin(2x) =$$

$$= \boxed{3 \sin(x) \cos^4(x)} - \sin^3(x) \cdot \cos^2(x) - 3 \sin^3(x) \cdot \cos^2(x) + \boxed{\sin^5(x)}$$

$$+ 2 \sin(x) \cdot \cos^4(x) - 6 \sin^3(x) \cos^2(x) = \sin(x) \cdot \cos^4(x) + \sin^5(x) - 10 \sin^3(x) \cdot \cos^2(x) =$$

$$\sin(x) (1 - \sin^2(x))^2 + \sin^5(x) - 10 \sin^3(x) (1 - \sin^2(x)) =$$

$$\sin(x) (1 + \sin^4(x) - 2 \sin^2(x)) + \sin^5(x) - 10 \sin^3(x) + 10 \sin^5(x) =$$

$$\sin(x) + \sin^5(x) - 10 \sin^3(x) + \underline{11 \sin^5(x)} - 10 \sin^3(x) =$$

$$16 \sin^5(x) - 20 \sin^3(x) + 5 \sin(x)$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ.

множ 1/2 по лей
3

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} x+3ay = 1 \\ x+3ay - 7b = 0 \end{cases} \quad (1)$$

$$(x^2 + 14x + y^2 + 45)(x^2 + y^2 - 9) = 0 \quad (2)$$

1-е уравнение однозначно задает x через y : $x = 7b - 3ay \Rightarrow$ чтобы склоняло искать
4 решения, 2-е уравнение склоняло искать 4 решения, а это равносильно:

$$\begin{cases} x^2 + 14x + y^2 + 45 = 0 & (I) \\ x^2 + y^2 - 9 = 0 & (II) \end{cases} \Rightarrow (I) \text{ и } (II) \text{ дают искать 2 корня, и эти же } 4 \text{ корня дают 4 решения.}$$

$$(I) : x^2 + 14x + y^2 + 45 = 0$$

$$D = 196 - 4y^2 - 180 = 16 - 4y^2$$

$$x_{1,2} = \frac{-14 \pm 2\sqrt{4-y^2}}{2}$$

$$\begin{aligned} 16 - 4y^2 > 0 \\ 4 - y^2 > 0 \\ y^2 < 4 ; \end{aligned}$$

$$-2 < y < 2$$

$$x_{1,2} = -4 \pm \sqrt{4-y^2}$$

$$(II) : x^2 + y^2 - 9 = 0$$

$$\begin{aligned} x^2 &= 9 - y^2 \\ x &= \pm \sqrt{9-y^2} \end{aligned}$$

Собирание корней:

$$-3 < y < 3$$

$$-7 - \sqrt{4-y^2} \neq \sqrt{9-y^2}$$

$$-7 + \sqrt{4-y^2} + \sqrt{9-y^2} \neq 0 \quad \text{- верна верна.}$$

$$-7 + \sqrt{4-y^2} \neq -\sqrt{9-y^2}$$

$$\sqrt{9-y^2} \neq 7 + \sqrt{4-y^2}$$

$$9-y^2 \neq 49 + 4-y^2 + 14\sqrt{4-y^2}$$

$$\sqrt{4-y^2} \neq 7 + \sqrt{9-y^2}$$

$$4-y^2 \neq 49 + 9-y^2 - 14\sqrt{9-y^2}$$

$$14\sqrt{9-y^2} \neq 62$$

$$\sqrt{9-y^2} \neq \frac{31}{4}$$

$$9-y^2 \neq \frac{961}{16} ; y^2 \neq \frac{9}{16} < 0 \Rightarrow \text{верна верна}$$

$$-7 + \sqrt{4-y^2} \neq \sqrt{9-y^2}$$

$$\sqrt{4-y^2} \neq \sqrt{9-y^2} + 7$$

$$4-y^2 \neq 9-y^2 + 49 + 14\sqrt{9-y^2}$$

$$54 + 14\sqrt{9-y^2} \neq 0 \quad \text{- верна верна}$$

Значит если у нас получатся
4 корня, то эти даются
4 решениями корней.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

личн 2/3 по линейке

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Наше, у нас

$$\begin{cases} -2 \leq y \leq 2 \\ -3 \leq y \leq 3 \end{cases} \Rightarrow$$

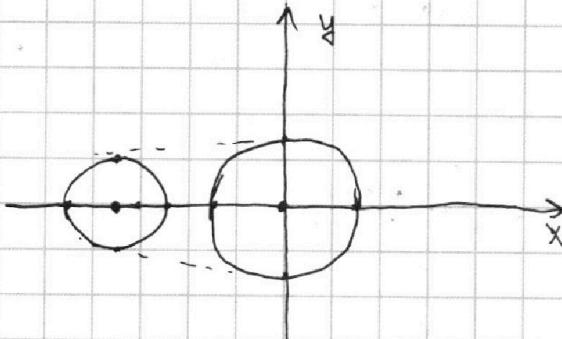
$$-3 \leq y \leq 2$$

1-е уравнение перепишем в виде:

Перенесем 2-е уравнение в виде

$$(x+7)^2 + y^2 = 2^2 \quad -\text{окружность с центром } (-7; 0) \text{ радиусом 2}$$

$$x^2 + y^2 = 3^2 \quad -\text{окружность с центром } (0; 0) \text{ радиусом 3.}$$



$$x + 3ay - 7b = 0$$

$$x + 3ay = 7b$$

$$y = \frac{4b - x}{3a} \quad -\text{прямая при } a \neq 0$$

При $a=0$: $x = 7b$ - прямая
окружности в 4 точках при $b \neq 0$
один знакоzn

$x \neq 0$ не подходит

Задумано a . Нужна каждое уравнение это прямая с фикс. угловым наклонением.

Она должна иметь 4 точки пересечения с окружностью, т.е. 2 с перв. и 2 со втор.

Сейчас, когда прямые с фикс. угловым накр. имеют 2 точки пересечения с окружностью, обратимся касание хватит прямой с точкой угл. накр. с данной окружностью.

$$x + 3ay - 7b = 0$$

$$-7 + 14yt + 3ay - 7b = 0$$

Нужна прямая ~~т.к. касательная~~

$$-7 + 14yt + 3ay - 7b = 0 \quad \Rightarrow \quad y = kx + t \text{ касается окружности } x^2 + y^2 - 9 = 0$$

нужна, чтобы система

$$\begin{cases} y = kx + t \\ x^2 + y^2 - 9 = 0 \end{cases}$$

иметь 1 решение \Rightarrow у квадратной матриции

$$x^2 + (kx + t)^2 - 9 = 0 \quad ; \quad D = 0;$$

$$x^2 + k^2x^2 + 2ktx + t^2 - 9 = 0$$

$$x^2(k^2 + 1) + 2ktx + t^2 - 9 = 0$$

$$4k^2t^2 - 4(t^2 - 9)(k^2 + 1) = 0$$

$$k^2t^2 + (g - t^2)(k^2 + 1) = 0$$

$$k^2t^2 + gk^2 - K^2t^2 + g - t^2 = 0$$

$$gt^2 + g - t^2 = 0 \quad ; \quad t^2 = g(k^2 + 1)$$

$$t = \pm \sqrt{g(k^2 + 1)}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

диск 3 из 3 по теме

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Число, приведенное с условием курс. $K = -\frac{1}{3a}$ будет касательной касательной 2-й окружности
при свободном падении:

$$\left[\begin{array}{l} \cancel{3\sqrt{\frac{1}{9a^2}+1}} \\ \cancel{-3\sqrt{\frac{1}{9a^2}+1}} \end{array} \right] \Rightarrow$$

$$-3\sqrt{\frac{1}{9a^2}+1} \leq \frac{4b}{3a} \leq 3\sqrt{\frac{1}{9a^2}+1} \quad ; \quad -\frac{2}{3}\sqrt{\frac{1}{9a^2}+1} \leq \frac{b}{a} \leq \frac{2}{3}\sqrt{\frac{1}{9a^2}+1}.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} -\frac{2}{3}\sqrt{\frac{1}{9a^2}+1} \leq \frac{b}{a} \leq \frac{2}{3}\sqrt{\frac{1}{9a^2}+1} \\ \frac{b}{a} \leq \frac{2}{3}\sqrt{\frac{1}{9a^2}+1} \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{b}{a} \geq 0 \\ \frac{b^2}{a^2} \leq \left(\frac{1}{9a^2}+1\right) \cdot \frac{81}{49} \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{b}{a} \leq 0 \\ \frac{b^2}{a^2} \leq \frac{81}{49} \cdot \left(\frac{1}{9a^2}+1\right) \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{b}{a} \geq 0 \\ b^2 \leq \left(\frac{1}{9} + a^2\right) \frac{81}{49} \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{b}{a} \leq 0 \\ b^2 \leq \frac{81}{49} \left(\frac{1}{9} + a^2\right) \end{array} \right.$$

Для 2-й окружности:

$$\left\{ \begin{array}{l} y = kx + t \\ x^2 + 14x + 45 + y^2 = 4 \end{array} \right. \quad \begin{aligned} (x^2 + 14x + 45) + (k^2 x^2 + 2ktx + t^2 - 4) &= 0 \\ x^2(k^2 + 1) + x(2kt + 14) + t^2 - 45 &= 0 \end{aligned}$$

$\Delta = 0$

$$4k^2t^2 + 56kt + 196 - 4(t^2 + 45)(k^2 + 1) = 0$$

$$k^2t^2 + 14kt + 49 - k^2t^2 - 45k^2 - t^2 - 45 = 0$$

$$14kt - 45k^2 - t^2 + 4 = 0$$

$$t^2 - 14kt + 45k^2 - 4 = 0$$

$$\Delta = 196k^2 - 4(45k^2 - 4) =$$

$$4(45k^2 - 45k^2 + 4) = 4(4k^2 + 4) =$$

$$16(k^2 + 1)$$

$$t_{1,2} = \frac{14 \pm 4\sqrt{k^2 + 1}}{2} \quad t_{1,2} = 7 \pm 2\sqrt{k^2 + 1}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

многогранник

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \log_2^4(6x) - 2\log_{6x}7 = \log_{36x^2}343 - 4 \\ \log_2^4(7y) + 6\log_7y = (\log_2(7^5)) - 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{\log_2^4(6x)}{\log_2(7)} - 2\log_{6x}7 = \frac{\log_{6x}(343)}{2} - 4 \\ \frac{\log_2^4(y)}{\log_2(7)} + 6\log_7y = \frac{\log_7(7^5)}{2} - 4 \end{cases}$$

ОДЗ: $\begin{cases} 6x > 0 \\ 6x \neq 1 \\ 36x^2 > 0 \\ 36x^2 \neq 1 \\ y > 0 \\ y \neq 1 \\ y^2 > 0 \\ y^2 \neq 1 \end{cases}$

$$\begin{cases} x > 0 \\ 2 \neq \frac{1}{6} \\ x \neq 0 \\ 2 \neq \pm \frac{1}{6} \\ y > 0 \\ y \neq 1 \\ y \neq 0 \\ y \neq \pm 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{1}{\log_2^4(7)} - 2\log_{6x}7 = \frac{3\log_{6x}(7)}{2} - 4 \quad (1) \\ \frac{1}{\log_2^4(y)} + 6\log_7y = \frac{5}{2}\log_7y - 4 \quad (2) \end{cases}$$

$$\frac{1}{t^4} - 2t = \frac{3t}{2} - 4 \quad ; \quad \frac{2}{t^4} - 4t = 3t - 8$$

(1) Замена: $\log_{6x}7 = t$:

$$\frac{2}{t^4} = 7t - 8 ; \quad \frac{7t^5 - 8t^4 - 2}{t^4} = 0 \quad (t \neq 0 \text{ б/cум})$$

$$7t^5 - 8t^4 - 2 = 0 \quad (I)$$

$$(2) \text{ Замена: } \log_7y = k: \quad \frac{1}{k^4} + 6k = \frac{5}{2}k - 4 \quad (k \neq 0 \text{ б/cум})$$

$$\frac{2}{k^4} + 12k = 5k - 8 ; \quad \frac{2}{k^4} + 7k + 8 = 0 \quad ; \quad \frac{7k^5 + 8k^4 + 2}{k^4} = 0$$

$$7k^5 + 8k^4 + 2 = 0 \quad (II)$$

$$(6x)^t = 7 \quad 6x = \sqrt[6]{7} \quad ; \quad x = \frac{\sqrt[6]{7}}{6} \quad ; \quad y = 7^{\frac{k}{t}} \quad ; \quad y = \sqrt[6]{7}$$

$$xy = \frac{7^{\frac{1}{t} + \frac{1}{k}}}{6} = 7^{\frac{k+t}{kt}}$$

Сумма (I) и (II): $t + 5 + 7k^5 - 8t^4 + 8k^4 = 0$

$$7(k+t)(t^4 - kt^3 + k^2t^2 - k^3t + k^4) = 0$$

$$7(k^2 + t^2)(k+t)(k^2 - kt + t^2) = 0$$

Изум, $\frac{1}{t} = a$: $\frac{1}{k} = b$. Итак, находим $a+b$.

$$(5) \quad 7 + 8a - 2a^5 = 0 \quad ; \quad 2a^5 + 8a - 7 = 0$$

$$(6) \quad 7 + 8b + 2b^5 = 0 \quad ; \quad 2b^5 + 8b + 7 = 0$$

$$\frac{1}{b^5} + \frac{8}{a^4} + 2 = 0$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

Минус из минуса

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Сначала поступим с уравнением:

$$2a^5 + 2b^5 + 8a + 8b = 0$$
$$2(a+b)(a^4 - a^3b + a^2b^2 - ab^3 + b^4) + 8(a+b) = 0$$
$$(a+b)(a^4 - a^3b + a^2b^2 - ab^3 + b^4 + 4) = 0$$
$$\begin{cases} a+b=0 & (1) \\ a^4 - a^3b + a^2b^2 - ab^3 + b^4 + 4 = 0 & (2) \end{cases} \neq 0$$

При $a+b=0$

$$\gamma_M = \frac{1}{\frac{a+b}{c}} = \frac{1}{0}.$$

Ответ: $\frac{1}{0}$.

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|

МФТИ

Лист 2 из 3 по теме

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Учебник отмечает, что $t \geq 0$ (т.к. при $t < 0$ значение A и B будет

Также $t \geq 0 \Rightarrow \Delta y = x_1 - 4x_2 \geq 0$. $x_2 = x_1 + 10 - t$

$$y_2 = y_1 + 4t$$

$$\begin{cases} 0 \leq y_1 \leq 68 \\ 68x_1 + 17y_1 \geq 0 \end{cases}$$

$$-34x_1 + 544 - 7y_1 \geq 0$$

$$0 \leq y_1 + 4t \leq 68$$

$$68x_1 + 680 - 68t + 17y_1 + 68t$$

$$kx + b = 0 \quad (2; 68)$$

$$(19; 0)$$

$$\begin{cases} 2k + b = 68 \\ 19k + b = 0 \end{cases}$$

$$68 - 2k = -19k$$

$$68 = -17k \Rightarrow k = -4$$

$$-8 + b = 68$$

$$b = 76$$

$$y = -4x + 76$$

$$x_2 = x_1 + 10 - t$$

$$y_2 = y_1 + 4t \Rightarrow \begin{cases} 0 \leq y_1 \leq 68 \\ 4x_1 + y_1 \geq 0 \\ 4x_1 + y_1 \leq 76 \\ 0 \leq y_1 + 4t \leq 68 \\ 4x_1 + 40 - 4t + y_1 + 4t \geq 0 \\ 4x_1 + 40 - 4t + y_1 + 4t \leq 76 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0 \leq y \leq 68 \\ -4x - y \leq 0 \\ -4x + 76 - y \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 0 \leq y \leq 68 \\ 4x + y \geq 0 \\ 4x + y \leq 76 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0 \leq 4x_1 + y_1 \leq 36 \\ 0 \leq y_1 \leq 68 \\ 0 \leq y_1 + 4t \leq 58 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0 \leq y_1 \leq 68 \\ -\frac{y_1}{4} \leq x_1 \leq g - \frac{y_1}{4} \\ -\frac{y_1}{4} \leq t \leq 17 - \frac{y_1}{4} \end{cases}$$

Каждая точка (x_1, y_1, t) координатами последней.

Сумма из трех точек.

Рассмотрим все случаи основных

$$\begin{cases} 0 \leq y_1 \leq 68 \\ -\frac{y_1}{4} \leq x_1 \leq \frac{36 - y_1}{4} \\ -\frac{y_1}{4} \leq t \leq \frac{68 - y_1}{4} \end{cases}$$

y_1 при делении на 4.

$$\textcircled{1} \quad y_1 = 0 \Rightarrow -k \leq x_1 \leq g - k - 10 \text{ зрителей}$$

$$y_1 = 4k \Rightarrow -k \leq t \leq 17 - k - 18 \text{ зрителей} -$$

без труда $18 - 10 = 180$ зрителей



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

Число 3 из 3 по краю

$$\text{② } y_1 \leq 1 \quad y_1 \equiv r : \cancel{r \neq 0} \quad r \neq 0$$

$$y_1 = 4k + r \quad \text{как } \cancel{r \neq 0} \leq$$

$$-\frac{4k - r}{4} \leq x_1 \leq g - \frac{4k - r}{4}$$

$$-k - \frac{r}{4} \leq x_1 \leq g - k - \frac{r}{4} \quad ; x_1 \text{ целое} \Rightarrow$$

$$-k \leq x_1 \leq g - k - 1$$

$$-k \leq x_1 \leq g - k - 1 \quad \boxed{\text{где } g \text{ - количество}}$$

• отмечено где t 17 целей \Rightarrow всего $17 \cdot g = 153$ целей

Среди целей y_1 (см в го сл) - k целей и r

сумма 18 кратна 4 и $69 - 18 = 51$ - не кратн. $\sqrt{153}$ всего

$$\text{нр. } 18 - 180 + 51 - 153 = 3240 + 4803 = 11043.$$

Ответ: 11043.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|

МФТИ

1 или 1 из 3 не под

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$4(x_2 - x_1) + y_2 - y_1 = 4b \quad ; \quad k_2 - k_1 = K$$

$$y_2 - y_1 = l$$

$$4k + l = 40 \quad ; \quad l : 4 \quad ; \quad l = 4t$$

$$4k + 4t = 40$$

$$\underline{\underline{k+t=10}}$$

$$\boxed{l=4t}$$

$$\boxed{k=10-t}$$

$$\begin{aligned} & \text{Коэффициент пропорциональности изменения} \\ & |k| \leq 19 + 17 = 36 \Rightarrow \\ & |l| \leq 68 - 0 = 68. \end{aligned}$$

$$\begin{cases} -36 \leq 4t \leq 36 \\ -68 \leq 10 - t \leq 68 \end{cases}$$

t целое!

$$\begin{cases} -9 \leq t \leq 9 \\ -58 \leq l \leq 78 \end{cases}$$

$$\boxed{-9 \leq t \leq 9}$$

Так значит, что точка $(x; y)$ лежит внутри параллелограмма.

Во-первых это значит, что $0 \leq y \leq 68$.

Теперь посчитаем уравнения сторон параллелограмма для X :

$$kx + b = 0 \quad (2; 68)$$

~~(19; 0)~~

$$\begin{cases} 2k + b = 68 \\ 19k + b = 0 \end{cases} \quad 68 - 2k = -19k$$

$$68 = -17k$$

$$34 = -4k$$

$$k = -\frac{34}{7}$$

$$b = -88 \quad ; \quad -\frac{68}{7} + b = 68$$

$$b = 68 \left(1 + \frac{1}{7}\right) = \frac{68 \cdot 8}{7} = \frac{544}{7}$$

$$-\frac{34}{7}x + \frac{544}{7} = y$$

~~$$-\frac{34}{7}x + \frac{544}{7} \geq 0$$~~

~~$$-34x + 544 \geq 0$$~~

$$\boxed{-34x + 544 - 7y \geq 0}$$

$$kx + b = 0 \quad ; \quad (-17; 68)$$

~~(6; 0)~~

$$\begin{cases} b = 0 \\ -17k = 68 \end{cases} ; \quad k = -\frac{68}{17}$$

$$-\frac{68}{17}x = y$$

$$-\frac{68}{17}x - y \leq 0$$

~~$$-68x$$~~

$$\boxed{68x + 17y \geq 0}$$

$$\boxed{4x + y \geq 0}$$

Также, лежание точки $(x; y)$ внутри

параллелограмма означает:

$$\begin{cases} 0 \leq y \leq 68 \\ 68x + 17y \geq 0 \\ -34x + 544 - 7y \geq 0 \end{cases}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

0 8

(1) : $-3,5$ $\frac{1}{\frac{14}{5}} = \frac{1}{14}$ $x^2 + 14x + y^2 + 45 = 0 \quad (1)$

$D = 196 - 4y^2 - 180 = 16 - 4y^2 \quad x^2 + y^2 - 4 = 0 \quad (2)$

$x_{12} = \frac{-14 \pm 2\sqrt{4-y^2}}{2} \quad x_{12} = -7 \pm \sqrt{4-y^2}$

$y_{12} = \pm \sqrt{9-y^2}$ $K=3$ AB

$x = 7 - 3y$, $\frac{1}{2} \log$

$x^2 + y^2 - 4 = 0$

$\frac{4 \cdot 2^5}{4^5} - \frac{8 \cdot 2^4}{4^4} = y = \sqrt{\frac{7}{6}}$

$x = \sqrt{\frac{7}{6}}$

$\frac{68}{68} \times \frac{8}{8} = \frac{4}{4}$

62

$\frac{31}{31} \times \frac{9}{9} = \frac{1}{1}$

$f=0; \quad (y_1, x_1) = 0$

$6x^2 = 1$

$\sqrt{9-y^2} + 3ay = 7b$

$y^2 = 9 - x^2$

$x + 3ay = 7b$

$4x_2 - 4x_1 + y_2 - y_1 = 40$

$4(x_2 - x_1) + y_2 - y_1 = 40$

$(-10; 68), (2; 68), (0; 62; 18), (18; 0)$

$ny = \sqrt{\frac{7}{6}} \cdot \sqrt{7}$

$1 \frac{4}{4^5} - \frac{8}{4^4} - 2 = \frac{2}{4^4} - \frac{8}{4^4} - 2 = -1$

$-4 \cdot 32 + 8 \cdot 16 + 2$

$\frac{1}{2} \log \frac{\log b}{\log a} = \frac{\log b}{\log a} - \frac{1}{2}$

$4 \cdot 32 - 8 \cdot 16 = 2$

$\frac{1}{2} \log \frac{b}{a} = \frac{1}{2}$

$\frac{1}{2} \log \frac{b}{a} = \frac{1}{2}$

$-\frac{y_1}{4} \leq 9 - \frac{y_1}{4}$



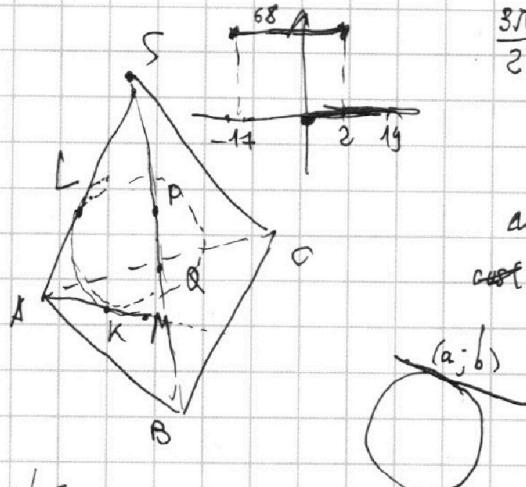
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{3\pi}{2 \cdot 5}$$

$$\cos(\frac{\pi}{5})$$

$$a \\ \cos^2$$

$$(a-b)$$

$$\begin{aligned} \sin(3x) &= \sin(2x+x) = \\ \sin(2x) \cdot \cos(x) + \cos(2x) \cdot \sin(x) &= \\ 2\sin(2x)(\cos^2(x) + \cos^2(x) - \sin^2(x)) - \end{aligned}$$

$$\sin^3(x) =$$

$$\cos^2(x)$$

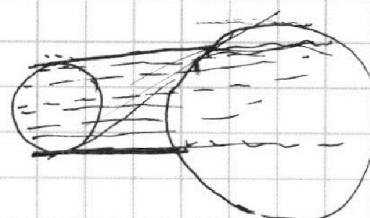
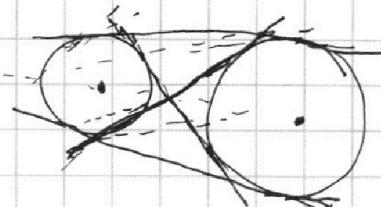
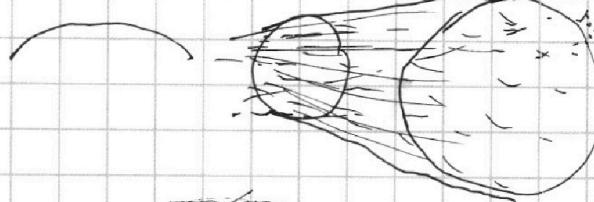
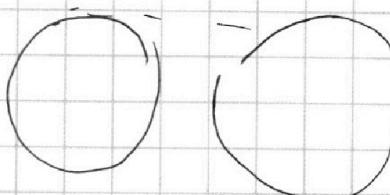
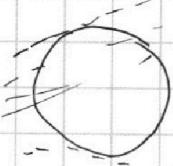
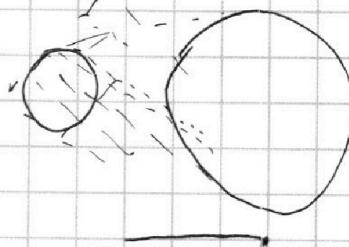
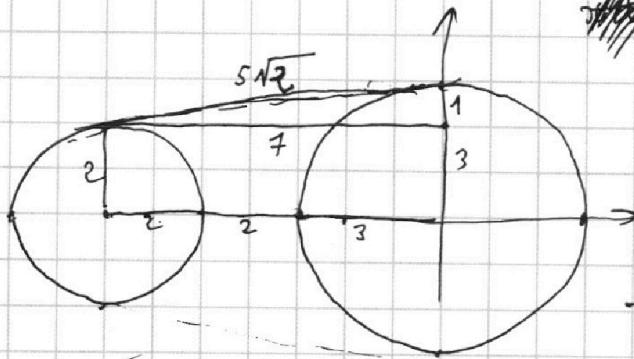
$$3\sin(x) \cdot \cos^2(x) - \sin^3(x)$$

$$Kx+b =$$

$$50 \quad 5\sqrt{2}$$

$$\cos(3x) = \cos(2x+x) = \\ \cos(2x) \cdot \cos(x) - \sin(2x) \cdot \sin(x) = \\ \cos^3(x) - \sin^2(x) \cdot \cos(x) - 2\sin^2(x) \cos(x) =$$

$$16x^5 - 20x^3 + 5x = y$$



$$4(a-b) + c = 40$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

7

 МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!