МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ" ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 4

1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^6 3^{13} 5^{11}$, bc делится на $2^{14} 3^{21} 5^{13}$, ac делится на $2^{16} 3^{25} 5^{28}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc.

2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC. Окружность, касающаяся прямой AC в точке A, пересекает высоту CD, проведённую к гипотенузе, в точке E, а катет BC – в точке F. Известно, что $AB \parallel EF$, $AB : BD = 1{,}4$. Найдите отношение площади треугольника ACD к площади треугольника CEF.

3. [4 балла] Решите уравнение $10 \arccos(\sin x) = 9\pi - 2x$.

4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a, для каждого из которых найдётся значение параметра b, при котором система уравнений

$$\begin{cases} 5x + 6ay - b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 25)(x^2 + y^2 + 18y + 77) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_{11}^4 x - 6\log_x 11 = \log_{x^3} \frac{1}{121} - 5, \quad \text{и} \quad \log_{11}^4 (0{,}5y) + \log_{0{,}5y} 11 = \log_{0{,}125y^3} \left(11^{-13}\right) - 5.$$

Найдите все возможные значения произведения xy.

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-15;90)$, $Q(2;90)$ и $R(17;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1;y_1)$ и $B(x_2;y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $6x_2 - 6x_1 + y_2 - y_1 = 48$.

7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1, BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M. Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K, лежащей на отрезке AM. Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q. Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 180, $SA = BC = 20$.

   а) Найдите произведение длин медиан AA_1, BB_1 и CC_1.

   б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N, $SN = 6$, а радиус сферы Ω равен 8.

№1

$ab = k_1 2^6$ перемножим
$bc = k_2 2^{14}$ $\Rightarrow (abc)^2 = k_1 k_2 k_3 2^{36}$
$ac = k_3 2^{16}$
$k \in Z$

$abc = \sqrt{k_1 k_2 k_3}\, 2^{18}$

неизвестно, сколько 2 содержит $\sqrt{k_1 k_2 k_3}$, но у нас их минимум 18,

проведя аналог. с другими числами получим

мин ~~...~~ для 2 $- 2^{18}$

мин для 3 $- \frac{13+21+25}{2} = 29{,}5$

мин для 5 $- \frac{11+13+28}{2} = 26$

из $ac = 2^{16} 3^{25} 5^{28} \Rightarrow$, что мин для 5 в abc 28.

$a, b, c \in Z \Rightarrow abc \in Z \Rightarrow$ мин для 3 $\in Z \Rightarrow$ мин для 3 30

получаем мин $abc = 2^{18} 3^{30} \cdot 5^{28}$

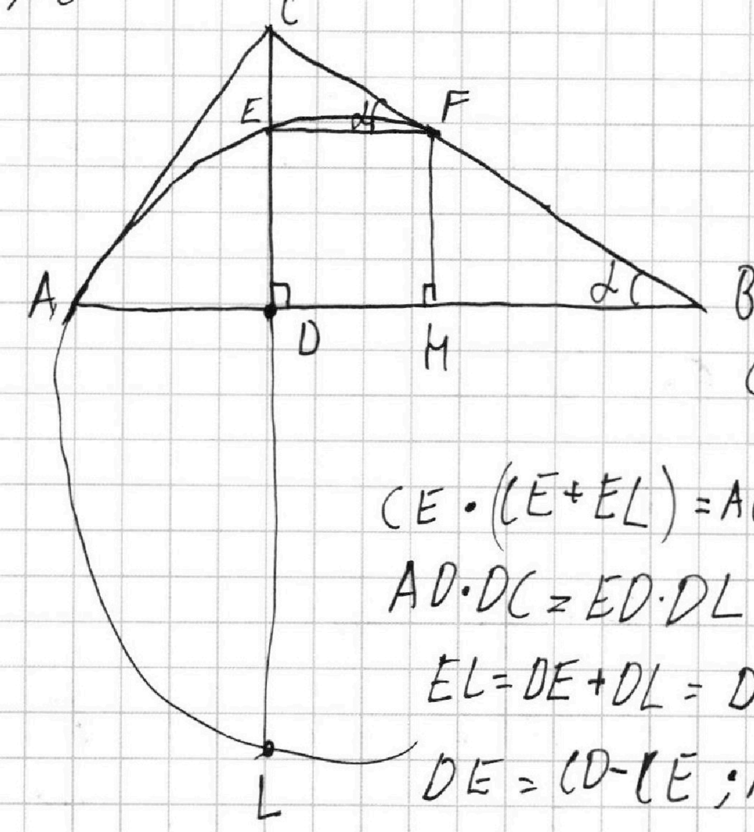
Пример: $a = 2^4 \cdot 3^8 \cdot 5^{14}$; $b = 2^2 \cdot 3^5 \cdot 5^0$; $c = 2^{12} \cdot 3^{17} \cdot 5^{14}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№2



$\frac{S_{ABC}}{S_{CEF}} = \left(\frac{CF}{AB}\right)^2$, т.к.

$\triangle ABC \sim \triangle CEF$ по 2-ум углам

$CF = \frac{CE}{\sin\alpha}$

$CE\cdot(CE+EL) = AC^2$ – т-ма о кас. и сек.

$AD\cdot DC = ED\cdot DL \Rightarrow DL = \frac{AD\cdot DC}{ED}$ – т-ма о пересек. хорд

$EL = DE + DL = DE + \frac{AC\cdot DC}{ED}$

$DE = CD - CE$; $AC\cdot DC = AB\cdot CD$

$EL = CD - CE + \frac{AB\cdot CD}{CD - CE}$

$CD = AB\cdot\sin\alpha\cdot\cos\alpha$

$EL = AB\cdot\sin\alpha\cdot\cos\alpha - CE + \frac{AB\cdot\sin\alpha\cdot\cos\alpha}{AB\cdot\sin\alpha\cdot\cos\alpha - CE}$

$CE\cdot\left(CE + AB\cdot\sin\alpha\cdot\cos\alpha - CE + \frac{AB\cdot\sin\alpha\cdot\cos\alpha}{AB\cdot\sin\alpha\cdot\cos\alpha - CE}\right) = AC^2$

$CE\cdot AB\cdot\sin\alpha\cdot\cos\alpha\left(1 + \frac{1}{AB\cdot\sin\alpha\cdot\cos\alpha - CE}\right) = AB^2\cdot\sin^2\alpha$

$CE\cdot\cos\alpha\left(1 + \frac{1}{AB\cdot\sin\alpha\cdot\cos\alpha - CE}\right) = AB\cdot\sin\alpha \quad \Big|\cdot AB\cdot\sin\alpha\cdot\cos\alpha - CE \neq 0$

$CE\cdot\cos\alpha\cdot AB\cdot\sin\alpha\cdot\cos\alpha - CE^2\cdot\cos\alpha + CE\cdot\cos\alpha - AB\cdot\sin\alpha = 0$

$CE^2\cos\alpha - (AB\cdot\sin\alpha\cdot\cos^2\alpha + \cos\alpha)CE + AB\cdot\sin\alpha = 0$

$\cancel{D = AB^2\cdot\sin^2\alpha\cdot\cos^4\alpha + 2AB\cdot\sin\alpha\cdot\cos^3\alpha + \cos^2\alpha}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$BD = CB\cdot\cos\alpha$

$CB = AB\cdot\cos\alpha$

$BD = AB\cdot\cos^2\alpha \Rightarrow \cos^2\alpha = \frac{BD}{AB} = \frac{5}{7}$; $\cos\alpha = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{7}}$; $\sin\alpha = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{7}}$;

$tg\,\alpha = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{5}}$, т.к. $\alpha \in (0; \frac{\pi}{2})$

$CE^2 - (AB\cdot\sin\alpha\cdot\cos\alpha + 1)CE + AB\cdot tg\,\alpha = 0$

$CE^2 - \left(AB\cdot\frac{\sqrt{10}}{7} + 1\right) + \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{5}}AB = 0$

$D = \frac{10}{49}AB^2 + \frac{2\sqrt{10}}{7}AB + 1 - \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{5}}AB$

~~выразив CE через AB, знaя что~~ $CF = \frac{CE}{\sin\alpha} = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{2}}CE$ ~~можно было бы выразить~~ CF ~~через~~ ~~AB, т.е. найти их отношение~~, т.е. найти

$\frac{S_{ABC}}{S_{CEF}} = \left(\frac{AB}{CF}\right)^2$ выразив CF через, AB, зная что

$CF = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{2}}CE$, $AC = \frac{?}{7}AB$: можно было бы найти

$\frac{AC}{CF}$ и из $\frac{AC}{CF}$ $\frac{S_{CEF}}{S_{ACD}} = \left(\frac{CF}{AC}\right)^2$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

№3

$10 \arccos(\sin x) = 9\pi - 2x \Rightarrow 9\pi - 2x \in [0; 10\pi]$

$10 \arccos\left(\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)\right) = 9\pi - 2x$

$0 \le 9\pi - 2x \le 10\pi$

$-\pi \le 2x \le 9\pi$

$-0{,}5\pi \le x \le 4{,}5\pi$

1) для $2\pi n \le \frac{\pi}{2} - x \le 2\pi n + \pi$, $n \in \mathbb{Z}$

$2\pi n - \frac{\pi}{2} \le x \le 2\pi n + \frac{\pi}{2}$

$10\left(\frac{\pi}{2} - x - 2\pi n\right) = 9\pi - 2x$

$5\pi - 10x - 20\pi n = 9\pi - 2x$

$8x = 20\pi n - 4\pi$

$x = 2{,}5\pi n - 0{,}5\pi$

для

$2\pi n + \pi \le \frac{\pi}{2} - x \le 2\pi n + 2\pi$

$\frac{\pi}{2} + 2\pi n \le x \le \frac{3\pi}{2} + 2\pi n$

$10\left(x - \frac{\pi}{2} + 2\pi n\right) = 9\pi - 2x$

$10x - 5\pi + 20\pi n = 9\pi - 2x$

$12x = 20\pi n + 14\pi$

$x = \frac{5}{3}\pi n + \frac{7}{6}\pi$

Найдем корни на данном промежутке:

$x = -0{,}5\pi$; $x = 2\pi$; $x = 4{,}5\pi$ $\quad x \in \left[2\pi n - \frac{\pi}{2}; 2\pi n + \frac{\pi}{2}\right]$

$x = -0{,}5\pi$; $x = \frac{17}{6}\pi$; $x = \frac{9}{2}\pi$ $\quad x \in \left[2\pi n + \frac{\pi}{2}; 2\pi n + \frac{3\pi}{2}\right]$

$x = \frac{7}{6}\pi$

~~подходящие корни~~

подходящие корни:

$x = -0{,}5\pi$; 2π ; $4{,}5\pi$

$x = -0{,}5\pi$; $\frac{7}{6}\pi$; $\frac{17}{6}\pi$

Ответ: $-\frac{1}{2}\pi$; $\frac{7}{6}\pi$; $\frac{17}{6}\pi$; 2π ; $4{,}5\pi$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐

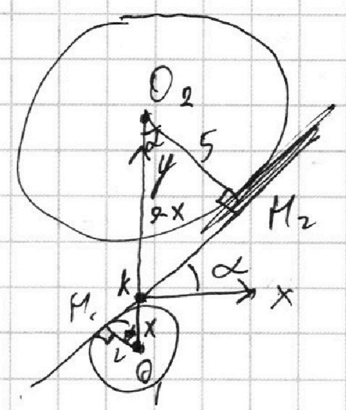
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

~~ка~~ ~~отн~~ c не от граф. c не будут пересекать графу двух окр.

Прямые вида $y=k_2x+c$ будут всегда (не наход. в ? обл.) пересекать обе окр. в 2-ух местах, как понятно из графика. получается "разрешенные" коэф. это $\left[\begin{array}{l} k_2>k \\ k_2<-k \end{array}\right.$, а запрещенные $-k \le k_1 \le k$

найдем k - коэф общей касательной.



$O_2H_2K \sim O_1H_1K$

$O_1K = x;\ O_2K = 9-x$

$\cos\alpha = \frac{5}{9-x} = \frac{2}{x}$

$5x = 18-2x$

$7x = 18 \Rightarrow x = \frac{18}{7}$

$\cos\alpha = \frac{5}{9-\frac{18}{7}} = \frac{35}{45} = \frac{7}{9} \Rightarrow \sin\alpha = \frac{4\sqrt{2}}{9}$

$k = tg\,\alpha = \frac{4\sqrt{2}}{7}$

~~получаем: $-\frac{4\sqrt{2}}{7} \;\; \frac{5}{6a} \;\; \frac{4\sqrt{2}}{7}$~~

~~$\begin{cases} \frac{4\sqrt{2}}{7} \ge \frac{5}{6a} \\ \frac{5}{6a} \ge -\frac{4\sqrt{2}}{7} \end{cases} \Rightarrow \frac{}{6a}$~~

получаем:

$\left[\begin{array}{l} \frac{5}{6a} > \frac{4\sqrt{2}}{7} \\ \frac{5}{6a} < -\frac{4\sqrt{2}}{7} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a < \frac{37}{24\sqrt{2}} \\ a > -\frac{37}{24\sqrt{2}} \end{array}\right.$, также $a=0$ подходит

Ответ: $\left(-\frac{37}{24\sqrt{2}}; \frac{37}{24\sqrt{2}}\right)$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

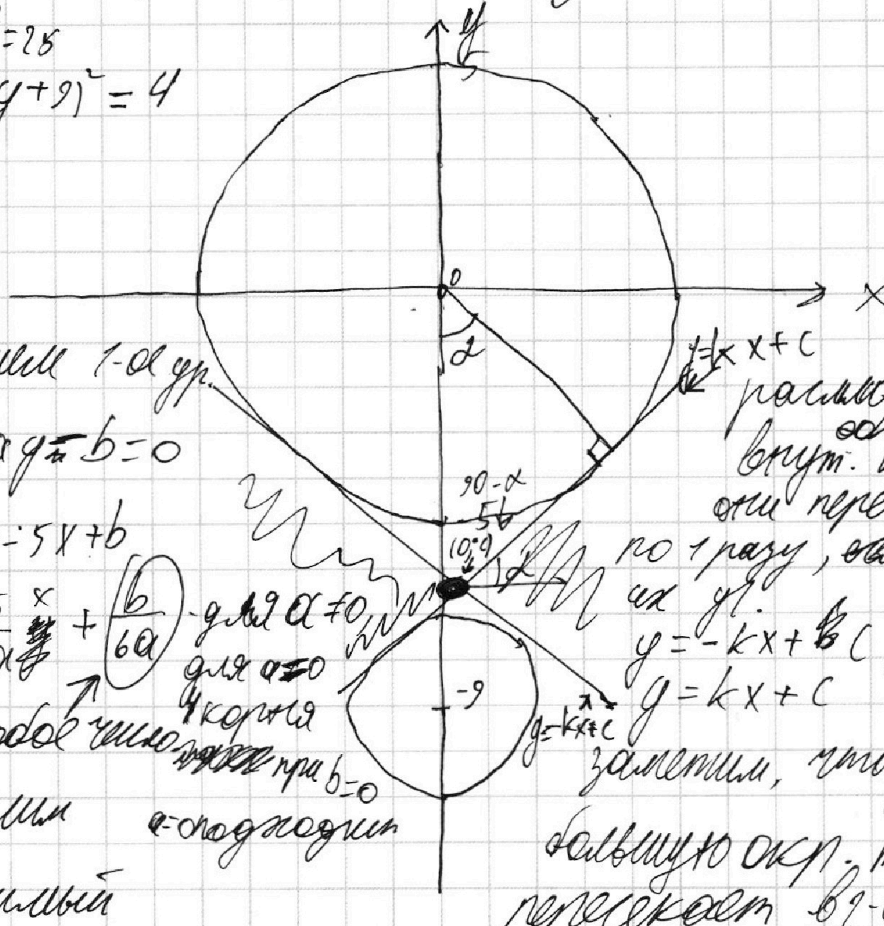
№4

$$\begin{cases} 5x+6ay-b=0 \\ (x^2+y^2-25)(x^2+y^2+18y+77)=0 \end{cases}$$

ровно ~~чет~~ 4 реш
а для кот. найдется b

Начертим график нижнего ур. это две окр.:

$$\left[\begin{array}{l} x^2+y^2=25 \\ x^2+(y+9)^2=4 \end{array}\right.$$



перепишем 1-ое ур.

$5x+6ay-b=0$

$6ay=-5x+b$

$y=-\frac{5x}{6a}+\frac{b}{6a}$ — для $a\neq 0$

для $a=0$ 4 корня при $b=0$

любое число

определим допустимый $-\frac{5}{6a}$

a-подходит

рассмотрим общие внут. касательные, они пересек окр-ти по 1 разу, ~~???~~, пусть их ур.

$y=-kx+c$

$y=kx+c$ — симметричны

заметим, что увеличая c большую окр. теперь кас-я пересекает в 2-ух местах, а нижнюю ни в одном.

Очевидно, каковы мы не меняли ~~???~~ касаф с касательной она не пересечет окр-ти более 2-ух раз в сумме. ~~???~~

Так же очевидно, что прямые, находящиеся в зак. области вида $y=k_1x+c$ так же независимо от

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

№5

1) $\log_{11}^4(x) - 6\log_x(11) = \log_{x^3}\left(\frac{1}{121}\right) - 5$

2) $\log_{11}^4(0{,}5y) + \log_{0{,}5y}(11) = \log_{0{,}125y^3}(11^{-13}) - 5$

ОДЗ:
$\begin{cases} x>0 \\ x\neq 1 \\ x^3\neq 1 \\ 0{,}5y>0 \\ 0{,}5y\neq 1 \\ 0{,}125y^3\neq 1 \\ 0{,}125y^3>0 \end{cases}$
$\Downarrow$
$\begin{cases} x>0 \\ x\neq 1 \\ y\neq 2 \\ y>0 \end{cases}$

для 1)

$\log_{11}^4(x) - \frac{6}{\log_{11}(x)} - \frac{1}{\log_{11}(x^{-1{,}5})} + 5 = 0$

$\log_{11}^4(x) - \frac{6}{\log_{11}(x)} + \frac{1}{1{,}5\log_{11}(x)} + 5 = 0$

$\log_{11}x = t$

$t^4 - \frac{6}{t} + \frac{2}{3t} + 5 = 0 \quad |\cdot t$, т.к $t\neq 0$, т.к $\log_{11}x\neq 0$ т.к $x\neq 1$

$t^5 + 5t - \frac{16}{3} = 0$

для 2)

$\log_{11}^4(0{,}5y) + \frac{1}{\log_{11}(0{,}5y)} + \frac{13}{8\log_{11}(0{,}5y)} + 5 = 0$

$g = \log_{11}(0{,}5y)$

$g^4 + \frac{1}{g} + \frac{13}{8g} + 5 = 0 \,|\cdot g$ $g\neq 0$ - по ОДЗ

$g^5 + 5g + \frac{21}{8} = 0$

$\log_{11}x + \log_{11}0{,}5y = \log_{11}(0{,}5xy) = g+t$

$\Downarrow$

$0{,}5xy = 11^{(g+t)}$

$xy = 2\cdot 11^{(g+t)}$

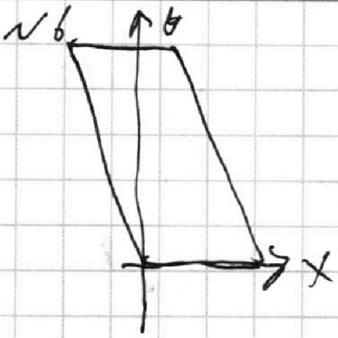
$g+t = ?$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7 — [X] 6

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№6

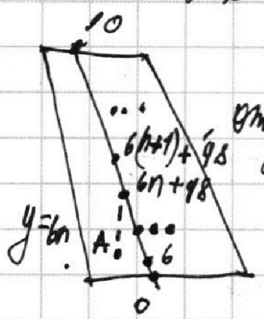


пусть точка $A_1(X_1, Y_1)$ дана, найдем подходящие точки в

$6(X_2-X_1)+y_2-y_1=48$

$y_2=-6(X_2-X_1)+48+y_1$ - прямая имеет наклон -6 и проходит через точку $(X_1;y_1+48)$ как сторона паралеллограм

на одной такой прямой будет 16, 15 или 0 точек. 16, или $A\in y=6n; n\in Z$ это легко показать

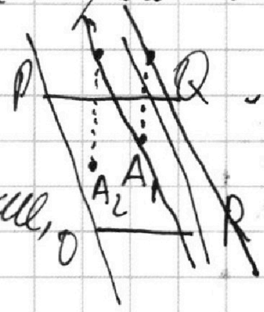


отмечены жирным точки с целоч. координатами и их у координата - их всего $\frac{90}{6}+1=16$

для $y=6n+k;\ k\in\{1;2;3;4;5\}$ точек всего 15.

Это так же легко можно показать.

0 у тех точек у которых прямая с в не проходит паралеллограм, т.е



. видно, что у A_2 есть удовлетв. ул. точки в параллелограме, а у A_1 нет

Поймем, где лежат такие, как A_1.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$Q\ (2;90)$

$A_3(2;90-48)$ $A_3(2;42)$ и лежащие на прямой

$y=-6(x-2)+42$ точки очевидно имеют множество

подходящих B,

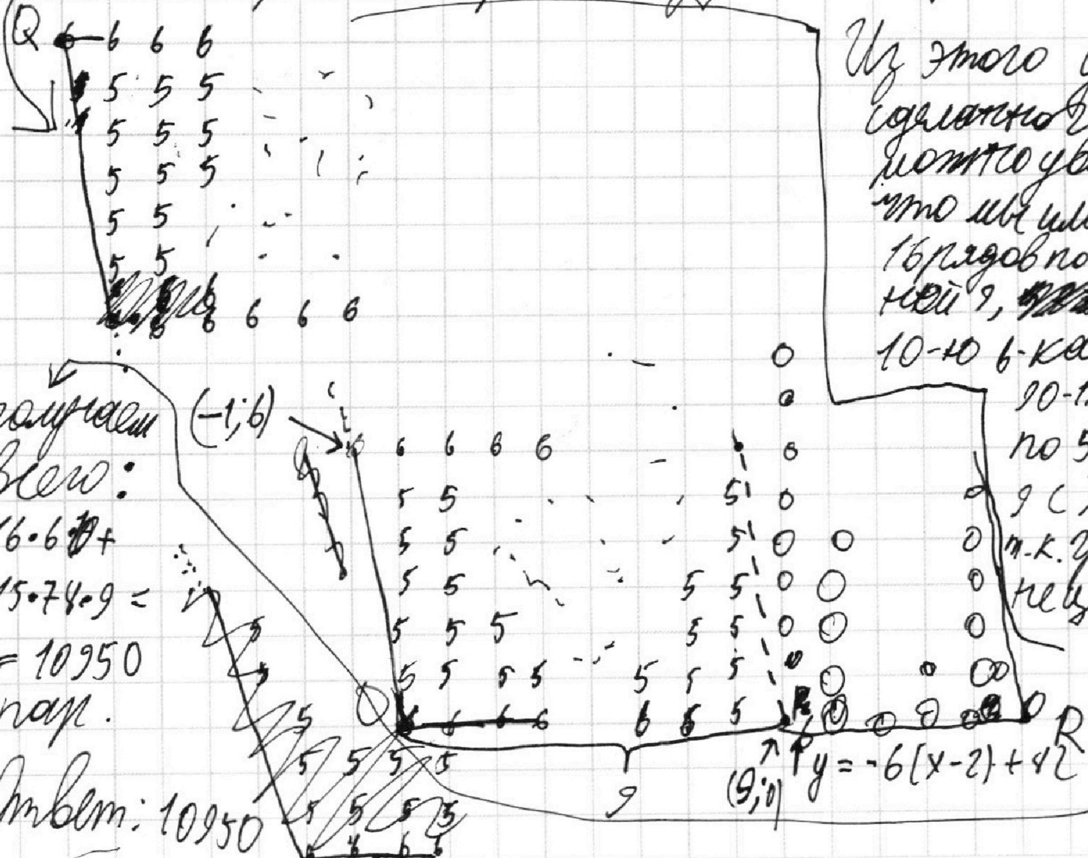
но точки справа (сверху)

от $y=-6(x-2)+42$ $y=-6(x-2)+42$

уже не будут иметь подходящих B

пусть все точки – кол-во подходящих B, тогда

нам параллелограмм будет выглядеть так:



Из этого удачно сделанного рисунка можно увидеть, что мы имеем 16 рядов по 6 длиной 9, с 10-ю 6-ками и $90-16=74$ ряда по 5, длиной 9 с 9-ю 5-ками, т.к. границы нецелые

получаем всего:
$16\cdot6\cdot10+$
$+15\cdot74\cdot9=$
$=10950$
пар.

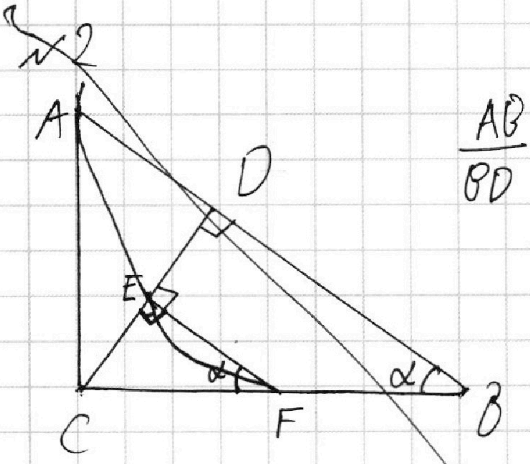
Ответ: 10950

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 ☒ 3 ☒ 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№2



$\frac{AB}{BD}=1,4$ $EF \parallel BD$, FB сек $\Rightarrow \angle EFC = \angle DBC = \alpha$

найдем $\sin\alpha, \cos\alpha, tg\,\alpha$

$BD = CB\cdot\cos\alpha$

$CB = AB\cdot\cos\alpha$

$BD = AB\cdot\cos^2\alpha \Rightarrow \cos^2\alpha = \frac{BD}{AB} = \frac{5}{7} \Rightarrow$

$\Rightarrow \cos\alpha = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{7}}$; $\sin\alpha = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{7}}$; $tg\,\alpha = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$, т.к. $\alpha \in (0; \frac{\pi}{2})$

$\triangle CEF \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{S_{ABC}}{S_{CEF}} = \frac{CF^2}{AB^2}$

$AC^2 = CE\cdot CD$ – т-ма о кас. и сек.

$CE = CF\cdot\sin\alpha \Rightarrow CF = \frac{CE}{\sin\alpha} = \frac{AC^2}{CD\cdot\sin\alpha}$

$AC = AB\cdot\sin\alpha$

$CD = CB\cdot\sin\alpha$; $CB = AB\cdot\cos\alpha \Rightarrow CD = AB\cdot\sin\alpha\cdot\cos\alpha$

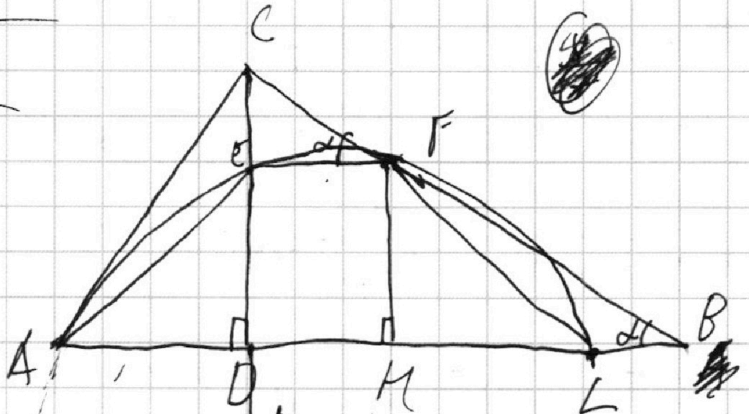
$CF = \frac{AC^2}{CD\cdot\sin\alpha} = \frac{AB^2\cdot\sin^2\alpha}{AB\cdot\sin^2\alpha\cdot\cos\alpha} = \frac{AB}{\cos\alpha}$

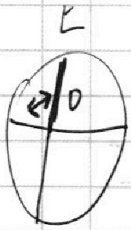
$\cancel{AB}\ AC^2\cdot\cos\alpha\cdot\sin\alpha = AB\cdot CH$

$CH =$

МФТИ

	2	3	5
a	4	8	14
b	2	5	0
c	12	17	14
	18	30	28





$$AC^2 = CE \cdot CD = CF \cdot CL$$

$$AC^2 = CE \cdot CD \Rightarrow CE = \frac{AC^2}{CD}$$

$$\left(\frac{CE}{CB}\right)^2 = \frac{S}{S}$$

$$\frac{CE}{\cos\alpha} = CF = \frac{AC^2}{CD\cos\alpha}$$

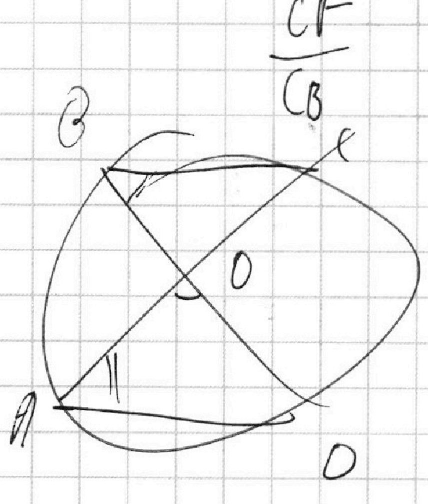
$$\frac{FB}{FC} = ?$$

$$CD = CB \cdot \sin\alpha$$

$$AC = \cdot$$

$$AC^2 = ED \cdot$$

$$\frac{CF}{CB}$$



$$\frac{OC}{OD} = \frac{OB}{AO} \quad OC \cdot AO$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

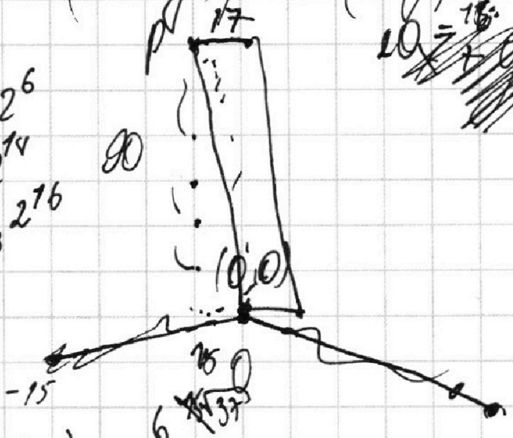
$(t^5 - g^5) + 5(t-g) - \frac{16}{3} - \frac{21}{8} = 0$

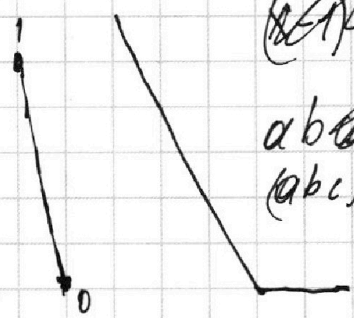
$(1; 98+y_1)$

$ab = k_1 2^6$

$bc = k_2 2^{14}$

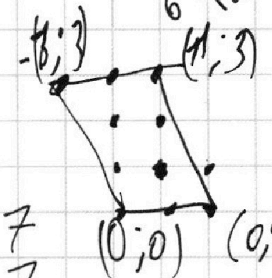
$ac = k_3 2^{16}$





abc

$(abc)^2 = k_1$



$(x_2 - x_1)\,6 + (y_2 - y_1) = 48$

$(0;0) \to 16$

$(0;1)$

$(1;0)$

$(0;1)\ \uparrow(1)$

$6x_2 + y_2 = 48$

$y_2 = -6x_2 + 48$

27
37
189
81
199

16
6
36
6
96

$a =$
$b =$
$c =$

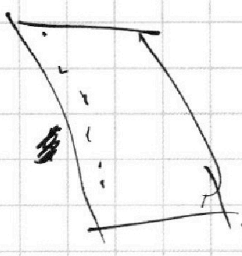
$y_2 = 6(x_2 - x_1) + 48 + y_1$

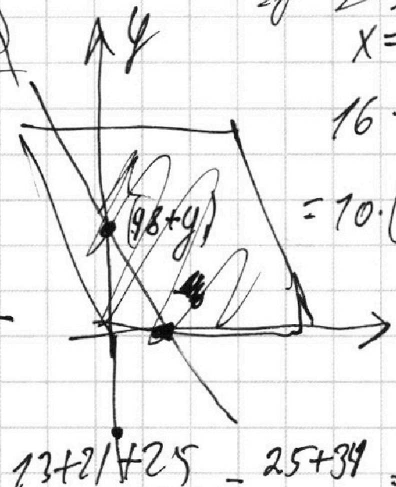
перес

$x = 0$ при $x_2 = 0$

$16 \cdot 60 + 30 \cdot 37 \cdot 9 =$

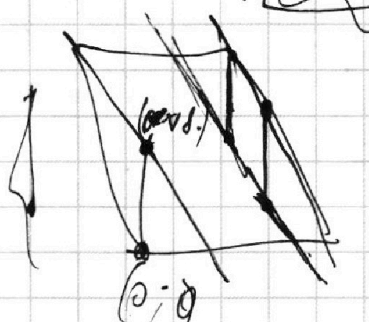
$= 10 \cdot (16 \cdot 6 + 27 \cdot 37)$





$10(96 + 999) =$

$= 10950$



$\frac{13+21+25}{2} = 25 + 34 = 59$

$11 + 13 + 28 =$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

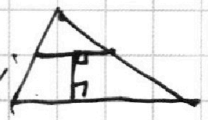
1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$10 \arccos(\cos(\frac{\pi}{2}-x))$ $\frac{\pi}{2}-x \in [0;\pi] + 2\pi n$

$10(\frac{\pi}{2}-x) = 9\pi - 2x$ — для $\frac{\pi}{2}-x \in [0;\pi]$

~~$5\pi - 10x = 9\pi - 2x$~~ $\frac{\pi}{2}-x \in [0;\pi] + 2\pi n$ $x-\frac{\pi}{2}$



$10(\frac{\pi}{2}-x-2\pi n) = 9\pi - 2x$

$\frac{63-18}{7} = \frac{45}{7}$

$n=0$

$x = -0,5\pi$

$5\pi - 10x - 20\pi n = 9\pi - 2x$

$8x = -20\pi n - 4\pi$ $\log_2 4 = \log_4 \cdot 10 \cdot \arccos(-1) = 9\pi + \pi$

$x = 2,5\pi n - 0,5\pi$ $10\pi = 10\pi$

$2\pi n \le x \le 2\pi n + \pi$ $n=1; x = -3\pi$

$2\pi n - \frac{\pi}{2} \le -x \le 2\pi n + \frac{\pi}{2}$ $10 \arccos(0) = 15\pi$

$2\pi n - \frac{\pi}{2} \le x \le 2\pi n + \frac{\pi}{2}$

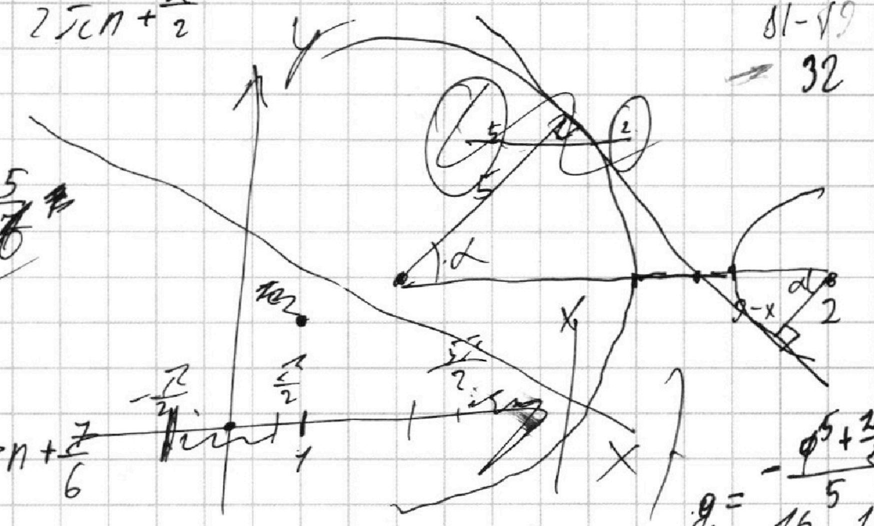
$81-\sqrt{9}$

32

$x =$

$\frac{10}{6}n - \frac{5}{6}$

$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$



$\frac{10}{6}n + \frac{7}{6}$

$g = \frac{-\varphi^5 + \frac{21}{8}}{5}$

$t = \frac{\frac{16}{3} - t^5}{5}$

$6a < \frac{5 \cdot 7}{4\sqrt{7}}$ $6ay = -5x + b$

$y = -\frac{5}{6a}x + \frac{b}{6a}$ — любое число

$a < \frac{37}{24\sqrt{2}}$

$(g+t)$ $g+t = ?$ $\log_{11} 0,5xy = g+t$

$x \cdot y = 11^{g+t}$ $0,5xy = 11^{g+t}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$a = 2^{a_2} 3^{a_3} 5^{a_5}$

$ab \cdot bc \cdot ac = a^2 \cdot b^2 \cdot c^2$ ~~лик~~ $= 2^{36} \cdot 3^{59} \cdot 5^{52}$ $\quad 2^{18} \cdot 3^{29,5}$

$a_2 + b_2 = 6$

$a_3 + b_3 = 13$

$a_5 + b_5 = 11$

$6 + 14 + 16 = 36$

$13 + 21 + 25 = 46 + 13 = 59$

$11 + 13 + 28 = 24 + 28 = 52$

$2^{18} \cdot 3 \cdot 5^{28}$

$C = 5^{14} \cdot 3^{13} \cdot 2^{12}$

~~$a = 2^3 \cdot 3^7 \cdot 5^6$~~

~~$b = 2^3 \cdot 3^6 \cdot 5^5$~~

~~$c = 2^{12} \cdot 3^{17} \cdot 5^{15}$~~

$a \quad 5^{14} \cdot 3^{9} \cdot 2^{4}$

$b \quad 5^0 \cdot 3^4 \cdot 2^2$

$c \quad 5^{14} \cdot 3^{17} \cdot 2^{12}$

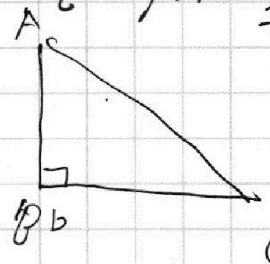
$b = 5^0 \cdot 3^{5} \cdot 2^{4}$

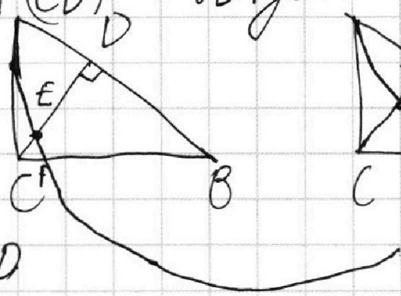
$a = 5^{14} \cdot 3^{13} \cdot 2^{2}$

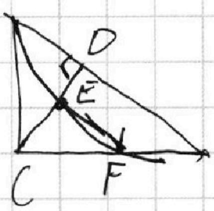
$ab = 5^{14} \cdot 3^{13} \cdot 2^6$; $bc = 5^{14} \cdot 3^{21} \cdot 2^{14}$; $ac = 5^{28} \cdot 3^{28} \cdot 2^{16}$

№2 $\quad 7 + 6$

$\frac{S_{ACD}}{S_{CEF}} = \left(\frac{EF}{CD}\right)^2 = \frac{2BD - AB}{BD \cdot tg\alpha}$



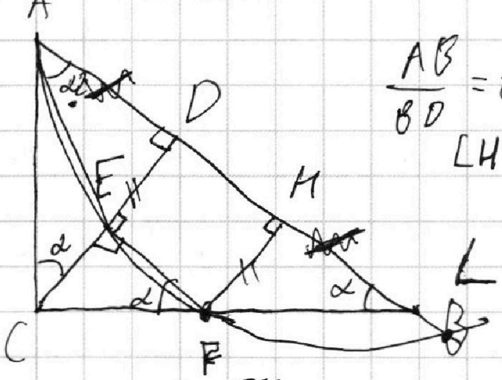




$\frac{AB}{BD} = 1,4$

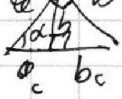
$tg\alpha = \frac{CD}{DB}$

$S_{ACD} = AD \cdot CD$



$\frac{AB}{BD} = 1,4$

$LH = AD$



$\frac{a_c}{a} = \frac{a}{c} = \frac{h}{b}$

$a^2 = a_c c$

$a_c = a \cdot \sin\alpha$

$a = c \cdot \cos\alpha$

$a_c = c \cdot \cos\alpha \cdot \sin\alpha$

$a_c = a \cdot \cos\alpha$

$a = c \cdot \cos\alpha$

$EF = 2BD - AB$

$CD = BD \cdot tg\alpha$

$\frac{5}{7} = \frac{a_c}{c} = \cos^2\alpha$

$\frac{10}{7}$

$\cos\alpha = \sqrt{\frac{5}{\sqrt{7}}}$; $\sin\alpha = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{7}}$