



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 4



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^6 3^{13} 5^{11}$, bc делится на $2^{14} 3^{21} 5^{13}$, ac делится на $2^{16} 3^{25} 5^{28}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой AC в точке A , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке E , а катет BC – в точке F . Известно, что $AB \parallel EF$, $AB : BD = 1,4$. Найдите отношение площади треугольника ACD к площади треугольника CEF .
3. [4 балла] Решите уравнение $10 \arccos(\sin x) = 9\pi - 2x$.
4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} 5x + 6ay - b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 25)(x^2 + y^2 + 18y + 77) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_{11}^4 x - 6 \log_x 11 = \log_{x^3} \frac{1}{121} - 5, \quad \text{и} \quad \log_{11}^4(0,5y) + \log_{0,5y} 11 = \log_{0,125y^3} (11^{-13}) - 5.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-15;90)$, $Q(2;90)$ и $R(17;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $6x_2 - 6x_1 + y_2 - y_1 = 48$.
7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 180, $SA = BC = 20$.
 - а) Найдите произведение длин медиан AA_1 , BB_1 и CC_1 .
 - б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 6$, а радиус сферы Ω равен 8.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N1

$$ab = k_1 \cdot 2^6$$

$$bc = k_2 \cdot 2^{14}$$

$$ac = k_3 \cdot 2^{16}$$

$$k \in \mathbb{Z}$$

перемножим

$$\Rightarrow (abc)^2 = k_1 k_2 k_3 \cdot 2^{36}$$

$$abc = \sqrt{k_1 k_2 k_3} \cdot 2^{18}$$

неизвестно, сколько 2 содержится

$$\sqrt{k_1 k_2 k_3}$$

в abc по 18 делится на 18 ,

проведем анализ с помощью таблицы

для 2 - 2^{18}

$$\text{для } 3 - \frac{13+21+25}{2} = 29,5$$

$$\text{для } 5 - \frac{11+13+21}{2} = 26$$

из $ac = 2^{16} \cdot 3^{25} \cdot 5^{28} \Rightarrow$, что для 5 в abc 28 .

$a, b, c \in \mathbb{Z} \Rightarrow abc \in \mathbb{Z} \Rightarrow$ для 3 $\leq 2 \Rightarrow$ для 3 30

$$\text{получаем } abc = 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28}$$

Пример: $a = 2^4 \cdot 3^8 \cdot 5^{14}$; $b = 2^2 \cdot 3^5 \cdot 5^0$; $c = 2^{12} \cdot 3^{17} \cdot 5^{14}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

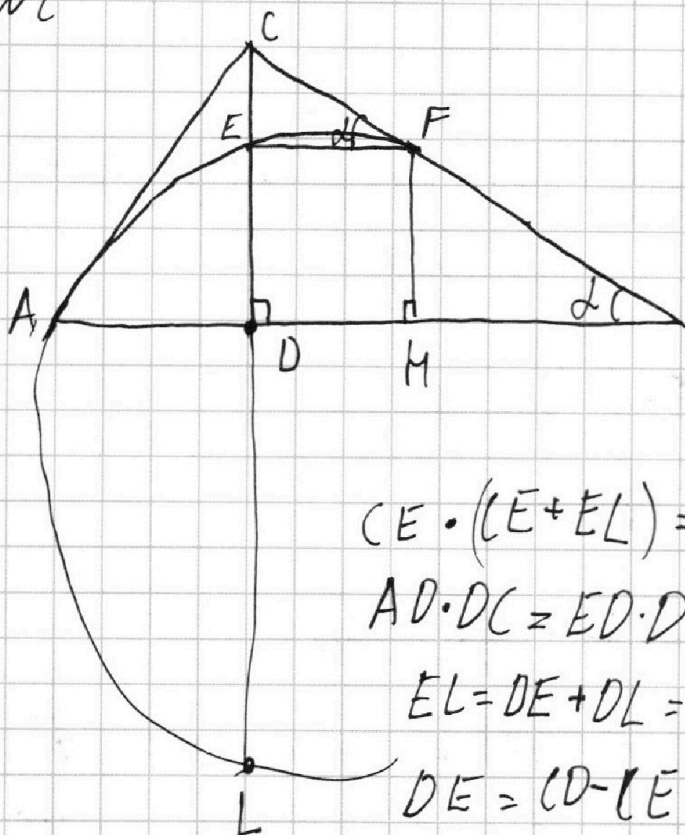
Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N2



$$\frac{S_{ABC}}{S_{EFC}} = \left(\frac{CF}{AB}\right)^2, \text{ м.к.}$$

~~AB~~ $ABC \cos(\angle EFC)$ по

B ?-ым углом

$$CF = \frac{CE}{\sin \alpha}$$

$$CE \cdot (CE + EL) = AC^2 - \text{м-ма Окал и сек.}$$

$$AD \cdot DC = ED \cdot DL \Rightarrow DL = \frac{AD \cdot DC}{ED} - \text{м-ма пересек. хорд}$$

$$EL = DE + DL = DE + \frac{AC \cdot DC}{ED}$$

$$DE = CD - CE; AC \cdot DC = AB \cdot CD$$

$$EL = (CD - CE) + \frac{AB \cdot CD}{CD - CE}$$

$$CD = AB \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$EL = AB \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha - CE + \frac{AB \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha}{AB \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha - CE}$$

$$CE \cdot \left(CE + AB \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha - \left(CE + \frac{AB \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha}{AB \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha - CE} \right) \right) = AC^2$$

$$CE \cdot \left(AB \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \left(1 + \frac{1}{AB \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha - CE} \right) \right) = AB^2 \cdot \sin^2 \alpha$$

$$CE \cdot \cos \alpha \left(1 + \frac{1}{AB \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha - CE} \right) = AB \cdot \sin \alpha \cdot \left(AB \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha - CE \right)$$

$$CE \cdot \cos \alpha \cdot AB \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha - CE^2 \cdot \cos \alpha + CE \cdot \cos \alpha - AB \cdot \sin^2 \alpha = 0$$

$$CE^2 \cos \alpha = (AB \cdot \sin \alpha \cdot \cos^2 \alpha + \cos \alpha) (CE + AB \cdot \sin \alpha) = 0$$

$$CE^2 = AB^2 \cdot \sin^2 \alpha \cdot \cos^4 \alpha + 2AB \cdot \sin \alpha \cdot \cos^3 \alpha + \cos^2 \alpha$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$BD = CB \cdot \cos \alpha$$

$$CB = AB \cdot \cos \alpha$$

$$BD = AB \cdot \cos^2 \alpha \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{BD}{AB} = \frac{5}{7}; \cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{7}}; \sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{7}};$$

$$\lg \alpha = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}, \text{ Ам.к. } \alpha \in (0; \frac{\pi}{2})$$

$$(E^2 - (AB \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha + 1)(E + AB \cdot \lg \alpha) = 0$$

$$CE^2 - (AB \cdot \frac{\sqrt{10}}{7} + 1) + \frac{\sqrt{2}}{5} AB = 0$$

$$D = \frac{10}{49} AB^2 + \frac{2\sqrt{10}}{7} AB + 1 - \frac{4\sqrt{2}}{5} AB$$

~~Выразив CE через AB , CF через CE и зная что $CF = \frac{CE}{\sin \alpha} = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{2}} CE$ можно было бы выразить CF через~~

~~AB и найти CF как отрезок, т.е. найти~~

$$\frac{S_{ABC}}{S_{CEF}} = \left(\frac{AB}{CF}\right)^2 \text{ выразив } CF \text{ через } AB, \text{ зная что}$$

$$CF = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{2}} CE, AC = \frac{AB}{\sqrt{2}} \text{ можно было бы найти}$$

$$\frac{AC}{CF} \text{ и } \frac{AC}{CF} \frac{S_{CEF}}{S_{ACD}} = \left(\frac{CF}{AC}\right)^2$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



13

$$10 \text{ амплос}(\sin x) = 9\pi - 2x \Rightarrow 9\pi - 2x \in [0; 10\pi]$$

$$10 \text{ амплос}(\cos(\frac{\pi}{2} - x)) = 9\pi - 2x \quad 0 \leq 9\pi - 2x \leq 10\pi$$

$$1) \text{ для } \cos \frac{\pi}{2} - x \leq 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$2\pi n - \frac{\pi}{2} \leq x \leq 2\pi n + \frac{\pi}{2}$$

$$10(\frac{\pi}{2} - x - 2\pi n) = 9\pi - 2x$$

$$5\pi - 10x - 20\pi n = 9\pi - 2x$$

$$8x = 20\pi n - 4\pi$$

$$x = 2,5\pi n - 0,5\pi$$

2) для

$$2\pi n + \frac{\pi}{2} \leq \frac{\pi}{2} - x \leq 2\pi n + \frac{3\pi}{2}$$

$$\frac{\pi}{2} + 2\pi n \leq x \leq \frac{3\pi}{2} + 2\pi n$$

$$10(x - \frac{\pi}{2} + 2\pi n) = 9\pi - 2x$$

$$10x - 5\pi + 20\pi n = 9\pi - 2x$$

$$12x = 20\pi n + 14\pi$$

$$x = \frac{5}{3}\pi n + \frac{7}{6}\pi$$

Найдем корни на данной промежутке:

$$x = -0,5\pi; x = 2\pi; x = 4,5\pi \quad x \in [2\pi n - \frac{\pi}{2}; 2\pi n + \frac{\pi}{2}]$$

$$x = -0,5\pi; x = \frac{17}{6}\pi; x = \frac{9}{2}\pi \quad x \in [2\pi n + \frac{\pi}{2}; 2\pi n + \frac{3\pi}{2}]$$

поднимаем корни
поднимаем корни:

$$x = -0,5\pi; 2\pi; 4,5\pi$$

$$x = \frac{7}{6}\pi; \frac{17}{6}\pi$$

Ответ: $-\frac{1}{2}\pi; \frac{7}{6}\pi; \frac{17}{6}\pi; 2\pi; 4,5\pi$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

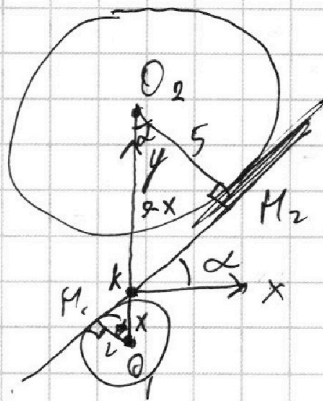
ЛФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

~~ка~~ отрезки от начал. с те будут пересекать сразу окруж.

Крайние виды $y = k_2 x + c$ ^{по накл. в $\frac{2}{3}$ обл.} будут всегда пересекать обе окр. в 7-я клетках, как показано на графике. получается "разрешенные" коэф. это $\begin{cases} k_2 > k \\ k_2 < -k \end{cases}$, а запрещенные $-k \leq k_2 \leq k$

найдем k - коэф. общей касательной.



$$O_1 M_1 k \text{ и } O_2 M_2 k$$

$$O_1 k = x; O_2 k = 9 - x$$

$$\cos \alpha = \frac{5}{9 - x} = \frac{2}{x}$$

$$5x = 18 - 2x$$

$$7x = 18 \Rightarrow x = \frac{18}{7}$$

$$\cos \alpha = \frac{5}{9 - \frac{18}{7}} = \frac{35}{45} = \frac{7}{9} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{4\sqrt{2}}{9}$$

получаем: $k = \operatorname{tg} \alpha = \frac{4\sqrt{2}}{7}$

получаем: $\begin{cases} \frac{4\sqrt{2}}{7} \geq \frac{5}{6\alpha} \\ \frac{5}{6\alpha} \geq -\frac{4\sqrt{2}}{7} \end{cases} \Rightarrow 6\alpha$

получаем: $\begin{cases} \frac{5}{6\alpha} > \frac{4\sqrt{2}}{7} \\ \frac{5}{6\alpha} < -\frac{4\sqrt{2}}{7} \end{cases} \Leftrightarrow$

$$\begin{cases} \alpha < \frac{37}{24\sqrt{2}} \\ \alpha > -\frac{37}{24\sqrt{2}} \end{cases} \begin{matrix} \text{max} \\ \alpha = 0 \\ \text{подложка} \end{matrix}$$

ответ: $\left(-\frac{37}{24\sqrt{2}}; \frac{37}{24\sqrt{2}}\right)$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№4

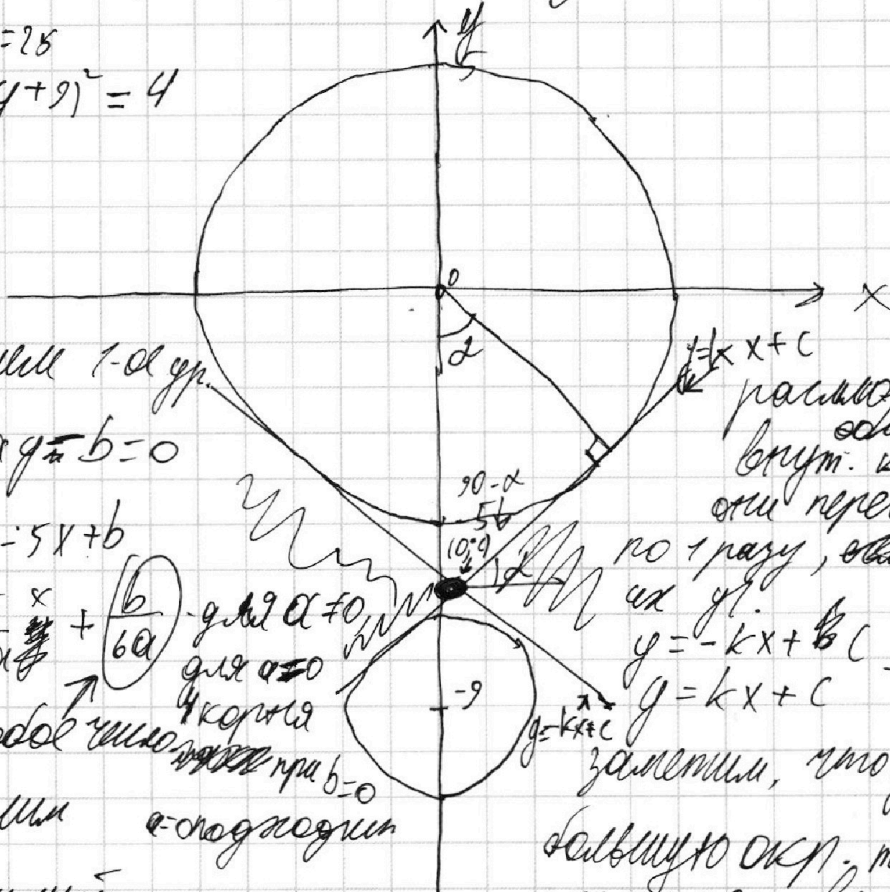
$$\begin{cases} 5x + 6\alpha y - b = 0 \\ (x^2 + y^2 - 25)(x^2 + y^2 + 18y + 77) = 0 \end{cases}$$

$$(x^2 + y^2 - 25)(x^2 + y^2 + 18y + 77) = 0$$

равно кот. упр
а для кот. найдется б

Нарисуем график системы ур. Это две окр.:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ x^2 + (y+9)^2 = 4 \end{cases}$$



перешли 1-ю ур.

$$5x + 6\alpha y - b = 0$$

$$6\alpha y = -5x + b$$

$$y = -\frac{5}{6\alpha}x + \frac{b}{6\alpha}$$

для $\alpha \neq 0$
для $\alpha = 0$
4 корня
но все число $b=0$

определим α -коэффициент
допустимый

$$\frac{5}{6\alpha}$$

различные случаи
внут. касательная
они пересек окр. по
по 1 разу, одна дуга, путь
ид ур.

$y = -kx + b/c$ - симметрия
 $y = kx + c$
заметьте, что увеличивая c

большую окр., теперь как-я
пересекает в 2-ух местах,
а иногда ни в одном.

Обычно как бы мы не выбрали
касательную окр. также пересечем
окр. по 2-ух раз в сумме. ~~каждый раз~~

Так же очевидно, что прямые, параллельные в
зад. системе вида $y = k_1x + c$ так же независимо от

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№ 5

$$1) \log_{11}^4(x) - 6 \log_x(11) = \log_{x^3(11)}(1) - 5$$

$$2) \log_{11}^4(0,5y) + \log_{0,5y}(11) = \log_{0,125y^3(11^{-13})}(1) - 5$$

пусть 1)

$$\log_{11}^4(x) - \frac{6}{\log_{11}(x)} - \frac{1}{\log_{11}(x^{-35})} + 5 = 0$$

$$\log_{11}^4(x) - \frac{6}{\log_{11}(x)} + \frac{1}{1,5 \log_{11}(x)} + 5 = 0$$

$$\log_{11} x = t$$

$$t^4 - \frac{6}{t} + \frac{2}{3t} + 5 = 0 \quad | \cdot t, \text{ м.к}$$

$$t^5 + 5t - \frac{16}{3} = 0$$

$t \neq 0, \text{ м.к}$
 $\log_{11} x \neq 0$
 $\text{м.к } x \neq 1$

пусть 2)

$$\log_{11}^4(0,5y) + \frac{1}{\log_{11}(0,5y)} + \frac{13}{8 \log_{11}(0,5y)} + 5 = 0$$

$$g = \log_{11}(0,5y)$$

$$g^4 + \frac{1}{g} + \frac{13}{8g} + 5 = 0 \quad | \cdot g \neq 0 - \text{но } \textcircled{A3}$$

$$g^5 + 5g + \frac{21}{8} = 0$$

$$g + t = ?$$

$$\log_{11} x + \log_{11} 0,5y = \log_{11}(0,5xy) = g + t$$

$$0,5xy = 11 \quad (g + t)$$

$$xy = 2 \cdot 11 \quad (g + t)$$

0, A3:

- $x > 0$
- $x \neq 1$
- $x^3 \neq 1$
- $x^5 \neq 1$
- $0,5y > 0$
- $0,5y \neq 1$
- $0,125y^3 \neq 1$
- $0,125y^3 > 0$

- ⇓
- $x > 0$
 - $x \neq 1$
 - $y \neq 2$
 - $y > 0$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

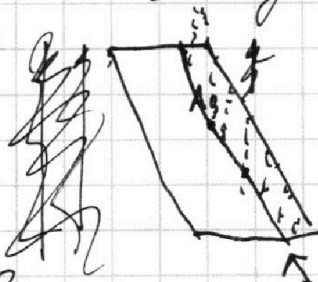


Q (2; 20)

$A_2(2; 20-48)$ $A_3(2; 42)$ и линия на прямой

$y = -6(x-2) + 42$ точки очевидно имеют множество

подлежащих B, но точки справа (сверху)

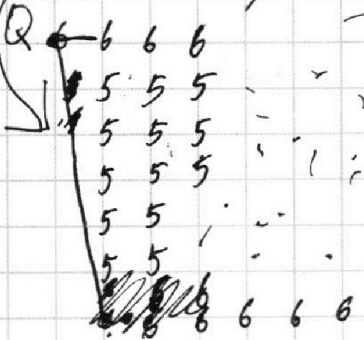


от $y = -6(x-2) + 42$

уже не будут иметь подлежащих B

пусть все точки - как-то подлежащих B, тогда

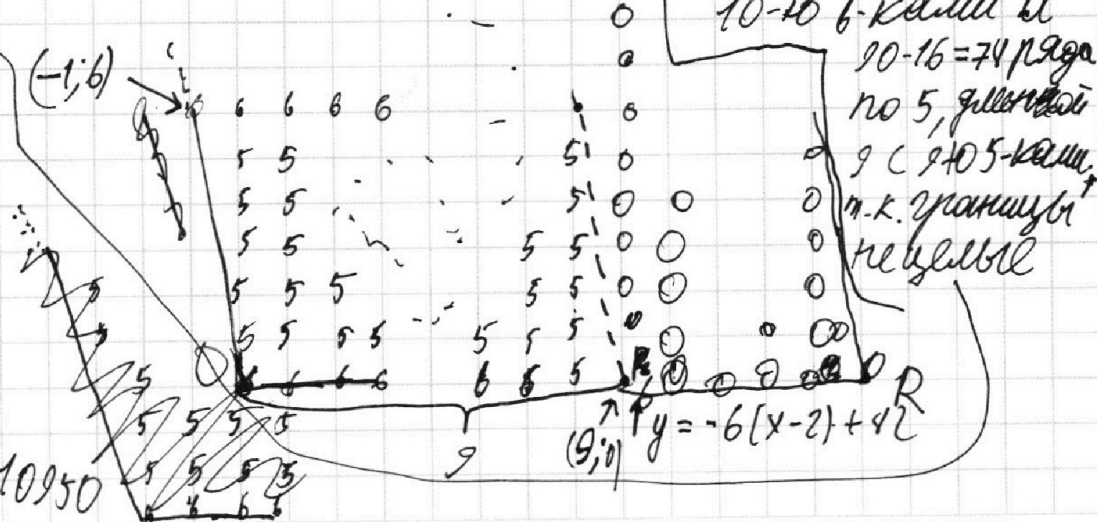
как параллелограмм будет выглядеть так?



Из этого видно
сделано 20 рядов
по 16 элементов,
что мы имеем
16 рядов по 6, 9-
кой 9, 10-10
6-каши и

получаем
всего:
 $16 \cdot 6 +$
 $+ 15 \cdot 74 \cdot 9 =$
 $= 10950$
пар.

Ответ: 10950



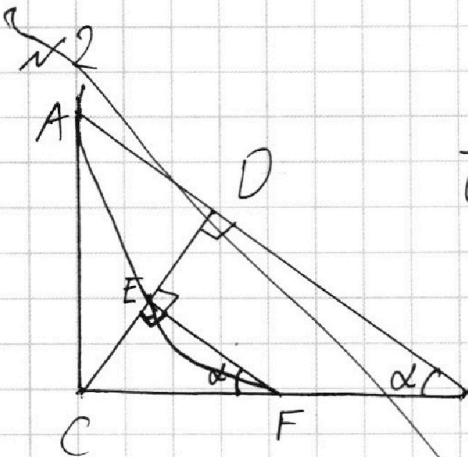
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{AB}{BD} = 1,4 \quad EF \parallel BD, \quad \angle EFC = \angle BDC = \alpha$$

найдём $\sin \alpha$, $\cos \alpha$, $\tan \alpha$

$$BD = CB \cdot \cos \alpha$$

$$CB = AB \cdot \cos \alpha$$

$$BD = AB \cdot \cos^2 \alpha \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{BD}{AB} = \frac{5}{7}$$

$$\Rightarrow \cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{7}}; \quad \sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{7}}; \quad \tan \alpha = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}, \quad \text{п.к. } \alpha \in (0; \frac{\pi}{2})$$

$$\triangle EFC \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{S_{ABC}}{S_{ECF}} = \frac{CF^2}{AB^2}$$

$$AC^2 = CE \cdot CD \text{ - м-мр о/к. ч сек.}$$

$$CE = CF \cdot \sin \alpha \Rightarrow CF = \frac{CE}{\sin \alpha} = \frac{AC^2}{CD \cdot \sin \alpha}$$

$$AC = AB \cdot \sin \alpha$$

$$CD = CB \cdot \sin \alpha; \quad CB = AB \cdot \cos \alpha \Rightarrow CD = AB \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$CF = \frac{AC^2}{CD \cdot \sin \alpha} = \frac{AB^2 \cdot \sin^2 \alpha}{AB \cdot \sin^2 \alpha \cdot \cos \alpha} = \frac{AB}{\cos \alpha}$$

$$AC^2 \cdot \cos \alpha \cdot \sin \alpha = AB \cdot CH$$

$$CH =$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

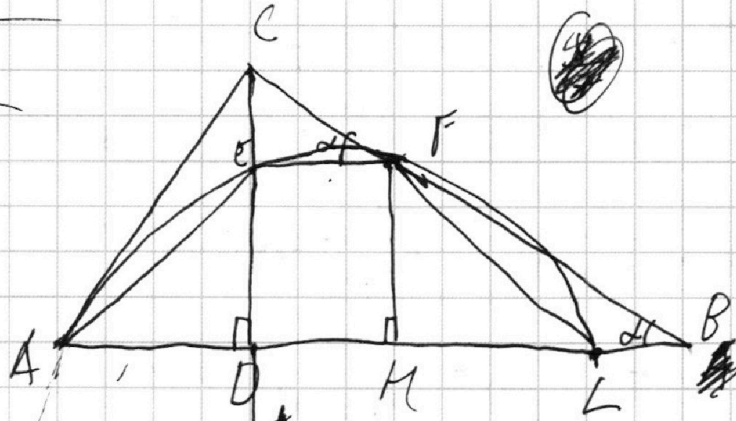
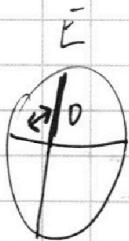
1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



	2	3	5
a	4	8	18
b	2	5	0
c	12	17	14
	18	30	28



$$AC^2 = CE \cdot CD = CF \cdot CL$$

$$AC^2 = CE \cdot CD \Rightarrow CE = \frac{AC^2}{CD}$$

$$\frac{CE}{\cos \alpha} = CF = \frac{AC^2}{CD \cos \alpha}$$

~~$\frac{CE}{CB} = \frac{CF}{CB}$~~

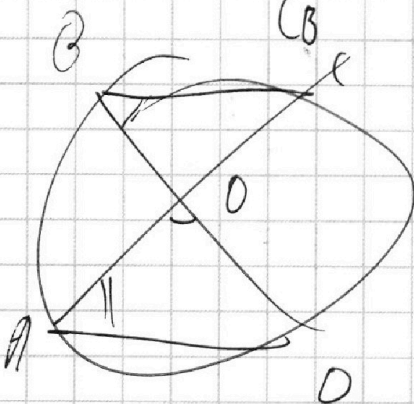
~~$\frac{FB}{FC} = ?$~~

~~$\frac{CF}{CB}$~~

~~$CD = CB \cdot \sin \alpha$~~

~~$AC = CB \cdot \cos \alpha$~~

$$AC^2 = ED \cdot$$



$$\frac{OC}{OD} = \frac{OB}{AO} \quad OC \cdot AO$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

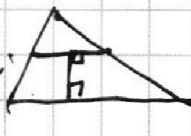


$$10 \arccos(\cos(\frac{\pi}{2} - x))$$

$$\frac{\pi}{2} - x \in [0; \pi] + 2\pi n$$

$$10(\frac{\pi}{2} - x) = 9\pi - 2x \quad \frac{\pi}{2} - x \in [0; \pi]$$

$$5\pi - 10x = 9\pi - 2x \quad \frac{\pi}{2} - x \in [0; \pi]$$

$$10(\frac{\pi}{2} - x - 2\pi n) = 9\pi - 2x$$


$$5\pi - 10x - 20\pi n = 9\pi - 2x$$

$$8x = -20\pi n - 4\pi$$

$$x = 2,5\pi n - 0,5\pi$$

$$2\pi n \leq x \leq 2\pi n + \pi$$

$$2\pi n - \frac{\pi}{2} \leq -x \leq 2\pi n + \frac{\pi}{2}$$

$$2\pi n - \frac{\pi}{2} \leq x \leq 2\pi n + \frac{\pi}{2}$$

$$\log_2 4 = \log_2 10 \cdot \arccos(-1) = 9\pi + \pi$$

$$x = 2,5\pi n - 0,5\pi$$

$$2\pi n \leq x \leq 2\pi n + \pi$$

$$2\pi n - \frac{\pi}{2} \leq -x \leq 2\pi n + \frac{\pi}{2}$$

$$2\pi n - \frac{\pi}{2} \leq x \leq 2\pi n + \frac{\pi}{2}$$

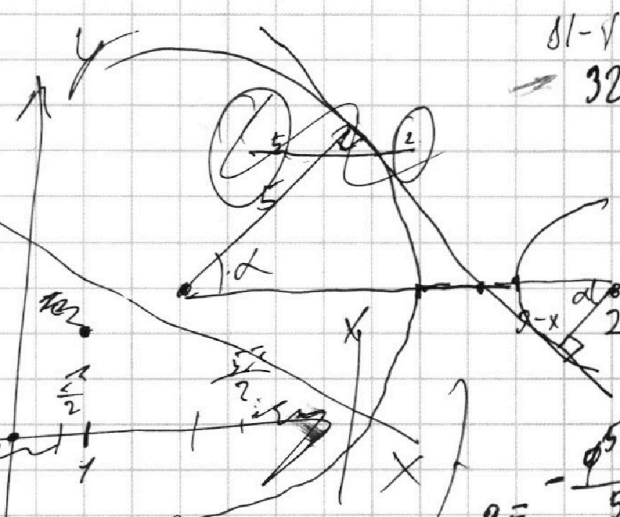
2,5πn - 0,5π

$$10\pi = 10\pi$$

$$n=1; x = -3\pi$$

$$10 \arccos(0) = 15\pi$$

$$\log_a b = \frac{\log b}{\log a}$$



$$6a < \frac{5 \cdot 7}{1\sqrt{7}}$$

$$a < \frac{37}{21\sqrt{2}}$$

$$6ay = -5x + b$$

$$y = -\frac{5}{6a}x + \frac{b}{6a}$$

$$x \cdot y = \dots$$

$$g + t = ?$$

$$\log_{11} 0,5xy = g + t$$

$$0,5xy = 11^{g+t}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$a = 2^{\alpha_2} 3^{\alpha_3} 5^{\alpha_5}$$

$$\begin{aligned} a_2 + b_2 &= 6 \\ a_3 + b_3 &= 13 \\ a_5 + b_5 &= 11 \end{aligned}$$

$$ab \cdot bc \cdot ac = a^2 \cdot b^2 \cdot c^2 \cdot \text{мм} = 2^{36} \cdot 3^{52} \cdot 5^{29,5}$$

$$6 + 14 + 16 = 36$$

$$13 + 21 + 25 = 59$$

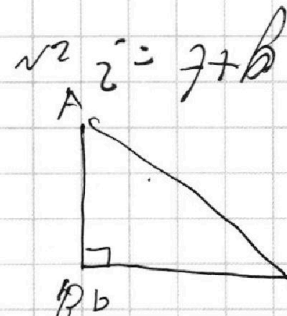
$$11 + 13 + 28 = 52$$

$$\begin{aligned} a &= 2^3 \cdot 3^7 \cdot 5^6 \\ b &= 2^3 \cdot 3^6 \cdot 5^5 \\ c &= 2^{12} \cdot 3^{17} \cdot 5^{15} \end{aligned}$$

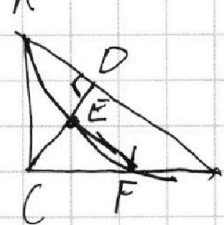
$$\begin{aligned} a &= 5^{14} \cdot 3^{20} \cdot 2^{14} \\ b &= 5^0 \cdot 3^4 \cdot 2^2 \\ c &= 5^{14} \cdot 3^{17} \cdot 2^{12} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c &= 5^{14} \cdot 3^{12} \cdot 2^{10} \\ b &= 5^{14} \cdot 3^{13} \cdot 2^{10} \\ a &= 5^{14} \cdot 3^{13} \cdot 2^{10} \end{aligned}$$

$$ab = 5^{14} \cdot 3^{13} \cdot 2^6; \quad bc = 5^{14} \cdot 3^{21} \cdot 2^{14}; \quad ac = 5^{28} \cdot 3^{28} \cdot 2^{26}$$



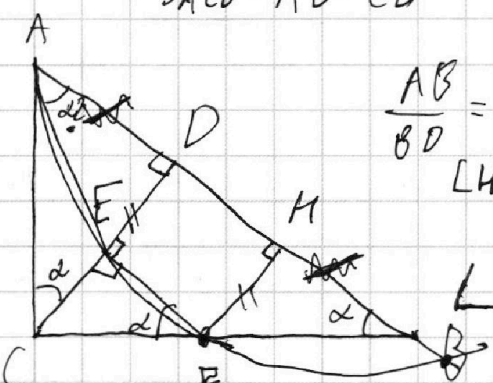
$$\frac{S_{ACD}}{S_{CEEF}} = \frac{(EF)^2}{(CD)^2} = \frac{2BD \cdot AB}{BD \cdot \lg \angle A}$$



$$\frac{AB}{BD} = 1,4$$

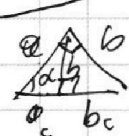
$$B \lg \angle A = \frac{CD}{DB}$$

$$S_{ACD} = AB \cdot CD$$



$$\frac{AB}{BD} = 1,4$$

$$LH = AD$$



$$\frac{a_c}{a} = \frac{a}{c} = \frac{h}{b}$$

$$a^2 = a_c \cdot c$$

$$a_c = a \cdot \sin \alpha$$

$$a = c \cdot \cos \alpha$$

$$a_c = a \cdot \cos \alpha = c \cdot \cos^2 \alpha \cdot \sin \alpha$$

$$a = c \cdot \cos \alpha \Rightarrow c = \frac{a}{\cos \alpha}$$

$$EF = AB - 2AH$$

$$EF = 2BD - AB$$

$$CD = BD \cdot \frac{5}{7} = \frac{a_c}{\cos^2 \alpha} = \cos^2 \alpha \cdot \frac{10}{7}$$

$$\cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{7}}; \quad \sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{7}}$$