



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ  
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ



## 11 КЛАСС. Вариант 4

- [4 балла] Натуральные числа  $a, b, c$  таковы, что  $ab$  делится на  $2^6 3^{13} 5^{11}$ ,  $bc$  делится на  $2^{14} 3^{21} 5^{13}$ ,  $ac$  делится на  $2^{16} 3^{25} 5^{28}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .
- [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник  $ABC$ . Окружность, касающаяся прямой  $AC$  в точке  $A$ , пересекает высоту  $CD$ , проведённую к гипотенузе, в точке  $E$ , а катет  $BC$  – в точке  $F$ . Известно, что  $AB \parallel EF$ ,  $AB : BD = 1,4$ . Найдите отношение площади треугольника  $ACD$  к площади треугольника  $CEF$ .
- [4 балла] Решите уравнение  $10 \arccos(\sin x) = 9\pi - 2x$ .
- [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , для каждого из которых найдётся значение параметра  $b$ , при котором система уравнений

$$\begin{cases} 5x + 6ay - b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 25)(x^2 + y^2 + 18y + 77) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

- [5 баллов] Некоторые числа  $x$  и  $y$  удовлетворяют равенствам

$$\log_{11}^4 x - 6 \log_x 11 = \log_{x^3} \frac{1}{121} - 5, \quad \text{и} \quad \log_{11}^4(0,5y) + \log_{0,5y} 11 = \log_{0,125y^3} (11^{-13}) - 5.$$

Найдите все возможные значения произведения  $xy$ .

- [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках  $O(0; 0)$ ,  $P(-15; 90)$ ,  $Q(2; 90)$  и  $R(17; 0)$ . Найдите количество пар точек  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$  с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что  $6x_2 - 6x_1 + y_2 - y_1 = 48$ .
- [6 баллов] Дана треугольная пирамида  $SABC$ , медианы  $AA_1$ ,  $BB_1$  и  $CC_1$  треугольника  $ABC$  пересекаются в точке  $M$ . Сфера  $\Omega$  касается ребра  $AS$  в точке  $L$  и касается плоскости основания пирамиды в точке  $K$ , лежащей на отрезке  $AM$ . Сфера  $\Omega$  пересекает отрезок  $SM$  в точках  $P$  и  $Q$ . Известно, что  $SP = MQ$ , площадь треугольника  $ABC$  равна 180,  $SA = BC = 20$ .
  - Найдите произведение длин медиан  $AA_1$ ,  $BB_1$  и  $CC_1$ .
  - Найдите двугранный угол при ребре  $BC$  пирамиды, если дополнительно известно, что  $\Omega$  касается грани  $BCS$  в точке  $N$ ,  $SN = 6$ , а радиус сферы  $\Omega$  равен 8.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



- |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                                   | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$ab = 2^6 \cdot 3^{13} \cdot 5^{11} \cdot k_1, \quad k_1 \in \mathbb{Z}$$

$$bc = 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{13} \cdot k_2, \quad k_2 \in \mathbb{Z}$$

$$ac = 2^{16} \cdot 3^{25} \cdot 5^{28} \cdot k_3, \quad k_3 \in \mathbb{Z}$$

abc как минимум:  $2^{16} \cdot 3^{25} \cdot 5^{28}$

Значит, что:

$$(abc) = 2^2 \cdot 3^{36} \cdot 5^{52} \cdot k_1 k_2 k_3 \Rightarrow$$

$\Rightarrow k_1 k_2 k_3$  как минимум  $: 3$ , т.е.

$k_1 k_2 k_3 = 3m \Rightarrow$  M.K. степени abc - единиц.

$$\Rightarrow (abc) = 2^2 \cdot 3^{36} \cdot 5^{60} \cdot 5^{52} m$$

т.е. m - можно брать любые удобные цифры

$\Rightarrow$  различные варианты:

$$abc = 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{26}, \text{ но мы знаем, что}$$

$$abc : 5^{28} \Rightarrow abc_{\min} = 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28} \quad (\text{при } m=5^4)$$

$$\text{Ответ: } 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28}$$

Сург 1 из 1

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                                   | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$10 \arccos(\sin x) = 9\pi - 2x$$

$$10 \arccos(\sin x) = 9\pi - 2x$$

$$\arccos(\sin x) = 0,9\pi - 0,2x$$

$$003: 0 \leq 0,9\pi - 0,2x \leq \pi$$

$$-0,9\pi \leq +0,2x \leq 0,1\pi$$

$$-0,1\pi \leq 0,2x \leq 0,9\pi$$

$$-0,5\pi \leq x \leq 0,5\pi$$

$$\text{дано } \arccos(\sin x) = 0,9\pi - 0,2x \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \sin x = \cos(0,9\pi - 0,2x)$$

$$\sin x = \sin\left(\frac{2\pi}{5} - 0,2x\right)$$

$$\sin\left(\frac{2\pi}{5} - 0,2x\right) - \sin x = 0 \quad \cancel{2\sin\left(\frac{2\pi}{5} - 0,2x\right)\cos\left(\frac{2\pi}{5} + 0,2x\right)}$$

$$2\sin\left(\frac{2\pi}{5} - 0,2x\right)\cos\left(\frac{2\pi}{5} + 0,2x\right) = 0$$

$$\sin\left(\frac{2\pi}{5} - 0,2x\right) = 0 \quad \text{или} \quad \cos\left(\frac{2\pi}{5} + 0,2x\right) = 0$$

$$\frac{2\pi}{5} - 0,2x = \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x \in [0,5\pi, 4,5\pi]$$

$$\frac{2\pi}{5} + 0,2x = \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$0,2x = \frac{5\pi}{10} - \frac{4\pi}{10} + \pi k \quad | \cdot \frac{5}{4}$$

$$x = \frac{\pi}{8} + \frac{5\pi k}{4}$$

$$0,2x = \frac{2\pi}{5} - \pi n \quad | \cdot 5$$

$$x = \frac{2\pi}{3} - \frac{5}{6}\pi n$$

Отв 1 из 2

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



- |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                                   | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\Rightarrow -0,5\pi \leq \frac{\pi}{3} - \frac{5\pi n}{6} \leq 4,5\pi \quad | + \frac{6\pi}{6}$$

$$-3 \leq 2 - 5n \leq 27.$$

$$-5 \leq -5n \leq 25.$$

$$-5 \leq n \leq 1.$$

$$n \in \{-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1\}$$

$$-0,5\pi \leq \frac{\pi}{8} - \frac{5\pi k}{4} \leq 4,5\pi \quad | + \frac{8\pi}{8}$$

$$-4 \leq 1 + 10k \leq 36.$$

$$-5 \leq 10k \leq 35.$$

$$k \in \{0, 1, 2, 3\}$$

$$n = -5 \Rightarrow x = \frac{2\pi}{6} + \frac{25\pi}{6} = \frac{27\pi}{6} = 4,5\pi.$$

$$n = -4 \Rightarrow x = \frac{22\pi}{6} = \frac{11\pi}{3}.$$

$$n = -3 \Rightarrow x = \frac{17\pi}{6}.$$

$$n = -2 \Rightarrow x = 2\pi.$$

$$n = -1 \Rightarrow x = \frac{\pi}{6}.$$

$$n = 0 \Rightarrow x = \frac{2\pi}{3}.$$

$$n = 1 \Rightarrow x = -\frac{\pi}{2}$$

$$n = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{8}$$

$$n = 1 \Rightarrow x = \frac{11\pi}{8}$$

$$n = 2 \Rightarrow x = \frac{21\pi}{8}$$

$$n = 3 \Rightarrow x = \frac{31\pi}{8}$$

Ответ:  $x \in \left\{ 4,5\pi, \frac{11\pi}{3}, \frac{17\pi}{6}, 2\pi, \frac{7\pi}{6}, -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{8}, \frac{11\pi}{8}, \frac{21\pi}{8}, \frac{31\pi}{8} \right\}$

Слайд 2 из 2



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

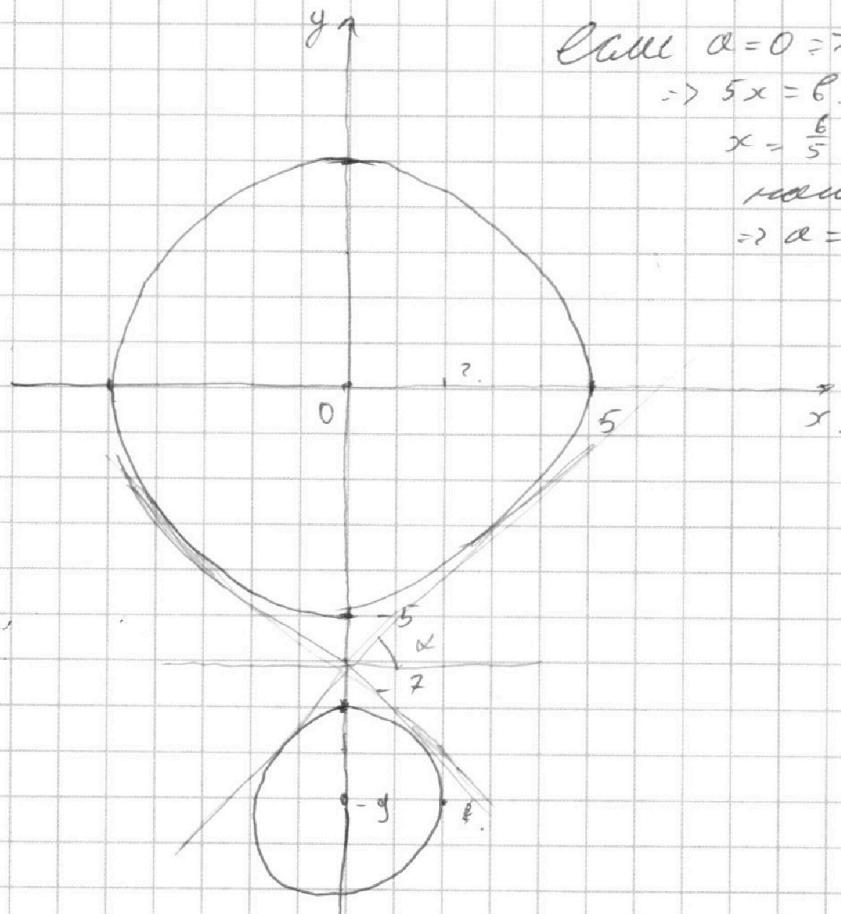
- |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                                   | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} 5x + 6\alpha y - 6 = 0. \quad (1) \\ (x^2 + y^2 - 25)(x^2 + y^2 + 8y + 77) = 0. \quad (2). \end{cases}$$

$$(2) \quad x^2 + y^2 = 25 \quad \text{или} \quad x^2 + (y+g)^2 = 4.$$



$$l: y = -\frac{5}{6\alpha}x + \frac{6}{\alpha}.$$

Линия  $y = -\frac{5}{6\alpha}x + \frac{6}{\alpha}$  должна пересекать отрицательные

$$x^2 + y^2 = 25 \quad \text{и} \quad x^2 + (y+g)^2 = 4. \quad \text{в 4 разных точках.}$$

Объяснение по ~~задаче~~ Оси  $y$  оси  $x$  - в 3х четв.  $\Rightarrow$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



- |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\operatorname{tg} \angle B O_2 C = \operatorname{tg} \alpha = \frac{\frac{8\sqrt{2}}{7}}{14} = \frac{4\sqrt{2}}{49}. \text{ Числ 3 из 4}$$

$$\operatorname{tg} \left| -\frac{5}{6a} \right| > \frac{4\sqrt{2}}{49}.$$

$$-\frac{4\sqrt{2}}{7} < -\frac{5}{6a} < \frac{4\sqrt{2}}{7}.$$

$$-\frac{24\sqrt{2}}{35} < a < \frac{24\sqrt{2}}{35}.$$

$$\begin{cases} -\frac{5}{6a} > \frac{4\sqrt{2}}{7} \\ -\frac{5}{6a} < -\frac{4\sqrt{2}}{7} \end{cases}$$

$$\begin{cases} -\frac{24\sqrt{2}}{35} < a & \text{①} / \text{а} \neq 0. \\ a < \frac{24\sqrt{2}}{35} & \text{②} \end{cases} \quad -\frac{24\sqrt{2}a}{35} - 1 < 0.$$

$$\text{① } 24\sqrt{2}a + 35 > 0.$$

$$a > -\frac{35}{24\sqrt{2}}$$

$$a > -\frac{35\sqrt{2}}{48}.$$

$$\text{① } -\frac{5}{6a} > \frac{4\sqrt{2}}{7}, \quad a \neq 0.$$

$$\frac{4\sqrt{2}}{7} + \frac{5}{6a} < 0.$$

$$\frac{24\sqrt{2}a + 35}{a} < 0.$$

$$\begin{array}{c} f \\ \nearrow \searrow \end{array} \quad \begin{array}{c} -\frac{35\sqrt{2}}{48} \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{c} \nearrow \searrow \\ \nearrow \end{array} \quad a \in \left( -\frac{35\sqrt{2}}{48}; 0 \right)$$

$$\text{② } -\frac{5}{6a} < -\frac{4\sqrt{2}}{7}.$$

$$\frac{a \cdot 24\sqrt{2} - 35}{a} < 0.$$

$$a \neq$$

$$\begin{array}{c} f \\ \nearrow \searrow \end{array} \quad \begin{array}{c} 0 \\ \frac{35\sqrt{2}}{48} \end{array} \quad \begin{array}{c} \nearrow \end{array}$$

$$a \in \left( 0; \frac{35\sqrt{2}}{48} \right)$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

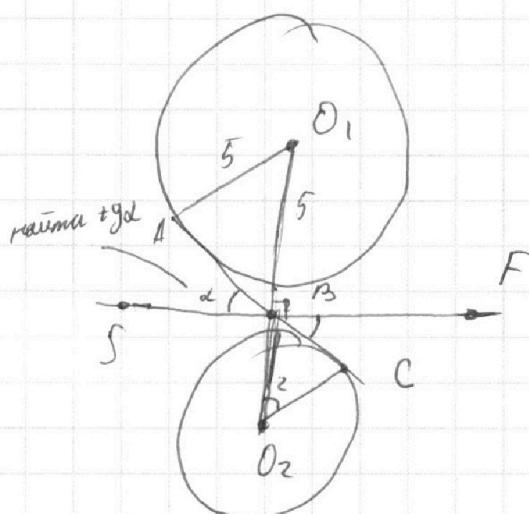
- |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                                   | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Случ 2 из 4  
 $\Rightarrow$  достаточно чтобы  $|\operatorname{tg} \alpha(l, O_2)| > \operatorname{tg}$  общей высоты.  
 касательных. тогда  $|- \frac{5}{6\alpha}| > \operatorname{tg}$  общей высоты.

Найдем его:



Таким образом  $\triangle O_1AB \sim \triangle O_2CB$ :

$\angle O_2BC = \angle O_1BA$  - вертикальные.

$\angle O_1AB = \angle O_2CB = 90^\circ$  (радиусы проходят в  
касат.)  $\Rightarrow \triangle O_1AB \sim \triangle O_2CB$   
по фундаментальному.

$$\phi K = \frac{5}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{O_1B}{O_2B} = \frac{5}{2} \quad \Rightarrow \quad O_1B = \frac{45}{7}$$

$$O_1O_2 = 9. \quad O_2B = \frac{18}{7}.$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} \angle ABS = \operatorname{tg} \angle BO_2C.$$

$$BC = \sqrt{\frac{324}{49} - \frac{136}{49}} = \cancel{\sqrt{\frac{8\sqrt{2}}{2}}} \quad (\text{но ср. из } T_1 \text{ неправильна})$$

$$\Rightarrow$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                                   | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Сивин:  $\alpha \in \Theta \left( -\frac{35\sqrt{2}}{48}, \frac{35\sqrt{2}}{48} \right)$  Слур 4 из 4.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



- 1    2    3    4    5    6    7

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\log_{10} x = \alpha, \quad x \neq 0, \quad x \neq 0 \Rightarrow \alpha \neq 0.$$

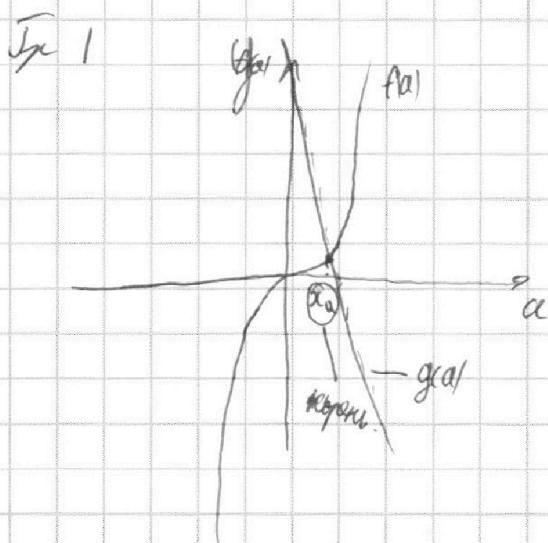
$$\log_{10} 0.5y = \beta. \quad y \neq 0, \quad y \neq 2 \Rightarrow \beta \neq 0.$$

$$\alpha^4 - \frac{6}{\alpha} = -\frac{2}{3\alpha} - 5. \quad | \cdot 3\alpha.$$

$$3\alpha^5 - 18 = -2 - 15\alpha.$$

$$3\alpha^5 = 16 - 15\alpha.$$

$$f(\alpha) = 3\alpha^5 \nearrow \quad | \Rightarrow \text{максимальный корень}$$
$$g(\alpha) = -15\alpha + 16 \rightarrow$$



$$\beta^4 + \frac{1}{\beta} = -\frac{13}{3\beta} - 5 \quad | \cdot 3\beta$$

$$3\beta^5 + 3 = -13 - 15\beta.$$

$$3\beta^5 = -15\beta - 16.$$

$$f(\beta) = 3\beta^5 \nearrow$$

$$g(\beta) = -15\beta - 16 \rightarrow \quad | \Rightarrow \text{минимальный корень.}$$

Стр 1 из 2



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

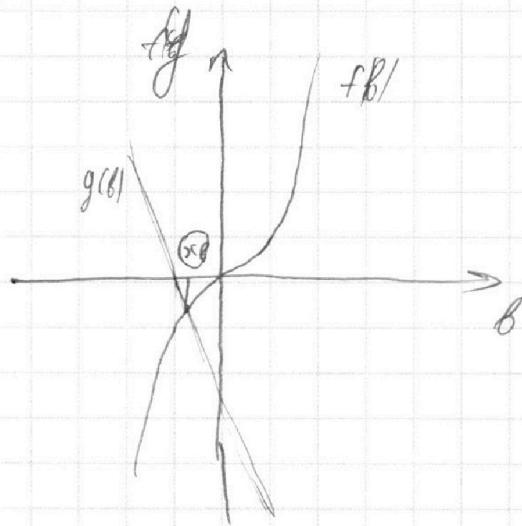
решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                                   | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Fr 2



Справ 2 из 2

изображенный графиками функций

уравнение  $x_1 \times x_2 = 1$  (когда при  $x_1 > 0$  и  $x_2 < 0$ )

получит решение с осью ординат проектирования)

значение этого  $x_1 \times x_2 = 1$  - проекциями

$$\Rightarrow x_1 \times x_2 = 1.$$

$$x_1 = \log_{10} x_1. \quad \Rightarrow \quad \log_{10} 0,5 \times y = 0.$$

$$x_2 = \log_{10} y \quad 0,5 \times y = 1.$$

$$xy = 2.$$

Ответ: 2

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

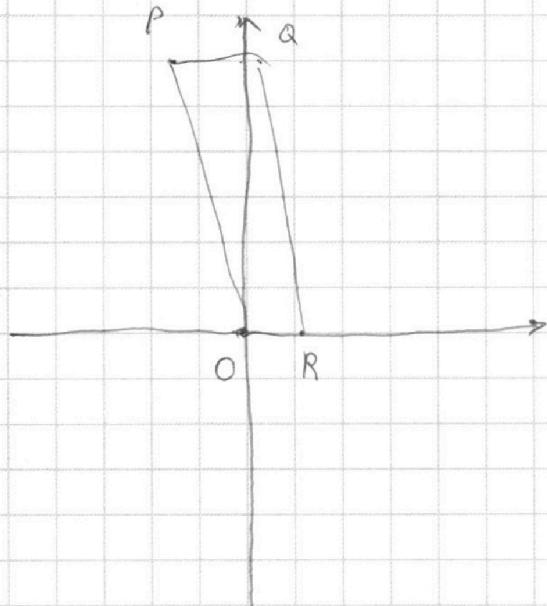
Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                                   | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Лекр 1 из. 2



$$\begin{cases} y \geq -6x \\ y \geq 0 \\ y \leq 90 \\ y \leq -6x + 102 \end{cases}$$

$$6x_2 + y_2 = 48 + 6x_1 + y_1.$$

$$\begin{cases} y + 6x \leq 102 \\ y + 6x \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y_2 + 6x_2 \max = 102 \\ y_2 + 6x_2 \min = 48 \\ y_1 + 6x_1 \max = 54 \\ y_1 + 6x_1 \min = 0 \end{cases}$$

Составить таблицу для нахождения.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                                   | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$y_1 + 6x_1 =$	$y_2 + 6x_2 =$	количество	Старт 2 из 2
54	102	16 · 16.	
53	101	15 · 15.	
52	100	15 · 15.	
.	.		
48	96	16 · 16.	
.	.		
6	54	16 · 16.	
.	.		
0	48.	16 · 16.	

$\rightarrow$  количество яиц всего =  $\sum =$

$$\begin{array}{r} \times 1^2 \\ 225 \\ \times 45 \\ \hline 1125 \\ + 900 \\ \hline 10125 \end{array} + 2560 = 225 \cdot 95 + 2560 = 2025 + 2560 = 4585$$

Ответ: 12685.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned}y_1 + 6x_1 &= 53 \\y_2 + 6x_2 &= 101.\end{aligned}$$

$$y_1 + 6x_1 = 53$$

$$y_2 + 6x_2 = 101.$$

$$y_1 + 6x_1 = 53$$

$$y_2 + 6x_2 = 101.$$

$$y_1 + 6x_1 = 53$$

$$y_2 + 6x_2 = 101.$$

$$y_1 + 6x_1 = 53$$

$$y_2 + 6x_2 = 101.$$

$$y_1 + 6x_1 = 53$$

$$y_2 + 6x_2 = 101.$$

$$y_1 + 6x_1 = 53$$

$$y_2 + 6x_2 = 101.$$

$$y_1 + 6x_1 = 53$$

$$y_2 + 6x_2 = 101.$$

$$y_1 + 6x_1 = 53$$

$$y_2 + 6x_2 = 101.$$

54

48

42

36

30

24

18

12

6

0

19

13

1.

52

48

42

36

30

24

18

12

6

0

19

13

1.

53

49

43

37

31

25

19

13

1.

5.

4.

3.

2.

1.

16.

16.

16.

16.

16.

16.

16.

16.

16.

16.

16.

16.

16.

16.

16.

16.

16.

16.

16.

16.

16.

16.

16.

16.

16.

16.

16.

16.

16.

16.

16.

16.

16.

16.

16.

16.

16.

16.

16.

16.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

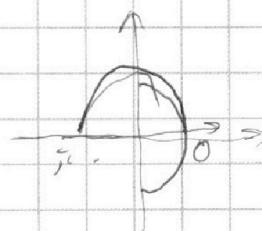
Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                                     |                                     |                                     |                                     |                                     |                                     |
|--------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| 1                        | 2                                   | 3                                   | 4                                   | 5                                   | 6                                   | 7                                   |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\arccos \epsilon$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

7

*МФТИ*

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



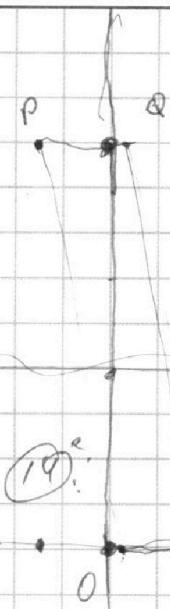
- 1    2    3    4    5    6    7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

- 6. 9.

16.



$$d = y_1 + 6x_1 = 54. \quad 47 + 6 \cdot 8,$$

$$b = y_2 + 6x_2 = 82. \quad 95.$$

$$y_1 + 6x_1 = 54.$$

$$x_1 = 0. \quad 54. \quad x_2 = 1.$$

$$15$$

42.

$$10 = 18.$$

$$\begin{array}{r|rr} 54 & 102 \\ 53 & 101 \\ 52 & 100 \\ 51 & 99 \\ 50 & 98 \\ 49 & \\ \hline 48 & 96 \end{array}$$

$$180 - 54 = 126.$$

$$150 - 0 \leq d + 6x_1 \leq 90.$$

$$48 \leq b - 6x_2 \leq 102$$

$$(y_2 + 6x_2) - (y_1 + 6x_1) = 48.$$

1/16.

$$y_2 + 6x_2 = 48 + y_1 + 6x_1.$$

$$y \geq 0$$

$$y \leq 90.$$

$$y \leq -6x_1 + 102.$$

$$-15a + b = 90. \quad y + 6x_1 \geq 0.$$

$$2a + b = 90.$$

$$a = 0.$$

$$y \geq 0.$$

$$y \leq 90.$$

$$y + 6x_1 \leq 102.$$

$$102 - 48.$$

$$54.$$

97 95.

$$-15a = 90.$$

$$(y_2 + 6x_2)_{\max} =$$

$$a = -6.$$

$$y_1 + 6x_1, \max = 54.$$

$$17 \cdot 6 = 102.$$

$$12a + b = 0.$$

$$\min 0$$

$$-102 - -6.$$

$$2a + b = 90.$$

$$y_2 + 6x_2, \min 48$$

$$\max 102.$$

$$b = 102.$$

$$15a =$$

$$y_1 + 6x_1 = 54. \quad a = -6.$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

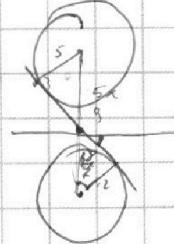
**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

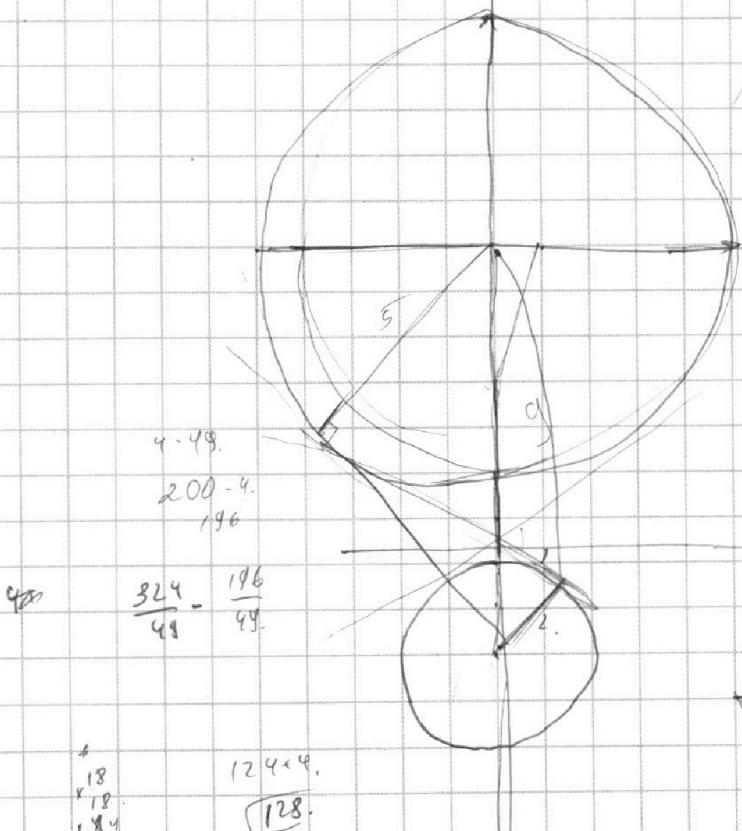
$$y = -\frac{5x + 6}{6}$$

$$\text{№ } x^2 + y^2 = 25.$$

$$x^2 + (y + 6)^2 = 4.$$



A



$$\frac{324}{49} - \frac{196}{49}$$

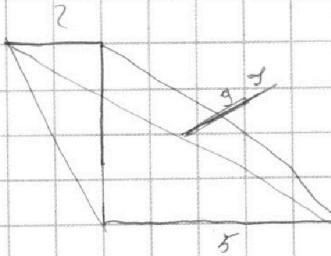
$$\begin{array}{r} 18 \\ \times 18 \\ \hline 128 \\ 184 \\ \hline 128 \\ 18 \\ \hline 128 \end{array}$$

$$\frac{324}{-196}.$$

$$124 \times 4.$$

$$\sqrt{128}.$$

$$\frac{8\sqrt{2}}{7}$$



$$\frac{9}{2} \cdot 2.$$

$$\frac{18}{2}$$

$$-\frac{48\sqrt{2}}{35} <$$

$$0.61 \left( -\frac{48\sqrt{2}}{35}, \frac{48\sqrt{2}}{35} \right).$$

$$-\frac{8\sqrt{2}}{7} < -\frac{5}{6}\alpha < \frac{8\sqrt{2}}{7}$$

$$-\frac{8\sqrt{2}}{7} < \frac{5}{6}\alpha < \frac{8\sqrt{2}}{7}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ



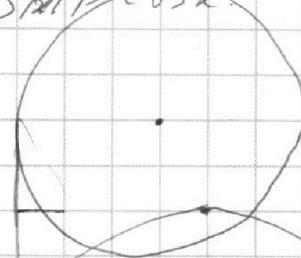
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha+\beta}{2} \cdot \cos \frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$(\sin \frac{\pi}{2} \cdot \cos \frac{\theta}{2} + \sin \frac{\theta}{2} \cdot \cos \frac{\pi}{2}) \cdot \cos$$

$$\sin \alpha \cdot \cos \beta + \sin \beta \cdot \cos \alpha$$

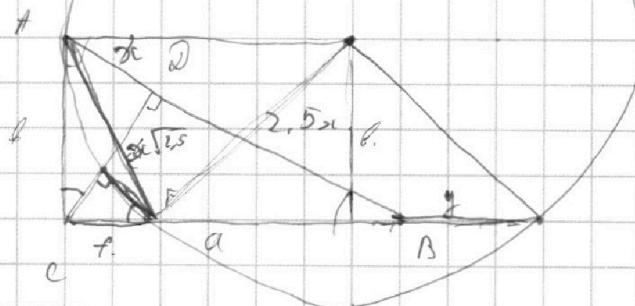
sin



$$\cos \left( \frac{9\pi - 2x}{10} \right) = \sin x$$

$$\cos(0,9\pi - 0,5x) = \sin x$$

$$\cos 0,9\pi \cdot \cos 0,5x + \sin 0,5x \cdot \sin 0,9\pi = \sin x$$



$$\frac{9\pi}{10} = \frac{3\pi}{2} \cdot \frac{\pi}{2} + \frac{2\pi}{5}$$

$$\cos \left( \frac{\pi}{2} - \alpha \right) = \sin x$$

$$\sin \left( \frac{2\pi}{5} - 0,5x \right) = \sin x$$

$$f \cdot a = b^2$$

$$\frac{AC}{CF} = \frac{AD}{EF} = \frac{PD}{CE} = \frac{PB}{DE}$$

$$f = \frac{b^2}{a}$$

$$\frac{AD}{AC} =$$

$$b^2 = 3,5x^2$$

$$\sin \alpha \cdot \cos \beta + \sin \beta \cdot \cos \alpha + \frac{\sin \alpha \cdot \cos \beta - \sin \beta \cdot \cos \alpha}{3,5}$$

$$a = \sqrt{8,75}$$

$$h^2 + x^2 = b^2$$

$$\begin{matrix} 1 & 2 & 3 \\ 10 & 5 \\ 12,2 & 5 \end{matrix}$$

$$h^2 + 6,25x^2 = a^2$$

$$2h^2 = 12,25x^2 - 7,25x^2$$

$$a^2 - b^2 = 12,25x^2$$

$$2h^2 = 5x^2$$

$$h = \sqrt{2,5x^2}$$

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2$$

$$(\sin \alpha \cdot \cos \beta) / \cos \alpha$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

**МФТИ.**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$AB = 2^6 \cdot 3^{13} \cdot 5^{11} K_1$$

96

$$BC = 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{13} K_2$$

59

$$AC = 2^{16} \cdot 3^{25} \cdot 5^{28} K_3$$

52

$$(ABC) = 2^2 \cdot 3^{36} \cdot 5^{59} K_1 K_2 K_3$$

52

a.e.: 2

c = 2<sup>10</sup>

$$\begin{array}{r} 8 \times c = 16 \\ 4 \times c = 14 \\ a - b = 6 \end{array}$$

ABC - кратчайшее  $\Rightarrow K_1 K_2 K_3 : 3$

$$\sqrt{2^3 \cdot 3^{60} \cdot 5^{52}} = 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{26} K_1 K_2 K_3$$

~~824 · 3<sup>2</sup> · 2~~

$$ABC = 2^{16} \cdot 3^{25} \cdot 5^{28}$$

$$\begin{array}{r} a + b = 2 \\ a \cdot b = 6 \\ a = 2 \\ b = 4 \end{array}$$

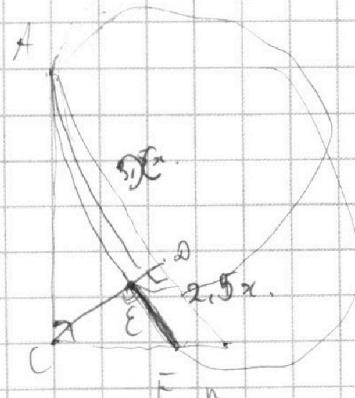
16 · 9  
144

2

$$b = 2^4 K$$

$$\begin{array}{r} 18 \ 30 \ 28 \\ 2 \cdot 3 \cdot 5 \end{array}$$

$$\frac{ABC}{AC} = \frac{2^{20} \cdot 3^{34} \cdot 5^{24}}{2^{16} \cdot 3^{25} \cdot 5^{28} K_3} K_1 K_2$$



$$b^2 = 2^4 \cdot 3 \cdot 5 \frac{K_1 K_2}{K_3}$$

$$a^2 = \frac{2^{21} \cdot 3^{21} \cdot 5^{13} \cdot K_1 K_2}{2^{11} \cdot 3^{21} \cdot 5^{13} \cdot K_2} = 2^8 \cdot 3^{19} \cdot 5^{26} \frac{K_1 K_2}{K_2}$$

$$c^2 = \frac{2^{20} \cdot 2^{46} \cdot 5^{41}}{2^{16} \cdot 3^{13} \cdot 5^{11} K_1} = 2^{24} \cdot 3^{33} \cdot 5^{30} \frac{K_2 K_3}{K_1}$$

$$7x = 2AB$$

$$AB = 3,5x$$

$$\frac{AB}{BD} = 1,4$$

$$AB = (AB - x) \cdot 1,4$$

$$1,4x = 0,4AB$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$\sin \frac{\alpha - \beta}{2} = \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\beta}{2} - \sin \frac{\beta}{2} \cos \frac{\alpha}{2}$$

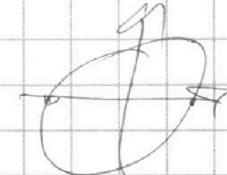
$$\cos \frac{\alpha - \beta}{2} = \cos \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\beta}{2} + \sin \frac{\alpha}{2} \sin \frac{\beta}{2}$$

$$\sin \cdot \sin = \sin \left( \frac{2\pi}{5} \cdot 1,5x \right) = 0.$$

$$\cos \alpha + \cos \beta$$

$$\cos \left( \frac{2\pi}{5} + 0,5x \right) = 0.$$

$$\underline{\cos \frac{\alpha}{2} \cdot \cos \frac{\beta}{2}} = \cos \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\beta}{2} -$$



$$\sin x + y = \sin x \cos y + \sin y \cos x.$$

$$\sin x \cdot y = \sin x \cos y - \sin y \cos x.$$

$$2 \sin y \cos x = \frac{2\pi}{5} - 1,2x = \pi n.$$

$$x = \frac{\pi + n}{2}, \quad y = \frac{\pi - n}{2}, \quad \frac{2\pi}{5} + 0,8x = \frac{\pi}{2} + 1,6x.$$

$$x + y = \alpha, \quad x - y = \beta.$$

$$\frac{\pi}{2} - \frac{2\pi}{5}.$$

$$\sin \alpha + \sin \beta = \sin(\alpha + y) + \sin(x - y).$$

$$\frac{5\pi}{10} - \frac{4\pi}{10}.$$

$$\frac{\pi}{10} \cdot \frac{5}{4} = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4}, \quad 2 \sin x \cos y.$$

$$\sin x + y - \sin x \beta = 2 \sin y \cos x.$$

$$\sin \left( \frac{2\pi}{5} - 0,8x \right) - \sin x = 2 \sin \left( \frac{2\pi}{5} - 0,8x \right) \cos \left( \frac{2\pi}{5} + 0,8x \right) = 0.$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\log_{10} x = a. \quad x > 0. \\ x \neq 1.$$

$$a^4 - \frac{6}{a} = -\frac{2}{3a} - 5.$$

$$a^5 - 6 = -\frac{2}{3} - 5a.$$

$$a^5 = -5a + \frac{16}{3}.$$

$$\log_{10} xy = a+b.$$

$$|| \quad \begin{matrix} a+b \\ = 2c y \end{matrix}$$

$$\log_{10} (0,5y)!$$

$$a^5 = \frac{16-15a}{3}.$$

$$\log_{10} \frac{1}{(2c)^2} = -\frac{2}{3} \log_{10} 2c.$$

$$(2c)^2 (-6a) = -\frac{2a}{3} - 5.$$

$$\log_{10} x = a.$$

$$a^4 = \frac{6}{a}$$

$$a^4 - \frac{6}{a} = -\frac{2}{3a} - 5.$$

$$\log_{10} x = a.$$

$$-\frac{2}{3} \log_{10} 2c.$$

$$a^5 + b^5 = -5a - 5b.$$

$$a^5 + 5a = -b^5 - 5b.$$

$$1. a. \quad a(a^4 + b^4) = -b(b^4 + 5).$$

$$3a^5 = -15a + 16.$$

$$3b^5 = -15b - 16.$$

$$a+b.$$

$$3(a^5 + b^5) = \left(\frac{1}{a}\right)^4 - 6a - 5 - \frac{2}{3}a.$$

$$= 15(b-a) - 3.$$

$$\frac{16a^5}{3} = a^4 + 1.$$

$$a^5 = -5a + \frac{16}{3}.$$

$$a^5 = -25a + \frac{16}{3}.$$

$$\frac{16}{3}$$

$$-\frac{b^3}{3}.$$

$$b^4 + \frac{1}{b} = -\frac{13}{3b} - 5.$$

$$b^5 + 1 = -\frac{13}{3} - 5b.$$

$$b^5 = -\frac{16}{3} - 5b.$$