



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ  
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ



11 КЛАСС. Вариант 2

- [4 балла] Натуральные числа  $a, b, c$  таковы, что  $ab$  делится на  $2^7 3^{11} 5^{14}$ ,  $bc$  делится на  $2^{13} 3^{15} 5^{18}$ ,  $ac$  делится на  $2^{14} 3^{17} 5^{43}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .
- [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник  $ABC$ . Окружность, касающаяся прямой  $AC$  в точке  $A$ , пересекает высоту  $CD$ , проведённую к гипотенузе, в точке  $E$ , а катет  $BC$  – в точке  $F$ . Известно, что  $AB \parallel EF$ ,  $AB : BD = 1,3$ . Найдите отношение площади треугольника  $ACD$  к площади треугольника  $CEF$ .
- [4 балла] Решите уравнение  $5 \arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x$ .
- [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , для каждого из которых найдётся значение параметра  $b$ , при котором система уравнений

$$\begin{cases} x + 3ay - 7b = 0, \\ (x^2 + 14x + y^2 + 45)(x^2 + y^2 - 9) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

- [5 баллов] Некоторые числа  $x$  и  $y$  удовлетворяют равенствам

$$\log_7^4(6x) - 2 \log_{6x} 7 = \log_{36x^2} 343 - 4, \quad \text{и} \quad \log_7^4 y + 6 \log_y 7 = \log_{y^2} (7^5) - 4.$$

Найдите все возможные значения произведения  $xy$ .

- [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках  $O(0; 0)$ ,  $P(-17; 68)$ ,  $Q(2; 68)$  и  $R(19; 0)$ . Найдите количество пар точек  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$  с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно на границе) и таких, что  $4x_2 - 4x_1 + y_2 - y_1 = 40$ .
- [6 баллов] Дана треугольная пирамида  $SABC$ , медианы  $AA_1$ ,  $BB_1$  и  $CC_1$  треугольника  $ABC$  пересекаются в точке  $M$ . Сфера  $\Omega$  касается ребра  $AS$  в точке  $L$  и касается плоскости основания пирамиды в точке  $K$ , лежащей на отрезке  $AM$ . Сфера  $\Omega$  пересекает отрезок  $SM$  в точках  $P$  и  $Q$ . Известно, что  $SP = MQ$ , площадь треугольника  $ABC$  равна 60,  $SA = BC = 10$ .
  - Найдите произведение длин медиан  $AA_1, BB_1$  и  $CC_1$ .
  - Найдите двугранный угол при ребре  $BC$  пирамиды, если дополнительно известно, что  $\Omega$  касается грани  $BCS$  в точке  $N$ ,  $SN = 3$ , а радиус сферы  $\Omega$  равен 4.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                                   | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Будем  $a = 2^x \cdot 3^y \cdot 5^z$ ,  $b = 2^w \cdot 3^v \cdot 5^u$ ,  $c = 2^A \cdot 3^B \cdot 5^C$ , тогда  $abc = 2^{x+w+A} \cdot 3^{y+v+B} \cdot 5^{z+u+C}$ .

Очевидно, что если в числах будут другие простые делители, то abc увеличится.

$$\left\{ \begin{array}{l} x+w \geq 7 \\ x+A \geq 13 \end{array} \right. \Rightarrow x+w+A \geq \frac{14+13+7}{2} = 17.$$

$$x+A \geq 14$$

$$\left\{ \begin{array}{l} y+v \geq 11 \\ v+B \geq 15 \\ w+C \geq 17 \end{array} \right. \Rightarrow y+v+B \geq 22,5. \text{ Т.к. } y+v+B \in \mathbb{N}, \text{ то } y+v+B \geq 23$$

$$\left\{ \begin{array}{l} z+u \geq 14 \\ u+C \geq 18 \\ w+C \geq 17 \end{array} \right. \Rightarrow z+u+C \geq \frac{75}{2} = 37,5 \cancel{\Rightarrow z+u+C \in \mathbb{N}}, \text{ но } z+u+C \geq 38$$

Значит,  $abc \geq 2^{17} \cdot 3^{23} \cdot 5^{14}$ . Это возможное значение  $a = 2^4 \cdot 3^8 \cdot 5^{14}$ ,

$$b = 2^3 \cdot 3^5, c = 2^{10} \cdot 3^{12} \cdot 5^{23}$$

$$\text{Вывод: } 2^{17} \cdot 3^{23} \cdot 5^{14}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                                   | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$1. \text{ к. ось арксинус } \sin x \leq \pi, \text{ то } 0 \leq \frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5} \leq \pi \Leftrightarrow -\frac{3\pi}{2} \leq x \leq \frac{7\pi}{2}. (1)$$

$$\arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x \quad (\Rightarrow \arccos(\cos(\frac{\pi}{2} - x)) = \frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5} \Rightarrow \frac{\pi}{2} - x + 2\pi n = \frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5})$$

$$\left[ 6x = \pi + 10\pi n, n \in \mathbb{Z} \right]$$

⇒

$$\left[ x = \frac{\pi}{6} + \frac{5\pi n}{3}, n \in \mathbb{Z} \right]$$

то из (1):

$$-\frac{3\pi}{2} \leq \frac{\pi}{6} + \frac{5\pi n}{3} \leq \frac{7\pi}{2} \quad -\frac{3\pi}{2} \leq \pi + \frac{5\pi k}{2} \leq \frac{2\pi}{2}$$

$$-1 \leq k \leq 2$$

$$-1 \leq k \leq 1$$

$$n = -1, x = -\frac{3\pi}{2}$$

$$k = -1, x = -\frac{3\pi}{2}$$

$$n = 0, x = \frac{\pi}{6}$$

$$k = 0, x = \pi$$

$$n = 1, x = \frac{11\pi}{6}$$

$$k = 1, x = \frac{7\pi}{2}$$

$$n = 2, x = \frac{7\pi}{2}$$

таким образом в итоге имеем: 1)  $\arccos(\sin(\frac{-3\pi}{2})) = \frac{3\pi}{2} - \frac{3\pi}{2}$

∅ ≠ 0

$$2) \arccos(\sin \frac{\pi}{6}) = \frac{3\pi}{2} + \frac{\pi}{6} \quad 3) \arccos(\sin \frac{11\pi}{6}) = \frac{3\pi}{2} + \frac{11\pi}{6}$$

$$\frac{5\pi}{3} = \frac{5\pi}{3}$$

$$\frac{10\pi}{3} = \frac{10\pi}{3}$$

$$4) \arccos(\sin(\frac{7\pi}{2})) = \frac{3\pi}{2} + \frac{7\pi}{2}$$

$$5) \arccos(\sin \pi) = \frac{3\pi}{2} + \pi$$

$$\frac{5\pi}{2} \neq \frac{5\pi}{2}$$

$$\frac{5\pi}{2} = \frac{5\pi}{2}$$

Ответы:  $-\frac{3\pi}{2}, \frac{\pi}{6}, \pi, \frac{11\pi}{6}, \frac{7\pi}{2}$ .

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                                     |                                     |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                                   | 4                                   | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

**МФТИ.**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$5 \arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x \quad \text{Т.к. } 0 \leq \arccos(\sin x) \leq \pi, \text{ то } 0 \leq \frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5} \leq \pi \Leftrightarrow -\frac{3\pi}{2} \leq x \leq \frac{7\pi}{2}$$

$$\sin x = \cos(\frac{\pi}{2} - x) \Rightarrow 5 \arccos(\cos(\frac{\pi}{2} - x)) = \frac{3\pi}{2} + x.$$

~~Т.к.  $-1 \leq \cos(\frac{\pi}{2} - x) \leq 1$ , то с уравнениями выше ограничений, кроме~~

~~равенства:  $\frac{5\pi}{2} - 5x = \frac{3\pi}{2} + x \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6}$ .~~

Однако:  $x = \frac{\pi}{6}$

$$5(\pm(\frac{\pi}{2} - x) + 2\pi n)$$

$$\frac{5\pi}{2} - 5x + 10\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{5\pi}{2} - 5x + 10\pi n = \frac{3\pi}{2} + x$$

$$x = \frac{\pi + 10\pi n}{6} = \frac{\pi}{6} + \frac{5\pi n}{3}$$

$$\frac{5\pi}{2} = \frac{3\pi}{2} +$$

$$-\frac{3\pi}{2} \leq \frac{\pi}{6} + \frac{5\pi n}{3} \leq \frac{7\pi}{2} \quad \rightarrow 1, 0, 2$$

$$\frac{\pi}{3}$$

$$-\frac{5\pi}{3} \leq \frac{5\pi n}{3} \leq \frac{10\pi}{3} \quad x = -\frac{3\pi}{2}$$

$$-1 \leq n \leq 2$$



$$x = \frac{7\pi}{2} \quad 1$$



$$\frac{10\pi}{3} = \frac{3\pi}{6} + \frac{11\pi}{6}$$

$$\sin x = \cos\left(\frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5}\right)$$

$$\frac{\pi}{2} - x = \frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5} + 2\pi n$$

$$\arccos \sin(-\frac{3\pi}{2})$$

55



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                            |                            |                            |                                       |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Значит, при  $t \in (-\frac{5}{2\sqrt{6}}, \frac{5}{2\sqrt{6}})$  угол между прямой и осью  $x$  меньше,

значит они пересекут окружность в 2 точках, т.к.  $t \in \{-\frac{5}{2\sqrt{6}}, \frac{5}{2\sqrt{6}}\}$ ,

прямая касается окр. в двух точках, при  $t \in (-\infty, -\frac{5}{2\sqrt{6}}) \cup (\frac{5}{2\sqrt{6}}, +\infty)$ ,

пересечений не будет. Заметим, что при изменении  $b$ , ур-е

будут загалывать ~~пересечения~~ параллельные прямые  $\Rightarrow$  при любых  $b$ ,

если  $t \in (-\infty, -\frac{5}{2\sqrt{6}}) \cup (\frac{5}{2\sqrt{6}}, +\infty)$  исходное уравнение имеет

и более двух решений.

$$\text{Значим, } \begin{cases} -\frac{1}{3a} < \frac{5}{2\sqrt{6}} \\ -\frac{1}{3a} > -\frac{5}{2\sqrt{6}} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{2\sqrt{6} + 15a}{6\sqrt{6}a} > 0 \\ \frac{2\sqrt{6} - 15a}{6\sqrt{6}a} < 0 \end{cases} \quad \begin{cases} a > 0 \\ a < -\frac{15}{2\sqrt{6}} \\ a > 0 \\ a < \frac{15}{2\sqrt{6}} \end{cases}$$

$$\text{Однако: } a \in (-\infty, -\frac{15}{2\sqrt{6}}) \cup (0, +\infty)$$

(см. 2 шаг 2)

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



- |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                                   | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

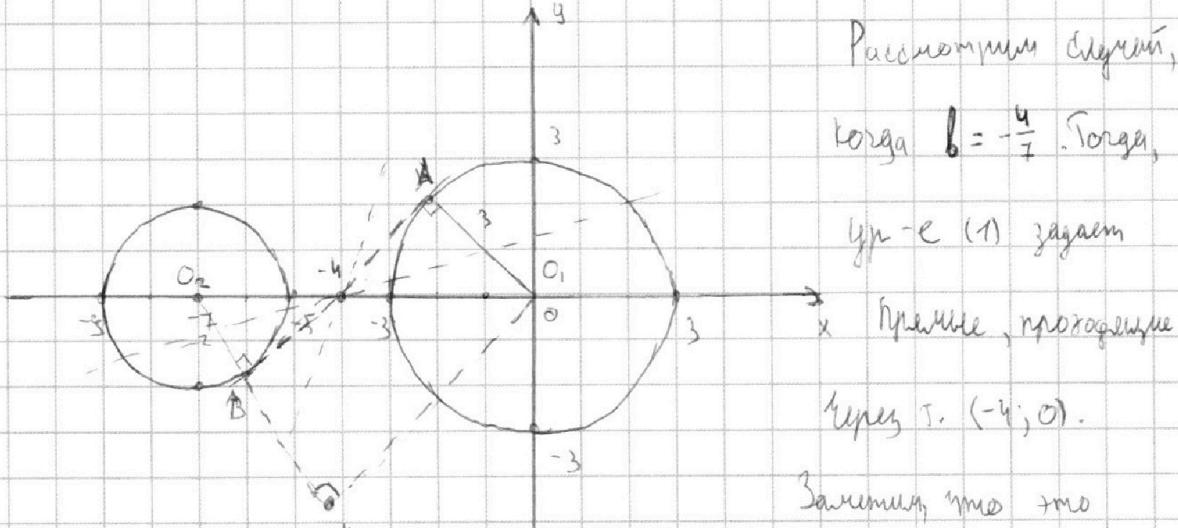
**МФТИ.**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} x+3ay+7b=0 \\ ((x+7)^2+y^2-4)(x^2+y^2-9)=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+3ay+7b=0 \quad (1) \\ (x+7)^2+y^2=4 \\ x^2+y^2=9 \end{cases}$$

построим геометрические объекты:



Рассмотрим случай,

$$\operatorname{tg} \alpha = -\frac{4}{3} \text{. Тогда,}$$

ур-е (1) имеет

прямые, проходящие

через т.  $(-4; 0)$ .

Заметим, что это

может произойти внутр. обл.

касательных к окружности. Запишем ур-е (1) как  $y = t x + c$ , т.е.

$$t = -\frac{1}{3a}, c = \frac{7b}{3a} = -\frac{4}{3} \text{ (в случае } a=0 \text{ ур-е имеет вертикальную)}$$

прямую, у которой не более двух общих т. с окружностью), каким

образом, на продолжении  $O_2B$  за т.В отмечали т.М, такую что,

$O_1A = BM$  ( $O_1, O_2$  - центры окружностей  $(0, 0)$  и  $(-2, 0)$ ,  $A \in B$  - точка

$$\text{касания к окр-стям). т.е. } \angle O_2O_1M = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \cos(\angle O_2O_1M) = \sqrt{1 - \frac{25}{49}} = \frac{2\sqrt{6}}{7} \Rightarrow$$

$\operatorname{tg}(\angle O_2O_1M) = \frac{5}{2\sqrt{6}}$ . Заметим, что  $\angle O_2O_1M$  равен между  $AB$  и  $O_2B$

$x \Rightarrow$  ур-е прямой  $AB$ :  $y = \frac{5x}{2\sqrt{6}} + c$ . Аналогично ур-е прямой

касательной:  $y = -\frac{5x}{2\sqrt{6}} + c_2$ . Требуем, чтобы  $(-\frac{2}{\sqrt{6}}, \frac{5}{2\sqrt{6}})$  лежал

(см. рис.)

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                                   | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\log_2^4(6x) - 2\log_2 7 = \log_{6x}(7^3) - 4 \Leftrightarrow$$

$$\log_2^4(6x) - \frac{2}{\log_2 6x} = \frac{1}{2\log_2(6x)} - 4 \quad T.k. x > 0, \text{ то } |x| = x \quad \text{если}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x \neq \frac{1}{6} \\ \end{array} \right.$$

$$2\log_2^5(6x) + 8\log_2(6x) - 7 = 0$$

$$\log_2^4 y + 6\log_2 y = \log_2(7^5) - 4 \Leftrightarrow$$

$$\log_2^4 y + \frac{6}{\log_2 y} = \frac{5}{2\log_2(7^5)} - 4 \quad T.k. y > 0, \text{ то } |y| = y \Leftrightarrow$$

$$\left\{ \begin{array}{l} y \neq 1 \\ \end{array} \right.$$

$$2\log_2^5 y + 8\log_2 y + 7 = 0$$

Заметим, что  $x = \frac{1}{6}$  и  $y = 1$  не являются корнями ур-ия - следовательно

значит, они являются исходными. Тогда  $\log_2 y = b$ ;  $\log_2(6x) = a$ .

Тогда имеем:

$$\left\{ \begin{array}{l} 2a^5 + 8a - 7 = 0 \quad \text{т.к. } f(t) = 2t^5 + 8t \Rightarrow f'(t) = 10t^4 + 8 > 0 \\ \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 2b^5 + 8b + 7 = 0 \quad \text{Значит, } f(t) \text{ монотонно возрастают} \Rightarrow \\ \end{array} \right.$$

$y$  ур-ий ~~не~~ не более одного корня. Значит, есть

единственное возможное значение  $xy$ .

Следовательно имеем, получим:

$$\left\{ \begin{array}{l} 2(a^5 + b^5) + 8(a + b) = 0 \quad (\Rightarrow (a+b)(a^4 - ab^3 + a^2b^2 - a^3b + b^4 + 4) = 0 \Rightarrow) \\ a+b=0. \end{array} \right.$$

$$\text{т.к. } a = -b, 2a^5 + 8a - 7 = -(2b^5 + 8b + 7) \quad \text{таким образом получаем:}$$

$$\log_2(6x) + \log_2 y = 0 \Rightarrow \log_2(6xy) = 0 \Rightarrow xy = 1 \quad \cancel{\left\{ \begin{array}{l} a = -b \\ 2b^5 + 8b + 7 = 0 \end{array} \right.}$$

Однако  $\frac{1}{6}$ .

(tmp 1 w3 2)



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Значит, ~~система~~ равносильна.

$$\begin{cases} a = -b \\ 2b^5 + 8b + 7 = 0 \end{cases}$$

Когда  $b = -1$ ,  $2b^5 + 8b + 7 < 0$ .

Когда  $b = 1$ ,  $2b^5 + 8b + 7 > 0$ .

Значит, система имеет решения.

~~Система~~ Выполним обратную подстановку:

$$\log_2(bx) + \log_7(y) = 0 \Rightarrow \log_7(bxy) = 0 \Rightarrow bxy = 1 \Rightarrow xy = \frac{1}{b}$$

Значит:  $\frac{1}{b}$

(смр. 2 из 2)

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

**МФТИ.**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$a+b+c=15$$

$$\begin{array}{ccc} 0 & 8 & 7 \\ 3 & 4 & 8 \end{array}$$

3<sup>4</sup>

$$a+b \geq 7$$

$$a \geq 5$$

$$a+b \geq 11$$

2<sup>9</sup>

$$b+c \geq 13$$

$$c \geq 11$$

$$b+c \geq 15$$

1<sup>5</sup>

$$a+c \geq 14$$

$$\begin{array}{cc} 4 & 8 \\ 2 & 3 \end{array}$$

$$a+c \geq 17$$

2<sup>2,5</sup>

$$a+b+c \geq 17$$

$$\begin{array}{cc} 3 & 3 \\ 2 & 3 \end{array}$$

$$a+b+c=23$$

γ+2 ≥

$$a=6$$

$$b=3$$

$$c=10 \quad A \times \text{circle}$$

$$(a+b \geq 14) \cap C = B$$

$$a+b+c=38$$

$$c=12$$

$$b=3$$

$$a=8$$

$$\left\{ \begin{array}{l} b+c \geq 18 \\ a+c \geq 13 \end{array} \right.$$

$$x \in [0, h]$$

$$f = (t+u)(t^2+tu+t^2u+t^3u+u^2)$$

$$-tu(t^2+tu+t^2u+t^3u+u^2)$$

$$-tu^2+t^2u^2-tu^3+t^3u^2$$

$$h=32$$

$$c=22$$

$$a=24$$

$$t^5+u^5+tu(t+u)=0$$

$$(t-u)(t+u)^2 =$$

$$\begin{array}{cc} 43 & \\ 18 & \\ 32 & \\ 28 & \end{array}$$

$$43$$

$$14$$

$$24$$

$$x = \pm \frac{1}{6}$$

$$t^4 - \frac{2}{t} = \frac{3}{2t} + 4$$

$$2t^5 - 4 = 3 - 8t$$

$$2t^5 + 8t - 7 = 0$$

$$u^u + \frac{6}{u} = \frac{5}{2u} - 4$$

$$2u^5 + 12 = 5 - 8u$$

$$2u^5 + 8u + 7 = 0$$

$$t+u = 8$$

$$2(t^5+u^5) + 8(t+u) = 0$$

$$2 \log_7(6x) + 8 \log_7(6x) + 7 = 0$$

$$10 \log_7(6x) + 7 = 0$$

$$t^5 + t^3u + t^2u^2 - tu^3 + u^4 + 4 = 0$$

$$t^5 + tu(t^2 - tu + u^2) + 4$$

$$(t^2+u^2)^2 - tu(t^2+u^2) - t^2u^2 + 4 = 0$$

$$t^2 + 4u^2 - 16 = 5u^4 - 16$$

$$a^2 - ab - (b^2 - 4) = 0$$

$$a = \frac{b \pm \sqrt{5b^2 - 16}}{2}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$(t+u)^5 = t^5 + 5t^4u + 10t^3u^2 + 10t^2u^3 + 5tu^4 + u^5 \Rightarrow 5$$

$$t^4/2t^3$$

$$2(t^5 + u^5) + 3(t+u) = 0$$

$$\begin{matrix} 5 & 10 & 10 & 5 & 1 \\ & 4 & 6 & 4 & 1 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} 10 & 6 & 10 & 6 \\ 6 & 10 & 6 & 10 \end{matrix}$$

$$\begin{cases} 2t^5 + 8t - 7 = 0 \\ 2u^5 + 8u + 7 = 0 \end{cases}$$

$$10t^4 + 8$$

$$\begin{matrix} 4 \\ t \end{matrix}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$x + 3ay - 7b = 0$        $y = \frac{7b - x}{3a}$       1 4       $a \neq 0$   
 $(x+7)^2 + y^2 = 4$        $y = \frac{x}{3a} + \frac{7b}{3a}$        $7b = 4$   
 $x^2 + y^2 = 4$        $c = 4t$        $b = \frac{4}{7}$   
 $u + 2\cos(\sin x) = u$        $\frac{x}{3a} + \frac{4}{-3a} = 4$   
 $\sin x = \cos u$        $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$   
 $\cos x = \sqrt{1 - \sin^2 x}$   
 $-x + \frac{7b}{3a} + \frac{4}{-3a} = 4$        $\operatorname{tg} \frac{\pi}{2} (\frac{\pi}{2} - x) =$   
 $\sin x = \cos(\frac{\pi}{2} - x)$        $0 \leq \frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5} \leq \pi$        $x \geq 2\pi$   
 $5(\frac{\pi}{2} - x) = \frac{3\pi}{2} + x$        $-\frac{3\pi}{2} \leq x \leq \frac{3\pi}{2}$   
 $x + 3ay = 4$   
 $\log_7(6x) + 2\log_{6x} 7 = \frac{3}{2}\log_{6x} 7 - 4$        $t + 4 = 0$   
 ~~$\log_7 7$~~        $\frac{1}{\log_{6x} 7} + \frac{2}{t^4} - 2t = \frac{3}{2}t - 4$   
 $5x - \frac{5\pi}{2} = \frac{3\pi}{2} + x$   
 $\frac{5x}{2\sqrt{6}} + \left(\frac{\pi}{2} - x\right) + 2\pi = 0$   
 $\log_2 6x$        $4x = 4\pi$   
 $4x = 4\pi$   
 $2 - 4t^5 - 3t^5 + 8t^4 = 0$   
 $\log_2 4$   
 $2t^5 + 8t^4 - 4t^5 - 3t^4 = 0$   
 $\log_2 6x = 4$   
 $2t^5 + 8t^4 = 2^{4.5} + 8.4$   
 $t^5 + 4t^4 + 8(t^4 + t^5) = 0$   
 $t^4 + \frac{6}{t} = \frac{5}{2^{\frac{5}{2}}} - 4$   
 $t^5 + 4t^4 + 8(t^4 + t^5) = 0$   
 $t^4 - t^3 u + t^2 u^2 - t u^3 + u^4 = 0$   
 $t^4 u + t^3 u^2 - t^2 u^3 + t u^4$   
 $t^4 u - t^3 u^2 + t^2 u^3 - t u^4$   
 $(t^2 + u^2)^2 - t^2 u^2 - t u(t^2 + u^2) = 0$   
 $u^4$   
 $21 - 25 + 8$   
 $64 - 15 + 56$   
 $28$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$a = \begin{smallmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 2 & 3 & 5 \end{smallmatrix}$$

$$b = \begin{smallmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 2 & 3 & 5 \end{smallmatrix}$$

$$c = \begin{smallmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 2 & 3 & 5 \end{smallmatrix}$$

$$18 - \alpha + x \geq 7$$

$$\beta + y \geq 11$$

$$\gamma + z \geq 14$$

$$\alpha + 4 \geq 14$$

$$74 \quad \beta + 6 \geq 17$$

$$\gamma + 3 \geq 13$$

$$2(\alpha + \beta + \gamma + x + y + z + \alpha + \beta + \gamma) \geq$$

$$\alpha + x = 17$$

$$\textcircled{1} \quad \alpha + \beta + \gamma + \dots + \beta \geq 76$$

$$x + 4 \geq 13$$

$$y + 6 \geq 15$$

$$z + 8 \geq 18$$

$$152$$

$$5 \quad a + b + c \leq 14$$

$$A - x = 7 \quad 14 \quad 17 \quad 43$$

$$235$$

$$2A = 20$$

$$74$$

$$A = 10$$

$$16 \quad 17 \quad 63$$

$$x = 4 \quad x = 3 \quad 235$$

$$\beta + y \geq 11 \quad 2\beta = 13$$

$$\gamma + 6 \geq 15 \quad 87$$

$$\beta + 6 \geq 12$$

$$\beta - \beta y = 2 \quad \frac{\log_2 u}{\log_2 6x} = \frac{\log_2 y}{\log_2 6x} = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$$\arccos(\sin x) = t$$

$$t \in [0, \pi]$$

$$\sin x = \cos t$$

$$\sin(\frac{\pi}{2} - x) = \cos t$$

$$\frac{\pi}{2} - x = t + 2k\pi$$

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$\tan x = \frac{-\cos^2 x}{\cos^2 x}$$

$$\tan x = \frac{\sqrt{1-\cos^2 x}}{\cos x}$$

$$\tan x = \frac{\sqrt{1-\cos^2 x}}{\cos x}$$

$$\tan x = \frac{\sqrt{1-\cos^2 x}}{\cos x}$$

$$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \quad \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$\sin x = \sqrt{1 - \cos^2 x}$$

$$\cos x = \sqrt{1 - \sin^2 x}$$

$$\arccos(\sin x)$$

$$t^4 + t^3 u + t^2 u^2 + t u^3 + u^4 = 0$$

$$\frac{1}{\tan^2 x} = \frac{1 - \cos^2 x}{\cos^2 x}$$

$$\arccos(\sin x) = u$$

$$\sin x = \cos u$$

$$\sin x = \frac{\sin u}{\sqrt{1 - \sin^2 u}}$$

$$u$$

$$\frac{u}{t} = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$$t + u - ?$$

$$a^4 - a^3 + a^2 - a + 1 = 0$$

$$(t^2 + u^2)^2 - tu(t^2 + u^2) - t^2 u^2 = 0$$

$$\frac{1}{t^2} + \frac{1}{u^2} + \frac{1}{a^2} - \frac{1}{a^3} + \frac{1}{a^4}$$

$$(t^2 + u^2)(t^2 - tu + u^2) - t^2 u^2$$

$$a^2 - a + 1 - \frac{1}{a} + \frac{1}{a^2}$$

$$b^2 - b - 1 = 0$$

$$\left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - b^2 - 2 - b + 1$$