



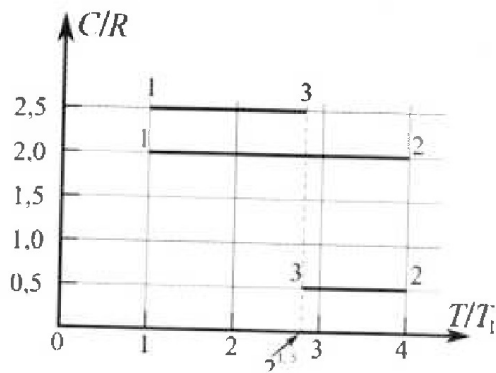
Олимпиада «Физтех» по физике,  
февраль 2023

Вариант 10-01

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.



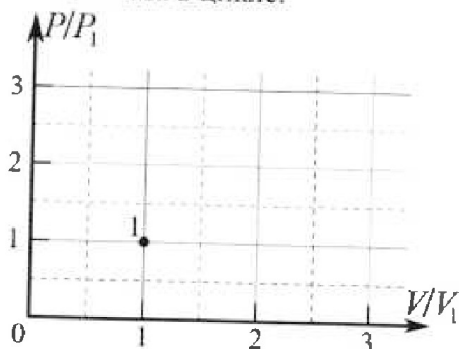
4. Тепловой двигатель работает по циклу 1-2-3-1. Рабочее вещество – один моль одноатомного идеального газа. Для вычисления КПД цикла ученик десятого класса построил график зависимости молярной теплоемкости  $C$  газа (в единицах универсальной газовой постоянной  $R$ ) от температуры в процессах: 1-2, 2-3, 3-1 (см. рис.). Температура газа в состоянии 1  $T_1 = 400$  К, универсальная газовая постоянная  $R = 8,31$  Дж/(моль·К).



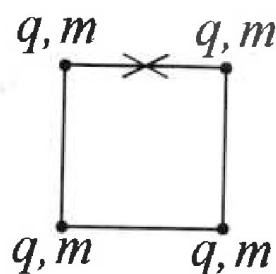
1) Найдите работу  $A_{12}$  газа в процессе 1-2.

2) Найдите КПД  $\eta$  цикла.

3) Постройте график цикла в координатах  $(P/P_1, V/V_1)$ , где  $P_1$  и  $V_1$  давление и объем в состоянии 1. Для построения графика перенесите шаблон (см. ниже) в чистовик своей работы. Точка 1 на графике соответствует состоянию 1 газа в цикле.



5. Четыре заряженных шарика связаны легкими нерастяжимыми нитями так, что шарики находятся в вершинах квадрата со стороной  $b$  (см. рис.). Масса каждого шарика  $m$ , заряд  $q$ .



1) Найдите силу  $T$  натяжения нитей.

Одну нить пережигают.

2) Найдите скорость  $V$  любого, выбранного Вами шарика, в тот момент, когда шарики будут находиться на одной прямой.

3) На каком расстоянии  $d$  от точки старта будет находиться в этот момент любой из двух шариков, изначально расположенных сверху (на рисунке)?

Коэффициент пропорциональности в законе Кулона  $k$ . Действие сил тяжести считайте пренебрежимо малым.



# Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2023

## Вариант 10-01

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.



1. Мяч, посланный теннисистом вертикально вверх, поднимается на максимальную высоту за  $T = 2$  с.

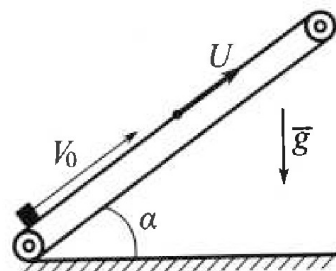
1) Найдите начальную скорость  $V_0$  мяча.

2) Теннисист посылает мяч с начальной скоростью  $V_0$  под различными углами к горизонту в направлении высокой вертикальной стенки, находящейся на расстоянии  $S = 20$  м от места броска. На какой максимальной высоте мяч ударяется о стенку?

Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>. Мяч движется в плоскости перпендикулярной стенке. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым. Все высоты отсчитываются от точки старта.

2. Лента транспортера, предназначенного для подъема грузов, образует с горизонтальной плоскостью угол  $\alpha$  такой, что  $\sin \alpha = 0,8$  (см. рис.).

В первом опыте небольшую коробку ставят на покоящуюся ленту транспортера и сообщают коробке начальную скорость  $V_0 = 4$  м/с. Коэффициент трения скольжения коробки по ленте  $\mu = \frac{1}{3}$ . Движение коробки прямолинейное.



1) За какое время  $T$  после старта коробка пройдет в первом опыте путь  $S = 1$  м?

Во втором опыте коробку ставят на ленту транспортера, движущуюся со скоростью  $U = 2$  м/с, и сообщают коробке скорость  $V_0 = 4$  м/с.

2) На каком расстоянии  $L$  от точки старта скорость коробки во втором опыте будет равна  $U = 2$  м/с?

3) На какой высоте  $H$ , отсчитанной от точки старта, скорость коробки во втором опыте станет равной нулю? Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>. Все кинематические величины измерены в лабораторной системе отсчета.

3. Санки дважды разгоняют из состояния покоя до одной и той же скорости  $V_0$  за одинаковое время.

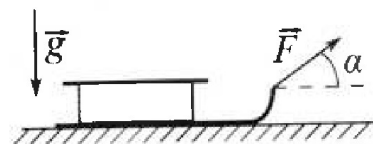
В первом случае санки тянут, действуя постоянной по модулю силой, направленной под углом  $\alpha$  к горизонту (см. рис.).

Во втором случае такая же по модулю сила, приложенная к санкам, направлена горизонтально. После достижения скорости  $V_0$  действие внешней силы прекращается.

1) Найдите коэффициент  $\mu$  трения скольжения санок по горизонтальной поверхности.

2) Через какое время  $T$  после прекращения действия силы санки остановятся? Ускорение свободного падения  $g$ .

Санки находятся на горизонтальной поверхности. Движение санок прямолинейное.





1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

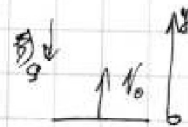
Дано:  
 $T = 2\text{ с}$   
 $S = 20\text{ м}$   
 $g = 10\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$

Решение:

1) Спроецируем уравнения движения  
меха на ось  $y$ :

$$v_y = v_0 - gt$$

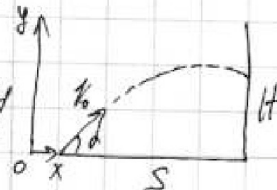
$$y = v_0 t - \frac{gt^2}{2}$$



Поскольку на максимальной высоте  $v_y = 0$ , иначе  
он мех продолжит свой подъём, то:

$$v_y = 0 \Rightarrow v_0 - gT = 0 \Rightarrow v_0 = gT = 10\frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 2\text{ с} = 20\frac{\text{м}}{\text{с}}$$

2) Пусть механик после мех  
под углом  $\alpha$  и он ударился об стенку  
на высоте  $H$ . Спроецируем движе-  
ние меха на оси  $x$  и  $y$ :



$$x = v_0 \cos \alpha t$$

$$y = v_0 \sin \alpha t - \frac{gt^2}{2}$$

Пусть через время  $\tau$  мех ударился об стенку:

$$S = v_0 \cos \alpha \tau \quad (1)$$

$$H = v_0 \sin \alpha \tau - \frac{g\tau^2}{2} \quad (2)$$

$$(1) \Rightarrow \tau = \frac{S}{v_0 \cos \alpha}$$

Подставим  $\tau$  в (2):

$$H = v_0 \sin \alpha \cdot \frac{S}{v_0 \cos \alpha} - \frac{g}{2} \cdot \frac{S^2}{v_0^2 \cos^2 \alpha} = S \tan \alpha - \frac{gS^2}{2v_0^2} \cdot \frac{1}{\cos^2 \alpha} =$$

$$= S \tan \alpha - \frac{gS^2}{2v_0^2} (\tan^2 \alpha + 1) = -\frac{gS^2}{2v_0^2} \tan^2 \alpha + S \tan \alpha - \frac{gS^2}{2v_0^2}$$

Функция  $H(\tan \alpha)$  — квадратичная, график  
парабола  $(-1) < 0$ , значит ветви вниз, наибольш-  
ее значение в вершине.

$$\tan \alpha_0 = \frac{-S}{2 \cdot (-\frac{gS^2}{2v_0^2})} = \frac{v_0^2 S}{gS^2} = \frac{v_0^2}{gS}$$

$$H_{\max} = H(\tan \alpha_0) = -\frac{gS^2}{2v_0^2} \cdot \frac{v_0^4}{g^2 S^2} + S \cdot \frac{v_0^2}{gS} - \frac{gS^2}{2v_0^2} = -\frac{v_0^2}{2g} + \frac{v_0^2}{g} - \frac{gS^2}{2v_0^2} = \frac{v_0^2}{2g} - \frac{gS^2}{2v_0^2}$$

$$H_{\max} = \frac{20^2}{2 \cdot 10} - \frac{10 \cdot 20^2}{2 \cdot 20^2} = 20\text{ м} - 5\text{ м} = 15\text{ м}$$

Ответ:  $v_0 = 20\frac{\text{м}}{\text{с}}$ ;  $H_{\max} = 15\text{ м}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.  
Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице;

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Печать QR-кода недопустима!

Дано:

$$\sin \alpha = 0,8$$

$$V_0 = 0 \text{ м/с}$$

$$\mu = \frac{1}{3}$$

$$S = 1 \text{ м}$$

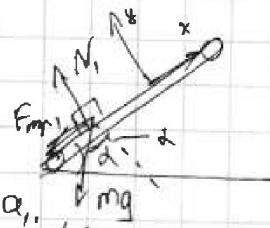
$$U = 2 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

Решение:

1) В первом опыте на коробку действует нормальная сила реакции опоры  $N$ , трение  $F_{\text{тр}}$ , и сила тяжести  $mg$ , а ускорение  $-a_1$ .

Составляем второй закон Ньютона на оси  $x$  и  $y$ :



$$\sin \alpha = \frac{4}{5} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{3}{5}$$

$$x: ma_1 = -mg \sin \alpha - F_{\text{тр}}$$

$$y: 0 = N - mg \cos \alpha$$

$$N = mg \cos \alpha$$

$$F_{\text{тр}} - \text{сила трения скольжения} \Rightarrow F_{\text{тр}} = \mu N \Rightarrow F_{\text{тр}} = \mu mg \cos \alpha$$

Найдём ускорение  $a_1$ :

$$a_1 = \frac{-mg \sin \alpha - \mu mg \cos \alpha}{m} = -g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha) = -g(\frac{4}{5} + \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{5}) = -g$$

Найдём время  $t_1$ , за которое коробка остановится:

$$V = V_0 + a_1 t \Rightarrow V_0 - g t_1 = 0 \Rightarrow t_1 = \frac{V_0}{g} = 0,4 \text{ с}$$

$$V(t_1) = 0$$

Найдём путь, который к этому времени прошла коробка:

$$s_1 = V_0 t_1 - \frac{g t_1^2}{2} = 0,4 \text{ м} - \frac{10 \cdot 0,16}{2} \text{ м} = 1,6 \text{ м} - \frac{1,6}{2} \text{ м} = 0,8 \text{ м} < S_1 = 1 \text{ м}$$

Значит, после времени  $t_1$  пройдёт ещё время  $t_2$  до того, как коробка пройдёт  $S = 1 \text{ м}$ . Теперь коробка поедет вниз, а значит  $F_{\text{тр}}$  изменит своё направление. Тогда:

$$ma_2 = -mg \sin \alpha + F_{\text{тр}} = -mg \sin \alpha + \mu mg \cos \alpha \Rightarrow a_2 = -g \sin \alpha + \mu g \cos \alpha = -g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha) = -g(\frac{4}{5} - \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{5}) = -\frac{3}{5}g$$

Движение равноускоренное; значит:

$$S - S_1 = \frac{|a_2| t_2^2}{2} \Rightarrow S - S_1 = \frac{3g t_2^2}{10} \Rightarrow t_2^2 = \frac{10(S - S_1)}{3g} \Rightarrow t_2 = \sqrt{\frac{10(S - S_1)}{3g}} = \sqrt{\frac{10 \cdot 0,2}{3 \cdot 10}} = \frac{\sqrt{2}}{3}$$

$$\text{Тогда время } T = t_1 + t_2 = 0,4 + \frac{\sqrt{2}}{3} \text{ с}$$

2) Перейдём в ИСО ледяной. Тогда начальная скорость коробки  $V_0' = V_0 - U = 2 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ .

Когда скорость коробки будет  $U$ , тогда её относительная скорость в ИСО ледяной  $V = U - U = 0$ . То есть в данной ИСО коробка начала движение со скоростью  $V_0'$  по неподвижной ленте. Тогда до момента её остановки рассмотрим момент, её ускорение такое же, как и в первом опыте до остановки, то есть  $a_1$ .

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

МФТИ

|                          |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                                   | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Понятно QR-кода недопустима!



Закон изменения скорости в этой ИСО:

$$v = v_0 + a_1 t$$

Пусть через время  $t_3$  скорость коробки в ИСО равна  $u$ , а в ИСО ленты 0. Тогда:

$$v_0 + a_1 t_3 = 0 \\ v_0 = v_0 - u, a_1 = -g \Rightarrow g t_3 = v_0 - u \Rightarrow t_3 = \frac{v_0 - u}{g} = 0,2 \text{ с}$$

Вернёмся в исходную ИСО и найдём расстояние  $L$ :

$$L = v_0 t_3 + \frac{a_1 t_3^2}{2} = v_0 t_3 - \frac{g t_3^2}{2} = 4 \cdot 0,2 \text{ м} - \frac{10 \cdot 0,04}{2} \text{ м} = 0,8 \text{ м} - 0,2 \text{ м} = 0,6 \text{ м}$$

3) После времени  $t_3$ , когда до остановки того, как скорость коробки будет 0, сила трения поменяет своё направление, так как относительная скорость коробки от ленты будет уже направлена вниз по ленте. Тогда, так как система ленты - ИСО, то ускорение коробки будет  $a_2 = 6 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$ ,  $a_2$  вниз по ленте.

Закон изменения скорости:

$$v = 0 - a_2 t_4$$

Пусть через время  $t_4$  - скорость коробки в ИСО - 0, тогда  $v = 0 - u - u$ , тогда:

$$-u = -a_2 t_4 \Rightarrow t_4 = \frac{u}{a_2} = \frac{1}{3} \text{ с}$$

Найдём путь, который прошла коробка <sup>вверх</sup> по ленте транспортера:

$$s_2 = \frac{a_2 t_4^2}{2} = \frac{6 \cdot \frac{1}{9}}{2} \text{ м} = \frac{1}{3} \text{ м} \\ s_2 = u t_4 + \frac{a_2 t_4^2}{2} = 2 \cdot \frac{1}{3} \text{ м} - \frac{6 \cdot \frac{1}{9}}{2} \text{ м} = \frac{1}{3} \text{ м}$$

Тогда пройденное расстояние:  $l = L + s_2$ .

Найдём скор высоту  $H$ :

$$H = l \sin \alpha = L \sin \alpha + s_2 \sin \alpha = 0,6 \text{ м} \cdot \frac{4}{5} + \frac{1}{3} \text{ м} \cdot \frac{4}{5} = \frac{12}{5} \text{ м} + \frac{4}{15} \text{ м} = \frac{36}{15} \text{ м} + \frac{4}{15} \text{ м} = \frac{40}{15} \text{ м} = \frac{8}{3} \text{ м} \approx 2,67 \text{ м}$$

4) Заметим, что коробка приобретёт скорость  $u = \frac{4}{3} \frac{\text{м}}{\text{с}}$  ещё раз: после того, как её скорость обнулилась, то она начнёт ехать вниз по ленте, а значит теперь  $F_{\text{тр}}$  всегда вверх по ленте, а значит ускорение коробки -  $a_2$ . Найдём время  $t_5$ , когда после  $t_4$ , когда скорость коробки 0:  $u = a_2 t_5 \Rightarrow t_5 = \frac{u}{a_2} = \frac{1}{3} \text{ с} = t_4$ , и теперь коробка едет вниз и проедет  $s_3 = u t_5 - \frac{a_2 t_5^2}{2} = \frac{1}{3} \text{ м}$ , а значит вернётся на  $L$ .

Ответ:  $T = (0,4 + \frac{\sqrt{5}}{3}) \text{ с}$ ;  $L = 0,6 \text{ м}$ ;  $H \approx 2,67 \text{ м}$ .

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Дано: Решение:

$V_0, d, g$  1) Пусть  $m$  - масса саней,  $N_1$  и  $N_2$  -  $\textcircled{I}$   
силы реактивных реакций опор,  $F$  -  
сила, с которой тащут,  $a_1$  и  $a_2$  - ускорения  
саней в двух случаях,  $\tau$  - время разгона до  $V_0$ ,  
 $F_{\text{тр}1}$  и  $F_{\text{тр}2}$  - силы трения в обоих случаях.

Запишем второй закон Ньютона  
в проекции на оси  $x$  и  $y$ :

$$x: ma_1 = F \cos \alpha - F_{\text{тр}1}$$

$$ma_2 = F - F_{\text{тр}2}$$

$$y: 0 = N_1 + F \sin \alpha - mg$$

$$0 = N_2 - mg$$

Поскольку сани едут, то силы трения скольжения,  
а значит  $F_{\text{тр}1} = \mu N_1$ ,  $F_{\text{тр}2} = \mu N_2$ . Тогда:  
 $ma_1 = F N_1 = mg - F \sin \alpha \Rightarrow F_{\text{тр}1} = \mu mg - \mu F \sin \alpha$   
 $N_2 = mg \Rightarrow F_{\text{тр}2} = \mu mg$

Найдем ускорения:

$$ma_1 = F \cos \alpha - (\mu mg - \mu F \sin \alpha) \Rightarrow a_1 = \frac{F}{m} (\cos \alpha + \mu \sin \alpha) - \mu g$$

$$ma_2 = F - \mu mg \Rightarrow a_2 = \frac{F}{m} - \mu g$$

По условию:

$$\left. \begin{array}{l} V_0 = a_2 \tau \\ V_0 = a_1 \tau \end{array} \right\} \Rightarrow a_1 = a_2 \Rightarrow \frac{F}{m} - \mu g = \frac{F}{m} (\cos \alpha + \mu \sin \alpha) - \mu g$$

$$1 = \cos \alpha + \mu \sin \alpha$$

$$\mu \sin \alpha = 1 - \cos \alpha \Rightarrow \mu = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha}$$

2) После исчезновения силы  $F$  сани  
начнут равнозамедленное движение.

Найдем ускорение  $a_3$ , применив  
второй закон Ньютона на оси  $x$  и  $y$ :

$$x: ma_3 = -F_{\text{тр}3}$$

$$y: 0 = N_3 - mg \Rightarrow N_3 = mg$$

$$F_{\text{тр}3} - \text{сила трения скольжения} \Rightarrow F_{\text{тр}3} = \mu mg = \mu N_3$$

$$\Rightarrow ma_3 = -\mu mg \Rightarrow a_3 = -\mu g$$

Закон изменения скорости:

$$V = V_0 + a_3 t \quad \left. \begin{array}{l} \text{при } T \quad V = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow V_0 + a_3 T = 0 \Rightarrow T = -\frac{V_0}{a_3} = -\frac{V_0}{-\mu g} = \frac{V_0}{\mu g} =$$

$$= \frac{\frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha} g}{\sin \alpha} = \frac{V_0 \sin \alpha}{(1 - \cos \alpha) g}$$

$$\text{Ответ: } \mu = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha}; T = \frac{V_0 \sin \alpha}{(1 - \cos \alpha) g}.$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.  
Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

|                          |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                                   | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Печать QR-кода недоступна!

Дано:  $i=3$   
 $T_1 = 400 \text{ K}$   
 $R = 8,31 \text{ Дж/моль}\cdot\text{K}$

Решение:

1) Пусть  $\Delta U_{12}$  - изменение энергии газа в процессе  $1 \rightarrow 2$ ,  $Q_{12}$  - теплота, полученная газом,  $\Delta T_{12}$  - изменение температуры. Тогда:

$$Q_{12} = \Delta U_{12} + A_{12} \Rightarrow A_{12} = Q_{12} - \Delta U_{12}$$

$$Q_{12} = C_{12} \Delta T_{12} = 2,5 R \Delta T_{12} = 60 R T_1$$

$$\Delta U_{12} = \frac{1}{2} \Delta T_{12} = \frac{1}{2} R \Delta T_{12} = 4,5 R T_1$$

Найдем работу газа  $A_{12}$ :

$$A_{12} = Q_{12} - \Delta U_{12} = 60 R T_1 - 4,5 R T_1 = 55,5 R T_1 = 55,5 \cdot 8,31 \cdot 400 \text{ Дж} = 1866 \text{ Дж}$$

2) Так как  $Q = C \Delta T$ , а у всех 3 процессов  $C > 0$ , а  $\Delta T_{23}$  и  $\Delta T_{31}$  меньше 0, то  $Q_{12} > 0$ ,  $Q_{23} < 0$ ,  $Q_{31} < 0$ . Пусть  $Q_H$  - теплота нагревателя,  $Q_X$  - теплота холодильника. Тогда:

$$Q_H = Q_{12}$$

$$Q_X = Q_{23} + Q_{31}$$

Найдем  $Q_{23}$  и  $Q_{31}$ :

$$Q_{23} = \Delta U_{23} + A_{23} = C_{23} \Delta T_{23}, \text{ где } C_{23} - \text{теплоемкость процесса } 2-3, \Delta T_{23} - \text{изменение температуры}$$

$$Q_{23} = C_{23} \Delta T_{23} = 0,5 R \Delta T_{23} = (0,5 - 2) R T_1 = -1,5 R T_1$$

$$Q_{31} = C_{31} \Delta T_{31}, \text{ где } C_{31} - \text{теплоемкость газа в процессе } 3-1, \Delta T_{31} - \text{изменение его температуры}$$

$$Q_{31} = C_{31} \Delta T_{31} = 3,5 R \Delta T_{31} = (2,5 - 5) R T_1 = -2,5 R T_1$$

$$\text{Тогда } Q_X = (0,5 - 2 + 2,5 - 5) R T_1 = -4,5 R T_1$$

$$\text{Найдем } Q_{12} = C_{12} \Delta T_{12} = 2 R \Delta T_{12} = 6 R T_1 = Q_H$$

Найдем КПД цикла:

$$\eta = \frac{Q_H - |Q_X|}{Q_H} = \frac{6 R T_1 - (4,5 R T_1)}{6 R T_1} = \frac{1,5}{6} = \frac{13 - 8\sqrt{2}}{12} \approx 14,3\%$$

3) Рассмотрим изобарный процесс с одноатомным газом. Пусть  $p_1$  и  $p_2$  - его давление,  $p$  - давление,  $T_1$  и  $T_2$  - температуры,  $V_1$  и  $V_2$  - объемы,  $V$  - объем.  
Уравнение Менделеева-Клапейрона:

$$p V_1 = \nu R T_1$$

$$p V_2 = \nu R T_2 \Rightarrow p \Delta V = \nu R \Delta T$$

$$Q = C \Delta T = \Delta E + A = \frac{3}{2} \nu R \Delta T + p \Delta V \Rightarrow C \Delta T = \frac{5}{2} \nu R \Delta T \Rightarrow C = \frac{5}{2} R$$

Заметим, что в процессе 1-3  $C = 2,5 R$ , а значит процесс 1-3 - изобарный, либо изотермический, но тогда пусть  $p_1, p_2, p_3$  - давление газа,  $V_1, V_2, V_3$  - его объемы,  $T_1, T_2, T_3$  - температура.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

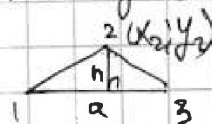


Уравнение Менделеева-Клапейрона:

$$\left. \begin{aligned} p_1 V_1 &= \nu R T_1 \\ p_3 V_3 &= \nu R T_3 = \nu R 2T_1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow p_1 = p_3$$

$$V_3 = 2\sqrt{2} V_1 \approx 2,82 V_1$$

Так как для всех процессов в хансдом из ких молярная теплоемкость не за-  
висит от температуры, то это значит  
что работа газа зависит от  $T$  в  
первой степени, а значит и от  $pV$  в первой  
степени, а значит графики процессов  
в координатах  $(p/p_1, V/V_1)$  - прямые. Тогда  
цикл - треугольник, а его мо-  
дуль - работа газа за весь цикл



$$A = Q_2 - Q_1 = 0,5 \nu R T_1 - 4 \nu R T_1 =$$

$$= (0,5 - 4) \nu R T_1 = -3,5 \nu R T_1$$

$$A' = \frac{A}{p_1 V_1} = \frac{(0,5 - 4) \nu R T_1}{p_1 V_1} = 0,5 - 4\sqrt{2}$$

Найдём длину отрезка  $a-3$ :

$$a = 2\sqrt{2} - 1$$

$$A' = \frac{1}{2} h a \Rightarrow h = \frac{2A'}{a} = \frac{13 - 8\sqrt{2}}{2\sqrt{2} - 1} = \frac{18\sqrt{2} - 19}{7}$$

Уравнения Менделеева-Клапейрона:

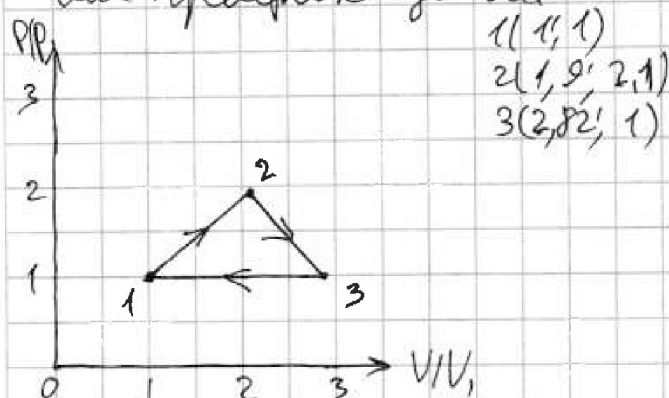
$$\left. \begin{aligned} p_1 V_1 &= \nu R T_1 \\ p_2 V_2 &= \nu R T_2 = 4 T_1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{p_2 V_2}{p_1 V_1} = x_2 y_2 = \frac{4 T_1}{T_1} = 4 \Rightarrow x_2 = \frac{4}{y_2}$$

Найдём  $y_2$ , зная  $h$ :

$$y_2 = h + 1 = \frac{18\sqrt{2} - 12}{7} \approx 1,9$$

$$x_2 = \frac{4}{y_2} = \frac{4}{1,9} \approx 2,1$$

Теперь, зная координаты всех вершин, постро-  
им график цикла.



Ответ:  $A_{12} = 4986 \text{ Дж}$ ,  $\eta \approx 14,3\%$ .

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

|                          |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                                   | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

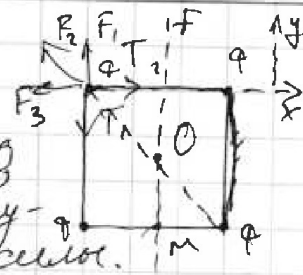


Дано:

$b, m, q, k$

Решение:

1) Рассмотрим левый верхний шарик. Из-за симметрии относительно центра квадрата  $Q$  силы  $T_1 = T_2$  натяжения нитей, а на другие шарик действуют такие же силы.



Так как шарик в равновесии, то в проекции на ось  $x$ :

$$T = 0 + F F_2 \cos 45^\circ + F_3 = k \frac{q^2}{2b^2} \cdot \frac{b}{2} + k \frac{q^2}{b^2} = k \frac{q^2}{b^2} \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{4}\right) \approx 1,35 k \frac{q^2}{b^2}$$

2) Нить перпендикулярна.

Так как нить нерастянжима, то когда шарик на одной прямой, то для выполнения условия нерастяжимости проекции их скоростей на нить равны.

Так как все силы направлены по прямой, то проекции равны, и из-за симметрии относительно  $x$  получаем, что все скорости равны  $V$ .

Так как все действовавшие силы — внутренние для системы и шаров, то выполняется з.с.з.!

$$E_1 = E_2 + \frac{4mV^2}{2}$$

Найдем энергии  $E_1$  и  $E_2$  взаимодействия шаров:

$$E_1 = 4 k q^2 \left(\frac{1}{b} + \frac{1}{b} + \frac{1}{\sqrt{2}b}\right) = \frac{k q^2}{b} (8 + 2\sqrt{2})$$

$$E_2 = k q^2 \left(\frac{1}{b} + \frac{1}{2b} + \frac{1}{3b}\right) \cdot 2 + 2 \cdot \left(\frac{1}{b} + \frac{1}{b} + \frac{1}{\sqrt{2}b}\right) = \frac{2k q^2}{b} \left(3 + 2 + 2 + \frac{1}{3}\right) = \frac{k q^2}{b} \left(8 + \frac{2}{3}\right)$$

Тогда:

$$\frac{k q^2}{b} (8 + 2\sqrt{2}) = \frac{k q^2}{b} \left(8 + \frac{2}{3}\right) + 2mV^2$$

$$\frac{k q^2}{b} \left(\sqrt{2} - \frac{1}{3}\right) = mV^2 \Rightarrow V^2 = \frac{k q^2}{bm} \frac{3\sqrt{2} - 1}{3} \Rightarrow V = \sqrt{\frac{3\sqrt{2} - 1}{3} \cdot \frac{k}{bm}} q$$

3) Так как изначально положение шаров симметрично относительно оси  $x$ , как и действие сил, а значит и ускорений, то и через  $\Delta t$  симметрия сохранится, а значит положение шаров и в дальнейшем тоже симметрично.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи.

решение которой представлено на странице:

МФТИ

|                          |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                                   | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

относительно  $f$ . Так как  $f$  проходит через середину нити 23, а нить перпендикулярна, то шарик 23 из-за симметрии до выравнивания всех шаров в треугольнике не имеет горизонтальных перемещений (по осям), а только по вертикали.

А так как силы, действующие по вертикали на верхние и нижние шары равны, то за время  $dt$  ускорения шариков 1 и 2 равны  $a$ , тогда:

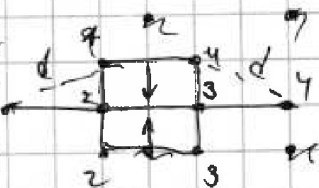
$$dV_1 = dV_2 = a dt$$

$$dS_1 = dS_2 \Rightarrow S_1 = S_2$$

То есть из-за этого расстояния, которые они прошли по вертикали равно, а значит они "встретились" напротив изначальной середины 1-2, как на рисунке справа.

Найдём расстояние  $d$  по теореме Пифагора:

$$d = \sqrt{b^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{5b^2}{4}} = \frac{\sqrt{5}}{2} b.$$



Ответ:  $T = \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{4}\right) \frac{kq^2}{b^2} \approx 1,35 \frac{kq^2}{b^2}$ ;  $\gamma = \sqrt{\frac{3\sqrt{2}-1}{3}} \frac{kq^2}{b^2}$ ;  $d = \frac{\sqrt{5}}{2} b.$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

|                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$Q = \delta E + A$$

$$C_{12} \Delta T_{12} = \frac{3}{2} \nu R \Delta T_{12} + A_{12}$$

$$A_{12} = 2R(4T_1 - T_1) - \frac{3}{2} \cdot 1 \cdot R \cdot (4T_1 - T_1) = 2R \cdot 3T_1 + \frac{3}{2} R \cdot 3T_1 = 6RT_1 - 4,5RT_1 = 1,5RT_1 =$$

$$1,5 \cdot 8,31 \cdot 400 \text{ Дж} = 600 \cdot 8,31 \text{ Дж} = 4986 \text{ Дж}$$

$$1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 1$$

$$Q_H = Q_{12} = C_{12} \Delta T_{12} = 2R \cdot 3T_1 = 6RT_1$$

$$|Q_K| = |Q_{23}| + |Q_{31}| = 0,5R \cdot (4 - 2\sqrt{2})T_1 + 2,5R \cdot (2\sqrt{2} - 1)T_1 = 2RT_1 - \sqrt{2}RT_1 + 5\sqrt{2}RT_1 - 2,5RT_1 =$$

$$= -0,5RT_1 + 4\sqrt{2}RT_1$$

$$\eta = \frac{Q_K - Q_H}{Q_H} = \frac{6RT_1 + 0,5RT_1 - 4\sqrt{2}RT_1}{6RT_1} = \frac{6,5 - 4\sqrt{2}}{6} = \frac{13 - 8\sqrt{2}}{12}$$

$$13 - 8\sqrt{2} \approx 13 - 8 \cdot 1,41 = 13 - 11,28 = 1,72$$

$$\eta = 14,3 \cdot \frac{1}{100} \approx 14,3\%$$

$$\Delta E_{12} = \frac{3}{2} (p_1 V_1 - p_2 V_2)$$

$$T = F + F' \cos 45^\circ = k \frac{q^2}{b^2} + k \frac{q^2}{2b^2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = k \frac{q^2}{b^2} (1 + \frac{\sqrt{2}}{4})$$

$$E = 4k \frac{q^2}{b^2} \cdot \frac{1}{2} = 2k \frac{q^2}{b^2}$$

$$Q = \frac{3}{2} \Delta pV + \Delta pV$$

$$Q = \frac{3}{2} p \Delta V + p \Delta V = \frac{5}{2} p R \Delta T$$

$$\frac{p_2 V_2}{p_1 V_1} = 4 \quad x_2 y_2 = 4 x_1 y_1 \leq 4$$

$$\frac{p_3 V_3}{p_1 V_1} = 2\sqrt{2} \quad x_2 y_2 = \sqrt{2} x_3 y_3$$

$$A = Q_H - Q_K = (6,5 - 4\sqrt{2}) R T_1$$

$$2\sqrt{2} R T_1$$

$$(13 - 8\sqrt{2})(2\sqrt{2} + 1) = 26\sqrt{2} + 13 - 32 - 8\sqrt{2} = 18\sqrt{2} - 19$$

$$= \frac{18\sqrt{2} - 19}{7}$$

$$y_2 = \frac{18\sqrt{2} - 19}{28}$$

$$x^2 = \frac{14}{18\sqrt{2} - 19} = \frac{14}{2\sqrt{2} - 6} = \frac{14(\sqrt{2} + 6)}{8 \cdot 2 - 36} = \frac{14}{66} = \frac{1400}{662} \approx 2$$

$$x = \sqrt{\frac{1400}{662}} \approx 1,41$$

$$1,41$$

$$1,41$$

$$1,41$$

$$1,41$$

$$1,41$$

$$1,41$$

$$1,41$$

$$1,41$$

$$1,41$$

$$1,41$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

|                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$x = v_0 \cos \alpha t$$

$$y = v_0 \sin \alpha t - \frac{g}{2} t^2$$

$$v_y = v_0 \sin \alpha - g t = 0 \Rightarrow v_0 \sin \alpha = g T \Rightarrow v_0 = \frac{g T}{\sin \alpha} = g T = 20 \cdot 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} = 20 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$t = \frac{x}{v_0 \cos \alpha}$$

$$y = v_0 \sin \alpha \cdot \frac{x}{v_0 \cos \alpha} - \frac{g}{2} \cdot \frac{x^2}{v_0^2 \cos^2 \alpha} = x \tan \alpha - \frac{g}{2} \frac{x^2}{v_0^2 \cos^2 \alpha} = x \tan \alpha - \frac{g}{2} \frac{x^2}{v_0^2} (1 + \tan^2 \alpha)$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \tan^2 \alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

$$y = -\frac{g}{2} \frac{x^2}{v_0^2} (1 + \tan^2 \alpha) = -\frac{g}{2} \frac{x^2}{v_0^2} \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

$$\tan \alpha = \frac{y}{x} = \frac{-\frac{g}{2} \frac{x^2}{v_0^2} \frac{1}{\cos^2 \alpha}}{x} = -\frac{g}{2} \frac{x}{v_0^2 \cos^2 \alpha}$$

$$H_{\text{max}} = -\frac{g}{2} \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{v_0^2 \cos^2 \alpha} = -\frac{g}{2} \tan^2 \alpha = -\frac{g}{2} \left( \frac{y}{x} \right)^2$$

$$= -\frac{9.8}{2} \left( \frac{400}{2000} \right)^2 = -\frac{9.8}{2} \cdot 0.04 = -0.196 \text{ м}$$

$$N = mg \cos \alpha \quad E_n = \frac{k q^2}{b} \left( 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} + \frac{1}{11} + \frac{1}{13} + \frac{1}{15} + \frac{1}{17} + \frac{1}{19} + \frac{1}{21} + \frac{1}{23} + \frac{1}{25} + \frac{1}{27} + \frac{1}{29} + \frac{1}{31} + \frac{1}{33} + \frac{1}{35} + \frac{1}{37} + \frac{1}{39} + \frac{1}{41} + \frac{1}{43} + \frac{1}{45} + \frac{1}{47} + \frac{1}{49} + \frac{1}{51} + \frac{1}{53} + \frac{1}{55} + \frac{1}{57} + \frac{1}{59} + \frac{1}{61} + \frac{1}{63} + \frac{1}{65} + \frac{1}{67} + \frac{1}{69} + \frac{1}{71} + \frac{1}{73} + \frac{1}{75} + \frac{1}{77} + \frac{1}{79} + \frac{1}{81} + \frac{1}{83} + \frac{1}{85} + \frac{1}{87} + \frac{1}{89} + \frac{1}{91} + \frac{1}{93} + \frac{1}{95} + \frac{1}{97} + \frac{1}{99} \right)$$

$$m a = m g \sin \alpha + \mu N = m g \sin \alpha + \mu m g \cos \alpha$$

$$a = g (\sin \alpha + \mu \cos \alpha)$$

$$s = v_0 T - \frac{a T^2}{2} \Rightarrow 1 = 4 T - \frac{g (1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5}) T^2}{2}$$

$$0 = v_0 - g t \Rightarrow t = \frac{v_0}{g} = \frac{4}{10} = 0.4$$

$$s = 4 \cdot 0.4 - \frac{10 \cdot 0.16}{2} = 1.6 - 0.8 = 0.8 \text{ м}$$

$$g \sin \alpha = m g \cos \alpha \Rightarrow a = g (\sin \alpha - \mu \cos \alpha) = g \left( \frac{4}{5} - \frac{1}{5} \right) = \frac{3g}{5} = 6 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$$s = \frac{a t^2}{2} \Rightarrow 0.2 = \frac{6 \cdot t^2}{2} \Rightarrow 0.4 = 6 t^2 \Rightarrow t^2 = \frac{2}{30} \Rightarrow t = \frac{\sqrt{6}}{15} \approx 0.163 \text{ с}$$

$$v_{\text{max}} = v_0 - a t = 4 - 6 \cdot 0.163 = 4 - 0.978 = 3.022 \text{ м/с}$$

$$a = g (\sin \alpha - \mu \cos \alpha) = 10 \left( \frac{4}{5} - \frac{1}{5} \right) = 6 \text{ м/с}^2$$

$$L = v_0 t - \frac{a t^2}{2} = 4 \cdot 0.2 - \frac{10 \cdot 0.04}{2} = 0.8 - 0.2 = 0.6 \text{ м}$$

$$v_{\text{max}} = v_0 - a t = 4 - 6 \cdot 0.2 = 4 - 1.2 = 2.8 \text{ м/с}$$

$$v_{\text{max}} = g (\sin \alpha - \mu \cos \alpha) \Rightarrow g = \frac{2 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}}{6 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}} = \frac{1}{3} \text{ с}$$

$$m a_1 = F \cos \alpha - F_{\text{fr}} = F \cos \alpha - \mu N$$

$$N = mg - F \sin \alpha$$

$$m a_2 = F - F_{\text{fr}} \Rightarrow m a_2 = F - \mu mg$$

$$m a_3 = mg$$

$$m a_3 = F_{\text{fr}} = \mu N = \mu mg \Rightarrow a_3 = \mu g \quad v_0 = \mu g T \Rightarrow T = \frac{v_0}{\mu g} = \frac{1 \text{ м/с}}{1 \cdot 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}} = 0.1 \text{ с}$$