



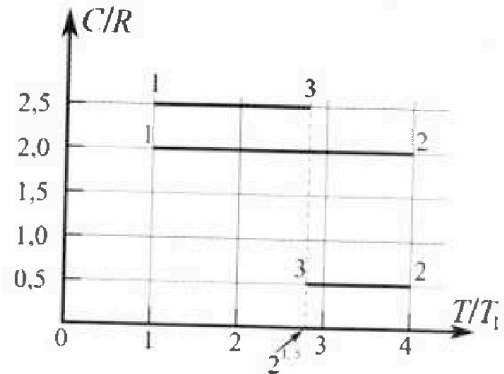
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2023

Вариант 10-01

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.



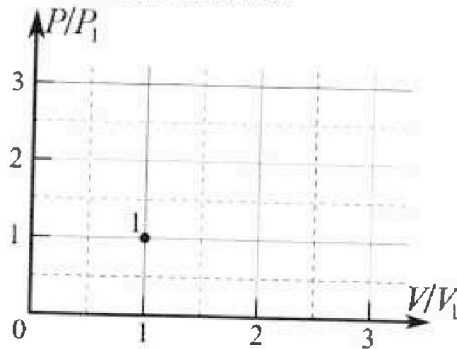
4. Тепловой двигатель работает по циклу 1-2-3-1. Рабочее вещество – один моль одноатомного идеального газа. Для вычисления КПД цикла ученик десятого класса построил график зависимости молярной теплоемкости C газа (в единицах универсальной газовой постоянной R) от температуры в процессах: 1-2, 2-3, 3-1 (см. рис.). Температура газа в состоянии 1 $T_1 = 400$ К, универсальная газовая постоянная $R = 8,31$ Дж/(моль·К).



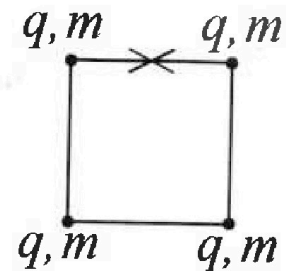
1) Найдите работу A_2 газа в процессе 1-2.

2) Найдите КПД η цикла.

3) Постройте график цикла в координатах $(P/P_1, V/V_1)$, где P_1 и V_1 давление и объём в состоянии 1. Для построения графика перенесите шаблон (см. ниже) в чистовик своей работы. Точка 1 на графике соответствует состоянию 1 газа в цикле.



5. Четыре заряженных шарика связаны легкими нерастяжимыми нитями так, что шарики находятся в вершинах квадрата со стороной b (см. рис.). Масса каждого шарика m , заряд q .



1) Найдите силу T натяжения нитей.

Одну нить пережигают.

2) Найдите скорость V любого, выбранного Вами шарика, в тот момент, когда шарики будут находиться на одной прямой.

3) На каком расстоянии d от точки старта будет находиться в этот момент любой из двух шариков, изначально расположенных сверху (на рисунке)?

Коэффициент пропорциональности в законе Кулона k . Действие сил тяжести считайте пренебрежимо малым.



Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2023

Вариант 10-01



Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

1. Мяч, посланный теннисистом вертикально вверх, поднимается на максимальную высоту за $T = 2$ с.

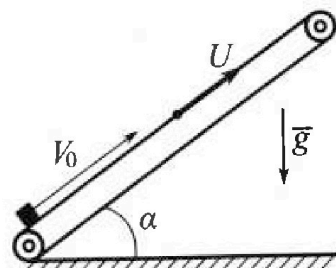
1) Найдите начальную скорость V_0 мяча.

2) Теннисист посылает мяч с начальной скоростью V_0 под различными углами к горизонту в направлении высокой вертикальной стенки, находящейся на расстоянии $S = 20$ м от места броска. На какой максимальной высоте мяч ударяется о стенку?

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Мяч движется в плоскости перпендикулярной стенке. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым. Все высоты отсчитываются от точки старта.

2. Лента транспортера, предназначенного для подъема грузов, образует с горизонтальной плоскостью угол α такой, что $\sin \alpha = 0,8$ (см. рис.).

В первом опыте небольшую коробку ставят на покоящуюся ленту транспортера и сообщают коробке начальную скорость $V_0 = 4$ м/с. Коэффициент трения скольжения коробки по ленте $\mu = \frac{1}{3}$. Движение коробки прямолинейное.



1) За какое время T после старта коробка пройдет в первом опыте путь $S = 1$ м?

Во втором опыте коробку ставят на ленту транспортера, движущуюся со скоростью $U = 2$ м/с, и сообщают коробке скорость $V_0 = 4$ м/с.

2) На каком расстоянии L от точки старта скорость коробки во втором опыте будет равна $U = 2$ м/с?

3) На какой высоте H , отсчитанной от точки старта, скорость коробки во втором опыте станет равной нулю? Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Все кинематические величины измерены в лабораторной системе отсчета.

3. Санки дважды разгоняют из состояния покоя до одной и той же скорости V_0 за одинаковое время.

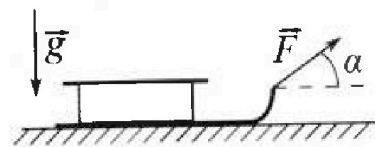
В первом случае санки тянут, действуя постоянной по модулю силой, направленной под углом α к горизонту (см. рис.).

Во втором случае такая же по модулю сила, приложенная к санкам, направлена горизонтально. После достижения скорости V_0 действие внешней силы прекращается.

1) Найдите коэффициент μ трения скольжения санок по горизонтальной поверхности.

2) Через какое время T после прекращения действия силы санки остановятся? Ускорение свободного падения g .

Санки находятся на горизонтальной поверхности. Движение санок прямолинейное.



На одной странице можно оформлять только одну задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

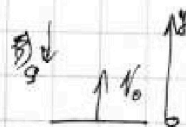
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Дано: Решение:

$T = 2\text{c}$
 $S = 20\text{м}$
 $g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$

1) Спроецируем уравнения движения мяча на ось y :

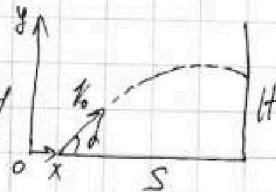
$v_y = v_0 - gt$
 $y = v_0 t - \frac{gt^2}{2}$



Так как на максимальной высоте $v_y = 0$, иначе мяч продолжит свой подъём, то:

$v_y = 0 \Rightarrow v_0 - gT = 0 \Rightarrow v_0 = gT = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 2\text{c} = 20 \frac{\text{м}}{\text{с}}$

2) Пусть мячик после мяча под углом α и он ударится об стенку на высоте H . Спроецируем движение мяча на оси x и y :



$x = v_0 \cos \alpha t$
 $y = v_0 \sin \alpha t - \frac{gt^2}{2}$

Пусть за время τ мяч ударится об стенку:

$S = v_0 \cos \alpha \tau$ (1)
 $H = v_0 \sin \alpha \tau - \frac{g\tau^2}{2}$ (2)

1) $\tau = \frac{S}{v_0 \cos \alpha}$

Подставим τ в (2):

$H = v_0 \sin \alpha \cdot \frac{S}{v_0 \cos \alpha} - \frac{g}{2} \cdot \frac{S^2}{v_0^2 \cos^2 \alpha} = S \tan \alpha - \frac{gS^2}{2v_0^2} \cdot \frac{1}{\cos^2 \alpha} =$
 $= S \tan \alpha - \frac{gS^2}{2v_0^2} (\tan^2 \alpha + 1) = -\frac{gS^2}{2v_0^2} \tan^2 \alpha + S \tan \alpha - \frac{gS^2}{2v_0^2}$

Функция $H(\tan \alpha)$ — квадратичная, график параболы $(-1) < 0$, значит ветви вниз, наибольшее значение в вершине.

$\tan \alpha_0 = \frac{-S}{2 \cdot (-\frac{gS^2}{2v_0^2})} = \frac{v_0^2 S}{gS^2} = \frac{v_0^2}{gS}$

$H_{\max} = H(\tan \alpha_0) = -\frac{gS^2}{2v_0^2} \cdot \frac{v_0^4}{g^2 S^2} + S \cdot \frac{v_0^2}{gS} - \frac{gS^2}{2v_0^2} = -\frac{v_0^2}{2g} + \frac{v_0^2}{g} - \frac{gS^2}{2v_0^2} = \frac{v_0^2}{2g} - \frac{gS^2}{2v_0^2}$

$H_{\max} = \frac{20^2}{2 \cdot 10} \text{м} - \frac{10 \cdot 20^2}{2 \cdot 20^2} \text{м} = 20\text{м} - 5\text{м} = 15\text{м}$

Ответ: $v_0 = 20 \frac{\text{м}}{\text{с}}$; $H_{\max} = 15\text{м}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

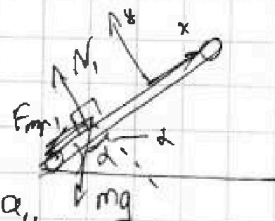
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Дано:
 $\sin \alpha = 0,8$
 $V_0 = 4 \frac{м}{с}$
 $\mu = \frac{1}{3}$
 $s = 1 м$
 $u = 2 \frac{м}{с}$
 $g = 10 \frac{м}{с^2}$

Решение:

1) В первом опыте на коробку действует нормальная сила реакции опоры N , трение $F_{тр}$ и сила тяжести mg , а ускорение $-a_1$. Составим уравнения второго закона Ньютона на оси x и y :



$$\sin \alpha = \frac{4}{5} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{3}{5}$$

$$x: ma_1 = -mg \sin \alpha - F_{тр}$$

$$y: 0 = N - mg \cos \alpha$$

$$N = mg \cos \alpha$$

$$F_{тр} - \text{сила трения скольжения} \Rightarrow F_{тр} = \mu N \Rightarrow F_{тр} = \mu mg \cos \alpha$$

Найдем ускорение a_1 :

$$a_1 = \frac{-mg \sin \alpha - \mu mg \cos \alpha}{m} = -g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha) = -g\left(\frac{4}{5} + \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{5}\right) = -g$$

Найдем время t_1 , за которое коробка остановится:

$$V = V_0 + a_1 t \Rightarrow V_0 - g t_1 = 0 \Rightarrow t_1 = \frac{V_0}{g} = 0,4 с$$

$$s_1 = V_0 t_1 - \frac{g t_1^2}{2} = 4 \cdot 0,4 м - \frac{10 \cdot 0,16 м}{2} = 1,6 м - \frac{1,6 м}{2} = 0,8 м < s_2 = 1 м$$

Значит, после времени t_1 пройдет еще время t_2 до того, как коробка пройдет $s = 1 м$. Теперь коробка пойдет вниз, а значит $F_{тр}$ изменит своё направление. Тогда:

$$ma_2 = -mg \sin \alpha + F_{тр} = -mg \sin \alpha + \mu mg \cos \alpha \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a_2 = -g \sin \alpha + \mu g \cos \alpha = -g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha) = -g\left(\frac{4}{5} - \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{5}\right) = -\frac{3}{5}g$$

Движение равноускоренное; значит:

$$s - s_1 = \frac{|a_2| t_2^2}{2} \Rightarrow s - s_1 = \frac{3g t_2^2}{10} \Rightarrow t_2^2 = \frac{10}{3} \frac{s - s_1}{g} \Rightarrow t_2 = \sqrt{\frac{10}{3} \frac{s - s_1}{g}} = \sqrt{\frac{10 \cdot 0,2}{3 \cdot 10}} = \frac{\sqrt{15}}{15}$$

$$\text{Тогда время } T = t_1 + t_2 = 0,4 + \frac{\sqrt{15}}{15} с$$

2) Перейдем в ИСО лентки. Тогда начальная скорость коробки $V_0' = V_0 - u = 2 \frac{м}{с}$.

Когда скорость коробки будет u , тогда её относительная скорость в ИСО лентки $V = u - u = 0$. То есть в данной ИСО коробка начала движение со скоростью V_0' по неподвижной лентке. Тогда до момента её остановки - рассматриваемого момента, её ускорение такое же, как и в первом опыте до остановки, то есть a_1 .

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

МФТИ



1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Закон изменения скорости в этой ИСО:

$$v = v_0 + a_1 t$$

Пусть через время t_3 скорость коробки в ИСО равна u , а в ИСО летит o . Тогда:

$$\begin{aligned} v_0 + a_1 t_3 &= 0 \\ v_0' &= v_0 - u, \quad a_1 = -g \end{aligned} \Rightarrow g t_3 = v_0 - u \Rightarrow t_3 = \frac{v_0 - u}{g} = 0,2 \text{ с}$$

Вернёмся в исходную ИСО и найдём расстояние L :

$$L = v_0 t_3 + \frac{a_1 t_3^2}{2} = v_0 t_3 - \frac{g t_3^2}{2} = 4,02 \text{ м} - \frac{10 \cdot 0,04}{2} \text{ м} = 0,8 \text{ м} - 0,2 \text{ м} = 0,6 \text{ м}$$

3) После времени t_3 , o и до остановки $то$, как скорость коробки будет o , сила трения поменяет своё направление, так как относительная скорость коробки от o летит o будет уже направлена вниз по ленте. Тогда, так как система летит - ИСО, то ускорение коробки будет $a_2 = 6 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$, a_2 вниз по ленте.

Закон изменения скорости:

$$v = 0 - a_2 t_4$$

Пусть через время t_4 - скорость коробки в ИСО - o , тогда $v = 0 - u - u$, тогда:

$$-u = -a_2 t_4 \Rightarrow t_4 = \frac{u}{a_2} = \frac{1}{3} \text{ с}$$

Найдём путь S_2 , который прошла коробка ^{вверх} по ленте транспортера:

$$\begin{aligned} S_2 &= \frac{a_2 t_4^2}{2} = \frac{6 \cdot \frac{1}{9}}{2} \text{ м} = \frac{1}{3} \text{ м} \\ S_2 &= u t_4 + \frac{a_2 t_4^2}{2} = 2 \cdot \frac{1}{3} \text{ м} - \frac{6 \cdot \frac{1}{9}}{2} \text{ м} = \frac{1}{3} \text{ м} \end{aligned}$$

Тогда пройденное расстояние: $l = L + S_2$.

Найдём эквивалентную высоту H :

$$\begin{aligned} H &= l \sin \alpha = L \sin \alpha + S_2 \sin \alpha = 0,6 \text{ м} \cdot \frac{4}{5} + \frac{1}{3} \text{ м} \cdot \frac{4}{5} = \frac{12}{5} \text{ м} + \frac{4}{15} \text{ м} = \\ &= \frac{36}{15} \text{ м} + \frac{4}{15} \text{ м} = \frac{40}{15} \text{ м} = \frac{8}{3} \text{ м} \approx 2,67 \text{ м} \end{aligned}$$

4) Заметим, что коробка приобретёт скорость $u = 2 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ ещё раз: после $то$, как её скорость обнулилась, то она начнёт ехать вниз по ленте, а значит теперь $F_{\text{тр}}$ всегда вверх по ленте, а значит ускорение коробки - a_2 . Найдём время t_5 , когда после t_4 , когда скорость коробки u : $u = a_2 t_5 \Rightarrow$

$$\Rightarrow t_5 = \frac{u}{a_2} = \frac{1}{3} \text{ с} = t_4, \text{ но теперь коробка едет вниз и}$$

проедет $S_3 = u t_5 - \frac{a_2 t_5^2}{2} = \frac{1}{3} \text{ м}$, а значит вернётся на L .

Ответ: $T = (0,4 + \frac{\sqrt{5}}{3}) \text{ с}$; $L = 0,6 \text{ м}$; $H \approx 2,67 \text{ м}$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Дано: Решение:

V_0, d, g 1) Типовые m -масса саней, N_1, N_2 - силы реакции опор, F - сила, с которой тащут, a_1, a_2 - ускорения саней в двух случаях, τ - время разгона до V_0 , F_{mp1} и F_{mp2} - силы трения в обоих случаях.

Возьмем второй закон Ньютона в проекции на оси x и y :

x : $ma_1 = F \cos \alpha - F_{mp1}$

$ma_2 = F - F_{mp2}$

y : $0 = N_1 + F \sin \alpha - mg$

$0 = N_2 - mg$

Так как сани едут, то силы трения скольжения а значит $F_{mp1} = \mu N_1$, $F_{mp2} = \mu N_2$. Тогда:

$ma_1 = F N_1 = mg - F \sin \alpha \Rightarrow F_{mp1} = \mu mg - \mu F \sin \alpha$

$N_2 = mg \Rightarrow F_{mp2} = \mu mg$

Найдём ускорения:

$ma_1 = F \cos \alpha - (\mu mg - \mu F \sin \alpha) \Rightarrow a_1 = \frac{F}{m} (\cos \alpha + \mu \sin \alpha) - \mu g$

$ma_2 = F - \mu mg \Rightarrow a_2 = \frac{F}{m} - \mu g$

По условию:

$V_0 = a_2 \tau \quad V_0 = a_1 \tau \Rightarrow a_1 = a_2 \Rightarrow \frac{F}{m} - \mu g = \frac{F}{m} (\cos \alpha + \mu \sin \alpha) - \mu g$

$1 = \cos \alpha + \mu \sin \alpha$

$\mu \sin \alpha = 1 - \cos \alpha \Rightarrow \mu = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha}$

2) После исчезновения силы F сани начинают равнозамедленное движение.

Найдём ускорение a_3 , применяя второй закон Ньютона на оси x и y :

x : $ma_3 = -F_{mp3}$

y : $0 = N_3 - mg \Rightarrow N_3 = mg$

F_{mp3} - сила трения скольжения $\Rightarrow F_{mp3} = \mu mg = \mu N_3$

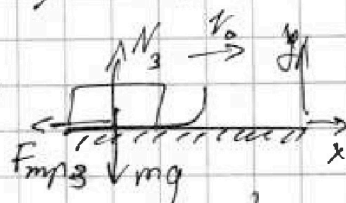
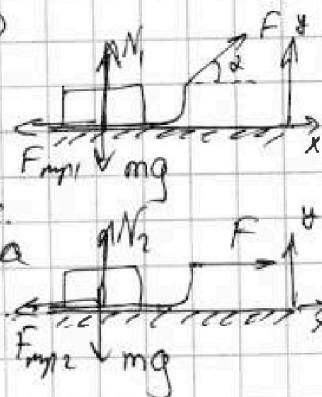
$\Rightarrow ma_3 = -\mu mg \Rightarrow a_3 = -\mu g$

Закон изменения скорости:

$V = V_0 + a_3 t \Rightarrow V_0 + a_3 T = 0 \Rightarrow T = -\frac{V_0}{a_3} = -\frac{V_0}{-\mu g} = \frac{V_0}{\mu g} =$

$= \frac{\frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha} g}{\sin \alpha} = \frac{V_0 \sin \alpha}{(1 - \cos \alpha) g}$

Ответ: $\mu = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha}$; $T = \frac{V_0 \sin \alpha}{(1 - \cos \alpha) g}$.



На одной странице можно оформлять только одну задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Печать QR-кода недоступна!

Дано, $i=3$
 $T_1 = 400 \text{ K}$
 $R = 8,31 \text{ Дж/моль}\cdot\text{K}$

Решение:

1) Пусть ΔU_{12} - изменение энергии газа в процессе $1 \rightarrow 2$, Q_{12} - теплота, полученная газом, ΔT_{12} - изменение температуры. Тогда:

$$Q_{12} = \Delta U_{12} + A_{12} \Rightarrow A_{12} = Q_{12} - \Delta U_{12}$$

$$Q_{12} = C_{12} \Delta T_{12} = 2,5 R \Delta T_{12} = 6 \Delta T_{12}$$

$$\Delta U_{12} = \frac{1}{2} \Delta R \Delta T_{12} = 1,5 \Delta T_{12}$$

Найдём работу газа A_{12}

$$A_{12} = Q_{12} - \Delta U_{12} = 6 \Delta T_{12} - 1,5 \Delta T_{12} = 4,5 \Delta T_{12} = 4,5 \cdot 1,8 \cdot 400 \text{ Дж} = 3240 \text{ Дж}$$

2) Так как $Q = C \Delta T$, а у всех 3 процессов $C > 0$, а ΔT_{23} и ΔT_{31} меньше 0, то $Q_{12} > 0$, $Q_{23} < 0$, $Q_{31} < 0$. Пусть Q_H - теплота нагревателя, Q_X - теплота холодильника. Тогда:

$$Q_H = Q_{12}$$

$$Q_X = Q_{23} + Q_{31}$$

Найдём Q_{23} и Q_{31} :

$$Q_{23} = \Delta U_{23} + A_{23} = C_{23} \Delta T_{23}, \text{ где } C_{23} - \text{теплоёмкость процесса } 2-3, \Delta T_{23} - \text{изменение температуры}$$

$$Q_{23} = C_{23} \Delta T_{23} = 0,5 R \Delta T_{23} = (0,5 - 2) \Delta T_{23}$$

$$Q_{31} = C_{31} \Delta T_{31}, \text{ где } C_{31} - \text{теплоёмкость газа в процессе } 3-1, \Delta T_{31} - \text{изменение его температуры}$$

$$Q_{31} = C_{31} \Delta T_{31} = 2,5 R \Delta T_{31} = (2,5 - 5) \Delta T_{31}$$

$$\text{Тогда } Q_X = (0,5 - 2 + 2,5 - 5) \Delta T_{31} = (0,5 - 4,5) \Delta T_{31}$$

$$\text{Найдём } Q_{12} = C_{12} \Delta T_{12} = 2 R \Delta T_{12} = 6 \Delta T_{12} = Q_H$$

Найдём КПД цикла:

$$\eta = \frac{Q_H - Q_X}{Q_H} = \frac{6 \Delta T_{12} - (4,5 - 0,5) \Delta T_{31}}{6 \Delta T_{12}} = \frac{6,5 - 4,5}{6} = \frac{13 - 8\sqrt{2}}{12} \approx 14,3\%$$

3) Рассмотрим изобарный процесс с одноатомным газом. Пусть V_1 и V_2 - его объёмы, p - давление, T_1 и T_2 - температуры. Уравнение Менделеева - Клапейрона:

$$p V_1 = \nu R T_1$$

$$p V_2 = \nu R T_2 \Rightarrow p \Delta V = \nu R \Delta T$$

$$Q = C \Delta T = \Delta E + A = \frac{3}{2} \nu R \Delta T + p \Delta V \Rightarrow C \Delta T = \frac{5}{2} \nu R \Delta T \Rightarrow C = \frac{5}{2} R$$

Заметим, что в процессе 1-3 $C = 2,5 R$, а значит процесс 1-3 - изобарный, не изотермический, но - тоже изобарный.

Тогда пусть p_1, p_2, p_3 - давление газа, V_1, V_2, V_3 - его объёмы, T_1, T_2, T_3 - температура.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

МОТИ

1 2 3 4 5 6 7

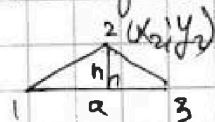
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Уравнение Менделеева-Клапейрона:

$$\left. \begin{aligned} p_1 V_1 &= \nu R T_1 \\ p_3 V_3 &= \nu R T_3 = \nu R 2\sqrt{2} T_1 \\ p_1 &= p_3 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{aligned} p_1 &= p_3 \\ V_3 &= 2\sqrt{2} V_1 \approx 2,82 V_1 \end{aligned}$$

Так как для всех процессов в цикле из кинези малая температура не зависит от температуры, то работа газа зависит от T в первой степени, а значит и от pV в первой степени, а значит график процессов в координатах $(p/p_1, V/V_1)$ - правильный треугольник, а его площадь - работа газа за весь цикл.



$$A' = A = Q_2 - Q_1 = 0,5 \nu R T_1 - 4\sqrt{2} \nu R T_1 = (0,5 - 4\sqrt{2}) \nu R T_1 \approx (0,5 - 5,656) \nu R T_1 = -5,156 \nu R T_1$$

Найдём длину отрезка $a-3$:

$$a = 2\sqrt{2} - 1$$

$$A' = \frac{1}{2} h a \Rightarrow h = \frac{2A'}{a} = \frac{10,312 \nu R T_1}{2\sqrt{2} - 1} = \frac{18\sqrt{2} - 19}{7} \nu R T_1$$

Уравнения Менделеева-Клапейрона:

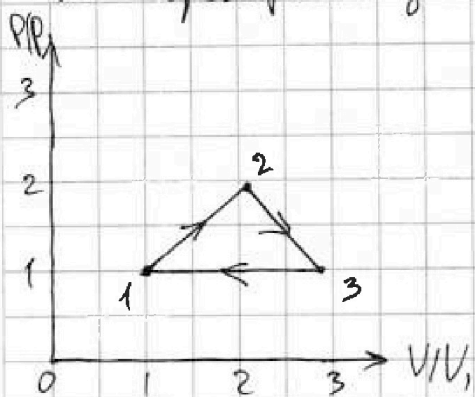
$$\left. \begin{aligned} p_1 V_1 &= \nu R T_1 \\ p_2 V_2 &= \nu R T_2 = 4 T_1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{p_2 V_2}{p_1 V_1} = x_2 y_2 = \frac{4 T_1}{T_1} = 4 \Rightarrow x_2 = \frac{4}{y_2}$$

Найдём y_2 , зная h :

$$y_2 = h + 1 = \frac{18\sqrt{2} - 19}{7} + 1 \approx 1,9$$

$$x_2 = \frac{4}{y_2} = \frac{4}{1,9} \approx 2,1$$

Теперь, зная координаты всех вершин, построим график цикла.



- 1(1, 1)
- 2(2, 2)
- 3(2,82, 1)

Ответ: $A_{12} = 4986 \text{ Дж}$, $\eta \approx 14,3\%$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

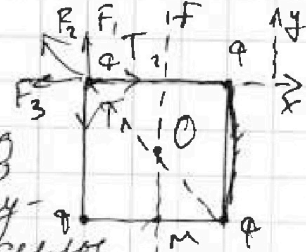
МОТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Дано: Решение:

b, m, q, k

1) Рассмотрим левый верхний шарик. Из-за симметрии относительно центра квадрата $T_1 = T_2$ натяжения нитей, а на другие шарик действуют такие же силы.



Так как шарик в равновесии, то в проекции на ось x :

$$T = 0 + \sqrt{2} F_2 \cos 45^\circ + F_3 = k \frac{q^2}{2b^2} \cdot \frac{b}{2} + k \frac{q^2}{b^2} = k \frac{q^2}{b^2} \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{4}\right) \approx 1,35 k \frac{q^2}{b^2}$$

2) Нить перпендикулярна.

Так как нить перпендикулярна, то когда шарик на одной прямой, то для выполнения условия перпендикулярности проекции их скоростей на нить равны.

Так как все силы направлены по прямой, то из-за симметрии относительно x получаем, что все скорости равны v .

Так как все действовавшие силы — внутренние для системы и шаров, то выполняется з.а.з.:

$$E_1 = E_2 + \frac{4mv^2}{2}$$

Каждой из шаров E_1 и E_2 взаимодействия шаров:

$$E_1 = 4kq^2 \left(\frac{1}{b} + \frac{1}{b} + \frac{1}{\sqrt{2}b}\right) = \frac{kq^2}{b} (8 + 2\sqrt{2})$$

$$E_2 = kq^2 \left(\frac{1}{b} + \frac{1}{2b} + \frac{1}{3b}\right) \cdot 2 + 2 \cdot \left(\frac{1}{b} + \frac{1}{b} + \frac{1}{\sqrt{2}b}\right) = \frac{2kq^2}{b} \left(3 + 2 + 2 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}\right) = \frac{2kq^2}{b} \left(8 + \frac{2}{\sqrt{2}}\right)$$

Тогда:

$$\frac{kq^2}{b} (8 + 2\sqrt{2}) = \frac{kq^2}{b} \left(8 + \frac{2}{\sqrt{2}}\right) + 2mv^2$$

$$\frac{kq^2}{b} (\sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2}}) = mv^2 \Rightarrow v^2 = \frac{kq^2}{bm} \frac{3\sqrt{2} - 1}{3} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{3\sqrt{2} - 1}{3} \cdot \frac{k}{bm} q}$$

3) Так как изначально положение шаров симметрично относительно оси x , как и действие сил, а значит и ускорений, то и через dt симметрия сохранится, а значит положение шаров и в дальнейшем тоже симметрично.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи.

решение которой представлено на странице:

МФТИ

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

относительно f . Так как f проходит через середину нити 23, а нить перпендикулярна, то шарик 23 из-за симметрии до выравнивания всех шаров в треугольнике не имеет горизонтальных перемещений (по осям), а только по вертикали.

А так как силы, действующие по вертикали на верхние и нижние шары равны, то за время dt ускорения шариков 1 и 2 равны a , тогда:

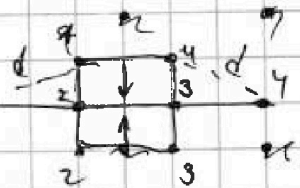
$$dV_1 = dV_2 = a dt$$
$$dS_1 = dS_2 \Rightarrow S_1 = S_2$$

Это есть из-за этого расстояния, которое они прошли по вертикали равно, а значит они "встретились" напротив изначальной середины 1-2, как на рисунке справа.

Найдём расстояние d по теореме Пифагора;

$$d = \sqrt{b^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{5b^2}{4}} = \frac{\sqrt{5}}{2} b.$$

Ответ: $T = \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{4}\right) \frac{kg^2}{b^2} \approx 1,35 \frac{kg^2}{b^2}$; $v = \sqrt{\frac{3\sqrt{2}-1}{3}} \frac{kg^2}{b^2}$; $d = \frac{\sqrt{5}}{2} b.$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$Q = \delta E \cdot A$$

$$C_{12} \Delta T_{12} = \frac{3}{2} \delta R \Delta T_{12} + A_{12}$$

$$A_{12} = 2R(4T_1 - T_2) - \frac{3}{2} \cdot 1 \cdot R \cdot (4T_1 - T_2) = 2R \cdot 3T_1 + \frac{3}{2} R \cdot 3T_1 = 6RT_1 + 4,5RT_1 = 10,5RT_1 = 1,58,31 \cdot 400 \text{ Дж} \approx 600,831 \text{ Дж} = 4980 \text{ Дж}$$

$$1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 1$$

$$Q_H = Q_{12} = C_{12} \Delta T_{12} = 2R \cdot 3T_1 = 6RT_1$$

$$|Q_X| = |Q_{23} + Q_{31}| = 0,5R \cdot (4 - 2\sqrt{2})T_1 + 2,5R \cdot (2\sqrt{2} - 1)T_1 = 2RT_1 - \sqrt{2}RT_1 + 5\sqrt{2}RT_1 - 2,5RT_1 = -0,5RT_1 + 4\sqrt{2}RT_1$$

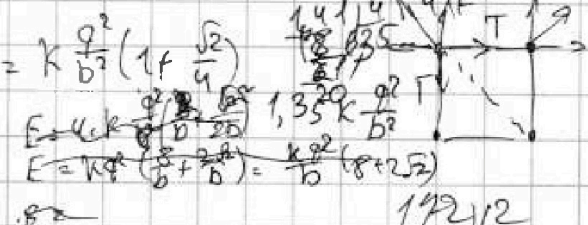
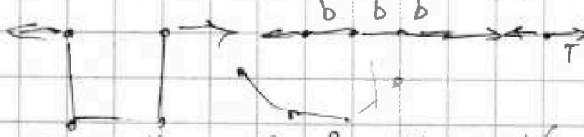
$$\eta = \frac{Q_H - Q_X}{Q_H} = \frac{6RT_1 + 0,5RT_1 - 4\sqrt{2}RT_1}{6RT_1} = \frac{6,5 - 4\sqrt{2}}{6} = \frac{13 - 8\sqrt{2}}{12}$$

$$13 - 8\sqrt{2} \approx 13 - 8 \cdot 1,41 = 13 - 11,28 = 1,72$$

$$\eta = 14,3 \cdot \frac{1}{100} \approx 14,3\%$$

$$\Delta E_{12} = \frac{3}{2} (p_1 V_1 - p_2 V_2)$$

$$T = F + F' \cos 45^\circ = k \frac{q^2}{b^2} + k \frac{q^2}{2b^2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = k \frac{q^2}{b^2} \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{4} \right)$$



$$QRT_1 = p_1 V_1$$

$$QRT_2 = p_2 V_2$$

$$\frac{p_2 V_2}{p_1 V_1} = 4$$

$$\frac{p_3 V_3}{p_1 V_1} = 2\sqrt{2}$$

$$Q = \frac{3}{2} \delta p V + \delta p V$$

$$Q = \frac{3}{2} \delta p \Delta V + \delta p \Delta V = \frac{5}{2} \delta R \Delta T$$

$$x_2 y_2 = 4 x_1 y_1 \leq 4$$

$$x_2 y_2 = \sqrt{2} x_3 y_3$$

$$x_2 y_2 = 4$$

$$y_2 = \frac{4}{x_2}$$

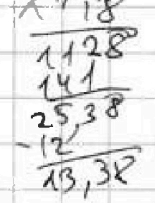
$$S = 6,5 - 4\sqrt{2}$$

$$A = Q_H - Q_X = (6,5 - 4\sqrt{2}) \delta R T_1$$

$$(13 - 8\sqrt{2})(2\sqrt{2} + 1) = 26\sqrt{2} + 13 - 32 - 8\sqrt{2} = 18\sqrt{2} - 19$$

$$y_2 = \frac{18\sqrt{2} - 19}{28}$$

$$x = \frac{14}{18\sqrt{2} - 19} = \frac{14}{2\sqrt{2} - 6} = \frac{14(\sqrt{2} + 6)}{81 \cdot 2 - 36} = \frac{14}{66} \approx 2$$



Handwritten calculations and diagrams for the force problem, including a diagram of a rod with forces and angles, and various algebraic steps.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Поря QR-кода недопустима!

$$x = v_0 \cos \alpha t$$

$$y = v_0 \sin \alpha t - \frac{g t^2}{2}$$

$$v_{y0} = v_0 \sin \alpha - g t = 0 \Rightarrow v_0 \sin \alpha = g t \Rightarrow v_0 = \frac{g t}{\sin \alpha} = g t = 20 \cdot 10 \frac{m}{c^2} = 200 \frac{m}{c} \quad 4 \frac{g^2}{b^2} \left(\frac{1}{b} + \frac{1}{b} + \frac{1}{\sqrt{b}} \right)$$

$$t = \frac{x}{v_0 \cos \alpha}$$

$$y = v_0 \sin \alpha \cdot \frac{x}{v_0 \cos \alpha} - \frac{g}{2} \cdot \frac{x^2}{v_0^2 \cos^2 \alpha} = x \operatorname{tg} \alpha - \frac{g}{2} \frac{x^2}{v_0^2 \cos^2 \alpha} = x \operatorname{tg} \alpha - \frac{g}{2} \frac{x^2}{v_0^2} (\operatorname{tg}^2 \alpha + 1)$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \operatorname{tg}^2 \alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

$$y = -\frac{g}{2} \frac{x^2}{v_0^2} (\operatorname{tg}^2 \alpha + 1) + x \operatorname{tg} \alpha = -\frac{g}{2} \frac{x^2}{v_0^2} \frac{1}{\cos^2 \alpha} + x \operatorname{tg} \alpha$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{2 \cdot \frac{g}{2} \frac{x^2}{v_0^2} \frac{1}{\cos^2 \alpha}}{x} = \frac{g x}{v_0^2 \cos^2 \alpha} \quad E = \frac{k q^2}{b} (8 + 2 \sqrt{2}) = \frac{4 \cdot 10^{-12}}{2} + k q^2 \left(\frac{1}{b} + \frac{1}{b} + \frac{1}{\sqrt{2} b} \right)$$

$$H_{\min} = -\frac{g}{2} \frac{5^2}{v_0^2} - \frac{v_0}{g^2} + 5 \cdot \frac{v_0}{g^2} - \frac{g}{2} \frac{5^2}{v_0^2} = -\frac{v_0^2}{2g} + \frac{v_0^2}{g^2} - \frac{g}{2} \frac{5^2}{v_0^2} = \frac{v_0^2}{2g} - \frac{g}{2} \frac{5^2}{v_0^2}$$

$$= \frac{400}{2 \cdot 10} - \frac{10 \cdot 400}{2 \cdot 400} = \frac{400}{20} - \frac{10}{2} = 20 - 5 = 15 \mu$$

$$N = mg \cos \alpha \quad E_n = \frac{k q^2}{b} \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + 2 + \frac{1}{2} + 2 + \frac{1}{2} + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \right) =$$

$$m a = mg \sin \alpha + \mu N = mg \sin \alpha + \mu mg \cos \alpha$$

$$a = g (\sin \alpha + \mu \cos \alpha)$$

$$s = v_0 T - \frac{g T^2}{2} \Rightarrow 1 = 4T - \frac{g T^2}{2} \Rightarrow 5T^2 - 4T + 1 = 0$$

$$0 = v_0 - g t \Rightarrow t = \frac{v_0}{g} = \frac{4}{10} = 0,4$$

$$s = 4 \cdot 0,4 - \frac{10 \cdot 0,4^2}{2} = 1,6 - \frac{10 \cdot 0,16}{2} = 1,6 - 0,8 = 0,8 \mu$$

$$g \mu \cos \alpha = mg \cos \alpha \Rightarrow a = g (\sin \alpha - \mu \cos \alpha) = g \left(\frac{4}{5} - \frac{1}{5} \right) = \frac{3g}{5} = 6 \frac{m}{c^2}$$

$$s = \frac{a t^2}{2} \Rightarrow 0,2 = \frac{6 \cdot t^2}{2} \Rightarrow 0,4 = 6 t^2 \Rightarrow t^2 = \frac{2}{30} \Rightarrow t = \frac{\sqrt{15}}{15} \approx 0,24$$

$$v_{\text{общ}} = v_0 - u = 4 - 1 = 3 \frac{m}{c^2}$$

$$a = g (\sin \alpha + \mu \cos \alpha) = 10 \frac{m}{c^2} \Rightarrow a t = v_0 - u \Rightarrow t = \frac{v_0 - u}{a} = \frac{4 - 1}{10} = 0,3$$

$$L = v_0 t - \frac{a t^2}{2} = 4 \cdot 0,3 - \frac{10 \cdot 0,09}{2} = 1,2 - 0,45 = 0,75$$

$$v_{\text{общ}} = |u - v_0| = 4 - 1 = 3 \frac{m}{c^2}$$

$$v_{\text{общ}} = g (\sin \alpha - \mu \cos \alpha) \Rightarrow g = \frac{2 \frac{m}{c^2}}{6 \frac{m}{c^2}} = \frac{1}{3} c$$

$$m a_1 = F \cos \alpha - F_{\text{тр}} = F \cos \alpha - \mu N$$

$$N_1 = mg - F \sin \alpha$$

$$m a_2 = F - F_{\text{тр}} \Rightarrow m a_2 = F - \mu mg$$

$$m a_2 = mg$$

$$F - \mu mg = F \cos \alpha - \mu mg + \mu F \sin \alpha$$

$$1 = \cos \alpha + \mu \sin \alpha$$

$$\mu = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha}$$

$$m a_3 = F_{\text{тр}} = \mu N = \mu mg \Rightarrow a_3 = \mu g \quad v_0 = \mu g T \Rightarrow T = \frac{v_0}{\mu g} = \frac{v_0}{(1 - \cos \alpha) g} = \frac{1}{1 - \cos \alpha} \frac{v_0}{g}$$

$$T = \frac{v_0}{\mu g} = \frac{v_0}{(1 - \cos \alpha) g} = \frac{1}{1 - \cos \alpha} \frac{v_0}{g}$$