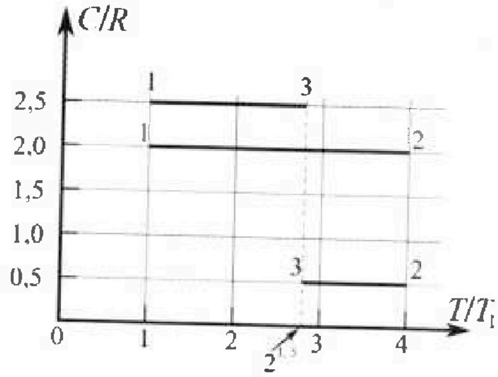
Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2023

Вариант 10-01

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

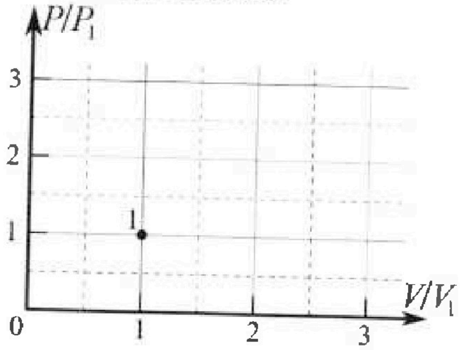
4. Тепловой двигатель работает по циклу 1-2-3-1. Рабочее вещество – один моль одноатомного идеального газа. Для вычисления КПД цикла ученик десятого класса построил график зависимости молярной теплоемкости C газа (в единицах универсальной газовой постоянной R) от температуры в процессах: 1-2, 2-3, 3-1 (см. рис.). Температура газа в состоянии 1 $T_1 = 400$ К, универсальная газовая постоянная $R = 8{,}31$ Дж/(моль·К).



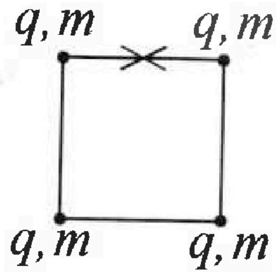
1) Найдите работу A_{12} газа в процессе 1-2.

2) Найдите КПД η цикла.

3) Постройте график цикла в координатах $(P/P_1, V/V_1)$, где P_1 и V_1 давление и объём в состоянии 1. Для построения графика перенесите шаблон (см. ниже) в чистовик своей работы. Точка 1 на графике соответствует состоянию 1 газа в цикле.



5. Четыре заряженных шарика связаны легкими нерастяжимыми нитями так, что шарики находятся в вершинах квадрата со стороной b (см. рис.). Масса каждого шарика m, заряд q.



1) Найдите силу T натяжения нитей.

Одну нить пережигают.

2) Найдите скорость V любого, выбранного Вами шарика, в тот момент, когда шарики будут находиться на одной прямой.

3) На каком расс тоянии d от точки старта будет находиться в этот момент любой из двух шариков, изначально расположенных вверху (на рисунке)?

Коэффициент пропорциональности в законе Кулона k. Действие сил тяжести считайте пренебрежимо малым.

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2023

Вариант 10-01

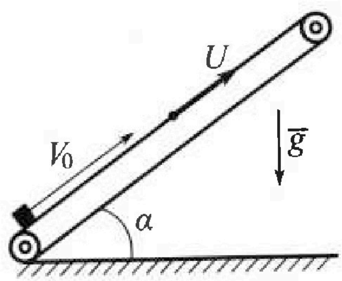
Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

1. Мяч, посланный теннисистом вертикально вверх, поднимается на максимальную высоту за $T = 2$ с.

1) Найдите начальную скорость V_0 мяча.
2) Теннисист посылает мяч с начальной скоростью V_0 под различными углами к горизонту в направлении высокой вертикальной стенки, находящейся на расстоянии $S = 20$ м от места броска. На какой максимальной высоте мяч ударяется о стенку?

Ускорение свободного падения g =10 м/с^2. Мяч движется в плоскости перпендикулярной стенке. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым. Все высоты отсчитываются от точки старта.

2. Лента транспортера, предназначенного для подъема грузов, образует с горизонтальной плоскостью угол α такой, что $\sin\alpha = 0{,}8$ (см. рис.).



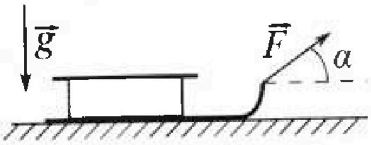
В первом опыте небольшую коробку ставят на *покоящуюся* ленту транспортера и сообщают коробке начальную скорость $V_0 = 4$ м/с. Коэффициент трения скольжения коробки по ленте $\mu = \frac{1}{3}$. Движение коробки прямолинейное.

1) За какое время T после старта коробка пройдет *в первом опыте* путь $S = 1$ м?

Во втором опыте коробку ставят на ленту транспортера, *движущуюся* со скоростью $U = 2$ м/с, и сообщают коробке скорость $V_0 = 4$ м/с.

2) На каком расст оянии L от точки старта скорость коробки во втором опыте будет равна $U = 2$ м/с?
3) На какой высоте H, отсчитанной от точки старта, скорость коробки во втором опыте станет равной нулю? Ускорение свободного падения g =10 м/с^2. Все кинематические величины измерены в лабораторной системе отсчета.

3. Санки дважды разгоняют из состояния покоя до одной и той же скорости V_0 за одинаковое время.



В первом случае санки тянут, действуя постоянной по модулю силой, направленной под углом α к горизонту (см. рис.).

Во втором случае такая же по модулю сила, приложенная к санкам, направлена горизонтально. После достижения скорости V_0 действие внешней силы прекращается.

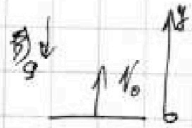
1) Найдите коэффициент μ трения скольжения санок по горизонтальной поверхности.
2) Через какое время T после прекращения действия силы санки остановятся? Ускорение свободного падения g.

Санки находятся на горизонтальной поверхности. Движение санок прямолинейное.

Дано:
$T = 2\,с$
$S = 20\,м$
$g = 10\,\frac{м}{с^2}$

Решение:

1) Спроецируем уравнения движения мяча на ось y:



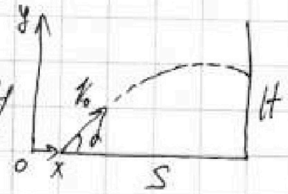
$V_y = V_0 - gt$

$y = V_0 t - \frac{gt^2}{2}$

Так как на максимальной высоте $V_y = 0$, иначе бы мяч продолжил свой подъём, то:

$V_y = 0 \Rightarrow V_0 - gT = 0 \Rightarrow V_0 = gT = 10\,\frac{м}{с^2}\cdot 2\,с = 20\,\frac{м}{с}$

2) Пусть теннисист послал мяч под углом α и он ударился об стенку на высоте H. Спроецируем движение мяча на оси x и y:



$x = V_0 \cos\alpha\, t$

$y = V_0 \sin\alpha\, t - \frac{gt^2}{2}$

Пусть ~~за~~ через время τ мяч ударился об стенку:

$S = V_0 \cos\alpha\, \tau$ (1)

$H = V_0 \sin\alpha\, \tau - \frac{g\tau^2}{2}$ (2)

(1): $\tau = \frac{S}{V_0 \cos\alpha}$

Подставим τ в (2):

$$H = V_0 \sin\alpha \cdot \frac{S}{V_0\cos\alpha} - \frac{g}{2}\cdot\frac{S^2}{V_0^2\cos^2\alpha} = S\,tg\alpha - \frac{gS^2}{2V_0^2}\cdot\frac{1}{\cos^2\alpha} = S\,tg\alpha - \frac{gS^2}{2V_0^2}(tg^2\alpha + 1) = -\frac{gS^2}{2V_0^2}tg^2\alpha + S\,tg\alpha - \frac{gS^2}{2V_0^2}$$

Функция $H(tg\alpha)$ — квадратичная, график парабола $(-1) < 0$, значит ветви вниз, наибольшее значение в вершине.

$$tg\alpha_0 = \frac{-S}{2\cdot\left(-\frac{gS^2}{2V_0^2}\right)} = \frac{V_0^2 S}{gS^2} = \frac{V_0^2}{gS}$$

$$H_{max} = H(tg\alpha_0) = -\frac{gS^2}{2V_0^2}\cdot\frac{V_0^4}{g^2S^2} + S\cdot\frac{V_0^2}{gS} - \frac{gS^2}{2V_0^2} = -\frac{V_0^2}{2g} + \frac{V_0^2}{g} - \frac{gS^2}{2V_0^2} = \frac{V_0^2}{2g} - \frac{gS^2}{2V_0^2}$$

$$H_{max} = \frac{20^2}{2\cdot 10}\,м - \frac{10\cdot 20^2}{2\cdot 20^2}\,м = 20\,м - 5\,м = 15\,м$$

Ответ: $V_0 = 20\,\frac{м}{с}$; $H_{max} = 15\,м$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

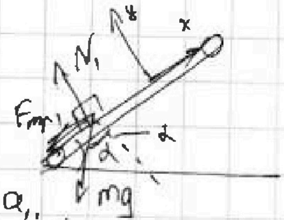
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

Дано:
$\sin\alpha = 0{,}8$
$V_0 = 4\ \frac{м}{с}$
$\mu = \frac{1}{3}$
$s = 1м$
$u = 2\ \frac{м}{с}$
$g = 10\ \frac{м}{с^2}$

Решение:

1) В первом опыте на коробку действует нормальная сила реакции опоры N_1, трения $F_{тр1}$ и сила тяжести mg, а ускорение $-a_1$.



Спроецируем второй закон Ньютона на оси x и y:

$\sin\alpha = \frac{4}{5} \Rightarrow$
$\Rightarrow \cos\alpha = \frac{3}{5}$

x: $ma_1 = -mg\sin\alpha - F_{тр1}$

y: $0 = N - mg\cos\alpha$

$N = mg\cos\alpha$

$F_{тр1}$ – сила трения скольжения $\Rightarrow F_{тр1} = \mu N \Big\} \Rightarrow F_{тр1} = \mu mg\cos\alpha$

Найдём ускорение a_1:

$a_1 = \frac{-mg\sin\alpha - \mu mg\cos\alpha}{m} = -g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha) = -g(\frac{4}{5} + \frac{1}{3}\cdot\frac{3}{5}) = -g$

Найдём время t_1, за которое коробка остановится:

$\left.\begin{array}{l} V = V_0 + a_1 t \\ V(t_1) = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow V_0 - gt_1 = 0 \Rightarrow t_1 = \frac{V_0}{g} = 0{,}4с$

Найдём путь, которое к этому времени прошла коробка:

$s_1 = V_0 t_1 - \frac{gt_1^2}{2} = 4\cdot 0{,}4м - \frac{10\cdot 0{,}16}{2}м = 1{,}6м - \frac{1{,}6}{2}м = 0{,}8м < s = 1м$

Значит, после времени t_1 пройдёт ещё время t_2 до того, как коробка проедет $s = 1м$. Теперь коробка поедет вниз, а значит $F_{тр1}$ изменит своё направление. Тогда:

$ma_2 = -mg\sin\alpha + F_{тр1} = -mg\sin\alpha + \mu mg\cos\alpha \Rightarrow$

$\Rightarrow a_2 = -g\sin\alpha + \mu g\cos\alpha = -g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha) = -g(\frac{4}{5} - \frac{1}{3}\cdot\frac{3}{5}) = -\frac{3}{5}g$

Движение равноускоренное, значит:

$s - s_1 = \frac{|a_2| t_2^2}{2} \Rightarrow s - s_1 = \frac{3g t_2^2}{10} \Rightarrow t_2^2 = \frac{10}{3}\,\frac{s - s_1}{g} \Rightarrow t_2 = \sqrt{\frac{10}{3}\,\frac{s - s_1}{g}} = \sqrt{\frac{10}{3}\cdot\frac{0{,}2}{10}} =$
$= \frac{\sqrt{15}}{15}$

Тогда время $T = t_1 + t_2 = 0{,}4 + \frac{\sqrt{15}}{15}с$

2) Перейдём в ИСО ленты. Тогда начальная скорость коробки $V_0' = V_0 - u = 2\ \frac{м}{с}$.

Когда скорость коробки будет u, тогда её относительная скорость в ИСО ленты $V = u - u = 0$. То есть в данной ИСО коробка начала движение со скоростью V_0' по неподвижной ленте. Тогда до момента её остановки – рассматриваемого момента, её ускорение такое же, как и в первом опыте до остановки, то есть a_1.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

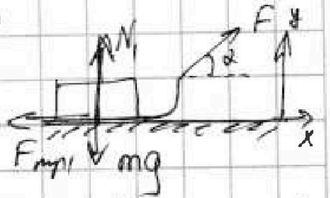
Закон изменения скорости в этой ИСО:
$V = V_0' + a_1 t$
Пусть через время t_3 скорость коробки в ЛСО равна U, а в ИСО ленты 0. Тогда:
$$\left.\begin{array}{l} V_0' + a_1 t_3 = 0 \\ V_0' = V_0 - U,\ a_1 = -g \end{array}\right\} \Rightarrow g t_3 = V_0 - U \Rightarrow t_3 = \frac{V_0 - U}{g} = 0{,}2c$$
Вернёмся в исходную ЛСО и найдём расстояние L:
$$L = V_0 t_3 + \frac{a_1 t_3^2}{2} = V_0 t_3 - \frac{g t_3^2}{2} = 4 \cdot 0{,}2м - \frac{10 \cdot 0{,}04}{2} м = 0{,}8м - 0{,}2м = 0{,}6м$$
3) После времени t_3, ~~он~~ и до остановки того, как скорость коробки будет 0, сила трения поменяет своё направление, так как относительная скорость коробки отн-но ленты будет уже направлена вниз по ленте. Тогда, так как система ленты – ИСО, то ускорение коробки будет $a_2 = 6 \frac{м}{c}$, a_2 вниз по ленте.
Закон изменения скорости:
$V = 0 - a_2 t_4$
Пусть через время t_4 – скорость коробки в ЛСО – 0, тогда $V = 0 - U = -U$, тогда:
$-U = -a_2 t_4 \Rightarrow t_4 = \frac{U}{a_2} = \frac{1}{3} c$
Найдём путь, который прошла коробка ~~вверх~~ вверх по ленте транспортёра:
~~$S_2 = \frac{a_2 t_4^2}{2} = \frac{6 \cdot \frac{1}{9}}{2} м = \frac{1}{3} м$~~
$$S_2 = U t_4 - \frac{a_2 t_4^2}{2} = 2 \cdot \frac{1}{3} м - \frac{6 \cdot \frac{1}{9}}{2} м = \frac{1}{3} м$$
Тогда пройденное расстояние l: $l = L + S_2$.
Найдём ~~скор~~ высоту H:
$$H = l \sin\alpha = L \sin\alpha + S_2 \sin\alpha = 0{,}6м \cdot \frac{4}{5} + \frac{1}{3} м \cdot \frac{4}{5} = \frac{12}{5} м + \frac{4}{15} м =$$
$$= \frac{36}{15} м + \frac{4}{15} м = \frac{40}{15} м = \frac{8}{3} м \approx 2{,}67 м$$
4) Заметим, что коробка приобретёт скорость $U = 2 \frac{м}{c}$ ещё раз: после того, как её скорость обнулилась, ~~то~~ она начнёт ехать вниз по ленте, а значит теперь $F_{тр}$ всегда вверх по ленте, а значит ускорение коробки – a_2. Найдём время t_5, ~~когда~~ после t_4, когда скорость коробки U: $U = a_2 t_5 \Rightarrow$
$\Rightarrow t_5 = \frac{U}{a_2} = \frac{1}{3} c = t_4$, но теперь коробка едет вниз и проедет $S_3 = U t_5 - \frac{a_2 t_5^2}{2} = \frac{1}{3} м$, а значит вернётся на L.
Ответ: $T = (0{,}4 + \frac{\sqrt{15}}{15}) c$; $L = 0{,}6$ м; $H \approx 2{,}67$ м.

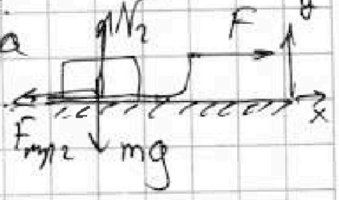
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Дано: Решение:
V_0, α, g 1) Пусть m – масса саней, N_1 и N_2 – силы нормальных реакций опор, F – сила, с которой тянут, a_1 и a_2 – ускорения саней в двух случаях, τ – время разгона до V_0, $F_{тр1}$ и $F_{тр2}$ – силы трения в обоих случаях.





Запишем второй закон Ньютона в проекции на оси x и y:

x: $ma_1 = F\cos\alpha - F_{тр1}$

$ma_2 = F - F_{тр2}$

y: $0 = N_1 + F\sin\alpha - mg$

$0 = N_2 - mg$

Так как сани едут, то силы трения скольжения а значит $F_{тр1} = \mu N_1$; $F_{тр2} = \mu N_2$. Тогда:

~~$ma_1 = F$~~ $N_1 = mg - F\sin\alpha$ $\Rightarrow$ $F_{тр1} = \mu mg - \mu F\sin\alpha$

$N_2 = mg$ $\qquad F_{тр2} = \mu mg$

Найдём ускорения:

$ma_1 = F\cos\alpha - (\mu mg - \mu F\sin\alpha) \Rightarrow a_1 = \frac{F}{m}(\cos\alpha + \mu\sin\alpha) - \mu g$

$ma_2 = F - \mu mg \Rightarrow a_2 = \frac{F}{m} - \mu g$

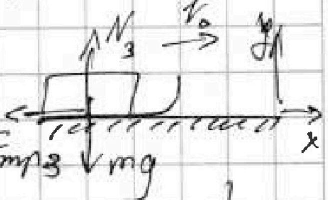
По условию:

$$\left.\begin{array}{l} V_0 = a_2\tau \\ V_0 = a_1\tau \end{array}\right\} \Rightarrow a_1 = a_2 \Rightarrow \frac{F}{m} - \cancel{\mu g} = \frac{F}{m}(\cos\alpha + \mu\sin\alpha) - \cancel{\mu g}$$

$1 = \cos\alpha + \mu\sin\alpha$

$\mu\sin\alpha = 1 - \cos\alpha \Rightarrow \mu = \frac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha}$

2) После исчезновения силы F сани начнут равнозамедленное движение.



Найдём ускорение a_3, спроецировав второй закон Ньютона на оси x и y:

$$\left.\begin{array}{l} x: ma_3 = -F_{тр3} \\ y: 0 = N_3 - mg \Rightarrow N_3 = mg \\ F_{тр3} \text{ – сила трения скольжения} \Rightarrow F_{тр3} = \mu mg = \mu N_3 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$\Rightarrow ma_3 = -\mu mg \Rightarrow a_3 = -\mu g$

Закон изменения скорости:

$$\left.\begin{array}{l} V = V_0 + a_3 t \\ \text{При } T \ V = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow V_0 + a_3 T = 0 \Rightarrow T = -\frac{V_0}{a_3} = -\frac{V_0}{-\mu g} = \frac{V_0}{\mu g} =$$

$= \frac{V_0}{\frac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha} g} = \frac{V_0 \sin\alpha}{(1-\cos\alpha) g}$

Ответ: $\mu = \frac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha}$; $T = \frac{V_0\sin\alpha}{(1-\cos\alpha)g}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

Дано: $i=3$, $\nu=1$ моль
$T_1=400K$
$R=8{,}31\frac{Дж}{моль\cdot К}$

Решение:

1) Пусть ΔU_{12} - изменение энергии газа в процессе 1->2, Q_{12} - теплота, полученная газом, ΔT_{12} - изменение температуры. Тогда:

$Q_{12}=\Delta U_{12}+A_{12}\Rightarrow A_{12}=Q_{12}-\Delta U_{12}$

$Q_{12}=C_{12}\nu\Delta T_{12}=\cancel{2,5}\,2R\nu(4T_1-T_1)=6\nu RT_1$

$\Delta U_{12}=\frac{i}{2}\nu R\Delta T_{12}=\frac{3}{2}\nu R(4T_1-T_1)=4{,}5\nu RT_1$

Найдём работу газа A_{12}:

$A_{12}=Q_{12}-\Delta U_{12}=6\nu RT_1-4{,}5\nu RT_1=1{,}5\nu RT_1=1{,}5\cdot1\cdot8{,}31\cdot400Дж=$
$=4986$ Дж

2) Так как $Q=C\Delta T$, а у всех 3 процессов $C>0$, а ΔT_{23} и ΔT_{31} меньше 0, то $Q_{12}>0$, $Q_{23}<0$, $Q_{31}<0$. Пусть $Q_н$ - теплота нагревателя, $Q_х$ - теплота холодильника. Тогда

$Q_н=Q_{12}$

$Q_х=Q_{23}+Q_{31}$

Найдём Q_{23} и Q_{31}:

$Q_{23}=\cancel{\Delta U_{23}+A_{23}}\,C_{23}\nu\Delta T_{23}$, где C_{23} - теплоёмкость процесса 2-3, ΔT_{23} - изменение температуры

$Q_{23}=C_{23}\nu\Delta T_{23}=0{,}5R\nu(2\sqrt{2}-4)T_1=(\sqrt{2}-2)\nu RT_1$

$Q_{31}=C_{31}\nu\Delta T_{31}$, где C_{31} - теплоёмкость газа в процессе 3-1, ΔT_{31} - изменение его температуры.

$Q_{31}=C_{31}\nu\Delta T_{31}=2{,}5R\nu(1-2\sqrt{2})T_1=(2{,}5-5\sqrt{2})\nu RT_1$

Тогда $Q_х=\cancel{\theta}(\sqrt{2}-2+2{,}5-5\sqrt{2})\nu RT_1=(0{,}5-4\sqrt{2})\nu RT_1$

Найдём $Q_{12}=C_{12}\nu\Delta T_{12}=2R\nu(4T_1-T_1)=6\nu RT_1=Q_н$

Найдём КПД цикла:

$\eta=\frac{Q_н-|Q_х|}{Q_н}=\frac{6\nu RT_1-(4\sqrt{2}-0{,}5)\nu RT_1}{6\nu RT_1}=\frac{6{,}5-4\sqrt{2}}{6}=\frac{13-8\sqrt{2}}{12}\approx14{,}3\%$

3) Рассмотрим ~~изохорный~~ изобарный процесс с одноатомным газом. Пусть V_1 и V_2 - его ~~давления~~ объёмы, p - давление, T_1 и T_2 - температуры.

Уравнение Менделеева-Клапейрона:

$pV_1=\nu RT_1$

$pV_2=\nu RT_2\Rightarrow p\Delta V=\nu R\Delta T$

$Q=C\Delta T=\Delta E+A=\frac{3}{2}\nu R\Delta T+p\Delta V \Big\}\Rightarrow C\Delta T=\frac{5}{2}\nu R\Delta T\Rightarrow C=\frac{5}{2}R.$

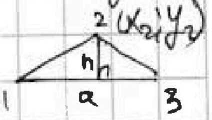
Заметим, что в процессе 1-3 $C=2{,}5R$, а значит процесс 1-3 - изобарный, либо изотерм., но $\Delta T\neq0$, поэтому изобарный.

Тогда пусть p_1,p_2,p_3 - давления газа, V_1,V_2,V_3 - его объёмы, T_1,T_2,T_3 - температура.

Уравнение Менделеева-Клапейрона:

$$\left.\begin{aligned} &p_1V_1 = \nu RT_1 \\ &p_3V_3 = \nu RT_3' = \nu R2\sqrt{2}T_1 \\ &p_1 = p_3 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \begin{aligned} &p_1 = p_3 \\ &V_3 = 2\sqrt{2}V_1 \approx 2{,}82V_1 \end{aligned}$$

Так как для всех процессов в каждом из них молярная теплоёмкость не зависит от температуры, то это значит что работа газа ~~линейно~~ зависит от T в первой степени, а значит и от pV в первой степени, а значит графики процессов в координатах $(P/P_1; V/V_1)$ – прямые. Тогда цикл – треугольник, а его площадь – работа газа за весь цикл



A': $A = Q_+ - |Q_-| = 6{,}5\nu RT_1 - 4\sqrt{2}\nu RT_1 =$
$= (6{,}5-4\sqrt{2})$, а $A' = \frac{A}{p_1V_1} = (6{,}5-4\sqrt{2})\frac{\nu RT_1}{p_1V_1} = 6{,}5-4\sqrt{2}$

Найдём длину отрезка a-3:

$a = 2\sqrt{2}-1$

$A' = \frac{1}{2}ha \Rightarrow h = \frac{2A'}{a} = \frac{13-8\sqrt{2}}{2\sqrt{2}-1} = \frac{18\sqrt{2}-19}{7}$

Уравнения Менделеева-Клапейрона:

$$\left.\begin{aligned} &p_1V_1 = \nu RT_1 \\ &p_2V_2 = \nu RT_2 = 4T_1 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{p_2V_2}{p_1V_1} = x_2y_2 = \frac{4T_1}{T_1} = 4 \Rightarrow x_2 = \frac{4}{y_2}$$

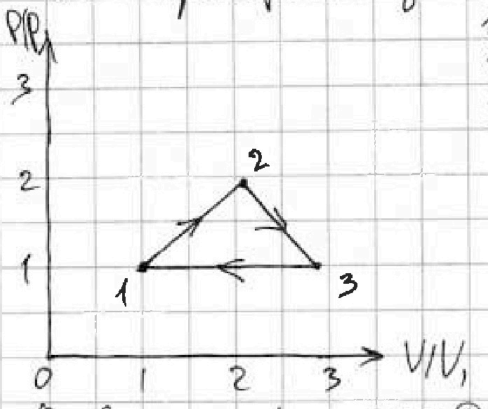
Найдём y_2, зная h:

$y_2 = h+1 = \frac{18\sqrt{2}-12}{7} \approx 1{,}9$

$x_2 = \frac{4}{y_2} = \frac{28}{18\sqrt{2}-12} = \frac{14}{9\sqrt{2}-6} \approx 2{,}1$

Теперь, зная координаты всех вершин, построим график цикла.

1(1; 1)
2(1,9; 2,1)
3(2,82; 1)



Ответ: $A_{12} = 4986$ Дж, $\eta \approx 14{,}3\%$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

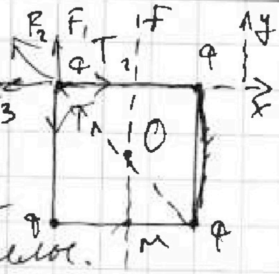
1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

Дано: b, m, q, k

Решение:



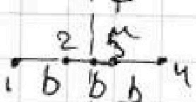
1) Рассмотрим левый верхний шарик. Из-за симметрии относительно центра квадрата O силы $T_1 = T_2$ — натяжения нитей, а на другие шарики действуют такие же силы.

Так как шарики в равновесии, то в проекции на ось x:

$$T = 0 + F_2\cos 45^\circ + F_3 = k\frac{q^2}{2b^2}\cdot\frac{\sqrt2}{2} + k\frac{q^2}{b^2} = k\frac{q^2}{b^2}\left(1+\frac{\sqrt2}{4}\right) \approx 1{,}35\, k\frac{q^2}{b^2}$$

2) Нить пережигают.

Так как нить нерастяжима, то когда шарики на одной прямой, то для выполнения условия нерастяжимости проекции их скоростей на нить равны. А так как все силы направлены по прямой, проекции равны, и из-за симметрии относительно A получаем, что все скорости равны V.



Так как все действовавшие силы — внутренние для системы и шаров, то выполняется З.С.Э.:

$$E_1 = E_2 + \frac{4mV^2}{2}$$

Найдём энергии E_1 и E_2 взаимодействия шаров:

$$E_1 = 4kq^2\left(\frac1b+\frac1b+\frac1{\sqrt2 b}\right) = \frac{kq^2}{b}(8+2\sqrt2)$$

$$E_2 = kq^2\left(\left(\frac1b+\frac1{2b}+\frac1{3b}\right)\cdot2 + 2\cdot\left(\frac1b+\frac1b+\frac1{2b}\right)\right) = \frac{2kq^2}{b}\left(3+\frac12+\frac12+\frac23\right) = \frac{kq^2}{b}\left(8+\frac23\right)$$

Тогда:

$$\frac{kq^2}{b}(8+2\sqrt2) = \frac{kq^2}{b}\left(8+\frac23\right) + 2mV^2$$

$$\frac{kq^2}{b}\left(\sqrt2-\frac13\right) = mV^2 \Rightarrow V^2 = \frac{kq^2}{bm}\left(\frac{3\sqrt2-1}{3}\right) \Rightarrow V = \sqrt{\frac{3\sqrt2-1}{3}\cdot\frac{k}{bm}}\,q$$

3) Так как изначально положение шаров симметрично относительно оси A, как и действие сил, а значит и ускорений, то и через малое время dt (t<<) симметрия сохранится, а значит положение шаров и в движении было симметрично

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

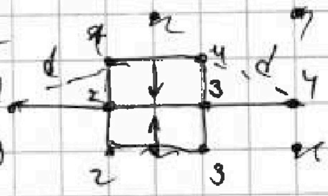
относительно f. Так как f проходит через середину нити 2-3, а нить нерастяжима, то шарики 2-3 из-за симметрии до выравнивания всех шаров в прямую, не имели горизонтальных перемещений (по оси x), а только по вертикали.

А так как силы, действующие по вертикали на верхние и нижние шары равны, то за время dt ускорения шариков 1 и 2 равны a, тогда:

$dV_1 = dV_2 = a\,dt$

$dS_1 = dS_2 \Rightarrow S_1 = S_2$

То есть из-за этого расстояния, которые они прошли по вертикали равны, а значит они "выпрямились" напротив изначальной середины 1-2, как на рисунке справа.



Найдём расстояние d по теореме Пифагора:

$$d = \sqrt{b^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{5b^2}{4}} = \frac{\sqrt{5}}{2}b.$$

Ответ: $T = \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{4}\right)\frac{kq^2}{b^2} \approx 1{,}35\frac{kq^2}{b^2}$; $V = \sqrt{\frac{3\sqrt{2}-1}{3}\frac{kq^2}{bm}}$; $d = \frac{\sqrt{5}}{2}b$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$Q = \Delta E + A$

$C_{12}\Delta T_{12} = \frac{3}{2}\nu R\Delta T_{12} + A_{12}$

$A_{12} = 2R(4T_1 - T_1) - \frac{3}{2}\cdot 1\cdot R\cdot(4T_1 - T_1) = 2R\cdot 3T_1 - \frac{3}{2}R\,3T_1 = 6RT_1 - 4{,}5RT_1 = 1{,}5RT_1 =$

$= 1{,}5\cdot 8{,}31\cdot 400$ Дж $\approx 600\cdot 8{,}31$ Дж $= 4986$ Дж

$8{,}31 \times 600 = 4986{,}00$ $\quad 1{,}5 \times 400 = 600{,}0$ $\quad 831 \times 6 = 4986$

$1 \to 2 \to 3 \to 1$

$+ \quad - \quad +$

$Q_н = Q_{12} = C_{12}\Delta T_{12} = 2R\cdot 3T_1 = 6RT_1$

$|Q_х| = |Q_{23}| + |Q_{31}| = 0{,}5R\cdot(4 - 2\sqrt{2})T_1 + 2{,}5R\cdot(2\sqrt{2} - 1)T_1 = 2RT_1 - \sqrt{2}RT_1 + 5\sqrt{2}RT_1 - 2{,}5RT_1$

$= -0{,}5RT_1 + 4\sqrt{2}RT_1$

$\eta = \frac{Q_н - Q_х}{Q_н} = \frac{6RT_1 + 0{,}5RT_1 - 4\sqrt{2}RT_1}{6RT_1} = \frac{6{,}5 - 4\sqrt{2}}{6} = \frac{13 - 8\sqrt{2}}{12}$

$13{,}00 - 11{,}28 = 1{,}72$ $\quad 1{,}41 \times 8 = 11{,}28$

$13 - 8\sqrt{2} \approx 13 - 8\cdot 1{,}41 = 13 - 11{,}28 = 1{,}72$

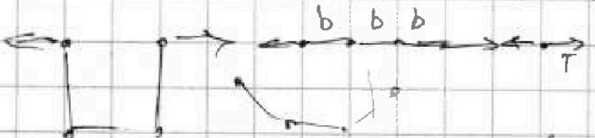
$\eta = 14{,}3\cdot\frac{1}{100} \approx 14{,}3\%$

$1{,}72 \,|\, 12 = 14$

$\Delta E_{12} = \frac{3}{2}(p_1V_1 - p_2V_2)$

$T = F + F'\cos 45° = k\frac{q^2}{b^2} + k\frac{q^2}{2b^2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} = k\frac{q^2}{b^2}\left(1 + \frac{\sqrt{2}}{4}\right)$

$1{,}41 / 4 = 0{,}35$ $\quad 1{,}35\,k\frac{q^2}{b^2}$



$E = 4k\frac{q^2}{b}\ldots$

$E = kq^2\left(\frac{8}{b} + \frac{2\sqrt{2}}{b}\right) = \frac{kq^2}{b}(8 + 2\sqrt{2})$

$\nu RT_1 = p_1V_1$ $\qquad Q = \frac{3}{2}\Delta pV + \Delta pV$

$\nu RT_2 = p_2V_2$ $\qquad Q = \frac{3}{2}p\Delta V + p\Delta V = \frac{5}{2}\nu R\Delta T$ — изохора

$1{,}72 \,|\, 12 = 14$

$\frac{p_2V_2}{p_1V_1} = 4$ $\qquad x_2y_2 = 4x_1y_1 = 4$ $\qquad x_2y_2 = 4$ $\qquad \frac{4}{2{,}5} = \frac{4}{\frac{5}{2}} = \frac{8}{5} = 1{,}6$

$y_2 = \frac{4}{x_2}$

$\frac{p_3V_3}{p_1V_1} = 2\sqrt{2}$ $\qquad x_2y_2 = \sqrt{2}\,x_3y_3$

$S = 6{,}5 - 4\sqrt{2}$

$A = Q_н - Q_х = (6{,}5 - 4\sqrt{2})\nu RT_1$ $\qquad \frac{1}{2}h(2\sqrt{2} - 1) = 6{,}5 - 4\sqrt{2}$

$2\sqrt{2}\nu RT_1$ $\qquad C(T)$ — прямые $\to p(V)$ — прямые $\qquad h = \frac{13 - 8\sqrt{2}}{2\sqrt{2} - 1} =$

$= \frac{(13 - 8\sqrt{2})(2\sqrt{2} + 1)}{8 - 1} = \frac{26\sqrt{2} + 13 - 32 - 8\sqrt{2}}{7} = \frac{18\sqrt{2} - 19}{7}$ $\quad 1{,}4 =$

$y_2 = \frac{18\sqrt{2} - 12}{28}$

$x_2 = \frac{28}{18\sqrt{2} - 12} = \frac{14}{9\sqrt{2} - 6} = \frac{14(9\sqrt{2} + 6)}{81\cdot 2 - 36} = \frac{14}{6{,}69} = \frac{1400}{669} \approx 2$

$669 \times 2 = 1338$

$1{,}41 \times 18 = 11{,}28 + 14{,}1 = 25{,}38$; $\; 25{,}38 - 12 = 13{,}38$

$1338 / 7 = 1{,}91$

$1{,}41 \times 9 = 12{,}69$; $\; 12{,}69 - 6 = 6{,}69$

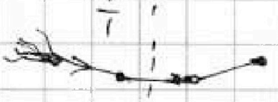
$1400 - 1338 = 62$ $\qquad \frac{62}{669} \approx$ $\qquad \frac{4}{1{,}9}$

$18\sqrt{2} \vee 26$

$1{,}41 \times 8 = 11{,}28$ $\qquad 1{,}72$

$1{,}9 \times 2{,}1 = 3{,}99$

$1{,}91 \times 2{,}1 = 4{,}011$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$x = V_0 \cos\alpha\, t$

$y = V_0 \sin\alpha\, t - \frac{g t^2}{2}$

$V_y = V_0\sin\alpha - gt = 0 \Rightarrow V_0 \sin\alpha = gT \Rightarrow V_0 = \frac{gT}{\sin\alpha} = gT = 2\cdot 10\ \frac{м}{с^2} = 20\frac{м}{с}$

$4k\frac{q^2}{b^2}$

$4k\frac{q^2}{b}\left(\frac{1}{b}+\frac{1}{b}+\frac{1}{\sqrt{2}b}\right)$

$t = \frac{x}{V_0\cos\alpha}$

$y = V_0\sin\alpha \cdot \frac{x}{V_0\cos\alpha} - \frac{g}{2}\cdot\frac{x^2}{V_0^2\cos^2\alpha} = x\,tg\,\alpha - \frac{g}{2}\frac{x^2}{V_0^2\cos^2\alpha} = x\,tg\,\alpha - \frac{g}{2}\frac{x^2}{V_0^2}(tg^2\alpha+1)$

$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1 \Rightarrow tg^2\alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2\alpha}$

$y = -\frac{g}{2}\frac{S^2}{V_0^2}tg^2\alpha + S\,tg\,\alpha - \frac{g}{2}\frac{S^2}{V_0^2}$

$tg\,\alpha_0 = \frac{S}{2\cdot\frac{g}{2}\frac{S^2}{V_0^2}} = \frac{1}{\frac{gS}{V_0^2}} = \frac{V_0^2}{gS}$

$E = \frac{kq^2}{b}(8+2\sqrt{2}) = \frac{4mV^2}{2} + kq^2\left(\frac{1}{b}+\frac{1}{2b}+\frac{1}{3b}+\frac{1}{b}+\frac{1}{b}+\frac{1}{2b}+\frac{1}{b}+\frac{1}{b}+\frac{1}{2b}+\frac{1}{b}+\frac{1}{2b}+\frac{1}{3b}\right)$

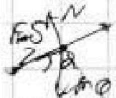
$H_{max} = -\frac{g}{2}\frac{S^2}{V_0^2}\cdot\frac{V_0^4}{g^2S^2} + S\cdot\frac{V_0^2}{gS} - \frac{g}{2}\cdot\frac{S^2}{V_0^2} = -\frac{V_0^2}{2g} + \frac{V_0^2}{g} - \frac{g}{2}\frac{S^2}{V_0^2} = \frac{V_0^2}{2g} - \frac{gS^2}{2V_0^2}$

$= \frac{400}{2\cdot 10} - \frac{10\cdot 400}{2\cdot 400} = \frac{400}{20} - \frac{10}{2} = 20 - 5 = 15\ м$

$\frac{mV_0^2}{2}$ $N = mg\cos\alpha$ $E_n = \frac{kq^2}{b}\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+2+\frac{1}{2}+2+\frac{1}{2}+1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\right) =$

$ma = mg\sin\alpha + \mu N = mg\sin\alpha + \mu mg\cos\alpha$

$a = g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)$



$\sin\alpha = \frac{4}{5}$

$\cos\alpha = \frac{3}{5}$ $= \frac{kq^2}{b}\left(6+2+\frac{2}{3}\right) =$

$S = V_0T - \frac{aT^2}{2} \Rightarrow 1 = 4T - \frac{g\left(\frac{4}{5}+\frac{1}{3}\cdot\frac{3}{5}\right)T^2}{2}$

$1 = 4T - \frac{10T^2}{2} \Rightarrow 5T^2 - 4T + 1 = 0$ $= \frac{kq^2}{b}\left(8+\frac{2}{3}\right)$

$0 = V_0 - gt \Rightarrow t = \frac{V_0}{g} = \frac{4}{10} = 0{,}4$ $\frac{4mV^2}{2} = \frac{kq^2}{b}\left(2\sqrt{2}-\frac{2}{3}\right) \Rightarrow mV^2 = kq^2\left(\sqrt{2}-\frac{1}{3}\right)$

$S = 4\cdot 0{,}4 - \frac{10\cdot 0{,}04}{2} = 1{,}6 - \frac{10\cdot 0{,}16}{2} = 1{,}6 - \frac{1{,}6}{2} = 0{,}8\ м$ – до остановки

$N = mg\cos\alpha$

$ma = mg\sin\alpha - \mu mg\cos\alpha \Rightarrow a = g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha) = g\left(\frac{4}{5}-\frac{1}{5}\right) = \frac{3g}{5} = 6\frac{м}{с^2}$

$S = \frac{at^2}{2} \Rightarrow 0{,}2 = \frac{6\cdot t^2}{2} \Rightarrow 0{,}4 = 6t^2 \Rightarrow t^2 = \frac{2}{30} \Rightarrow t = \frac{\sqrt{15}}{15}$

со лентой $V_{отн} = V_0 - U = 2\frac{м}{с}$ $T = \frac{\sqrt{15}}{15} + 0{,}4$?

$a = g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha) = 10\frac{м}{с^2}$ $V_{отн} = 0 \Rightarrow at = V_0 - U \Rightarrow t = \frac{V_0 - U}{a} = \frac{2\frac{м}{с}}{10\frac{м}{с^2}} = 0{,}2\ с$

$L = V_0 t - \frac{at^2}{2} = 4\cdot 0{,}2 - \frac{10\cdot 0{,}04}{2} = 0{,}8 - \frac{0{,}4}{2} = 0{,}8 - 0{,}2 = 0{,}6\ м$

$V_{отн} = |U - V_0| = 2\frac{м}{с}$

$V_{отн} = g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)t \Rightarrow t = \frac{2\frac{м}{с}}{6\frac{м}{с^2}} = \frac{1}{3}\ с$

!

$ma_1 = F\cos\alpha - F_{тр} = F\cos\alpha - \mu N_1$

$N_1 = mg - F\sin\alpha$

$\Rightarrow ma_1 = F\cos\alpha - \mu mg + \mu F\sin\alpha$

$ma_2 = F - F_{тр}$

$mg = mg$

$\Rightarrow ma_2 = F - \mu mg$ $a_1 = a_2$

$F - \mu mg = F\cos\alpha - \mu mg + \mu F\sin\alpha$

$1 = \cos\alpha + \mu\sin\alpha$

$\mu = \frac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha}$

$ma_3 = F_{тр} = \mu N = \mu mg \Rightarrow a_3 = \mu g$ $V_0 = \mu g T \Rightarrow T = \frac{V_0}{\mu g} = \frac{V_0}{\frac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha}g} = \frac{V_0\sin\alpha}{(1-\cos\alpha)g}$