



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 2



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^7 3^{11} 5^{14}$, bc делится на $2^{13} 3^{15} 5^{18}$, ac делится на $2^{14} 3^{17} 5^{43}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой AC в точке A , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке E , а катет BC – в точке F . Известно, что $AB \parallel EF$, $AB : BD = 1,3$. Найдите отношение площади треугольника ACD к площади треугольника CEF .
3. [4 балла] Решите уравнение $5 \arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x$.
4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} x + 3ay - 7b = 0, \\ (x^2 + 14x + y^2 + 45)(x^2 + y^2 - 9) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_7^4(6x) - 2 \log_{6x} 7 = \log_{36x^2} 343 - 4, \quad \text{и} \quad \log_7^4 y + 6 \log_y 7 = \log_{y^2} (7^5) - 4.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-17; 68)$, $Q(2; 68)$ и $R(19; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно на границе) и таких, что $4x_2 - 4x_1 + y_2 - y_1 = 40$.
7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 60, $SA = BC = 10$.
 - а) Найдите произведение длин медиан AA_1 , BB_1 и CC_1 .
 - б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 3$, а радиус сферы Ω равен 4.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



N1
 $ba: 2^7 3^{17} 5^{14}$
 $cb: 2^{13} 3^{15} 5^{18}$
 $ca: 2^{14} 3^{17} 5^{43}$

≥ 7

известно, что $abc: 2^x 3^y 5^z$
 пусть (условно) произведение было $m(a)$
 $a = 2^{x_1} 3^{y_1} 5^{z_1}$
 $b = 2^{x_2} 3^{y_2} 5^{z_2}$
 $c = 2^{x_3} 3^{y_3} 5^{z_3}$
 $x_i, y_i, z_i \in \mathbb{Z}$ и ≥ 0

①

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 7 \\ x_2 + x_3 \geq 13 \\ x_3 + x_1 \geq 14 \end{cases} \left| \begin{array}{l} \geq 7 \quad x_1 + x_2 + x_3 \geq 17 \\ \geq 7 \quad abc: 2^{17} \end{array} \right.$$

②

$$\begin{cases} y_1 + y_2 \geq 11 \\ y_2 + y_3 \geq 15 \\ y_3 + y_1 \geq 17 \end{cases} \left| \begin{array}{l} \geq 7 \quad y_1 + y_2 + y_3 \geq 21,5 \Rightarrow y_1 + y_2 + y_3 \geq 22 \\ \geq 7 \quad abc: 3^{22} \end{array} \right. \Rightarrow abc \geq 2^{17} \cdot 3^{22} \cdot 5^{43}$$

③

$$\begin{cases} z_1 + z_2 \geq 14 \\ z_2 + z_3 \geq 18 \\ z_3 + z_1 \geq 43 \end{cases} \left| \begin{array}{l} z_i \geq 0 \\ \Rightarrow z_1 + z_2 + z_3 \geq 43 \\ \Rightarrow abc: 5^{43} \end{array} \right.$$

Возьмем $x_1 = 4, x_2 = 3, x_3 = 10; y_1 = 6, y_2 = 5, y_3 = 11; z_1 = 20, z_2 = 23, z_3 = 0$
 все условия выполняются, и $abc \geq 2^{17} 3^{22} 5^{43}$
 (①, ② и ③)

Ответ: $2^{17} \cdot 3^{22} \cdot 5^{43}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

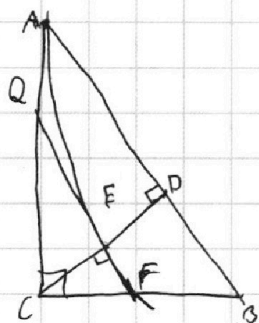
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N2

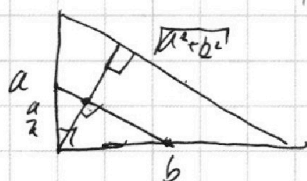


Прямая 1) $EF \parallel AC = Q$
2) $QA^2 = QE \cdot QF$

3) $EF \parallel AB \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle QFC$
 $\triangle CDB \sim \triangle CFE$
 $\triangle ADC \sim \triangle CRE$

с одним
и тем же
коэф.

Пусть $AC = a$, $QC = \frac{a}{k}$, $CB = b$



$$AQ^2 = (a - \frac{a}{k})^2$$

$$QE = \frac{a^2}{k}$$

$$QF = \frac{a^2 \cdot b^2}{k}$$

Гипотенуза делится высотой в отношении, равном квадрату
отношения катетов $\Rightarrow AD = \frac{a^2}{a^2 + b^2} \cdot \sqrt{a^2 + b^2} \Rightarrow QE = \frac{AD}{k} = \frac{a^2}{k \sqrt{a^2 + b^2}}$

$$QE \cdot QF = \frac{a^2}{k} \cdot \frac{a^2}{k \cdot \sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{a^4}{k^2} = a^2 \left(\frac{k-1}{k} \right)^2$$

к=2

$$\frac{1}{k^2} = \frac{k-1}{k^2}$$

$$(k-1)^2 = 1$$

$$k \neq 1$$

$$k-1 = 1$$

$$k = 2$$

$\frac{AB}{BD} = 1,3 \Rightarrow AB = 13x \Rightarrow AD = 3x$
Пусть $BD = 10x$

$$S_{\triangle ACD} = S_{\triangle ABC} \cdot \frac{AD}{AB} = \frac{3}{13} S_{\triangle ABC}$$

$$S_{\triangle CDB} = S_{\triangle ABC} \cdot \frac{10}{13} \quad S_{\triangle CEF} = \frac{S_{\triangle CDB}}{k^2} = \frac{5}{2 \cdot 13} S_{\triangle ABC}$$

Ответ: $\frac{S_{\triangle ACD}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{3}{13} = \frac{3 \cdot 26}{5 \cdot 13} = 1,2$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N3

$$\sin(\cos(x)) = \frac{3\pi}{2} + x$$

при таких t $\sin x = \sin t$

$$\begin{cases} \sin(\frac{\pi}{2} - t) = \frac{3\pi}{2} + 2\pi k + t \\ t \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}] \\ x = 2\pi k + t \\ \sin(\frac{\pi}{2} - t) = \frac{3\pi}{2} + 2\pi k + \pi - t \\ t \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}] \\ x = 2\pi k + \pi - t \end{cases}$$

(*) $k \in \mathbb{Z}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 6t = -2\pi k + \pi \\ t \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}] \\ 4t = -2\pi k \\ t \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}] \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t = -\frac{\pi k}{3} + \frac{\pi}{6} \\ t \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}] \\ t = -\frac{\pi k}{2} \\ t \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}] \end{cases}$$

$$\begin{aligned} & \textcircled{1} \begin{cases} k=2 \quad t = -\frac{\pi}{2} \\ k=1 \quad t = -\frac{\pi}{6} \\ k=0 \quad t = \frac{\pi}{6} \\ k=-1 \quad t = \frac{\pi}{2} \end{cases} \\ & \textcircled{2} \begin{cases} t = -\frac{\pi}{2} \quad k=1 \\ t = 0 \quad k=0 \\ k = \frac{1}{2} \quad t = -\frac{1}{2} \end{cases} \end{aligned}$$

$x = \frac{3\pi}{2}$

$$\textcircled{1} \quad x = \frac{7\pi}{2} = 4\pi - \frac{\pi}{2}$$

$$x = \frac{11\pi}{6} = 2\pi - \frac{\pi}{6}$$

$$x = \frac{\pi}{6} = 0 + \frac{\pi}{6}$$

$$x = -2\pi k + \frac{\pi}{2} = -\frac{3\pi}{2}$$

$$\textcircled{2} \quad x = 2\pi k + \pi + \frac{\pi}{2} = \frac{5\pi}{2}$$

$$x = -2\pi + \pi - \frac{\pi}{2} = -\frac{3\pi}{2}$$

$$x = 0 + \pi - 0 = \pi$$

Ответ: $-\frac{3\pi}{2}, \frac{\pi}{6}, \pi, \frac{11\pi}{6}, \frac{7\pi}{2}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



N4

$$\begin{cases} X+3AY-7B=0 \\ (X^2+4X+Y^2+4B)/(X^2+Y^2-9)=0 \end{cases}$$

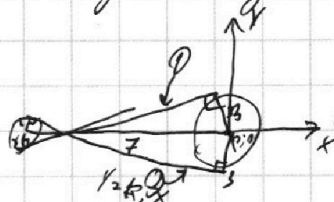
II

$$\begin{cases} X+3AY-7B=0 & (1) \\ (X+7)^2+Y^2=2^2 \\ (X^2)+Y^2=3^2 \end{cases}$$

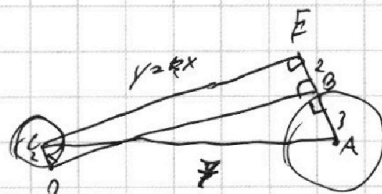
пересек.

окружности с центрами $(-7;0)$ и $(0;0)$ и радиусами 2 и 3
соответственно

и решения тогда $\Leftrightarrow$ прямая пересекает обе
окружности



это возможно только если прямая
(1) имеет меньший радиус, чем 01
и больший, чем 02



с и d - центры окр.
пусть d4b - т. рас.

продлим ab на ea:co

соев - прямоугольник

соев - прямоугольник

$$CE^2 = CA^2 - EA^2 = 2\sqrt{8}$$

$$k_2 = \frac{CE}{EA} = \frac{\sqrt{8}}{\frac{6}{2\sqrt{5}}} = \frac{\sqrt{5}}{2} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

2) аналогично $k_2 = -\frac{\sqrt{5}}{2}$

(1) $y = -\frac{x}{3a} + \frac{7b}{3a}$

$$\begin{cases} -\frac{1}{3a} < \frac{\sqrt{5}}{2} \\ -\frac{1}{3a} > -\frac{\sqrt{5}}{2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{\sqrt{5}a + 1}{3a\sqrt{5}} > 0 \\ \frac{\sqrt{5}a - 1}{3a\sqrt{5}} > 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{\sqrt{5}a + 1}{3a\sqrt{5}} > 0 \\ \frac{\sqrt{5}a - 1}{3a\sqrt{5}} > 0 \end{cases}$$

Ответ:

$$a \in (-\frac{\sqrt{5}}{15}, \frac{\sqrt{5}}{15}) \cup$$

$$(\frac{\sqrt{5}}{15}, +\infty)$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N 5

$$\log_7^4(6x) - 2\log_7 x = \log_7^3(343) - 4$$

$$\text{Положим } t = \log_7(6x)$$

$$t^4 - \frac{2}{t} = \frac{7^3}{2 \cdot 7} - 4$$

$$\text{Решим } t^4 + 4 = \frac{7}{2t} \quad (1)$$

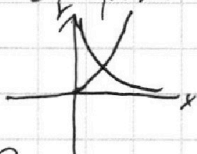
$$t \geq 0$$

$$(t^4 + 4)' = 4t^3 > 0 \quad \forall t \in (0; +\infty) \Rightarrow \text{не более 1 решения}$$

$$\frac{7}{2t} \searrow \text{как } (0; +\infty) \\ \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{7}{2t} = 0$$

$$f(\frac{1}{2}) = 4^{\frac{1}{2}} < g(\frac{1}{2}) \Rightarrow \text{по крайней мере 1 решение}$$

Применим теорему



$$\log_7 6x_0 = \log_7 y_0 = 0$$

$$\log_7 6x_0 y_0 = 0$$

$$\log_7 x_0 y_0 = -\log_7 6$$

$$x_0 y_0 = \frac{1}{6}$$

Ответ: $\frac{1}{6}$

$$\log_7^4 y + 5\log_7 7 = \log_7^3(7^5) - 4$$

$$\text{Положим } q = \log_7 y$$

$$q^4 + 5 = \frac{5}{q} - 4 \\ q^4 + 4 = \frac{5}{q} \quad (2)$$

аналогично

получим одно решение

или 2 корня

$$t_0 = q_0 \text{ (решения)}$$

вдоль симметрии

отр. ОУ

(если t_0 решение уравнения (1), то

$t_0 = 0$

то есть

решение (2)

$$(-t_0)^4 + 4 = \frac{5}{-t_0}$$

$$t_0^4 + 4 = \frac{5}{t_0}$$

или есть ровно одно t_0 , то

высказывается только 1 x_0

$$(\log_7(6x) = 0)$$



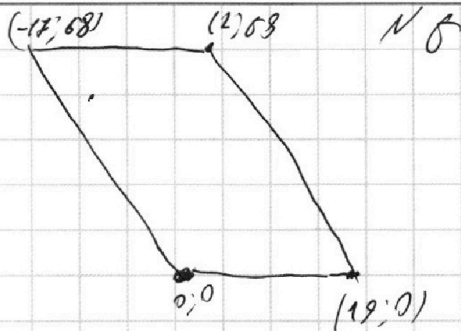
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

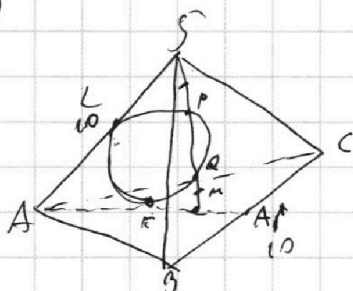
1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒

МФТИ

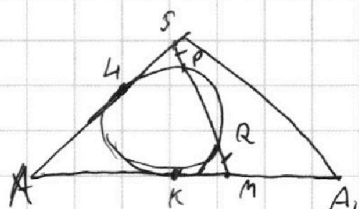
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N 7

a)



в ПЛ-ти ASA ,



$$1) AL = LK$$

$$2) SL^2 = (SP + PQ) \cdot SP \quad | \Rightarrow$$

$$MK^2 = (QM + PQ) \cdot QM$$

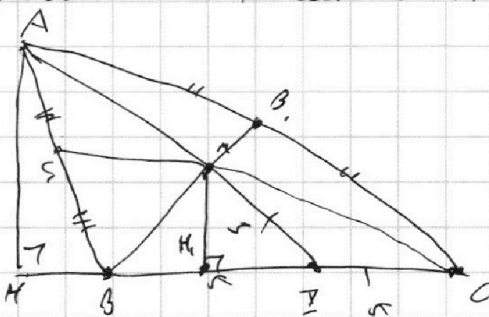
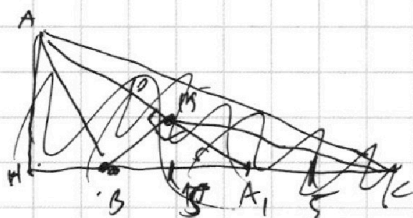
$$\Rightarrow SL = KM \Rightarrow$$

$$AS = AM \Rightarrow$$

$$AM = 10$$

Медианы T пересеченной делятся в отношении $2:1 \Rightarrow AM = 5; AA_1 = 10$

в ПЛ-ти ABC



в $\triangle BMC$ медиана равна половине стороны $\Rightarrow BM \perp MC \Rightarrow$
 $\Rightarrow MM_1 \cdot BC = BM \cdot MC = \left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot BB_1 \cdot CC_1$

$$\frac{1}{2} AM \cdot BC = 60$$

$$AK = 12$$

$$AM \perp BC \quad | \Rightarrow MM_1 \parallel AA_1$$

$$\frac{AA_1}{AM} = \frac{3}{2}$$

$$MM_1 = \frac{1}{3} AM = 4$$

$$BB_1 \cdot CC_1 = \frac{9}{4} MM_1 \cdot BC$$

$$BB_1 \cdot CC_1 = \frac{9}{4} \cdot 4 \cdot 10 = 90$$

$$AA_1 \cdot BB_1 \cdot CC_1 = 20 \cdot 15 = 1350$$

ответ



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Handwritten solutions and diagrams on a grid background:

- Diagram of a parallelogram.
- Diagram of a triangle with an inscribed circle and points labeled A, B, C, S.
- Diagram of a circle tangent to a line.
- Diagram of a line segment with a point labeled 5.
- Equation: $\frac{\sqrt{2a^2 + 2b^2 - c^2}}{2}$
- Diagram of a circle tangent to two lines.
- Diagram of a triangle with sides 12, 15, and 10.
- Equation: $12^2 \cdot 2 + 4^2 \cdot 2 + 10^2 \cdot 2 - 12^2 \cdot 4 - 14^2$
- Equation: $144 + 32 + 200 - 190$
- Diagram of a triangle with a vertical line segment.
- Equation: $\log_7 5x^2 - \log_7 y$
- Equation: $\log_7 5x + \log_7 y = 0$
- Equation: $\log_7 5xy = 0$
- Equation: $6^x + 4 = \frac{2}{26} + \frac{2}{6}$
- Equation: $6^x + 4 = \frac{7}{26}$
- Diagram of a triangle with an inscribed circle.
- Equation: $6^x - \frac{2}{6} = \frac{2}{26} - 4$
- Equation: $5 \cdot 26^5 - 7 + 86$
- Diagram of a triangle with sides 4, 5, 5.
- Equation: 6^x
- Equation: $6^x < 0.8$
- Equation: $6^x < 0.8$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

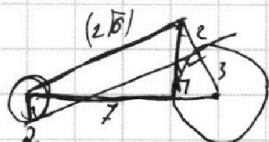
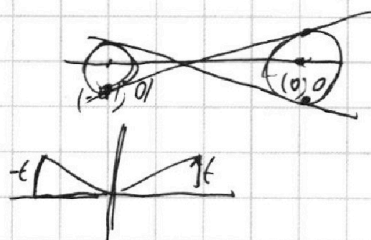
МФТИ



$$\begin{array}{r} 90 \\ \times 15 \\ \hline 1350 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 290 \overline{) 7} \\ - 21 \overline{) 34} \\ \hline 28 \end{array}$$

$$\begin{pmatrix} t^3 - t^2 + t + 7 \\ -8 + 4 - 2 + 7 \end{pmatrix}$$



$$49 - 25 = 24 \pm 2\sqrt{1}$$

$$\frac{2\sqrt{1}}{2\sqrt{1}} = \frac{\sqrt{1}}{2} = \frac{\sqrt{1}}{2}$$

$$y = \frac{x}{3a} + \frac{7b}{3a}$$

$$\log_7^4 4 + 6 \log_7 7 = \frac{5}{2} \log_7 7 - 4$$

$$\frac{\sqrt{1}}{\sqrt{1}} < \frac{1}{3a} < \frac{\sqrt{1}}{2}$$

$$\begin{array}{l} 6^4 + \frac{6}{6} - \frac{5}{26} + 4 = 0 \\ 265 + 126 - 54 + 46 \end{array}$$

$$\frac{\sqrt{1}}{12} > \frac{1}{3a}$$

$$a < \frac{\sqrt{1}}{3\sqrt{1}}$$

$$3a\sqrt{1} - \frac{\sqrt{1}}{3a} > 0$$

$$\frac{1}{3a}$$

$$\log_2^4 (8x) = 2 \log_{8x} 7 = \log_{30x} 343 - 4$$

$$a > \frac{\sqrt{1}}{3\sqrt{1}}$$

$$\frac{\sqrt{1}}{12} < \frac{1}{3a}$$

$$\log_7^4 (8x) + 4x = \frac{3}{2} \log_{8x} 7^3 + 2 \log_{8x} 7$$

$$0 < \frac{\sqrt{1} + \sqrt{1}}{3\sqrt{1}a}$$

$$\frac{1}{6^4} + 4 = \frac{3}{2} t$$

$$\frac{5}{2} \log_{8x} 7$$

$$2t^5 + 8t + 7$$

$$\frac{1 - \frac{3}{2} 6^5 + 4 6^4}{6^4} = 0$$

$$6^4 + 4 = \frac{3}{26}$$

$$6^4 + \frac{6}{6} = \frac{5}{26} 6 - 4$$

$$\frac{265 + 126 - 54 + 46}{6} = 0$$

$$\frac{265 + 126 + 86}{26} = 0$$

$$\frac{2 - 5(5 + 8)6^4}{6^4} = 0$$

$$6^4 - \frac{2}{6} = \frac{3}{26} - 4$$

$$\frac{6^4 - \frac{4}{26} - \frac{3}{26} + 4}{2(5 - 7 + 86)} = 0$$

1

$$\begin{array}{l} t^4 + t^3 - (t^3 + t^4 + t + 7) + 2 \\ (t+1)(t^3 - t^2 + 6 + 7) = 0 \\ 2t - 9 + 3t \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$ab: 2^7 3^{11} 5^{14}$$
$$bc: 2^{13} 3^{15} 5^{18}$$
$$ac: 2^{14} 3^{17} 5^{21}$$

$$a = 2^{x_1} 3^{y_1} 5^{z_1}$$
$$b = 2^{x_2} 3^{y_2} 5^{z_2}$$
$$c = 2^{x_3} 3^{y_3} 5^{z_3}$$

$$8, 7, 7$$

$$3 \sqrt{2}$$
$$8, 9, 5$$
$$5+5 \geq 11$$
$$7+5 \geq 4$$

$$11$$

$$x_1 + x_2 \geq 7$$
$$x_2 + x_3 \geq 13$$
$$x_3 + x_1 \geq 14$$
$$x_1 + x_2 + x_3 \geq 17$$

$$y_1 + y_2 \geq 11$$
$$y_2 + y_3 \geq 13$$
$$y_3 + y_1 \geq 17$$
$$y_1 + y_2 + y_3 \geq 29,5$$
$$\geq 21$$

$$5+11 \geq$$

$$z_1 + z_2 \geq 14$$
$$z_2 + z_3 \geq 18$$
$$z_3 + z_1 \geq 21$$
$$z_1 + z_2 + z_3 \geq 35$$

$$3, 8$$
$$3 + 4 \geq 15$$
$$8 + 4 \geq 17$$
$$y_3 \geq 12$$
$$y_3 \geq 9$$

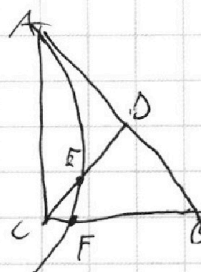
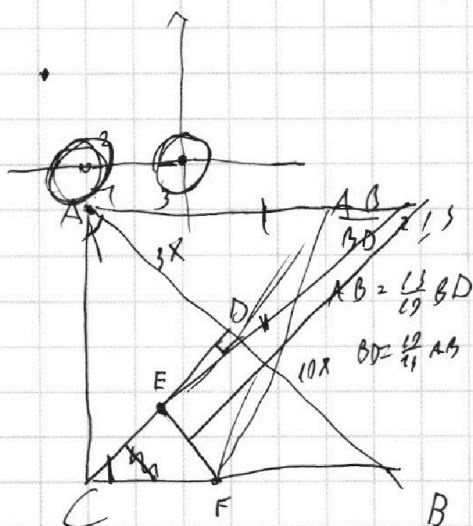
$$\frac{43}{75}$$

$$z_2 = 0$$

$$z_1 + z_2 - z_3 = 38$$

$$\begin{cases} x + 3ay - zb = 0 \\ (x^2 + 14x + 49 + y^2 - 4)(x^2 + y^2 - 9) = 0 \end{cases}$$

$$y = \frac{zb}{3a} - \frac{x}{3a}$$



$$169x^2 = 34^2 + 104^2$$
$$y^2 = 13^2 x^2$$
$$y = 13x$$

$$\frac{BD}{CD} = \frac{AB}{AD}$$
$$BD \cdot AD = CD^2$$
$$CD^2 = 30x^2$$
$$CD = 2\sqrt{30}x$$

$$\frac{3}{10} = \frac{\sqrt{30}}{10}$$
$$\frac{\sqrt{3}}{11} = \frac{\sqrt{3}}{10}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

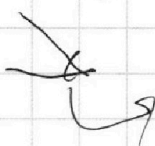
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$5 \arccos \sin x = \frac{3\pi}{2} - x$$

$$5(\frac{\pi}{2} - x) = \frac{3\pi}{2} - x$$

$$x = 2\pi k + \frac{\pi}{6}$$

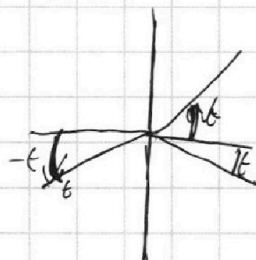


$$0 \leq \arccos \sin x \leq \pi$$

$$5\pi \neq \frac{3\pi}{2} - x$$

$$\frac{5\pi}{2} \neq \frac{3\pi}{2} - x$$

$$x \leq \frac{7\pi}{2}$$



$$\begin{cases} 5(\frac{\pi}{2} - t) = \frac{3\pi}{2} + 2\pi k + t \\ t \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}) \end{cases}$$

$$\frac{5\pi}{2} - 5t - \frac{3\pi}{2} = 2\pi k + t$$

$$5t = -2\pi k + \pi$$

$$t = -\frac{2\pi k}{5} + \frac{\pi}{5}$$

$$k = 2$$

$$t = \frac{\pi}{5}$$

$$k = 1$$

$$t = -\frac{\pi}{5}$$

$$k = 0$$

$$t = \frac{\pi}{5}$$

$$k = -1$$

$$t = \frac{\pi}{5}$$

$$x = 4\pi k - \frac{\pi}{2} = \frac{7\pi}{2}$$

$$x = 2\pi k - \frac{\pi}{2} = \frac{11\pi}{5}$$

$$x = \frac{\pi}{5}$$

$$x = -2\pi k + \frac{\pi}{2} = \frac{5\pi}{2}$$

$$\begin{cases} 5(\frac{\pi}{2} - t) = \frac{3\pi}{2} + 2\pi k + \pi - t \\ t \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}) \end{cases}$$

$$\frac{5\pi}{2} - 5t - 2\pi k = 4\pi$$

$$t = \frac{\pi}{2}$$

$$t = \frac{\pi}{2} \quad k = 1$$

$$t = \frac{\pi}{2} \quad k = -1$$

$$t = 0 \quad k = 0$$

$$x = 2\pi k + \pi + \frac{\pi}{2}$$

$$\frac{5\pi}{2}$$

$$-2\pi + \pi + \frac{\pi}{2}$$

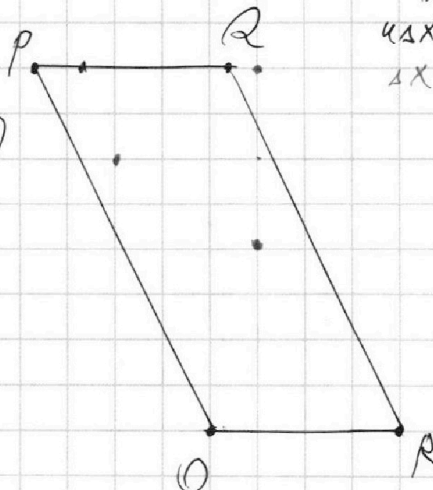
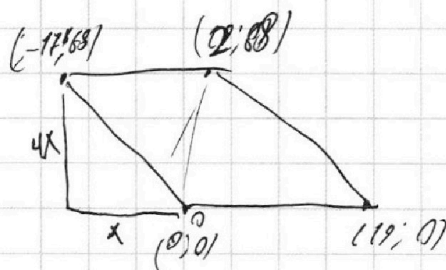
$$-\pi - \frac{\pi}{2}$$

$$-\frac{3\pi}{2}$$

$$\frac{\pi}{2}$$

$$5 \cdot \frac{\pi}{2} = \frac{5\pi}{2} + \pi$$

$$\begin{matrix} 18 & 68 \\ 4 & 16 \\ 4x + 4y = 40 \\ x = 10 \end{matrix}$$



$$4x_2 + 4y_2 = 4x_1 + 4y_1 + 40$$



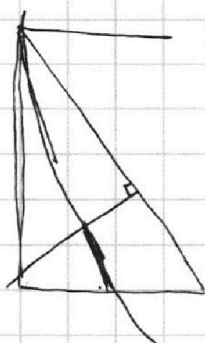
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

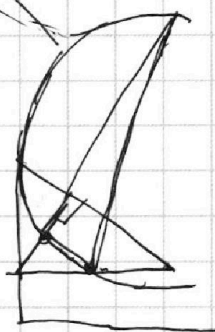
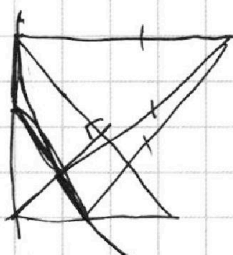
1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{18}{35}$$



$$4 - \frac{2}{t} = \frac{3}{2t} - 4$$

$$q^4 + \frac{q}{q} = \frac{5}{2}q - 4$$

$$\frac{26^5 + 86 - 7}{26} = 0$$

$$\frac{26^5 + 86 + 7}{26} = 0$$

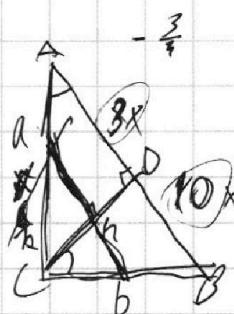
$$\left(1 - \frac{a}{h}\right)^2$$

$$0 \rightarrow 7$$

$$0 \rightarrow 7$$

$$\frac{1}{t} - 2t - \frac{3}{26t} + 4 = 0$$

$$\frac{3}{23} \cdot \frac{10}{13} \cdot \left(\frac{1}{12}\right)$$



$$2 \cdot \frac{\sqrt{a+b}}{R} \cdot \frac{\sqrt{a+b}}{R} \cdot \frac{b^2}{a^2+b^2}$$

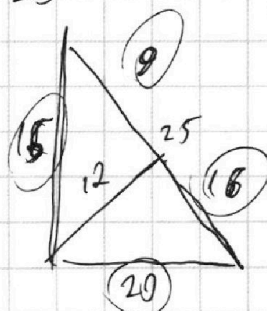
$$\begin{aligned} (ka-a)^2 &= b^2 \\ a^2(k-1)^2 &= b^2 \\ (k-1)^2 &= \frac{b^2}{a^2} \\ (k-1) &= \frac{b}{a} \end{aligned}$$

$$\frac{2 - 76^5 + 86^4}{2} = 0$$

$$1 - 2 = \frac{3}{2} - 4$$

$$\frac{x}{h} = \frac{b}{h}$$

$$k = \frac{\sqrt{10}}{3} + 1$$



$$x = a \cdot \frac{a}{1a^2 + b^2}$$

$$y = b \cdot \frac{b}{1a^2 + b^2}$$

$$\frac{3}{10} \left(\frac{10}{3} + 1 + 2 \sqrt{\frac{10}{3}} \right)$$