



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



11 КЛАСС. Вариант 1

- [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^9 3^{10} 5^{10}$, bc делится на $2^{14} 3^{13} 5^{13}$, ac делится на $2^{19} 3^{18} 5^{30}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
- [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой BC в точке B , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке F , а катет AC – в точке E . Известно, что $AB \parallel EF$, $AD : DB = 3 : 1$. Найдите отношение площади треугольника ABC к площади треугольника CEF .
- [4 балла] Решите уравнение $5 \arcsin(\cos x) = x + \frac{\pi}{2}$.
- [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} ax + 2y - 3b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 9)(x^2 + y^2 - 12x + 32) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

- [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_3^4 x + 6 \log_x 3 = \log_{x^2} 243 - 8 \quad \text{и} \quad \log_3^4(5y) + 2 \log_{5y} 3 = \log_{25y^2}(3^{11}) - 8.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

- [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-14; 42)$, $Q(6; 42)$ и $R(20; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $3x_2 - 3x_1 + y_2 - y_1 = 33$.
- [6 баллов] Дано треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1, BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 90, $SA = BC = 12$.
 - Найдите произведение длин медиан AA_1, BB_1 и CC_1 .
 - Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 4$, а радиус сферы Ω равен 5.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача №1.

$$(1) \begin{cases} ab = k \cdot 2^9 \cdot 3^{10} \cdot 5^{10} \\ bc = q \cdot 2^{14} \cdot 3^{13} \cdot 5^{13} \\ ac = t \cdot 2^{19} \cdot 3^{18} \cdot 5^{30} \end{cases}$$

натуральные
 $\rightarrow (abc)^2 = kq t \cdot 2^{42} \cdot 3^{41} \cdot 5^{53}$

квадрат произведения натур.
 чисел - натур. чис. произведение - натур.
 где то же что и abc

натур степень вхождения простых
 б-1 - четные
 $\rightarrow kq t \geq 3 \cdot 5$

$$1. \text{ если } k=3, q=5, t=1,$$

$$ab = 2^{10} \cdot 3^{10} \cdot 5^{10}$$

$$bc = 2^{14} \cdot 3^{14} \cdot 5^{14} \rightarrow a \cdot c \cdot b^2 \text{ имеет меньшую степень}$$

5-ки чем ac. - !?

$$ac = 2^{19} \cdot 3^{18} \cdot 5^{30}$$

↓
 Оценка: $a \cdot c \cdot b^2$ имеет степень 5-ки, 30.

$$\text{из (1) системы: } kq \geq 5^7$$

из пред. двух оценок:

$$kq t \geq 5^7 \cdot 3$$

$$\text{пусть } b = 2^2 \cdot 3^3$$

$$c = 2^{12} \cdot 3^{10} \cdot 5^{13} \leftarrow \text{чтож нен. членов.}$$

$$a = 2^7 \cdot 3^7 \cdot 5^{17}$$

$$(abc)^2 \geq 5^7 \cdot 3 \cdot 2^{42} \cdot 3^{41} \cdot 5^{53} = 2^{42} \cdot 3^{42} \cdot 5^{60}$$

$$abc \geq 2^{21} \cdot 3^{21} \cdot 5^{30} \text{ - равенство достигается с. выше.}$$

$$\text{Ответ: } 2^{21} \cdot 3^{21} \cdot 5^{30}.$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

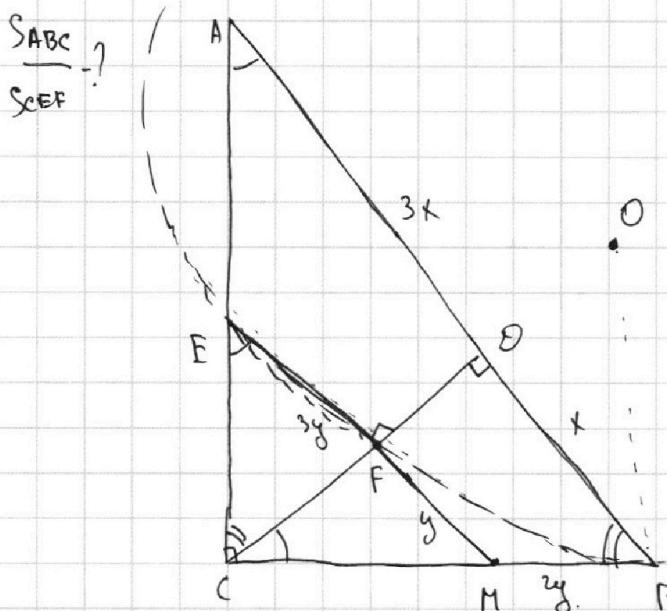
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача №2.



3. Заданы стягивающие точки M:

$$MF \cdot ME = y \cdot 4y = MB^2 \rightarrow MB = 2y.$$

1. Пусть $AD = 3t$

$$\rightarrow DB = t.$$

$$CD = \sqrt{3t \cdot t} = \sqrt{3}t.$$

как высота
в прямогл. \triangle

$\triangle ABC \sim \triangle CBD \sim \triangle ACD \sim \triangle EFC$.

из подобия: $\frac{EF}{3t} = \frac{FM}{t}$

$$\frac{EF}{FM} = \frac{3}{1}.$$

ибо $FM = y \rightarrow EF = \sqrt{3}y$

$\rightarrow CF = \sqrt{3}y$ как высота

$$\text{из подобия } \triangle CEM \sim \triangle CAD \rightarrow \frac{CM}{CB} = \frac{4y}{t} = \frac{4y}{t}.$$

$$\frac{CM}{CM+2y} = \frac{4}{t}.$$

по th. Фалеса: $\frac{CF}{FD} = \frac{CM}{BM}$

$$\frac{\sqrt{3}y}{\sqrt{3}(t-y)} = \frac{CM}{2y} \rightarrow CM = \frac{2y^2}{t-y}.$$

th. подобия $\triangle CEM$:

$$\frac{4y^2}{(t-y)^2} = y^2 + 3y^2 = 4y^2; y \neq 0 \quad :y^2$$

$$y^2 = t^2 + y^2 - 2ty$$

$$t^2 = 2ty$$

$$\boxed{t = 2y}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

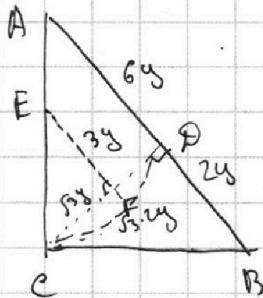
5

6

7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot 8y \cdot \sqrt{3} \cdot 2y$$

$$S_{CFE} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{3}y \cdot 3y$$

$$\frac{S_{ABC}}{S_{CFE}} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 8y \cdot \sqrt{3}y \cdot 2}{\frac{1}{2} \cdot \sqrt{3}y \cdot 3y} = \frac{16}{3}$$

О т в е т: $\frac{16}{3}$

На одной странице можно оформлять **ТОЛЬКО** одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача №3.

$$5 \arcsin(\cos x) = x + \frac{\pi}{2}. \quad -\frac{5\pi}{2} \leq 5 \arcsin \leq \frac{5\pi}{2}$$
$$\arcsin t + \arccos t = \frac{\pi}{2} \quad -\frac{5\pi}{2} \leq x + \frac{\pi}{2} \leq \frac{5\pi}{2}$$
$$\arcsin t = \frac{\pi}{2} - \arccos t. \quad -3\pi \leq x \leq 2\pi.$$

$$5\left(\frac{\pi}{2} - \arccos(\cos x)\right) = x + \frac{\pi}{2}$$

$$5\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = x + \frac{\pi}{2} \quad x \in [0; \pi]$$

$$\frac{4\pi}{2} - 5x = x$$

$$\frac{4\pi}{2} = 6x$$
$$\underline{\left(x = \frac{\pi}{3}\right)}$$

$$t \in (\pi; 2\pi)$$

$$5\left(\frac{\pi}{2} - (2\pi - t)\right) = t + \frac{\pi}{2}$$

$$\frac{4\pi}{2} - 10\pi + 5t = t$$

$$-8\pi = -4t$$

$$\boxed{t = 2\pi}$$

$$t \in [-\pi; 0]$$

$$5\left(\frac{\pi}{2} + t\right) = t + \frac{\pi}{2}$$

$$t \in [-2\pi; -\pi]$$

$$\frac{4\pi}{2} + 5t = t$$

$$5t \cancel{+ \frac{\pi}{2}} \cancel{(t < 0)}$$

$$2\pi = -4t$$

$$5\left(\frac{\pi}{2} - (2\pi + t)\right) = t + \frac{\pi}{2}$$

$$\boxed{t = -\frac{\pi}{2}}$$

$$2\pi - 10\pi - 5t = t$$

$$-8\pi = 6t$$

$$\boxed{t = -\frac{8}{6}\pi}$$

$$t \in [-3\pi; -2\pi]$$

$$5\left(\frac{\pi}{2} - (-t - 2\pi)\right) = t + \frac{\pi}{2}$$

$$\text{Обрат: } -\frac{8}{6}\pi; -\frac{\pi}{2}; 2\pi; \frac{\pi}{3}; \frac{12\pi}{5}$$

$$2\pi + 5t + 10\pi = 0 \rightarrow \boxed{t = -\frac{12\pi}{5}}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 504

$$(1) \begin{cases} ax + 2ay - 3b = 0 \\ 0 \end{cases}$$

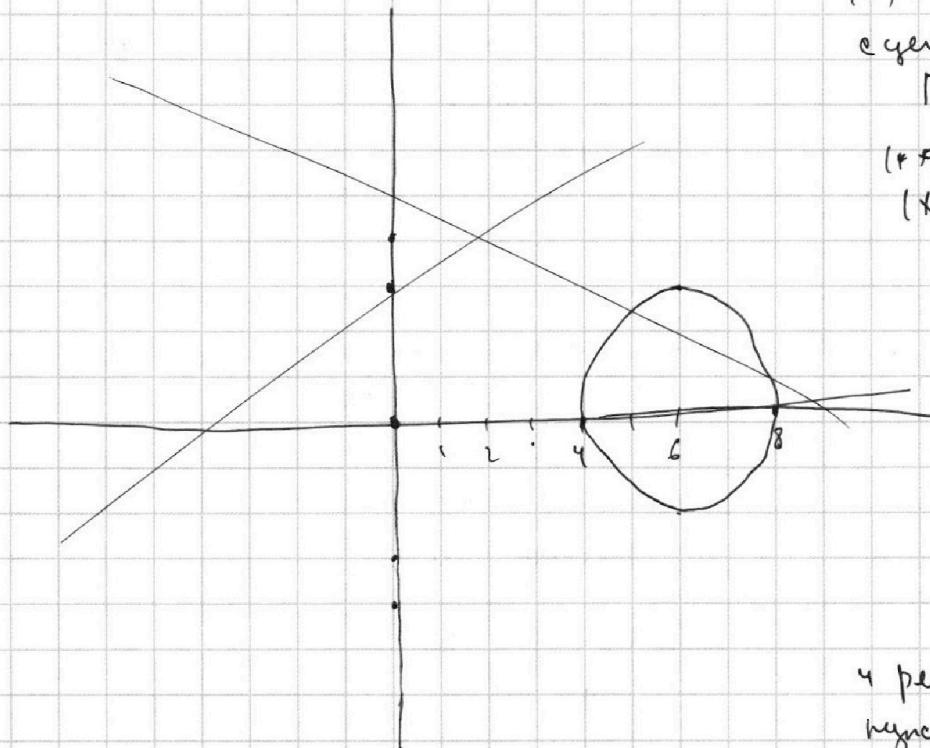
$$(2) \begin{cases} (x^2 + y^2 - 9)(x^2 + y^2 - 12x + 32) = 0 \\ (*) \quad (***) \end{cases}$$

а для которого
находится b

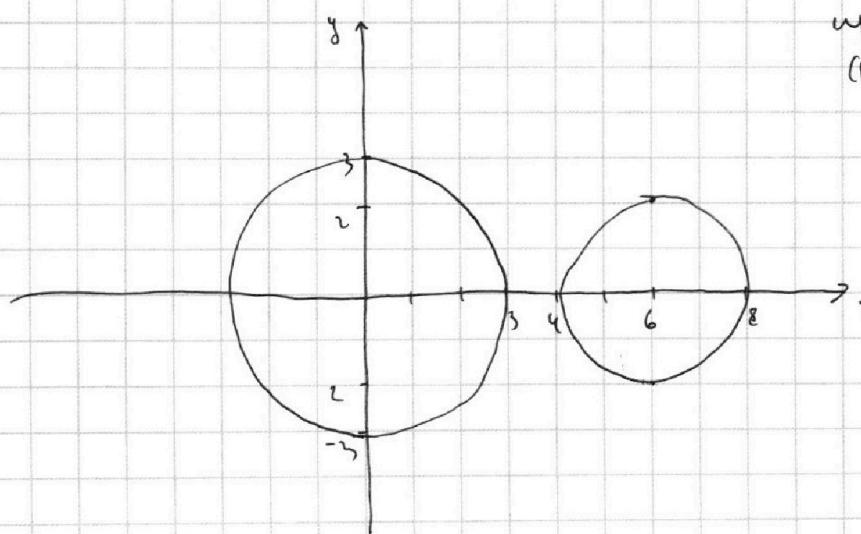
но без симметрии
щего решения.

(+) - отсечность
с центром (0;0)
радиусом 3.

(+/-):
 $(x^2 - 6)^2 + y^2 = 4$.
↑
отсечность
с центром
(6;0) радиуса
2.



Ч решения.
нужно по S и
принять заданное
(1) пересечение
этих отсечностей.



1. если $a=0$
 $y = \frac{3}{2}b$
найдется,
например $b=0$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

2. $a \neq 0$.

$$y = -\frac{a}{2}x + \frac{3}{2}b$$

$$-\frac{a}{2} = t.$$

$$y = tx + \frac{3}{2}b$$

t - отвечает за наклон
прямой.

$\frac{3}{2}b$ отвечает за сдвиг по Oy .

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 5 оч.

$$\log_3^4 x + 6 \log_3 x = \log_3 243 - 8$$

$$\log_3^4 x + 6 \log_3 x = \frac{5}{2} \cdot \log_3 3 - 8 \quad | \cdot 2$$

$$2 \log_3^4 x + 12 \log_3 x = 5 \log_3 3 - 16.$$

$$2 \log_3^4 x + 7 \log_3 x = 16.$$

$$2 \log_3^4 x + \frac{7}{\log_3 x} = 16$$

$$2 \log_3^4 x + \frac{2}{\log_3 x} + \frac{2}{\log_3 x} + \frac{2}{\log_3 x} + \frac{1}{\log_3 x} = 16.$$

Если $\log_3 x > 0$:

$$2 \log_3^4 x + \frac{2}{\log_3 x} + \frac{2}{\log_3 x} + \frac{2}{\log_3 x} + \frac{1}{\log_3 x} \sqrt[4]{2^4} = 16$$

$$\downarrow \\ \log_3 x < 0.$$

$$2 \log_3^4 x = -\frac{7}{\log_3 x} - 16. \leftarrow \text{нох одно} \\ \text{решение т.к. левая} \nearrow \\ \text{правая} \searrow.$$

$$\log_3(5y) + 2 \log_{5y} 3 = \frac{11}{2} \log_{5y} 3 - 8 \quad | \cdot 2$$

$$2 \log_3(5y) = 7 \log_{5y} 3 - 16$$

$$2 \log_3^2(5y) - \frac{2}{\log_3(5y)} - \frac{2}{\log_3(5y)} - \cancel{\frac{12}{\log_3(5y)}} - \frac{2}{\log_3(5y)} - \frac{1}{\log_3(5y)} = -16.$$

если $\log_3(5y) > 0 \rightarrow$ все кор. $> 0 \rightarrow$ данное выражение > 10 .

$$\rightarrow \log_3(5y) > 0.$$

$$(*) \quad 2 \log_3^4(5y) = \frac{7}{\log_3(5y)} - 16 \quad \leftarrow \text{нох одно решение} \\ \text{т.к. правая} \Rightarrow \\ \text{левая} \nearrow$$

$$(*) \quad 2 \log_3^4 x = \frac{7}{\log_3 x} - 16. \quad \text{левая} \nearrow$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

задача 1

если $x = \frac{1}{5y}$
получаем $b (*)$:

$$2 \log_3 \frac{1}{5y} = -\frac{7}{\log_3 5y} - 16$$

$$2 \log_3 5y = \frac{7}{\log_3 5y} - 16. \text{ но это первое}$$

точеслько из (*)

проверим выполнение
из (*) $5y = \frac{1}{x}$

да.

$$\downarrow$$
$$x = \frac{1}{5y} \text{ eq. реш.}$$

$$xy = \frac{1}{5}.$$

Ответ: $\frac{1}{5}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

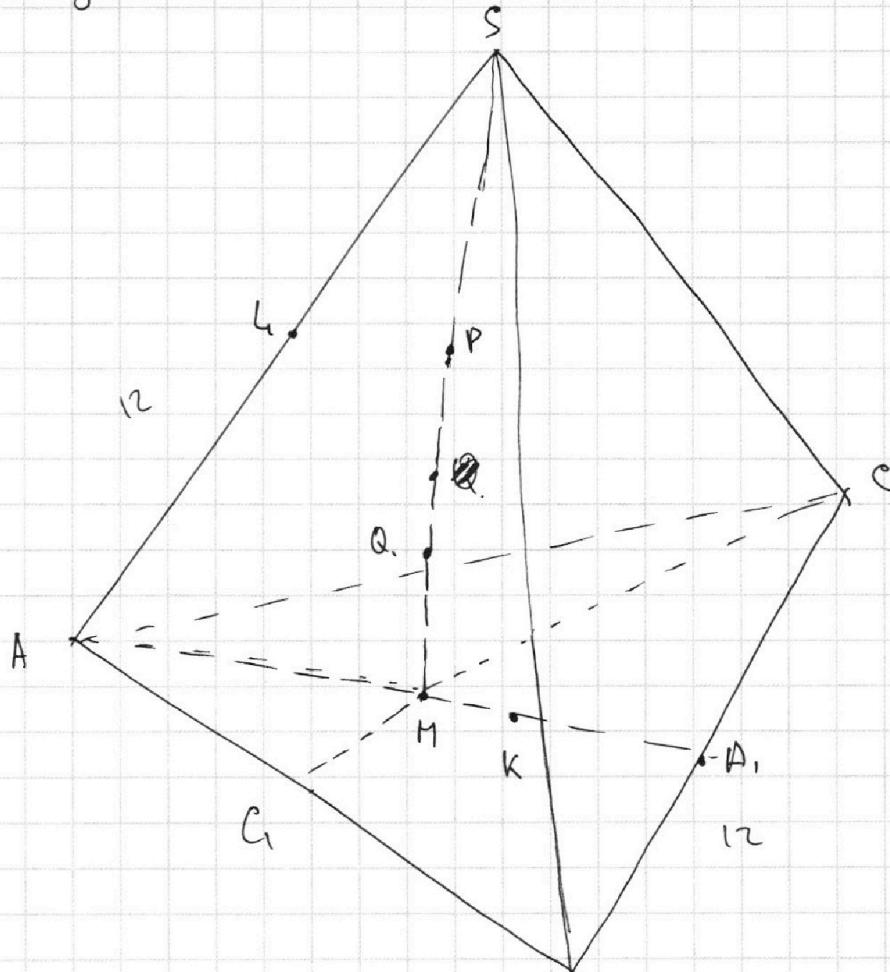
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

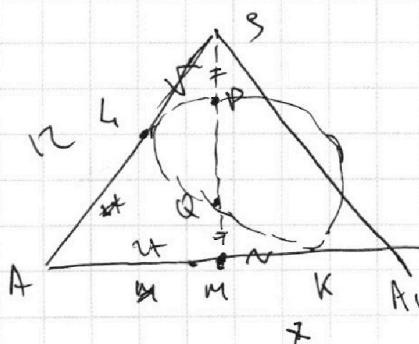
Задача № 7



1. Всегда $l_1 \parallel l_2$

доказать в односторонн. т. $PQ \parallel KQ$ есть основа
одинаковых углов $\angle QPK = \angle QKQ$.

Рассуждаем по теореме ASA ,



$Ah = LK$. как показалось.

$$\cancel{SP \cdot SL_1} = QM$$

$$\cancel{SP \cdot PQ} = SP \cdot SQ = SL_1^2$$

$$MQ \cdot MP = MK^2 \rightarrow MK = SL_1$$

(если точки P, Q наоборот —
аналогично)



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$g^2 \cdot 5^7 \quad k = 5^4 \\ t \in 3 \quad q = 3 \\ t = 1.$$

$$ab = 2^9 \cdot 3^{10} \cdot 5^{17} \\ bc = 2^{14} \cdot 3^{14} \cdot 5^{13}$$

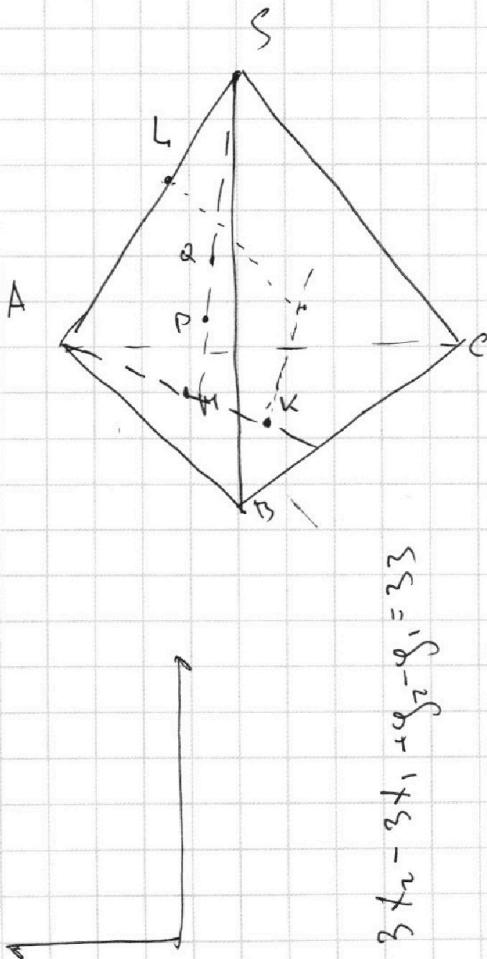
$$ac = 2^{19} \cdot 3^{12} \cdot 5^{30}$$

$$\frac{c}{b} = 2^{10} \cdot 3^8 \cdot 5^{13} \\ c = b \cdot 2^{10} \cdot 3^8 \cdot 5^{13}$$

$$b^2 \cdot 2^{10} \cdot 3^8 \cdot 5^{13} = 2^{14} \cdot 3^{14} \cdot 5^{13}$$

$$b^2 = 2^4 \cdot 3^6$$

$$b = 2^2 \cdot 3^3$$



$$3(x_2 - 3x_1) + 3y_2 - 3y_1 = 3 \\ 3(x_2 - 4x_1) + 3y_2 - 3y_1 = 3 \\ 3(x_2 - 4x_1) + 3(y_2 - y_1) = 3 \\ 3((x_2 - 4x_1) + (y_2 - y_1)) = 3 \\ 3(x_2 - x_1 + y_2 - y_1) = 3$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| X | X | X | X | X | X | X |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\left(\frac{1}{\log_+ 3}\right)^4 + 6 \log_+ 3 = \frac{5}{2} \log_+ 3 - 8. \quad 1 \cdot 2$$

$$2 \left(\frac{1}{\log_+ 3}\right)^4 + 17 \log_+ 3 = 5 \log_+ 3 - 16.$$

$$2 \left(\frac{1}{\log_+ 3}\right)^4 + 7 \log_+ 3 = -16 \quad \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{7}{4} \cdot \frac{7}{4}$$

$$2 + 7 \cdot \log_+^5 3 = -16 \log_+ 3$$

$$7 \log_+^5 3 + 16 \log_+ 3 - 2 = 0.$$

$$\left(\frac{1}{\log_+ 3}\right)^4 + 2 \log_+ 3 = \frac{11}{2} \log_+ 3 - 8.$$

$$2 \left(\frac{1}{\log_+ 3}\right)^4 + 4 \log_+ 3 \quad 5 \sqrt[5]{2 \cdot \left(\frac{7}{4}\right)^4}$$

$$\frac{1}{\log_+^4 3} + \frac{1}{\log_+^2 3} + \frac{7}{8} \log_+ 3$$

$$2 \left(\frac{1}{\log_+ 3}\right)^4 + 4 \log_+ 3 = 11 \log_+ 3 - 8.$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 505.

$$(1) \log_3^4 x + 6 \log_3 3 = \log_2 243 - 8$$

$$(2) \log_3^4 5y + 2 \log_3 3 = \log_{25} 3^{\prime\prime} - 8$$

$$(3) \log_3^4 x + \frac{6}{\log_3 x} = \frac{5}{2 \log_3 x} - 8$$

$$\log_3 x = t.$$

$$\log_3 x = t$$

$$t^4 + \frac{6}{t} = \frac{5}{2t} - 8 \quad | \cdot 2t$$

$$2t^5 + 12 = 5 - 16t$$

$$2t^5 + 7 = -16t$$

$$2t^5 + 16t + 7 = 0$$

$$(2) \log_3^4 5y + 2 \frac{1}{\log_3 5y} = \frac{11}{2 \log_3 5y} - 8. \quad | \cdot 2$$

$$2 \log_3^4 5y \log_3 5y = 9.$$

$$\log_3^4 x + 6 \cdot \log_3 3 = \frac{5}{2} \cdot \log_3 3 - 8 \quad | \cdot 2$$

$$2 \log_3^4 x + 12 \log_3 3 = 5 \log_3 3 - 16$$

$$2 \log_3^4 x + 12 = 5 - 16$$

$$2 \log_3^4 x + 12 = \frac{5}{2} - 16.$$

$$2(\log_3^4 x + \log_3^4 5y)$$

$$2(\log_3^4 x + \log_3^4 5y) = 7 (\log_3 3 - \log_3 5y)$$

2(

На одной странице можно оформлять **только** одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\log_3^4 x + 6 \log_3 3 = \log_{x^2} 243 - 8.$$

$$\log_3^4 5y + 2 \log_{5y} 3 = \log_{25y^2} (3^{\prime\prime}) - 8. \quad \text{от}$$

$$\log_3^4 x$$



$$\log_3^4 t + 6 \log_3 3 = \frac{5}{2} \cdot \log_3 3 - 8.$$

$$\log_3^4 5y + 2 \log_{5y} 3 = \frac{11}{2} \log_{5y} 3 - 8. \quad 1.2$$

$$2 \log_3^4 y + 4 \log_3 3 = 11 \log_{5y} 3 - 16.$$

$$2 \log_3^4 5y = 7 \log_{5y} 3 - 16$$

$$2 \log_3^4 t = 7 \log_{5y} 3 - 16$$



$$2t^5 - 16t + 7 = 0.$$

$$2 \log_3^4 5y = \frac{7}{\log_{5y} 3} - 16.$$

$$2 \log_3^4 t = \frac{7}{\log_{5y} 3} - 16.$$

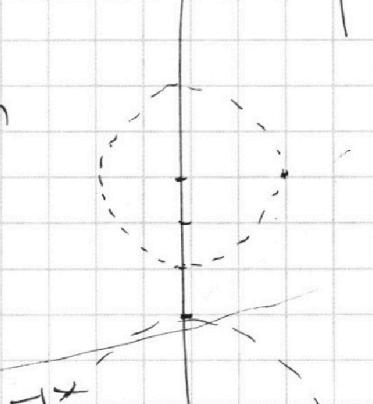
$$2t^5 - 16t + 7 = 0.$$

$$\begin{cases} t = 1 \\ t = -1 \end{cases}$$

$$2 \log_3^4 t = \frac{7}{\log_{5y} 3} - 16.$$

$$2t^4 = \frac{7}{t} - 16.$$

$$2 \log_3^4 t = \frac{7}{\log_{5y} 3} - 16.$$



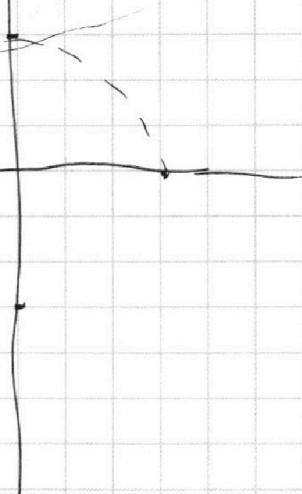
$$\begin{cases} t^4 = 1 \\ t^4 = -16 \end{cases}$$

$$\begin{cases} t = 1 \\ t = -1 \\ t = i \\ t = -i \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 2 \log_3^4 t + 2 \log_{5y} 3 &= -32 + \\ \left(\frac{7}{t}\right)^4 &= -16. \end{aligned}$$

$$2t^4 + 2$$

$$2 \log_5^4 t + 2 \log_{5y} 3 &= -7 - 16 \log_{5y} 3. \\ 2t^4 + 2 \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$ab : 2^9 \cdot 3^{10} \cdot 5^{10}$$

$$ab = k \cdot 2^9 \cdot 3^{10} \cdot 5^{10}$$

$$bc : 2^{14} \cdot 3^{13} \cdot 5^{13}$$

$$bc = t \cdot 3^{13} \cdot 5^{13} \cdot 2^{14}$$

$$ac : 2^{19} \cdot 3^{18} \cdot 5^{30}$$

$$ac = q \cdot 2^{19} \cdot 3^{18} \cdot 5^{30}$$

$$(abc)^2 = k \cdot q \cdot 2^{19} \cdot 3^{18} \cdot 5^{30} \cdot 3^{13} \cdot 5^{13} \cdot 2^{14} \cdot 2^9 \cdot 3^{10} \cdot 5^{10}$$
$$= kq \sqrt{t} \cdot 2$$

$$\begin{array}{r} 14 \\ 9 \\ + 23 \\ \hline 42 \end{array}$$

$$28+13 = 38+3 = 41$$

$$ab = 3 \cdot 2^9 \cdot 3^{10} \cdot 5^{10}$$

$$ac = 5 \cdot 2^{19} \cdot 3^{18} \cdot 5^{30}$$

$$\frac{ab}{ac} = \frac{3 \cdot 2^9 \cdot 3^{10} \cdot 5^{10}}{5 \cdot 2^{19} \cdot 3^{18} \cdot 5^{30}}$$

$$\begin{aligned} k &= 3 \\ q &= 5 \end{aligned}$$

$$ab = 2^{14} \cdot 3^{13} \cdot 5^{13}$$

$$bc = 2^{14} \cdot 3^{13} \cdot 5^{13}$$

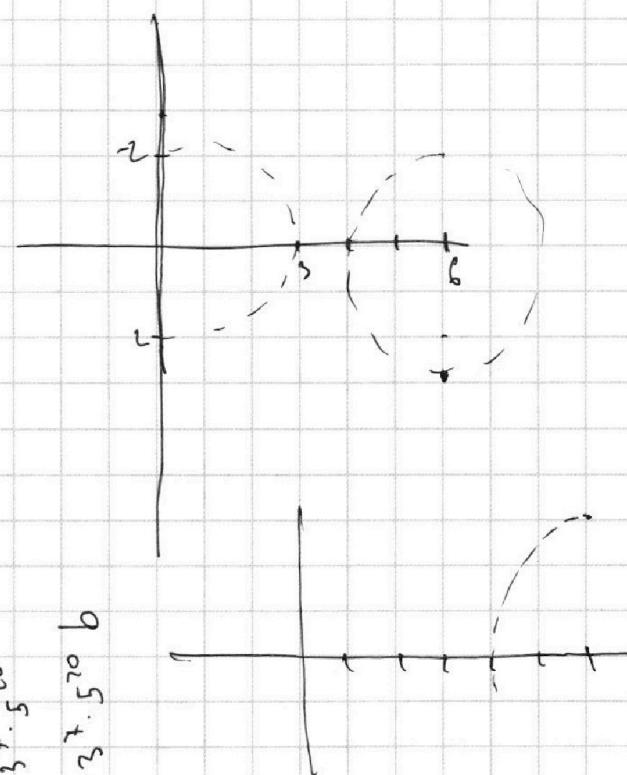
$$b^2 = 2^4 \cdot 3^6$$

$$\frac{c}{b} = 2^{10} \cdot 3^7 \cdot 5^{20}$$

$$b^2 \cdot 5 \cdot 2^{10} \cdot 3^7 \cdot 5^{20} = 2^{14} \cdot 3^{13} \cdot 5^{13}$$

$$b^2 = 2^4 \cdot 3^6$$

$$c = 2^{10} \cdot 3^7 \cdot 5^{20}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
X	X	X	X	X	X	X

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{Sarcosin}(\cos x) = \frac{x}{\pi}$$

a b c $\in \mathbb{N}$

$$\vec{ab} : 2^9 \cdot 3^{10} \cdot 5^{10} \rightarrow ab$$

$bC = 2^{14} \cdot 3^{13} \cdot 5^{13}$ \rightarrow e corespondem 2 razões na

$$\text{ac: } 2^{19} \cdot 3^{18} \cdot 5^{30} \quad \text{t: } \frac{t_1}{T} \cdot \overbrace{(1 - \frac{1}{T})}^{\frac{2}{1}}$$

abc

$$\begin{aligned} t &= \frac{t_2}{(t_2 + b)} (b_2 t - t_2 b) \\ \underline{(t_2 + b) \quad t} &= (t_2 + b)(t_2 + b)(t - b) \end{aligned}$$

3.3 = 5

81

$$k=5^+$$

$$q = 2$$

$$ab = 2^9 \cdot 3^{10} \cdot 5^{17}$$

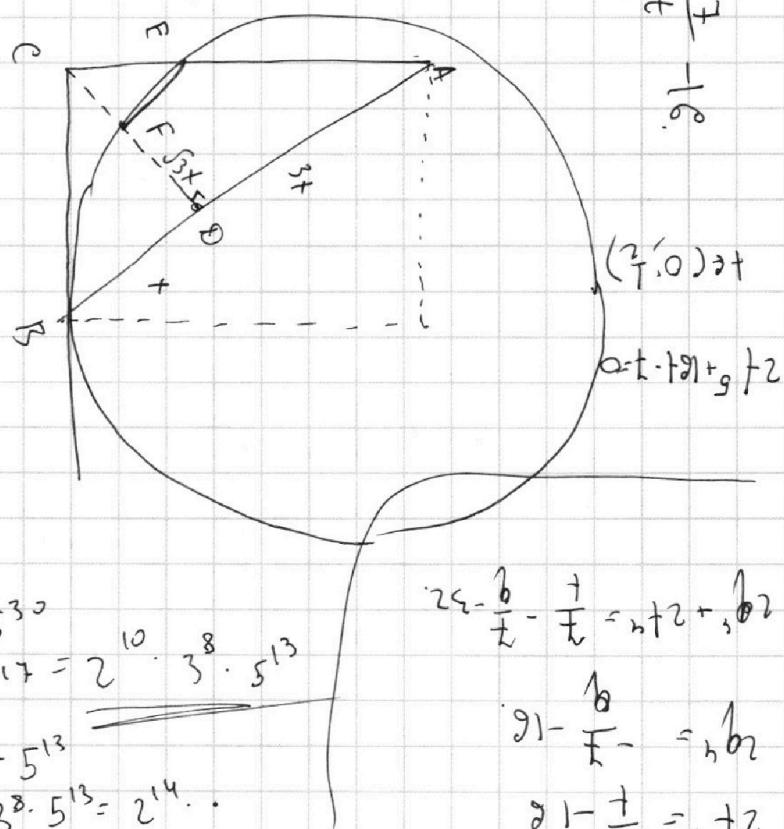
$$\text{PC} = 2^{18} \cdot 3^{13} \cdot 5^{13}$$

$$\text{arc} = 2^{18}. 3^{18}. 5^{30}$$

$$\frac{e}{b} = \frac{2^{19} \cdot 3^{18} \cdot 5^{30}}{7^8 \cdot 3^{10} \cdot 5^{17}} = 2^{10} \cdot 3^8 \cdot 5^{13}$$

$$e = b \cdot 2^{10} \cdot 3^8 \cdot 5^{13}$$

$$b^2 = 2^{10} \cdot 3^8 \cdot 5^{13} = 2^{14} \cdot$$



$$2e - \frac{6}{7} - \frac{7}{7} = n + 2 + 3$$

$$g) - \frac{b}{x} = b$$

$$21 - \frac{1}{4} = 20\frac{3}{4}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|-------------------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

