МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 2

1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^7 3^{11} 5^{14}$, bc делится на $2^{13} 3^{15} 5^{18}$, ac делится на $2^{14} 3^{17} 5^{43}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc.

2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC. Окружность, касающаяся прямой AC в точке A, пересекает высоту CD, проведённую к гипотенузе, в точке E, а катет BC – в точке F. Известно, что $AB \parallel EF$, $AB : BD = 1{,}3$. Найдите отношение площади треугольника ACD к площади треугольника CEF.

3. [4 балла] Решите уравнение $5\arccos(\sin x) = \dfrac{3\pi}{2} + x$.

4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a, для каждого из которых найдётся значение параметра b, при котором система уравнений

$$\begin{cases} x + 3ay - 7b = 0, \\ (x^2 + 14x + y^2 + 45)\left(x^2 + y^2 - 9\right) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_7^4(6x) - 2\log_{6x} 7 = \log_{36x^2} 343 - 4, \quad \text{и} \quad \log_7^4 y + 6\log_y 7 = \log_{y^2}\left(7^5\right) - 4.$$

Найдите все возможные значения произведения xy.

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-17;68)$, $Q(2;68)$ и $R(19;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1;y_1)$ и $B(x_2;y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно на границе) и таких, что $4x_2 - 4x_1 + y_2 - y_1 = 40$.

7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1, BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M. Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K, лежащей на отрезке AM. Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q. Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 60, $SA = BC = 10$.

а) Найдите произведение длин медиан AA_1, BB_1 и CC_1.

б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N, $SN = 3$, а радиус сферы Ω равен 4.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 [X] 2 [ ] 3 [ ] 4 [ ] 5 [ ] 6 [ ] 7 [ ]

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

N 1

$ba \vdots 2^7 3^{11} 5^{14}$ $\Rightarrow$ известно, что $abc \vdots 2^x 3^y 5^z$

$cb \vdots 2^{13} 3^{15} 5^{18}$ пусть (чтобы произведение было min)

$ca \vdots 2^{14} 3^{17} 5^{43}$ $x_i y_i, z_i \in \mathbb{Z}$ и ≥ 0

$a = 2^{x_1} 3^{y_1} 5^{z_1}$

$b = 2^{x_2} 3^{y_2} 5^{z_2}$

$c = 2^{x_3} 3^{y_3} 5^{z_3}$

① $x_1 + x_2 \geq 7$; $x_2 + x_3 \geq 13$; $x_3 + x_1 \geq 14$ $\Rightarrow x_1 + x_2 + x_3 \geq 17 \Rightarrow abc \vdots 2^{17}$

② $y_1 + y_2 \geq 11$; $y_2 + y_3 \geq 15$; $y_3 + y_1 \geq 17$ $\Rightarrow \cancel{x_1} + y_2 + y_3 \geq 21{,}5 \Rightarrow y_1 + y_2 + y_3 \geq 22 \Rightarrow abc \vdots 3^{22}$

③ $z_1 + z_2 \geq 14$; $z_2 + z_3 \geq 18$; $z_3 + z_1 \geq 43$; $z_i \geq 0$ $\Rightarrow z_1 + z_2 + z_3 \geq 43 \Rightarrow abc \vdots 5^{43}$

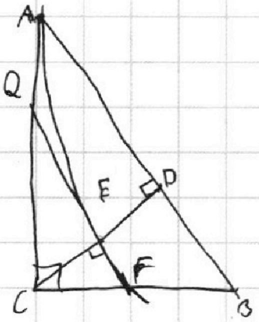
$\Rightarrow abc \geq 2^{17} \cdot 3^{22} \cdot 5^{43}$

Возьмём $x_1 = 4$; $x_2 = 3$; $x_3 = 10$; $y_1 = 6$; $y_2 = 5$; $y_3 = 11$; $z_3 = 20$; $z_1 = 23$; $z_2 = 0$

все условия выполняются (①, ② и ③) и $abc = 2^{17} 3^{22} 5^{43}$

Ответ: $2^{17} \cdot 3^{22} \cdot 5^{43}$

№2



~~Предпол~~ 1) $EF \cap AC = Q$

2) $QA^2 = QE \cdot QF$

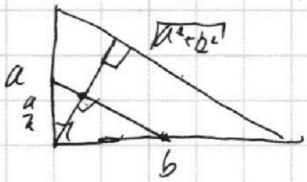
3) $EF \parallel AB \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle QFC$ $\triangle$.

$\triangle CDB \sim \triangle CEF$

$\triangle ADC \sim \triangle CQE$

с одним и тем же коэф.

Пусть $AC = a$, $QC = \frac{a}{k}$ $k>1$, $CB = b$



$AQ^2 = (a - \frac{a}{k})^2$

$QE =$

$QF = \frac{\sqrt{a^2+b^2}}{k}$

Гипотенуза делится высотой в отношении, равном квадрату отношений катетов $\Rightarrow AD = \frac{a^2}{a^2+b^2} \cdot \sqrt{a^2+b^2} \Rightarrow QE = \frac{AD}{k} = \frac{a^2}{k\sqrt{a^2+b^2}}$

$QE \cdot QF = \frac{\sqrt{a^2+b^2}}{k} \cdot \frac{a^2}{k\sqrt{a^2+b^2}} = \frac{a^2}{k^2} = \frac{a^2(k-1)^2}{k^2}$

$k=2$

$\frac{1}{k^2} = \frac{(k-1)^2}{k^2}$

$(k-1)^2 = 1$

$k>1$

$k-1 = 1$

$k=2$

$\frac{AB}{BD} = 1{,}3$ $\Rightarrow AB = 13x \Rightarrow AD = 3x$

Пусть $BD = 10x$

$S_{\triangle ACD} = S_{\triangle ABC} \cdot \frac{AD}{AB} = \frac{3}{13} S_{\triangle ABC}$

$S_{\triangle CDB} = S_{\triangle ABC} \cdot \frac{10}{13} =$ $S_{\triangle CEF} = \frac{S_{\triangle CDB}}{k^2} = \frac{5}{2 \cdot 13} S_{\triangle ABC}$

Ответ: $\underline{\frac{S_{\triangle ACD}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{\frac{3}{13}}{\frac{5}{26}} = \frac{3 \cdot 26}{5 \cdot 13} = 1{,}2}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

№3

$$5\arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x$$

$\Updownarrow$ при таких t $\sin x = \sin t$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} 5\left(\frac{\pi}{2} - t\right) = \frac{3\pi}{2} + 2\pi k + t \\ t \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right] \\ x = 2\pi k + t \end{cases} \\ \begin{cases} 5\left(\frac{\pi}{2} - t\right) = \frac{3\pi}{2} + 2\pi k + \pi - t \\ t \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right] \\ x = 2\pi k + \pi - t \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} 6t = -2\pi k + \pi \\ t \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right] \end{cases} \\ \begin{cases} 4t = -2\pi k \\ t \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right] \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} t = -\frac{\pi k}{3} + \frac{\pi}{6} \\ t \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right] \end{cases} \\ \begin{cases} t = -\frac{\pi k}{2} \\ t \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right] \end{cases} \end{array}\right.$$

$(*)\ k \in \mathbb{Z}$

1
$$\begin{array}{ll} k = 2 & t = -\frac{\pi}{2} \\ k = 1 & t = -\frac{\pi}{6} \\ k = 0 & t = \frac{\pi}{6} \\ k = -1 & t = \frac{\pi}{2} \end{array}$$

2
$$\begin{array}{ll} t = -\frac{\pi}{2} & k = 1 \\ t = 0 & k = 0 \\ k = \frac{\pi}{2} & t = -1 \end{array}$$

$x =$

1. $x = \frac{7\pi}{2} = 4\pi - \frac{\pi}{2}$

$x = \frac{11\pi}{6} = 2\pi - \frac{\pi}{6}$

$x = \frac{\pi}{6} = 0 + \frac{\pi}{6}$

$x = -2\pi k + \frac{\pi}{2} = -\frac{3\pi}{2}$

2. $x = 2\pi k + \pi + \frac{\pi}{2} = \frac{7\pi}{2}$

$x = -2\pi + \pi - \frac{\pi}{2} = -\frac{3\pi}{2}$

$x = 0 + \pi - 0 = \pi$

Ответ: $-\frac{3\pi}{2}$; $\frac{\pi}{6}$; π; $\frac{11\pi}{6}$; $\frac{7\pi}{2}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N 4

$$\begin{cases} x+3ay-7b=0 \\ (x^2+14x+y^2+45)(x^2+y^2-9)=0 \end{cases}$$

(1) - прямая, a задаёт угол ее наклона, b - двигает по оси x

$\Updownarrow$

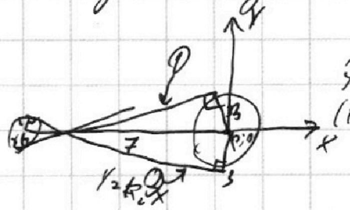
$$\begin{cases} x+3ay-7b=0 \quad (1) \\ \left[\begin{array}{l} (x+7)^2+y^2=2^2 \\ (x^2)+y^2=3^2 \end{array}\right. \end{cases}$$

(1) $x+3ay-7b=0$

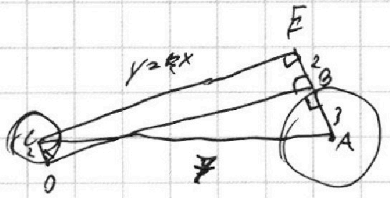
$y=-\frac{x}{3a}+\frac{7b}{3a}$

пересек. окружности с центрами $(-7;0)$ и $(0;0)$ и радиусами 2 и 3 соответственно

и решения тогда и ~~тогда~~ $\Leftrightarrow$ прямая пересекает обе окружности



это возможно только если прямая (1) имеет меньший угл. коэф., чем (1) и больший, чем (2)



C и O - центры окр.

Пусть D и B - т. кас.

продлим AB на $EB=CD$

$\Downarrow$

$CDEB$ - прямоугольник

$\Downarrow$

$\triangle CEA$ - прямоугольный

$\Leftarrow$

$CE=\sqrt{CA^2-EA^2}=2\sqrt{6}$

$k_1=tg(\angle AEE)=\frac{6}{2\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{6}}{2}=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$

(2) аналогично $k_2=-\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$

(1) $y=-\frac{x}{3a}+\frac{7b}{3a}$

$$\begin{cases} -\frac{1}{3a}<\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{3a}>-\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3\sqrt{3}a+\sqrt{2}}{3a\sqrt{2}}>0 \\ \frac{3\sqrt{3}a-\sqrt{2}}{3a\sqrt{2}}>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} + \; -\frac{\sqrt{2}}{3\sqrt{3}} \; - \; 0 \; + \quad a \\ + \; 0 \; - \; \frac{\sqrt{2}}{3\sqrt{3}} \; + \quad a \end{cases}$$

Ответ:

$\Leftrightarrow a\in(-\infty;-\frac{\sqrt{2}}{3\sqrt{3}})\cup$

$\cup(\frac{\sqrt{2}}{3\sqrt{3}};+\infty)$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№5

$\log_7^4(6x) - 2\log_{6x} 7 = \log_{36x^2} 343 - 4$

Пусть $t = \log_7(6x)$

$t^4 - \frac{2}{t} = \frac{3}{2t} - 4$

$f(t) = t^4 + 4 = \frac{7}{2t} = g(t)$ (1)

$t > 0$

$(t^4+4)' = 4t^3 \Rightarrow \nearrow$ на $[0; +\infty)$

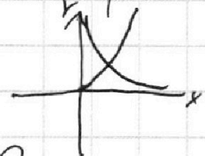
$\frac{7}{2t} \searrow$ на $(0; +\infty)$ непрерыв.

$\lim_{t\to+\infty} \frac{7}{2t} = 0$

$\Rightarrow$ не более 1 реш

$f(\frac{1}{2}) = 4\frac{1}{16} < g(\frac{1}{2}) = 7 \Rightarrow$ ровно 1 реш

Примерный эскиз



$\log_7^4 y + 6\log_y 7 = \log_{y^2}(7^5) - 4$

Пусть $q = \log_7 y$

$q^4 + \frac{6}{q} = \frac{5}{2q} - 4$

$q^4 + 4 = \frac{-7}{2q}$ (2)

аналогично ровно одно решение

при этом $t_0 = -q_0$ (решения одну симметрии отн. Oy)

(если t_0 реш ур-я (1), то $-t_0$ явл. реш. (2))

$(-t_0)^4 + 4 = \frac{-7}{2(-t_0)}$

$t_0^4 + 4 = \frac{7}{2t_0}$

Или есть ровно одно t_0, то существует только 1 x_0 и y_0 ($\log_7(6x)$ ↗)

$\log_7 6x_0 + \log_7 y_0 = 0$

$\log_7 6x_0 y_0 = 0$

$\log_7 x_0 y_0 = -\log_7 6$

$x_0 y_0 = \frac{1}{6}$

Ответ: $\frac{1}{6}$

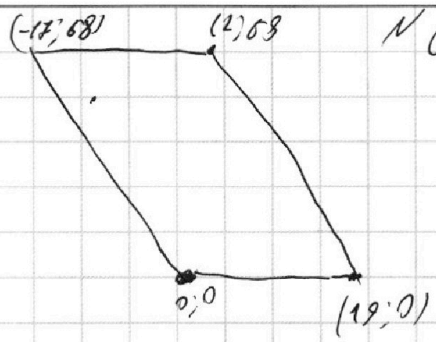
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№ 6



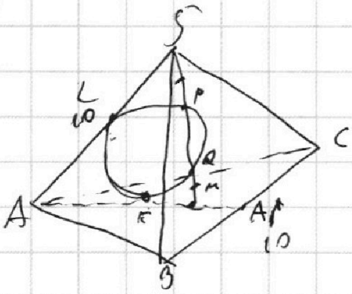
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

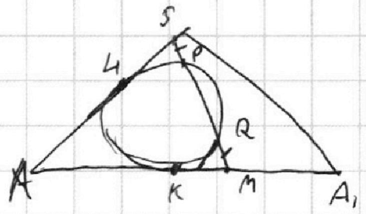
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№ 7

а)



В пл-ти ASA_1



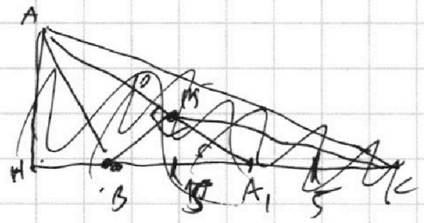
1) $AL = LK$

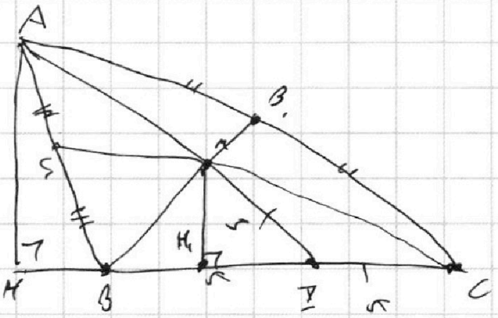
2) $SL^2 = (SP+PQ)\cdot SP$
$MK^2 = (QM+PQ)\cdot QM$ | =>

=> $SL = KM$ =>
$AS = AM$ =>
$AM = 10$

Медианы т. пересечения делятся в отношении $2:1$ => $A_1M = 5$; $AA_1 = 15$

в пл-ти ABC





В $\triangle BMC$ медиана равна половине стороны => $BM \perp MC$ =>
=> $MH_1 \cdot BC = BM \cdot MC = \left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot BB_1 \cdot CC_1$

$\frac{1}{2} AH \cdot BC = 60$

$AH = 12$ $AH \perp BC$, $MH_1 \perp BC$ => $MH_1 \parallel AH$; $\frac{AA_1}{A_1M} = \frac{3}{1}$ | => $MH_1 = \frac{1}{3} AH = 4$

$BB_1 \cdot CC_1 = \frac{9}{4} MH_1 \cdot BC$

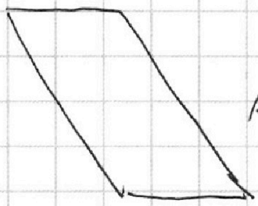
$BB_1 \cdot CC_1 = \frac{9}{4} \cdot 4 \cdot 10 = 90$

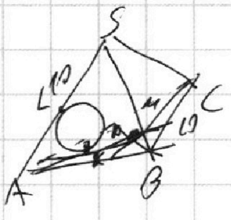
Ответ $AA_1 \cdot BB_1 \cdot CC_1 = 90 \cdot 15 = 1350$

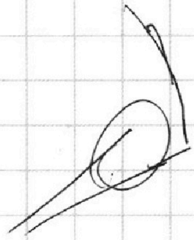
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

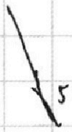
1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

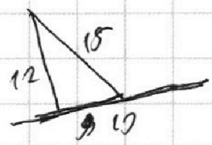


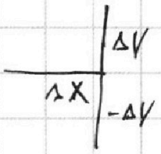






$$\frac{\sqrt{2a^2+2b^2-c^2}}{2}$$





$12^2\cdot 2+4^2\cdot 2+10^2\cdot 2-12^2-14^2$

$=2^2$

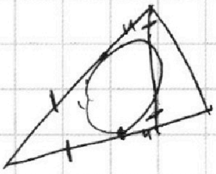
$144+32+200-196$

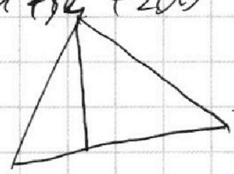
$t^4+4=\frac{7}{2t}$

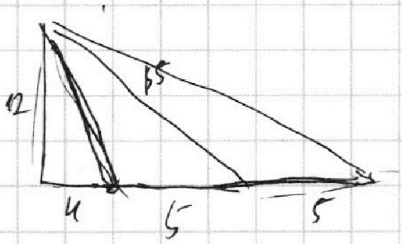
$\log_7 6x=-\log_7 y$

$\log_7 6x+\log_7 y=0$

$\log_7 6xy=0$

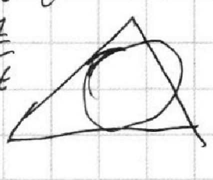






$t^4+4=\frac{3}{2t}+\frac{2}{t}$

$t^4+4=\frac{7}{2t}$



$t^4-\frac{2}{t}=\frac{3}{2}t-4$

$2t^5-7+8t$

$\varphi_2<88$

$\varphi_1<89$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

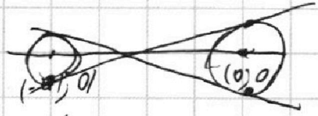
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

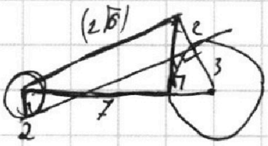
МФТИ

$\times \frac{90}{15}$ 1350

$290 : 7$, $-\underline{21}$, 80, $-\underline{28}$, 34

(t^3-t^2+t+7)
$-8+4-2+7$





$49-25=24=(2\sqrt{6})^2$

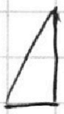
$\frac{\cancel{6}}{2\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{6}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$

$y = \frac{-x}{3a} + \frac{7b}{3a}$

$\log_7^4 y + 6\log_y 7 = \frac{5}{2}\log_y 7 - 4$

$-\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} < -\frac{1}{3a} < \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$

$t^4 + \frac{6}{t} - \frac{5}{2t} + 4 = 0$



$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} > \frac{1}{3a}$ $a < \frac{-\sqrt{2}}{3\sqrt{3}}$

$2t^5 + 12t - 5t + 4t$

$\frac{3a\sqrt{3}-\sqrt{2}}{3a} > 0$ $\frac{1}{3a}$

$\log_7^4(6x) - 2\log_{6x} 7 = \log_{36x^2} 343 - 4$

$a > \frac{\sqrt{2}}{3\sqrt{3}}$ $-\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} < \frac{1}{3a}$

$\log_7^4(6x) + 4 = \frac{3}{2}\log_{6x} 7 + 2\log_{6x} 7$

$0 < \frac{\sqrt{2} + 3\sqrt{3}a}{}$

$\frac{5}{2}\log_{6x} 7$

$2t^5 + 8t + 7$

$\frac{1}{t^4} + 4 = \frac{3}{2}t$

$t^4 + \frac{6}{t} = \frac{5}{2t} - 4$

$t^4 + 4 = \frac{3}{2t}$

$\frac{1 - \frac{3}{2}t^5 + 4t^4}{t^4} = 0$

$\frac{2t^5 + 8t - 3}{t} = 0$

$\frac{2t^5 + 7t + 8t}{2t} = 0$

$t^4 - \frac{2}{t} = \frac{3}{2t} - 4$

$\frac{2 - 5t^5 + 8t^4}{t^4} = 0$

1

$t^4 - \frac{4}{2t} - \frac{3}{2t} + 4 = 0$
$2t^5 - 7 + 8t^5$

$t^4 + t^3 - t^3 + t^2 - t^2 + t + 7t + 7$
$(t+1)(t^3 - t^2 + t + 7) = 0$
$27 - 9 + 3 + 7$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$ab: 2^7 3^{11} 5^{14}$
$bc: 2^{13} 3^{15} 5^{18}$
$ac: 2^{14} 3^{17} 5^{43}$

$a = 2^{x_1} 3^{y_1} 5^{z_1}$
$b = 2^{x_2} 3^{y_2} 5^{z_2}$
$c = 2^{x_3} 3^{y_3} 5^{z_3}$

8; 7; 7

$3 \sim Z$

8; 9; 5

$8+5 \geqslant 11$
$9+5 \geqslant 4$

$x_1 + x_2 \geqslant 7$
$x_2 + x_3 \geqslant 13$
$x_3 + x_1 \geqslant 14$
$x_1 + x_2 + x_3 \geqslant 17$

$y_1 + y_2 \geqslant 11$
$y_2 + y_3 \geqslant 15$
$y_3 + y_1 \geqslant 17$
$y_1 + y_2 + y_3 \geqslant 20{,}5$
$\geqslant 21$

11

6; 5

$6 + 11 \, 7$

$z_1 + z_2 \geqslant 14$
$z_2 + z_3 \geqslant 18$
$z_3 + z_1 \geqslant 43$
$\cancel{z_1 + z_2 + z_3 \geqslant 37{,}5}$
$\geqslant 38$

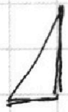
3 2
3; 8
$3 + y_3 \geqslant 15$
$8 + y_3 \geqslant 17$
$y_3 \geqslant 12$
$y_3 \geqslant 9$

$\begin{array}{r} 43 \\ +32 \\ \hline 75 \end{array}$

$z_2 = 0$

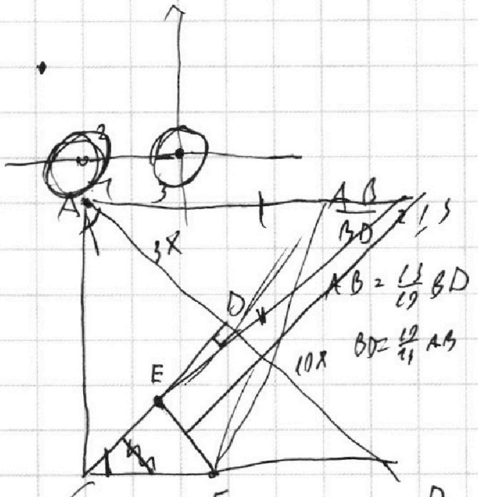
$z_1 + z_2 + z_3 = 38$

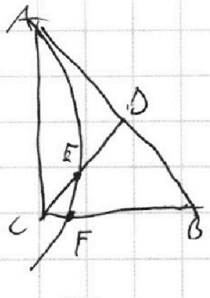
$\begin{cases} x + 3ay - 7b = 0 \\ (x^2 + 14x + 49 + y^2 - 4)(x^2 + y^2 - 9) = 0 \end{cases}$

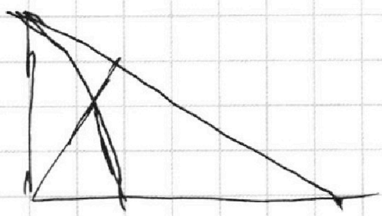


$x = \frac{7b}{3a} - \frac{\cancel{x}}{3a}$

$\frac{13}{?}$
$169x^2 = 3y^2 + 10y^2$
$y^2 = 13x^2$
$y = \sqrt{13}x$







$\frac{BD}{CD} = \frac{CD}{AD}$

$BD \cdot AD = CD^2$

$CD^2 = 30x^2$

$CD = x\sqrt{30}$

$\frac{3}{\sqrt{30}} = \frac{\sqrt{30}}{10}$

$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{10}}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$5\arccos\sin x = \frac{3\pi}{2} + x$

$0 \le \arccos t \le \pi$

$5\pi \ge \frac{3\pi}{2} + x$

$\frac{10\pi}{2} \ge \frac{3\pi}{2} + x$

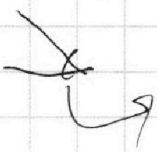
$x \le \frac{7\pi}{2}$

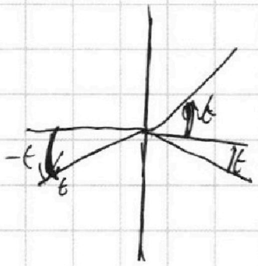
$\Downarrow$

$5\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \frac{3\pi}{2} + x$

$x = 2\pi k + t$

$k \in \mathbb{Z}$





$\begin{cases} 5\left(\frac{\pi}{2} - t\right) = \frac{3\pi}{2} + 2\pi k + t \\ t \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right] \end{cases}$

$\frac{5\pi}{2} - 5t - \frac{3\pi}{2} = 2\pi k + 6t$

$6t = -2\pi k + \pi$

$t = -\frac{\pi k}{3} + \frac{\pi}{6}$

$k = 2 \quad t = -\frac{\pi}{2}$

$k = 1 \quad t = -\frac{\pi}{6}$

$k = 0 \quad t = \frac{\pi}{6}$

$k = -1 \quad t = \frac{\pi}{2}$

$x = 4\pi k - \frac{\pi}{2} = \frac{7\pi}{2}$

$x = 2\pi k - \frac{\pi}{6} = \frac{11\pi}{6}$

$x = \frac{\pi}{6}$

$x = -2\pi k + \frac{\pi}{2} = \frac{5\pi}{2}$

$\begin{cases} 5\left(\frac{\pi}{2} - t\right) = \frac{3\pi}{2} + 2\pi k + \pi - t \\ t \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right] \end{cases}$

$\frac{2\pi}{2} - \pi - 2\pi k = 4t$

$t = \frac{\pi k}{2}$

$t = -\frac{\pi}{2} \quad k = 1$

$t = \frac{\pi}{2} \quad k = -1$

$t = 0 \quad k = 0$

$x = \pi$

$x = 2\pi k + \pi + \frac{\pi}{2}$

$\frac{7\pi}{2}$

$-2\pi + \pi + \frac{\pi}{2}$

$-\pi - \frac{\pi}{2}$

$-\frac{3\pi}{2}$

$5 \cdot \frac{\pi}{2} = \frac{3\pi}{2} + \pi$

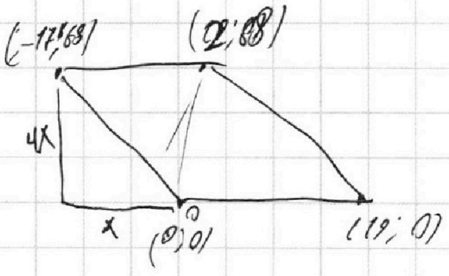
19

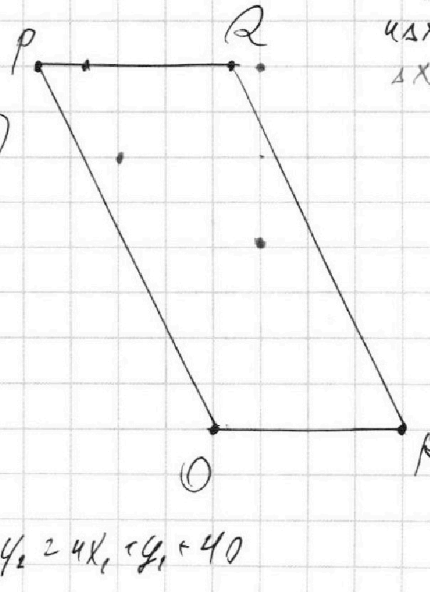
68

16

$4\Delta x + \Delta y = 40$

$\Delta x = 10$





$4x_2 + y_2 = 4x_1 + y_1 + 40$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

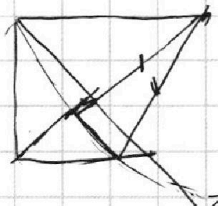
1 2 3 4 5 6 7

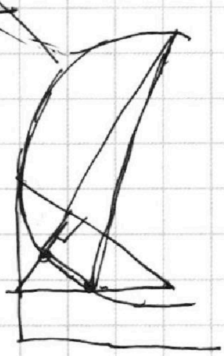
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

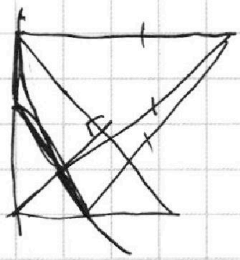
МФТИ

$\frac{14}{\cancel{\ldots}}$

35







$t^4 - \frac{2}{t} = \frac{3}{2t} - 4$

$q^4 + \frac{5}{q} = \frac{5}{2q} - 4$

$\frac{2t^5 + 8t - 7}{2t} = 0$

$\frac{2t^5 + 8t + 7}{2t} = 0$

$0 \to -7$

$1 \to 3$

$0 \to 7$

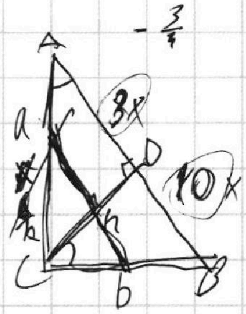
$-1 \to -3$

$\left(a - \frac{a}{k}\right)^2 =$

$2\frac{\sqrt{a^2+b^2}}{k} \cdot \frac{\sqrt{a^2+b^2}}{k}$

$-\frac{3}{4}$

$\cdot \frac{b^2}{a^2+b^2}$



$\frac{1}{t^4} - 2t - \frac{3}{2t}t + 4 = 0$

$+\frac{5}{2}t + 4$

$(ka - a)^2 = b^2$

$a^2(k-1)^2 = b^2$

$(k-1)^2 = \frac{b^2}{a^2}$

$\frac{\frac{3}{13}}{\frac{10}{13} \cdot \left(\frac{1}{k^2}\right)}$

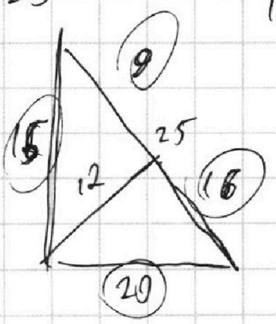
$(k-1)^2 = \frac{10}{3}$

$\frac{2 - 7t^5 + 8t^4}{2} = 0$

$1 - 2 = \frac{3}{2} - 4$

$k = \sqrt{\frac{10}{3}} + 1$

$-1 = -\frac{5}{2}$



$\frac{x}{h} = \frac{h}{y}$

$\frac{a}{x} = \frac{h}{h}$

$x = a \cdot \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}$

$y = b \cdot \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}$

$\frac{3}{10}\left(\frac{10}{3} + 1 + 2\sqrt{\frac{10}{3}}\right)$

$1 + \frac{13}{10} +$