



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



11 КЛАСС. Вариант 2

- [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^7 3^{11} 5^{14}$, bc делится на $2^{13} 3^{15} 5^{18}$, ac делится на $2^{14} 3^{17} 5^{43}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
- [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой AC в точке A , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке E , а катет BC – в точке F . Известно, что $AB \parallel EF$, $AB : BD = 1,3$. Найдите отношение площади треугольника ACD к площади треугольника CEF .
- [4 балла] Решите уравнение $5 \arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x$.

- [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} x + 3ay - 7b = 0, \\ (x^2 + 14x + y^2 + 45)(x^2 + y^2 - 9) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

- [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_7^4(6x) - 2 \log_{6x} 7 = \log_{36x^2} 343 - 4, \quad \text{и} \quad \log_7^4 y + 6 \log_y 7 = \log_{y^2} (7^5) - 4.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

- [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-17; 68)$, $Q(2; 68)$ и $R(19; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно на границе) и таких, что $4x_2 - 4x_1 + y_2 - y_1 = 40$.
- [6 баллов] Дано треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 60, $SA = BC = 10$.
 - Найдите произведение длин медиан AA_1 , BB_1 и CC_1 .
 - Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 3$, а радиус сферы Ω равен 4.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

продолжение

$$\text{Пример: } n_1 = \cancel{16} 4$$

$$n_2 = 3$$

$$n_3 = 10$$

$$m_1 = 7$$

$$m_2 = \cancel{8} 4$$

$$m_3 = 11$$

$$q_1 = 21$$

$$q_2 = 0$$

$$q_3 = \cancel{4} 322$$

$$\begin{aligned} \text{Тогда } a &= 2^4 3^7 5^{21} & a \cdot b &= 2^{\cancel{7}} 3^{\cancel{11}} 5^{21} : 2^7 3^{11} 5^{14} \\ b &= 2^3 3^4 5^0 & b \cdot c &= 2^{13} 3^{15} 5^{22} : 2^{13} 3^{15} 5^{18} \\ c &= 2^{10} 3^{11} 5^{22} & a \cdot c &= 2^{14} 3^{18} 5^{43} : 2^{14} 3^{17} 5^{43} \end{aligned}$$

$$\text{Следовательно, } a \cdot b \cdot c = 2^{17} 3^{22} 5^{43}$$

$$\text{Ответ: } a \cdot b \cdot c_{\min} = 2^{17} 3^{22} 5^{43}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ.

$$\begin{aligned} ab &: 2^7 \cdot 3^{11} \cdot 5^{14} \\ bc &: 2^{13} \cdot 3^{15} \cdot 5^8 \\ ac &: 2^{14} \cdot 3^{17} \cdot 5^{13} \end{aligned}$$

$$abc \rightarrow \min; abc - ?$$

$a, b, c \in \mathbb{N}$

- n_1 - делит ab , 2^7 , на которое делится число a .
 n_2 - делит bc , 2^{13} , на которое делится число b .
 n_3 - делит ac , 2^{14} , на которое делится число c .
 m_1 - делит ab , 3^{11} , на которое делится число a .
 m_2 - делит bc , 3^{15} , на которое делится число b .
 m_3 - делит ac , 3^8 , на которое делится число c .
 q_1 - делит ab , 5^{14} , на которое делится число a .
 q_2 - делит bc , 5^8 , на которое делится число b .
 q_3 - делит ac , 5^{17} , на которое делится число c .

Tогда: $\begin{cases} n_1 + n_2 \geq 7 \\ n_2 + n_3 \geq 13 \\ n_1 + n_3 \geq 14 \end{cases} \Rightarrow n_1, n_2, n_3, m_1, m_2, m_3, q_1, q_2, q_3 \in \mathbb{N}$

$$2n_1 + 2n_2 + 2n_3 \geq 34$$

$$n_1 + n_2 + n_3 \geq 17 \rightarrow n_1 + n_2 + n_3 = 17 \text{ (найдено min)}$$

$$\begin{cases} m_1 + m_2 \geq 11 \\ m_2 + m_3 \geq 15 \\ m_1 + m_3 \geq 17 \end{cases}$$

$$2m_1 + 2m_2 + 2m_3 \geq 43$$

$$m_1 + m_2 + m_3 \geq 21,5 \rightarrow m_1 + m_2 + m_3 = 22 \text{ (найдено min)}$$

$$\begin{cases} q_1 + q_2 \geq 14 \\ q_2 + q_3 \geq 18 \\ q_1 + q_3 \geq 43 \end{cases}$$

$$2q_1 + 2q_2 + 2q_3 \geq 75$$

$$q_1 + q_2 + q_3 \geq 37,5 \rightarrow q_1 + q_2 + q_3 = 38 \text{ (найдено min)}$$

Но тогда $q_2 \leq -5$, чего быть не может. $\rightarrow q_1 + q_2 + q_3 = 38$

Значит $q_1 + q_3 = 43$. Тогда $q_1 + q_2 + q_3 \rightarrow \min$

$$\begin{cases} q_1 + q_3 = 43 \\ q_2 = 0 \end{cases}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Дано: ABC - прямоугольник

CD - высота

$AB \parallel EF$

$$AB : BD = 1,3 \quad \sqrt{30}x$$

$E, F, A \in \omega$

Найти: $\frac{S_{ACD}}{S_{CEF}}$ - ?

S_{CEF}

Решение:

$$\textcircled{1} \text{ т.к. } \angle C = 90^\circ :$$

$$CD = \sqrt{AD \cdot BD}$$

$$\frac{AB}{BD} = \frac{13}{10}; AB = BD + AD \quad \Rightarrow \quad 3BD = 10AD$$

Пусть $AD = 3x$, тогда $BD = 10x$

$$CD = \sqrt{3x \cdot 10x} = \sqrt{30}x$$

$$\textcircled{2} S_{ACD} = \frac{1}{2} \cdot AD \cdot CD = \frac{1}{2} \cdot 3x \cdot \sqrt{30}x = \frac{3\sqrt{30}}{2}x^2$$

$$\textcircled{3} \text{ т.к. } AB \parallel EF : \angle CFE = \angle CBD \quad (\text{состр. углы при})$$

Рассмотрим $\triangle CFE \sim \triangle CBD$: $\begin{cases} \text{прямых } AB \text{ и } EF \\ \text{секущей } CB \end{cases}$

$\angle CFE = \angle CBD$

↓

$\triangle CFE \sim \triangle CBD$ (2 угла)

$$\textcircled{4} AC = CF \quad (\text{отрезки касательных из т. C})$$

$$AC = \sqrt{AD^2 + CD^2} = \sqrt{39}x \quad (\text{uz } \triangle ACD); \quad CF = \sqrt{39}x$$

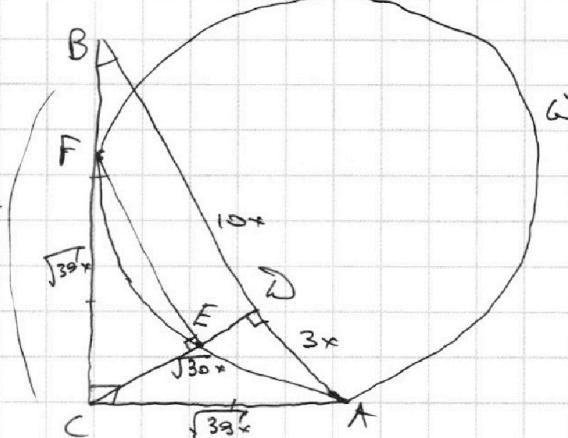
$$CB = \sqrt{CD^2 + BD^2} = \sqrt{130}x \quad (\text{uz } \triangle CBD)$$

$$k_{\text{наг. }} \triangle CFE \sim \triangle CBD = \frac{CF}{CB} = \frac{\sqrt{39}x}{\sqrt{130}x} = \sqrt{\frac{3}{10}}$$

$$\textcircled{5} \text{ uz } \textcircled{3} \text{ u } \textcircled{4} \rightarrow CF = k \cdot CB = \sqrt{\frac{3}{10}} \cdot \sqrt{130}x = 3x$$

$$EF = PK \cdot BD = \sqrt{\frac{3}{10}} \cdot 10x = \sqrt{30}x$$

$$\angle CEF = \angle CBD = 90^\circ$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

Предположение

$$\textcircled{6} \quad S_{ACEF} = \frac{1}{2} \cdot CE \cdot EF = \frac{1}{2} \cdot 3x \cdot \sqrt{30}x = \frac{3\sqrt{30}}{2}x^2$$

$$\textcircled{7} \quad \frac{S_{ACD}}{S_{CEF}} \geq \frac{\frac{3\sqrt{30}}{2}x^2 \cdot 2}{2 \cdot 3\sqrt{30}x^2} = 1$$

$$\text{Ответ: } \frac{S_{ACD}}{S_{CEF}} = 1.$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$5 \arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x. \text{ Рассмотрим } y = \arccos x \rightarrow x \in [-1, 1] \\ \text{Разделим на 5 обе части} \quad y \in [0; \frac{\pi}{2}] \\ \text{и применим формулу } \cos^5 x = \cos \left(\frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5} \right)$$

$$\arccos x \in [0; \frac{5\pi}{2}]$$

Значение синуса и
косинуса совпадают
при аргументах, равных

$$0 \leq \frac{3\pi}{2} + x \leq \frac{5\pi}{2}$$

$$-\frac{3\pi}{2} \leq x \leq \pi$$

$$-1 \leq \sin x \leq 1$$

$$\frac{\pi}{4} + 2\pi n \text{ и } \frac{5\pi}{4} + 2\pi k, n \in \mathbb{Z}, k \in \mathbb{Z}$$

(оба аргумента должны быть равны либо $\frac{\pi}{4} + 2\pi n$, либо $\frac{5\pi}{4} + 2\pi k$)

$$\textcircled{1} \quad \frac{\pi}{4} + 2\pi n$$

$$\sin \left(\frac{\pi}{4} + 2\pi n \right) ? = \cos \left(\frac{3\pi}{10} + \frac{\pi}{4} + 2\pi k \right)$$

$$\sin \frac{\pi}{4} \neq \cos \left(\frac{2\pi}{20} + \frac{2\pi k}{5} \right). \text{ Т.к. } x \in \left[-\frac{3\pi}{2}; \pi \right] \rightarrow n = 0$$

$$\sin \frac{\pi}{4} \neq \cos \left(\frac{7\pi}{20} \right) \quad x = \frac{\pi}{4}$$

$$\textcircled{2} \quad \frac{5\pi}{4} + 2\pi k$$

$$\sin \left(\frac{5\pi}{4} + 2\pi k \right) ? = \cos \left(\frac{3\pi}{10} + \frac{5\pi}{4} + 2\pi k \right), \text{ т.к. } x \in \left[-\frac{3\pi}{2}; \pi \right] \rightarrow n = -1$$

$$\sin \frac{5\pi}{4} \neq \cos \left(\frac{3\pi}{10} - \frac{3\pi}{20} \right) \quad x = -\frac{3\pi}{4}$$

$\sin \frac{5\pi}{4} \neq \cos \left(\frac{3\pi}{20} \right) \rightarrow$ Больше решений не могут
совпадать зная значения синуса
и косинуса \rightarrow нет
решений

Ответ: нет решений.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

7

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

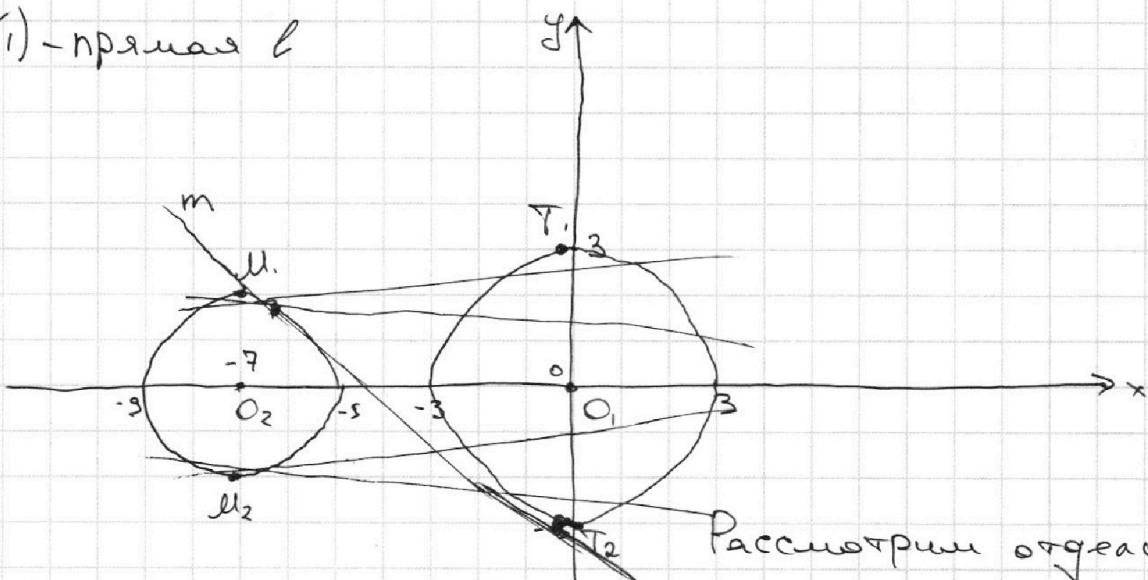
$$\begin{cases} x + 3ay - 76 = 0 & (1) \\ (x^2 + 14x + y^2 + 45)(x^2 + y^2 - 9) = 0 & (2) \end{cases}$$

из (2): $x^2 + 14x + y^2 + 45 = 0$ или $x^2 + y^2 - 9 = 0$
 $(x+7)^2 + y^2 = 4$
 $O_1(-7; 0)$ - окружность
 $R_1 = 2$

$$x^2 + y^2 - 9 = 0$$

 $x^2 + y^2 = 9$
 $O_2(0; 0)$ - окружность
 $R_2 = 3$

(1) - прямая l



Система имеет 4 решения т.к. одна из окружностей не пересекает каждую из окружностей

Рассмотрим отдельно
 $a=0$:

$x = 76$ - вертикальная прямая \rightarrow max - 2 решения

То есть надо рассмотреть предельное случаи секущих (касательные) к каждой окружности

① К меньшей окружности

$$d(O_1, l) = R_1, d(O_2, l) = R_2,$$
$$\left| \frac{-7 - 76}{\sqrt{1 + g_a^2}} \right| = 2$$

На одной странице можно оформлять **ТОЛЬКО ОДНУ** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

проверка

$$\left| -\frac{7}{2}(1+b) \right| = \sqrt{1+9a^2}$$

$$-\frac{7}{2}b \leq 0 \Rightarrow b \geq 0$$

$$-\frac{49}{4} + \frac{49}{2}b + \frac{49}{4}b^2 = 1 + 9a^2 \rightarrow \frac{49}{4}b^2 + \frac{49}{2}b + \frac{49}{4} - 9a^2 - 1 = 0$$

Чтобы ~~было~~ было ~~решение~~ D должно быть ≥ 0

$$D = \frac{49^2}{4} - 4 \cdot \frac{49}{4} \left(\frac{49}{4} - 9a^2 - 1 \right) = \frac{49}{4} \left(\frac{49}{4} - 49 + 36a^2 + 4 \right) \geq 0$$
$$7(9a^2 + 1) \geq 0$$

D всегда > 0

Чтобы b было ≤ -1

Наго, чтобы $f(-1) \leq 0$: ~~∇~~

$$\frac{49}{4} - \frac{49}{2} + \frac{49}{4} - 9a^2 - 1 \leq 0$$
$$9a^2 + 1 \geq 0$$

~~- всегда~~

② к большей окружности:

~~УДЛ, т.к.~~

$$d(O_2; c) = R_2$$

$$\left| \frac{-7b}{\sqrt{1+9a^2}} \right| = 3$$

$$\left| -\frac{7}{3}b \right| = \sqrt{1+9a^2}$$

$$\frac{49b^2}{9} = 1 + 9a^2 \rightarrow b = \pm \sqrt{\frac{9 + 81a^2}{49}}$$

~~$b \neq 0$~~

$$\text{при } \forall a : b = \pm \sqrt{\frac{9 + 81a^2}{49}}$$

Но m - общая касательная (свои a)

и картинка соответствует. Очи оч \rightarrow

если a' - решение, то $-a'$ - тоже.

Обрат будем выкладывать следующим образом: a

$$a \in (-\infty; -a) \cup (a; +\infty)$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Проверка 12-ое

$$\int \frac{49}{4} \alpha^2 + \frac{49}{2} b - \frac{49b^2}{4} = 1 + 9\alpha^2$$

$$\frac{49b^2}{9} = 1 + 9\alpha^2$$

$$\frac{49}{4} + \frac{49}{2} b - \frac{49b^2}{4} = \frac{49b^2}{9}$$

$$5b^2 + 18b + 9 = 0$$

$$D = 18^2 - 4 \cdot 9 \cdot 5 = 18(18 - 2 \cdot 5) = 144$$

$$b_{1,2} = \frac{-18 \pm 12}{10} = \begin{cases} -3 \\ -\frac{6}{10} = -\frac{3}{5} \end{cases}$$

$$\alpha = \frac{\frac{49b^2}{9} - 1}{9}$$

при $b = -3$:

$$\alpha^2 = \frac{48}{9}$$

$$\alpha = \pm \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

при $b = -\frac{6}{5}$

$$\alpha^2 = \frac{24}{225}$$

$$\alpha = \pm \frac{2\sqrt{6}}{15}$$

Возьмем только $\alpha > 0$ (наше ограничение):

$$y = \frac{-x}{3\alpha} + \frac{76}{3\alpha}$$

$$P = \frac{1}{3 \cdot 4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{3}} = -\frac{1}{4}$$

$$q = \frac{-21}{3 \cdot 4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{3}} = -\frac{21}{4}$$

$$y = -\frac{1}{4}x - \frac{21}{4}$$

(это касат. кругу)

Запишем в виде $y = Px + q$

$$P = -\frac{1}{3 \cdot 2\sqrt{6}} = -\frac{5}{2\sqrt{6}}$$

$$q = \frac{7 \cdot (-\frac{3}{5})}{3 \cdot 2\sqrt{6}} = \frac{-21}{2\sqrt{6}}$$

$$y = -\frac{5}{2\sqrt{6}}x - \frac{21}{2\sqrt{6}}$$

(это неоднозначное
касательное)

$$\alpha \in (-\infty; -\frac{2\sqrt{6}}{15}) \cup (\frac{2\sqrt{6}}{15}, +\infty)$$

$$\text{Ответ: } \alpha \in (-\infty; -\frac{2\sqrt{6}}{15}) \cup (\frac{2\sqrt{6}}{15}, +\infty)$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \log_7 6x = 2 \log_7 7 = \log_7 343 - 4 \\ 18g_7^4 y + 6 \log_7 7 = \log_7 (7^5) - 4 \end{cases}$$

$xy - ?$

$$\begin{aligned} ODZ: & x > 0 \\ & x \leq \frac{1}{6} \\ & *y > 0 \\ & \sqrt[7]{x} \neq 1 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} \log_7 6x = \frac{\sqrt[7]{3}}{2} = 2 \log_7 16x - 4 \\ \log_7 4 + \frac{\sqrt{6}}{\sqrt[7]{y}} = \frac{\sqrt{5}}{2 \log_7 14} - 4 \end{cases}$$

$$|\log_7 6x| = \log_7 6x$$

$$|\log_7 14| = \log_7 14$$

(т.к. $x, y > 0$ по ОДЗ)

Пусть $\log_7 6x = t$, а $\log_7 y = p$.

тогда:

$$\begin{cases} t^4 - \frac{2}{t} = \frac{3}{2t} - 4 & |t \neq 0 \\ p^4 + \frac{6}{p} = \frac{5}{2p} - 4 & |p \neq 0 \end{cases}$$

Если $t = \log_7 6x$,

$$x = \frac{7^t}{6}$$

Если $p = \log_7 y$,

$$y = \frac{7^p}{7^p}$$

т.е. найти надо $xy = \sqrt[7]{7^t \cdot 7^p} = \frac{\sqrt[7]{7^{t+p}}}{6}$

Доказательство:

$$f(t) = t^5 + 4t - \frac{7}{2}$$

$$f'(t) = 5t^4 + 4 > 0$$

φ-ия возрастает,

следовательно имеет ~~крайности~~

1 пересечение с осью ОТ (1 решение уравнения):

$$t^5 + 4t - \frac{7}{2} = 0$$

$$g(p) = p^5 + 4p + \frac{7}{2}$$

$$g'(p) = 5p^4 + 4 > 0$$

φ-ия возрастает, следовательно имеет одног
пересечение с осью ОТ (1 решение урав-
нения: $p^5 + 4p + \frac{7}{2} = 0$)

Заметим, что единственным решением
обоих у-ий будет $t = -p$:

$$(-p)^5 + 4(-p) - \frac{7}{2} = 0$$

$$-p^5 - 4p - \frac{7}{2} = 0 \rightarrow p^5 + 4p + \frac{7}{2} = 0 - в таком случае$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

продолжение

одно уравнение преобразуется в другое.

Чтого $t = -\frac{P}{F}$; получаем, что

$$\frac{7^x \cdot 7^P}{6} = \frac{7^P \cdot 7^P}{6} = \frac{7^P}{7^P \cdot 6} = \frac{1}{6} \rightarrow xy = \frac{1}{6}$$

Ответ: $\frac{1}{6} = xy$.

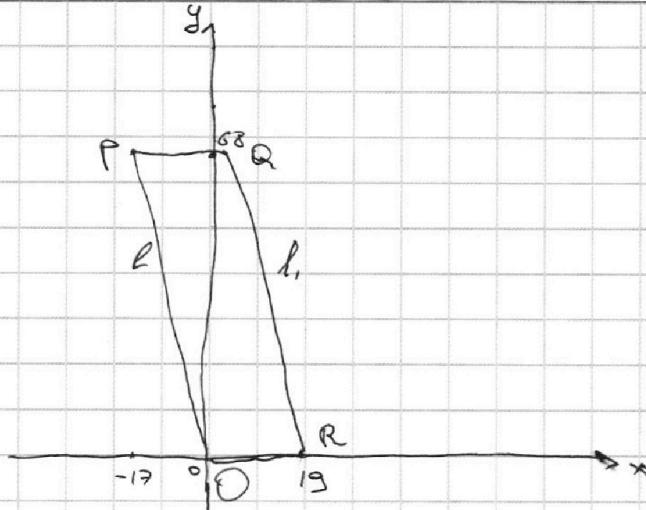
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|

МФТИ

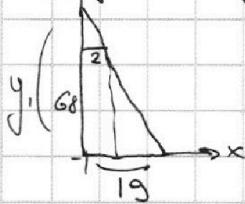
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$\ell: y = 4x + b$, где $b \in [0; 76]$ - точка пересечения с осью ОУ.
 $x \in [-17; 19]$.

$$\ell_1: y = 4x + b \quad y \in [0; 68]$$

НПУ $x=0: y=b$



$$\frac{68}{17} = \frac{4}{1} = 4 \Rightarrow y_1 = 76 \Rightarrow b_{\max} = 76$$

$$4x_2 - 4x_1 + y_2 - y_1 = 400 \rightarrow \begin{cases} 4x + 4y = 400 \\ \Delta y = y_2 - y_1 \end{cases} \left. \begin{array}{l} \div 4 \\ \div 4 \end{array} \right\} \Delta y : 4$$

Рассмотрим $\Delta y = 4 \rightarrow \Delta x = 10 \rightarrow 11$ пар (17 параллельных линий)

НПУ $\Delta y = 4:$

$$y_2 = 4$$

$$y_2 = 20$$

$$y_2 = 24$$

$$y_2 = 8$$

$$y_2 = 4$$

$$y_2 = 12$$

$$y_2 = 4$$

$$y_2 = 72$$

$\Delta y = 8 \Rightarrow \Delta x = 10 \rightarrow 12$ пар (16 сл.)

$\Delta y = 12 \rightarrow \Delta x = 10 \rightarrow 13$ пар (15 сл.)

$\Delta y = 16 \rightarrow \Delta x = 10 \rightarrow 14$ пар (14 сл.)

$\Delta y = 20 \rightarrow \Delta x = 10 \rightarrow 15$ пар (13 сл.)

$\Delta y = 24 \rightarrow \Delta x = 10 \rightarrow 16$ пар (12 сл.)

$\Delta y = 28 \rightarrow \Delta x = 10 \rightarrow 17$ пар (11 сл.)

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

предложение

$$\Delta y = 32 \rightarrow \Delta x = 2 \cdot 18 \text{ м} / (10 \text{ см})$$

$$\Delta y = 36 \rightarrow \Delta x = 1 \cdot 18 \text{ м} / 9 \text{ см}$$

$$\Delta y = 40 \rightarrow \Delta x = 0 \cdot 20 \text{ м} / 8 \text{ см}$$

Учёта: $2 \cdot 11 \cdot 17 + 2 \cdot 12 \cdot 16 + 2 \cdot 13 \cdot 15 + 14 \cdot 14 + 18 \cdot 19 \cdot 9 + 20 \cdot 8 =$

$$= 2 \cdot 187 + 24 \cdot 16 + 30 \cdot 13 + 196 + 180 + 171 + 160 =$$

$$= 374 + 384 + 390 + 196 + 180 + 171 + 160 =$$

$$= 758 + 586 + 351 + 160 = 1344 + 511 = 1855$$

$$1855 \cdot 2 = \begin{cases} \Delta x < 0 \\ \Delta y < 0 \end{cases} = 3710 \text{ пар тюшек}$$

пар
тюшек

Ответ: ~~1855~~ пар тюшек.
3710

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sin x = \cos\left(\frac{3\pi}{10} + \frac{\pi}{5}\right)$$

$$\frac{3\pi}{10} + \frac{\frac{\pi}{5} + \pi n}{5} = \frac{3\pi}{10} + \frac{\pi}{20} + \frac{\pi n}{5} = \frac{\pi}{4} + \pi k$$

$$\frac{3\pi}{10} + \frac{\pi n}{5} = \frac{\pi}{4} + \pi k$$

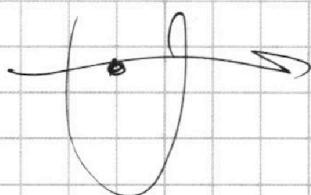
$$\frac{\pi}{10} + \frac{\pi n}{5} = \pi k$$

$$\pi + 2\pi n = 10\pi k$$

$$1 + 2n = 10k$$
$$n = \frac{10k - 1}{2}$$

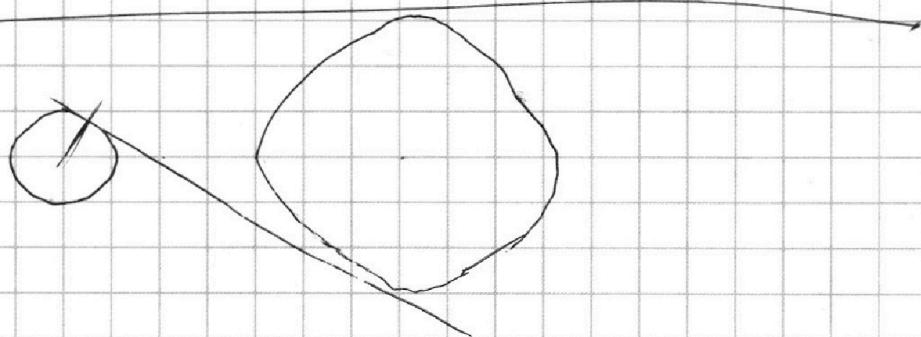
$$\begin{matrix} n \in \mathbb{N} \\ k \in \mathbb{N} \end{matrix}$$

д. о. л. л.



$$-\frac{4g}{2} \pm \sqrt{7(g\alpha^2 + 1)}$$
$$\frac{\sqrt{4g}}{2}$$

$$-1 \pm \frac{2\sqrt{g\alpha^2 + 1}}{4g}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x$$

$$\sin x = \cos\left(\frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5}\right)$$

$$\sin x - \cos\left(\frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5}\right) = 0$$

$$\sin x = \cos\frac{3\pi}{10}$$

$$y = \arccos x \quad x \in [-1; 1]$$

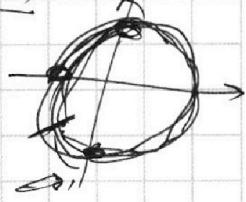
$$y \in [0; \frac{\pi}{2}]$$

$$5y \in [0; \frac{5\pi}{2}]$$
$$0 < \frac{3\pi}{10} + x \leq \frac{5\pi}{2} / -\frac{3\pi}{2}$$

$$-\frac{3\pi}{2} \leq x \leq \pi$$

$$\sin x \in [-1; 1]$$

cosine



$$(x^2 + y^2)^2 = 4^2$$

$$x^2 + y^2 + 4y - 12 = 0$$

$$x = -\frac{3\pi}{4} \quad \text{или} \quad x = \frac{\pi}{4}$$

$$\sin\left(-\frac{3\pi}{4}\right) = \cos\left(\frac{3\pi}{10} + \frac{3\pi}{20}\right) \quad \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = \cos\left(\frac{3\pi}{10} + \frac{\pi}{20}\right)$$

$$\sin\left(-\frac{3\pi}{4}\right) = \cos\left(\frac{3\pi}{20}\right)$$

$$\frac{3\pi}{10} + \frac{\pi}{5} = \frac{\pi}{4}$$

$$\frac{3\pi}{20} + \frac{4x}{20} = \frac{5\pi}{20}$$

$$\frac{4x}{20} = \frac{2\pi}{20}$$

$$x = \frac{\pi}{2}$$

$$x = \frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5}$$
$$\frac{4x}{5} = \frac{3\pi}{10} \rightarrow x = \frac{3\pi}{8}$$

$$\frac{3\pi}{20} + \frac{4x}{20} = -\frac{15\pi}{20}$$

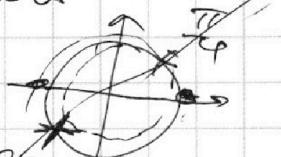
$$\frac{4x}{20} = -\frac{18\pi}{20}$$

$$x = -\frac{9\pi}{2}$$

$$-\frac{18\pi}{20} \cdot \frac{20}{5}$$

4

$$\sin a = \cos b$$



W $\frac{\pi}{20}$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

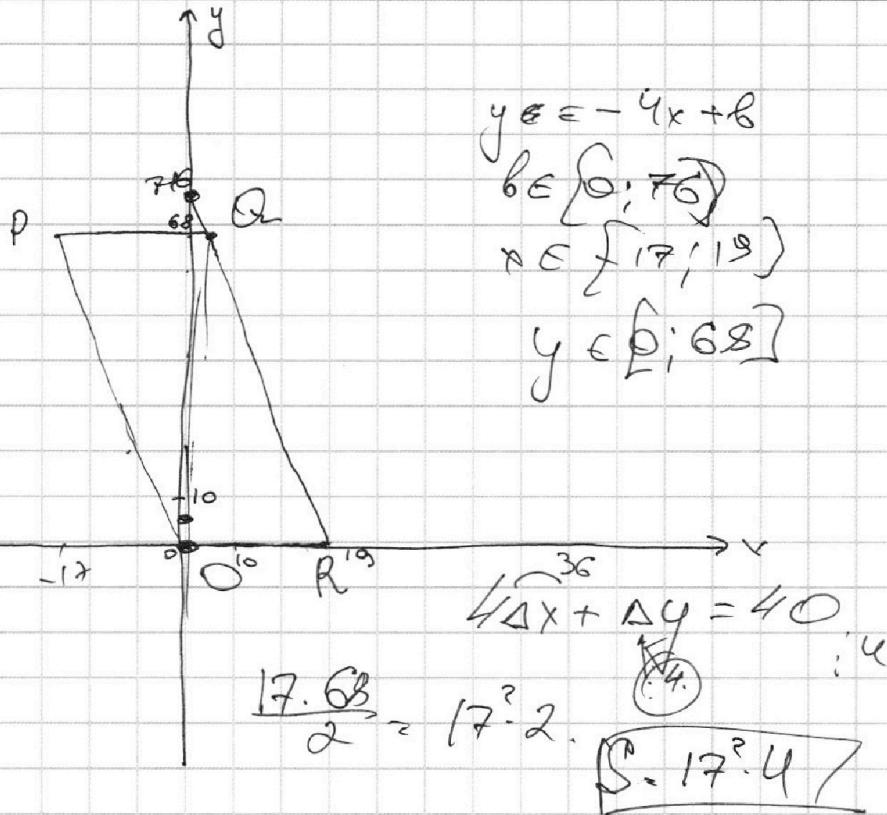
Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

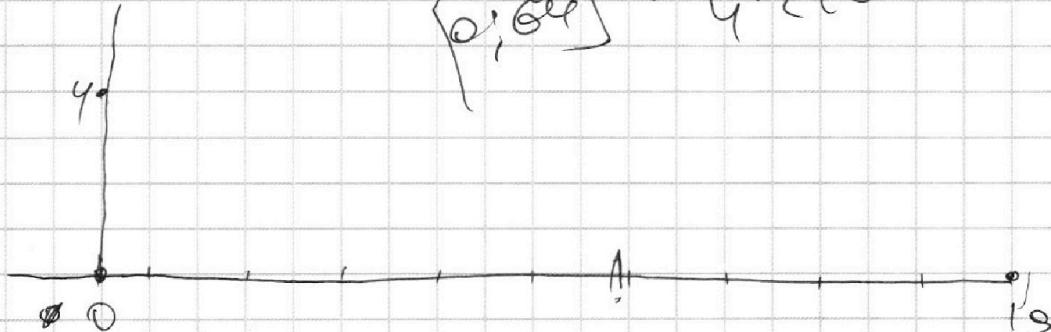


$$(0; 4)$$

$$(1; 5)$$

$$(0; 60)$$

$$(0; 64) \quad \frac{64}{4} = 16 \approx 1$$



$$4 \quad \begin{array}{r} 1 \\ \times 9 \\ \hline 38 \\ +38 \\ \hline 738 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} (0; 8) \\ + (1; 13) \\ \hline 11 \text{ пар} \end{array} \quad \begin{array}{r} 8 \\ + 13 \\ \hline 171 \end{array}$$

$$B \quad \begin{array}{r} 2 \\ + 15 \\ \hline 17 \\ - 17 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 390 \\ + 180 \\ \hline 570 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{array}{r} 380 \\ + 186 \\ \hline 586 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 180 \\ + 171 \\ \hline 351 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 758 \\ + 586 \\ \hline 1344 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 351 \\ + 160 \\ \hline 511 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \sqrt{835} \\ - 2 \\ \hline 3210 \end{array}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

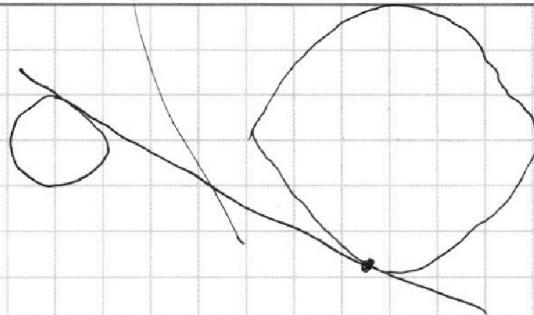
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{7}{2}(1+b) = \sqrt{1+9a^2}$$

$$\frac{49}{4} + \frac{49}{2}b + \frac{49}{4}b^2 = 1 + 9a^2 ?$$

$$\frac{49}{4} + \frac{49}{2}b + \frac{49}{4}b^2 = \frac{49}{9}b^2$$

$$49 \cdot 9 + 49 \cdot 18b + 49 \cdot 9b^2 = 49 \cdot 4b^2$$

$$49 \cdot 5b^2 = 49 \cdot 18b + 49 = 0$$

$$5b^2 + 18b + 9 = 0$$

$$\Delta = 18 \cdot 18 - 4 \cdot 9 \cdot 5 = 18(18 - 2 \cdot 5) = 18 \cdot 8 = 144$$

$$b_{1,2} = \frac{-18 \pm 12}{5 \cdot 2} = \begin{cases} -\frac{18 - 12}{5} = -\frac{6}{5} = -1.2 \\ -\frac{18 + 12}{5} = -\frac{6}{5} = -1.2 \end{cases}$$

$$a^2 = \frac{\frac{49}{9}b^2 - 1}{9}$$

$$\frac{49}{81}b^2 - 1$$

$$\frac{49}{81}$$

-6 :

$$\frac{\frac{49}{9} \cdot 36 - \frac{9}{9}}{9} = \frac{49 \cdot 36 - 9}{81} = 9(49 \cdot 4 - 1) = 196$$

6

$$a^2 = \frac{196}{9}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

7

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

(-5)

$$a^2 =$$

$$\frac{49 \cdot 36 - 1}{9} =$$

$$\frac{49 \cdot 36}{9} - \frac{1}{25} =$$

$$z = \frac{196 - 25}{9 \cdot 25} = \frac{171}{9 \cdot 25}$$

$$y = \frac{-x + 76}{3a}$$

$$a = \frac{14}{3}; b = -6$$

$$a = \frac{\sqrt{171}}{15}; b = -\frac{6}{5}$$

$$y = \frac{-x + 76}{3a}$$

$$\frac{1}{3a} \text{ из } a = 2x$$

$$M \frac{y}{x}$$

$$y_2 = \frac{76}{3a}$$

Усл

$\sqrt{3}$

$2\sqrt{3}$

$$\frac{21}{5\sqrt{3} \cdot \frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{3}}}$$

$$\frac{21}{2\sqrt{6}}$$

$$\frac{21}{8\sqrt{3}}$$

$$4\sqrt{3} 10\sqrt{3} > \sqrt{6}$$

$$20\sqrt{3} 2\sqrt{6}$$

$$\frac{-21}{3 \cdot 4\sqrt{3}} = \frac{7}{4\sqrt{3}}$$

$$\left(\frac{-21}{4\sqrt{3}} \right)^2$$

$$\frac{17}{64} = \frac{21}{68}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$④ x + 3ay - 76 = 0$$

$$x^2 + (4x + y^2 + 45) = 0 \text{ или } x^2 + y^2 = 9$$

$$(x+7)^2 + y^2 = -45 + 49 = 4 \quad x^2 + y^2 = 9$$

q y



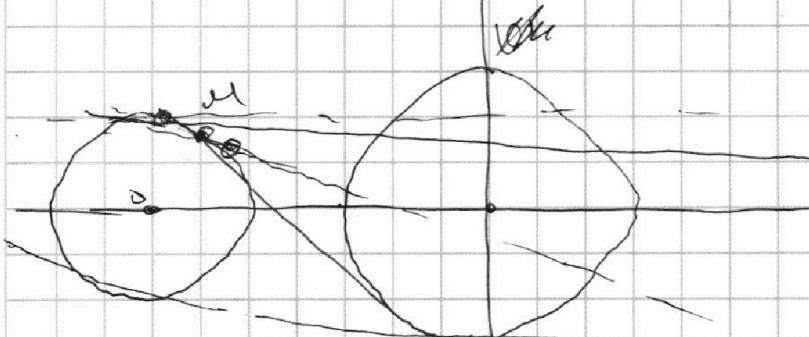
$$x + 3ay - 76 = 0$$

$$\frac{x}{3a} + \frac{76}{3a}$$

предполагаем
 $a \neq 0$

$$y = -\frac{1}{3a}x + \frac{76}{3a}$$

$$y = \frac{1}{3a}x - \frac{76}{3a}$$



$$d(O, M) = R$$
$$-\frac{1}{3a} \cdot 7 + \frac{76}{3a} = \sqrt{\frac{49a^2}{9a^2} + \frac{496^2}{9a^2}}$$
$$\sqrt{49a^2 + 496^2} = 72$$

если $a = 0$:

$$\sqrt{496^2 + 1} = 2$$

$$7 + 76 = 2\sqrt{496^2 + 1}$$

$$7(1 + 28 + 6^2) = 2(496^2 + 1)$$

$$7 + 146 + 28 = 986^2 + 2$$

$$916^2 - 146 - 2 = 0$$

$$x = 76 - \text{без} \quad \text{нужно}$$

Доказано

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

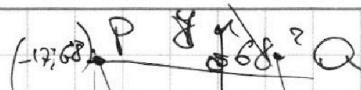
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

6)



$$k_2 = -\frac{68}{17} \quad y = -\frac{68}{17}x + b$$

$b \in [0; 76]$

$$\frac{17}{68} = \frac{19}{y} \rightarrow y = \frac{19 \cdot 68}{17} = 19 \cdot 4 = 76$$

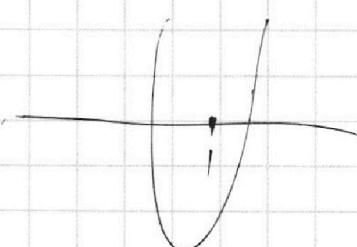
$$y = -4x + b$$

$b \in [0; 76]$

$$y \in [0; 68]$$

$x \in [-17; 19]$

$$\Delta x + \Delta y = 40$$



$$\delta(-1) \leq 0$$

$$\frac{49}{4} - \frac{49}{2} + \frac{49}{4} - g_{\alpha}^2 - 1 \leq 0$$

$$g_{\alpha}^2 + 1 \geq 0$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned}
 -7 - 7b &= 2 \quad \frac{\sqrt{49b^2 + 1}}{3a} \\
 -7(1+b) \cdot 3a &= \sqrt{49b^2 + 1} \quad |^2 \quad (1+b)3a \leq 0 \\
 \frac{49}{4} 9a^2 (1+2b+b^2) &= 49b^2 + 1 \\
 D = \left(\frac{49}{4} \cdot 9a^2\right)^2 - 4 \cdot \left(\frac{49}{4} \cdot 9a^2\right) \left(-\frac{49}{4} \cdot 9a^2 + 1\right) &\geq 0 \\
 \cancel{\left(\frac{49}{4} \cdot 9a^2\right)^2} \quad \cancel{\frac{49 \cdot 9a^2}{4} \cdot 2} - 4 \left(1 - \frac{49 \cdot 9a^2}{4}\right) & \\
 \cancel{\frac{1}{2} \cdot 49 \cdot 9a^2} \quad 49 \cdot 9a^2 - 4 &\geq 0 \\
 \cancel{\frac{3}{2} \cdot 49 \cdot 9a^2} > 4 \quad | \cdot a^2 : 5 & \\
 \cancel{a^2} > \frac{8}{3 \cdot 49 \cdot 9} \quad ; \quad a \in \mathbb{R} &
 \end{aligned}$$

$$\frac{-7b}{\sqrt{1+9a^2}} = 3$$

$$-21b = \sqrt{1+9a^2} \quad b \leq 0$$

$$441b^2 = 1+9a^2$$

решаем

$$(-7-7b)2 = \sqrt{1+9a^2}$$

$$-14 - 14b = \sqrt{1+9a^2}$$

$$1+b \leq 0$$

$$b \leq -1$$

$$196 + 14^2 \cdot 2b + 196b^2 = 1+9a^2$$

$$196b^2 + 14^2 \cdot 2b + 196 - 9a^2 - 1 = 0$$

$$D = 14^2 \cdot 2^2 - 4 \cdot 14^2 \cdot (4^2 - 9a^2 - 1) \geq 0$$

~~$$4 \cdot 196 \cdot 196 - 196 \cdot 9a^2 + 1 \geq 0$$~~

$$9a^2 + 1 \geq 0$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

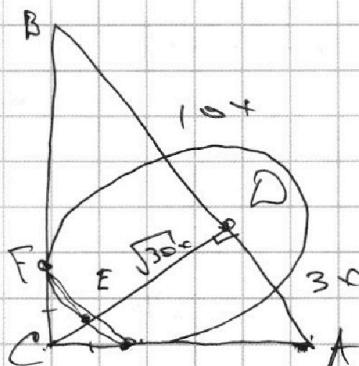
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} & \frac{-26}{\sqrt{1+9a^2}} = 3 \quad | \cdot \sqrt{1+9a^2} \\ & -\frac{26}{3} = \sqrt{1+9a^2} \quad | \cdot \sqrt{1+9a^2} \leq 0 \\ & \frac{486}{9} = 1+9a^2 \quad | -1 \\ & \frac{437}{9} = 9a^2 \quad | : 9 \\ & \frac{48}{9} = 9a^2 \quad | : 9 \\ & \frac{4}{9} = a^2 \quad | \sqrt{} \\ & a = \pm \frac{2}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 4 \quad | \frac{-2-26}{\sqrt{1+9a^2}} = 2 \\ & -\frac{28}{2(1+9a^2)} = \sqrt{1+9a^2} \\ & \frac{14}{1+9a^2} = \sqrt{1+9a^2} \quad | \cdot \sqrt{1+9a^2} \\ & \frac{14}{1+9a^2} = 1+9a^2 \quad | -1 \\ & \frac{14}{1+9a^2} - 1 = 9a^2 \quad | : 9 \\ & \frac{14}{9} - 1 = 9a^2 \quad | : 9 \\ & \frac{14}{81} - 1 = a^2 \quad | : 1 \\ & \frac{13}{81} = a^2 \quad | \sqrt{} \\ & a = \pm \frac{\sqrt{13}}{9} \end{aligned}$$

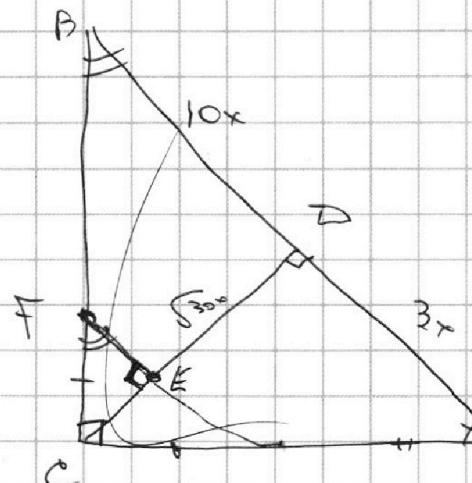
$$\Delta = 4 - 4 \cdot \frac{49}{4} \cdot \left(\frac{49}{4} - 9a^2 - 1 \right) > 0$$

$$\begin{aligned} & \frac{49}{4} - 49 + 36a^2 + 4 > 0 \\ & 49 - 49 \cdot 4 + 36a^2 + 16 > 0 \\ & 36a^2 - 131 > 0 \\ & a^2 > \frac{131}{36} \quad | \sqrt{} \\ & a \in (-\infty; -\frac{\sqrt{131}}{6}) \cup (\frac{\sqrt{131}}{6}; \infty) \end{aligned}$$



$$AB \parallel EF$$

$$\frac{AB}{BD} = \frac{13}{10}$$



$$S_{\triangle ACD} = \frac{3\sqrt{30}x^2}{2}$$

$$7/(9a^2)$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \log_7 6x - 2 \log_{6x} 7 = \log_{36x^2} 343^4 \\ \log_7 y + 6 \log_7 7 = \log_7 (7^3)^4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > 0 \\ x \geq \frac{1}{6} \\ y > 0 \\ y \geq 1 \end{cases}$$

$$-2 - \frac{3}{2} = -\frac{7}{2}$$

$$f(6) = \frac{5}{2}$$

$$-\frac{7}{2}$$

$$\log_7(6x) - \overline{\log_7(6x)} = \overline{\log_7(6x)} - 4$$

~~$$t^5 - t^2 = \frac{3}{2}$$~~

~~$$t^5 = \frac{3}{2} + 2 = \frac{7}{2}$$~~

~~$$t = \log_2(6x) = \sqrt[5]{\frac{7}{2}}$$~~

~~$$t^5 - 2 = \frac{3}{2} - 4t$$~~

~~$$t^5 + 4t = \frac{7}{2} \rightarrow t^5 + 4t - \frac{7}{2} = 0$$~~

$$\log_{36x^2} 7^3 \cdot 2 \log_7 7$$

$$\log_7(6x) = t$$

~~$$6x = \sqrt[5]{\frac{7}{2}}$$~~

Б7

~~$$D: \frac{7}{2}$$~~

~~$$\pm 1, \pm 7$$~~

~~$$\pm 1, \pm 2$$~~

$$\log_7 y + \frac{6}{\log_7 y} = \frac{5}{2 \log_7 y} - 4$$

$$P = \log_7 y$$

$$7^P = 6x \rightarrow x = \frac{7^P}{6}$$

$$P + \frac{6}{P} = \frac{5}{2P} - 4 \quad | \cdot P$$

$$P^2 + 6 = \frac{5}{2} - 4P$$

$$P^2 + 4P - \frac{7}{2} = 0$$

$$f(x) = 5x^2 + 4 \rightarrow x = -\frac{4}{5}$$

∅

$$1 + 4 - 3,5 = 1,5$$

~~$$t^5 + 4t - \frac{7}{2}$$~~

$$\frac{7}{4}$$

$$\frac{7^5 \cdot 7^P}{16} = \frac{7^{-P} \cdot 7^P}{16} \Rightarrow 2^2 = 7^P \Rightarrow P = \frac{1}{2}$$

$$t^5 + 4t - \frac{7}{2} = 0$$

$$t > 0$$

$$t < 1$$

$$4t + \sqrt{P} = -t$$

$$-P = 4P - \frac{7}{2}$$

$$\frac{7^2 \cdot 7^P}{7^2}$$

~~$$P$$~~

$$t^2 = P$$

$$-t^5 - 4t + \frac{7}{2} = 0$$

$$t^5 + 4t - \frac{7}{2} = 0$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$ab : 2^7 \cdot 3^5 \cdot 5^{14}$$

$$bc : 2^1 \cdot 3^3 \cdot 5^5 \cancel{+} 18$$

$$ac : 2^{14} \cdot 3^7 \cdot 5^{43}$$

$$a = n_1 \cdot m_1 + q_1$$

$$b = n_2 \cdot m_2 + q_2$$

$$c = n_3 \cdot m_3 + q_3$$

$$\begin{cases} n_1 + n_2 = 7 \\ n_2 + n_3 = 13 \\ n_1 + n_3 = 14 \end{cases}$$

$$n_1 + n_2 + n_3 = \frac{20+17}{2} = 17$$

$$\boxed{2^1 3^3 5^5}$$

$$m_3 = \frac{43}{2} - 11 = \frac{21}{2}$$

$$m_1 = \frac{43}{2} - 15 = \frac{13}{2}$$

$$a^2 b^2 c : 2^{17} \cdot 3^{23} \cdot 5^{43} = m_2 = \frac{43}{2} - 17 = \frac{8}{2}$$

$$abc : 2^{17} \cdot 3^{\frac{43}{2}} \cdot 5^{\frac{25}{2}} = 2^{17}$$

$$abc \cancel{2^{20} 3^{26} 5^{32}}$$

$$q_1 + q_2 + q_3 = \frac{14+18+43}{2} = \frac{75}{2}$$

$$= \frac{32+43}{2} = \frac{75}{2}$$

$$37/38$$

$$3.9$$

$$\begin{matrix} 4 & 6 & \cancel{4x.5} \\ 3 & 5 & 3 \\ 10 & 11 & 25 \end{matrix}$$

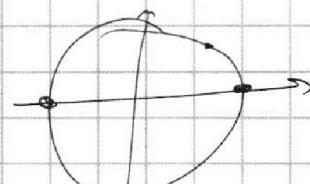
$$2^{17} \cdot 3^{\frac{22}{2}}$$

$$\begin{matrix} 0.6/14 \\ 0.6/18 \\ \cancel{0.6/5} \\ abc : 5 \end{matrix}$$

$$\arccos(s:nx) = \frac{\frac{3\pi}{10} + x}{5}$$

$$s:nx = \cos\left(\frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5}\right)$$

$$s:nx = \cos\frac{3\pi}{10} \cos\frac{x}{5} + \sin\frac{x}{5} \sin\frac{3\pi}{10}$$



$$s:nx \in [0; \pi]$$

$$-1 \leq \frac{3\pi}{10} + \frac{x}{5} \leq 1 \quad / \cdot 5$$

$$-\cancel{5} \leq \frac{3\pi}{2} + x \leq \cancel{5} \quad / -\frac{3\pi}{2}$$

$$-\frac{3\pi}{2} \leq x \leq \cancel{5} - \frac{3\pi}{2}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

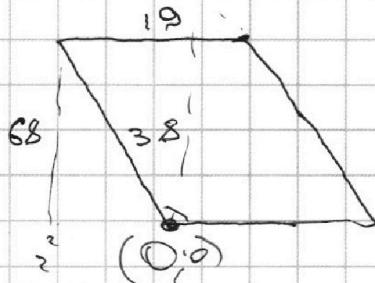
- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\cos(\sqrt{3}\arccos(\sin \alpha)) = \cos \frac{\pi}{2} \cos \alpha + \sin \frac{\pi}{2} \sin \alpha$$



$$\sqrt{68^2 + 19^2} = 19\sqrt{3+1} = 19\cdot 2$$

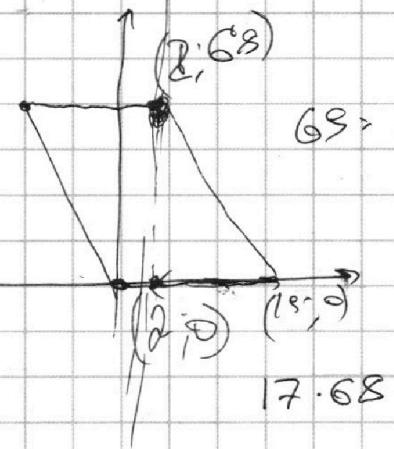
$$2x + 2y = 40 \quad | : 2$$

$$x:2 \quad y:5$$

$$\Delta x: 2.5 = 10$$

$$\Delta y: 2.5 = 40$$

46
5
11



$$17 \cdot 68 \cdot \frac{1}{2} = 17^2 \cdot 2 \cdot 20.5$$

абсцисса

$$a_2 = b_2 = 1$$

(27)

2 3 5

$$1+2 \geq 14$$

$$2+3 \geq 18$$

$$3+4 \geq 43$$

4 95 195
3 45 0
c 10 105 265 43

(17)

(22)

(43)

абсцисса

$$C_3 - a_3 = 4$$

$$B_5 - a_5 = 4$$

$$x+x+4=13$$

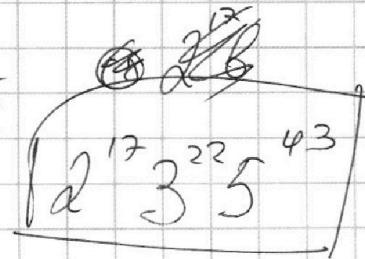
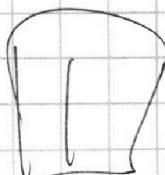
$$a_5 + C_5 = 43$$

245

235

$$t + E + f = 43$$

$$t_2 \frac{39}{2} = 19.5$$



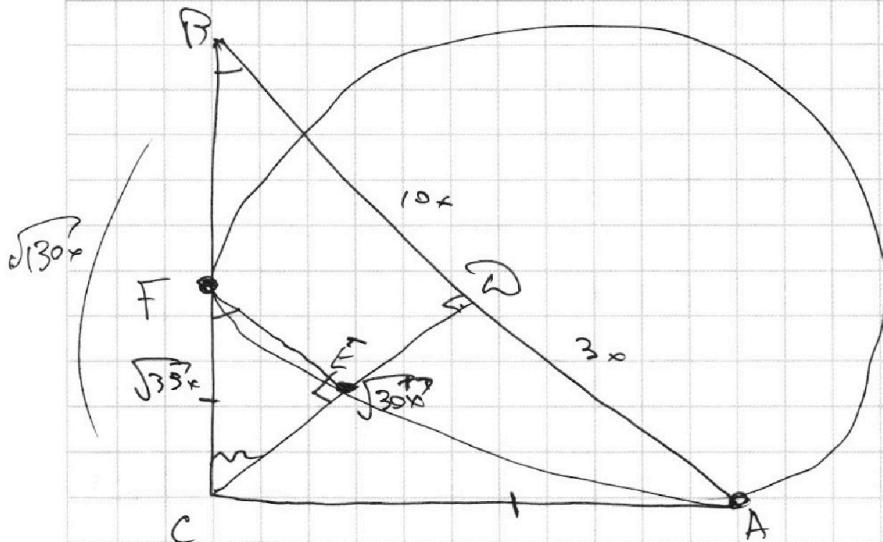
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



2

$$AC = \sqrt{30x + 9x} = \sqrt{39x}$$

$$CB = \sqrt{30x + 100x} = \sqrt{130x}$$

$$k = \frac{CF}{CB} = \frac{\sqrt{39}}{\sqrt{130}} = \sqrt{\frac{3}{10}}$$

$$CE = \sqrt{\frac{3}{10}} \cdot \sqrt{30x} = \sqrt{\frac{90}{10}x} = 3x$$

$$EF = \sqrt{\frac{3}{10}} \cdot \cancel{10x} = \sqrt{\frac{3 \cdot 10^2}{10}x} = \sqrt{30x}$$

$$S_{ACEF} = \frac{1}{2} \cdot 3x \cdot \sqrt{30x} = \frac{3\sqrt{30}}{2}x^2$$

$$S_{ACD} = \frac{1}{2} \cdot 3x \cdot \sqrt{30x} = \frac{3\sqrt{30}}{2}x^2$$

1?

$$10BD + 10AD \in 13BD$$

1?