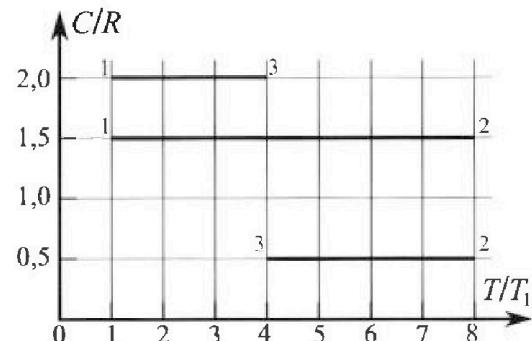


Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2023

Вариант 10-02

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

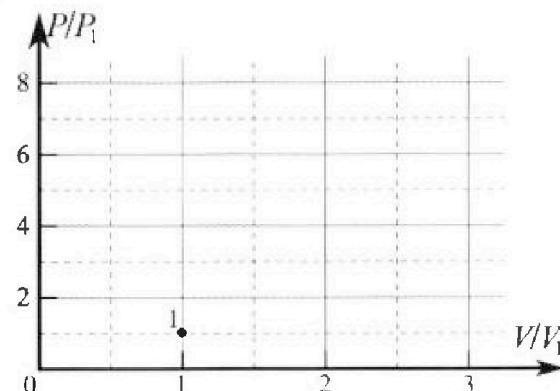
4. Тепловой двигатель работает по циклу 1-2-3-1. Рабочее вещество – один моль одноатомного идеального газа. Для вычисления КПД цикла ученик десятого класса построил график зависимости молярной теплоемкости C газа (в единицах универсальной газовой постоянной) от температуры в процессах: 1-2, 2-3, 3-1(см. рис.). Температура газа в состоянии 1 равна $T_1 = 200$ К, универсальная газовая постоянная $R = 8,31$ Дж/(моль·К).



1) Найдите работу A_{31} внешних сил над газом в процессе 3-1.

2) Найдите КПД η цикла.

3) Постройте график цикла в координатах $(P/P_1, V/V_1)$, где P_1 и V_1 давление и объём в состоянии 1. Для построения графика перенесите шаблон (см. ниже) в чистовик своей работы. Точка 1 на графике соответствует состоянию 1 газа в цикле.



5. Четыре заряженных шарика связаны легкими нерастяжимыми нитями так, что шарики находятся в вершинах квадрата со стороной a (см. рис.). Сила натяжения каждой нити T .

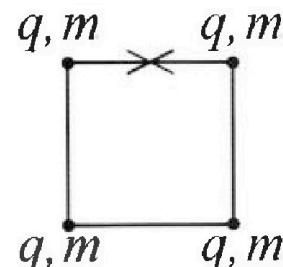
1) Найдите абсолютную величину $|q|$ заряда каждого шарика.

Одну нить пережигают.

2) Найдите кинетическую энергию K любого, выбранного Вами шарика, в тот момент, когда шарики будут находиться на одной прямой.

3) На каком расстоянии d от точки старта будет находиться в этот момент любой из двух шариков, изначально расположенных вверху (на рисунке)?

Электрическая постоянная ϵ_0 . Действие сил тяжести считайте пренебрежимо малым.





**Олимпиада «Физтех» по физике,
февраль 2023**



Вариант 10-02

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

1. Футболист наносит удар по мячу, лежащему на горизонтальной площадке. Вектор начальной скорости мяча образует угол $\alpha = 45^\circ$ с горизонтальной плоскостью. Горизонтальное перемещение мяча за время полета $L = 20$ м.

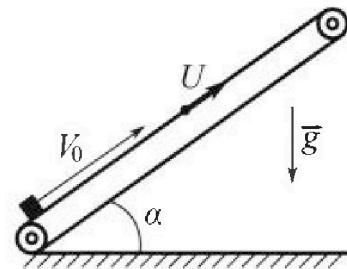
1) Найдите начальную скорость V_0 мяча.

Если футболист направляет мяч под различными углами к горизонту, из той же точки с начальной скоростью V_0 к высокой вертикальной стенке, то наибольшая высота, на которой происходит соударение мяча со стенкой, равна $H = 3,6$ м.

2) На каком расстоянии S от точки старта находится стенка?

Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$. Мяч движется в плоскости перпендикулярной стенке. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. Лента транспортера, предназначенного для подъема грузов, образует с горизонтальной плоскостью угол α такой, что $\sin \alpha = 0,6$ (см. рис.). В первом опыте небольшую коробку ставят на покоящуюся ленту транспортера и сообщают коробке начальную скорость $V_0 = 6 \text{ м/с}$. Коэффициент трения скольжения коробки по ленте $\mu = 0,5$. Движение коробки прямолинейное.



1) Какой путь S пройдет коробка в первом опыте к моменту времени $T = 1 \text{ с}$?

Во втором опыте коробку ставят на ленту транспортера, движущуюся со скоростью $U = 1 \text{ м/с}$, и сообщают коробке скорость $V_0 = 6 \text{ м/с}$ (см. рис.).

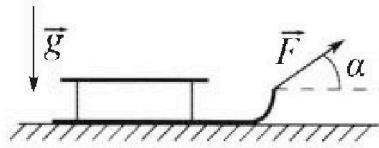
2) Через какое время T_1 после старта скорость коробки во втором опыте будет равна $U = 1 \text{ м/с}$?

3) На каком расстоянии L от точки старта скорость коробки обратится в ноль во втором опыте? Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$. Все кинематические величины измерены в лабораторной системе отсчета.

3. Санки дважды разгоняют из состояния покоя до одной и той же кинетической энергии K на одинаковых участках пути.

В первом случае санки тянут, действуя постоянной по модулю силой, направленной под углом α к горизонту (см. рис.).

Во втором случае такая же по модулю сила, приложенная к санкам, направлена горизонтально. После достижения кинетической энергии K действие внешней силы прекращается.



1) Найдите коэффициент μ трения скольжения санок по горизонтальной поверхности.

2) Найдите перемещение S санок в процессе торможения до остановки. Ускорение свободного падения g .

Санки находятся на горизонтальной поверхности. Движение санок прямолинейное.



- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\alpha = 45^\circ$$

$$L = 20 \text{ м}$$

$$H = 3,6 \text{ м}$$

$$g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$$1) V_0 = ?$$

$$2) S = ?$$

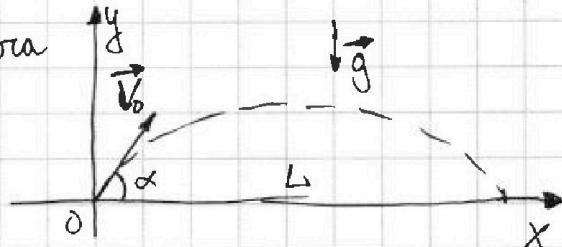
Решение:

1) Уп-е движение мяча

$$x: V_0 \cos \alpha t_0 = L$$

$$y: V_0 \sin \alpha t_0 - \frac{1}{2} g t_0^2 = 0$$

t_0 - время полёта
(стенки нет)



$$\begin{cases} L = V_0 \cos \alpha t_0 \\ t_0 = \frac{2V_0 \sin \alpha}{g} \end{cases} \Rightarrow L = \frac{V_0^2 \sin 2\alpha}{g} \quad V_0^2 = \frac{gL}{\sin 2\alpha}$$

$$V_0 = \sqrt{\frac{gL}{\sin 2\alpha}} \cdot \left(V_0 = \sqrt{\frac{10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 20 \text{м}}{1}} = \right. \\ \left. (\sin \frac{\pi}{2} = 1) \right) = \sqrt{200} \frac{\text{м}}{\text{с}} = 10\sqrt{2} \frac{\text{м}}{\text{с}} \approx$$

$$\approx 14,1 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

2) Теперь α - произвольный

угол, для α под которым фурибомист направляет мяч.

S - расстояние до стены, h - высота токки попадания мяча в стеньку.

В стеньку.

$$\text{Уп-е движ-е: } x: S = V_0 \cos \alpha t \Rightarrow t = \frac{S}{V_0 \cos \alpha} \quad (1)$$

$$y: h = V_0 \sin \alpha t - \frac{1}{2} g t^2 \quad (2)$$

$$(1) \rightarrow (2): h = V_0 \sin \alpha \frac{S}{V_0 \cos \alpha} - \frac{1}{2} g \frac{S^2}{V_0^2 \cos^2 \alpha}$$

$$h = S \operatorname{tg} \alpha - \frac{g S^2}{2 V_0^2 \cos^2 \alpha}, \quad \frac{1}{\cos^2 \alpha} = 1 + \operatorname{tg}^2 \alpha$$

$$h = S \operatorname{tg} \alpha - \frac{g S^2}{2 V_0^2} (\operatorname{tg}^2 \alpha + 1) = - \frac{g S^2}{2 V_0^2} \operatorname{tg}^2 \alpha + S \operatorname{tg} \alpha - \frac{g S^2}{2 V_0^2}$$

$h = h(\operatorname{tg} \alpha)$, найти максимум h по аргументу $\operatorname{tg} \alpha$.

График $h(\operatorname{tg} \alpha)$ — парабола с ветвями

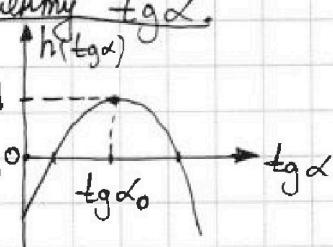
внз, максимум: $h = H$ при $\alpha = \alpha_0$ — в вер-и

ции.

$$\operatorname{tg} \alpha_0 = \left\{ -\frac{b}{2a} \right\} = -\frac{S}{2 \left(-\frac{g S^2}{2 V_0^2} \right)} = \frac{S}{\frac{g S^2}{V_0^2}} \Leftrightarrow \operatorname{tg} \alpha_0$$

$$\Leftrightarrow \frac{\delta V_0^2}{g S^2} = \frac{V_0^2}{g S}$$

$$H = h(\operatorname{tg} \alpha_0) = - \frac{g S^2}{2 V_0^2} \cdot \frac{V_0^2}{g^2 S^2} + S \frac{V_0^2}{g S} - \frac{g S^2}{2 V_0^2} = - \frac{V_0^2}{2 g} + \frac{V_0^2}{g}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\textcircled{1} \quad \frac{gS^2}{2V_0^2}$$

$$H = -\frac{V_0^2}{2g} + \frac{V_0^2}{g} - \frac{gS^2}{2V_0^2} = \frac{V_0^2}{2g} - \frac{gS^2}{2V_0^2}$$

$$\frac{gS^2}{2V_0^2} = \frac{V_0^2}{2g} - H \mid \cdot 2V_0^2$$

$$gS^2 = \frac{V_0^4}{g} - 2HV_0^2 / :g$$

$$S^2 = \frac{V_0^4}{g^2} - \frac{2HV_0^2}{g} = \frac{V_0^4}{g^2} \left(\frac{V_0^2}{g} - \frac{2H}{V_0^2} \right) = \frac{V_0^4}{g^2} \left(1 - \frac{2gH}{V_0^2} \right)$$

$$S = \frac{V_0^2}{g} \sqrt{\left(1 - \frac{2gH}{V_0^2} \right)}, \text{ где } V_0 = \sqrt{\frac{gL}{\sin 2\alpha}}$$

$$\begin{array}{l} 2gH \\ \hline 10 \\ \hline 20 \end{array} \cdot \begin{array}{l} gL \\ \hline \sin 2\alpha \\ \hline 20 \end{array} = 40 \cdot 6 \cdot 1$$

~~$$S = \frac{gL}{g \sin 2\alpha} \sqrt{2 \left(1 - \frac{gH}{gL} \right)} = \frac{L}{\sin 2\alpha} \sqrt{2 \left(1 - \frac{H \sin 2\alpha}{L} \right)}$$~~

~~$$S = \frac{20m}{1} \sqrt{2 \left(1 - \frac{3,6m \cdot 1}{20m} \right)} = 20 \sqrt{2 - \frac{3,6}{10}} m = 20 \sqrt{2 - 0,36} m \approx$$~~

~~$$= 20 \sqrt{1,64} m = 20 \sqrt{\frac{164}{100}} m = \frac{20}{10} \sqrt{4 \cdot 41} m = 2 \cdot 2 \sqrt{41} m = 4\sqrt{41} m \approx$$~~

~~≈ 26m~~

~~$$S = \frac{gL}{\sin 2\alpha} \sqrt{1 - \frac{2 \cdot g \cdot H}{gL}} =$$~~

~~$$= \frac{L}{\sin 2\alpha} \sqrt{1 - \frac{2H \sin 2\alpha}{L}}$$~~

$$\begin{array}{r} \sqrt{4 \cdot 41} \\ 2\sqrt{10} \\ \hline 10 \end{array} \begin{array}{l} 1 \\ \hline 6,4 \\ \hline 25,6 \\ \hline 10 \end{array}$$

~~$$S = \frac{20m}{1} \sqrt{1 - \frac{3,6m \cdot 1}{20m}} = 20 \sqrt{1 - 0,36} m = 20 \sqrt{0,64} m =$$~~

~~$$= 20 \cdot 0,8 m = 16m$$~~

Очевидно: 1) $V_0 = \sqrt{\frac{gL}{\sin 2\alpha}} = 10\sqrt{2} \frac{m}{s} \approx$

$$\approx 14,1 \frac{m}{s}$$

~~$$2) S = \frac{V_0^2}{g} \sqrt{1 - \frac{2Hg}{V_0^2}} = \frac{L}{\sin 2\alpha} \sqrt{1 - \frac{2H \sin 2\alpha}{L}} \quad \text{⇒}$$~~

$$\text{⇒ } 16m.$$



- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sin \alpha = 0,6$$

$$V_0 = 6 \frac{m}{s}$$

$$\mu = 0,5$$

$$T = 1 C$$

$$U = 1 \frac{N}{C}$$

$$g = 10 \frac{m}{s^2}$$

$$1) S = ?$$

$$2) T_1 = ?$$

$$3) L = ?$$

Решение:

1) Рассмотрим первый откат. Тогда m - масса коробки

2-й з-н Истомова движет коробку в бремя
движения вверх: $\vec{N} + \vec{mg} + \vec{F_{mp}} = m\vec{a}$

$$X: F_{mp} + mg \sin \alpha = ma_1$$

$$Y: N = mg \cos \alpha$$

$$F_{mp} = \mu N \text{ (скольжение)}$$

$$\mu g \cos \alpha + mg \sin \alpha = ma_1$$

$$a_1 = g (\mu \cos \alpha + \sin \alpha) = \text{const}$$

Коробка остановится $2/3$ $\tilde{\tau}_1$: $V_0 - a_1 \tilde{\tau}_1 = 0$

$$\tilde{\tau}_1 = \frac{V_0}{a_1} = \frac{V_0}{g(\mu \cos \alpha + \sin \alpha)} = \frac{6}{10(0,5 - 0,8 + 0,6)} =$$

$$= \frac{6}{10(0,4 + 0,6)} = 0,6 \text{ с} < T = 1 \text{ с} \Rightarrow \text{коробка достичет высоты}$$

m -ки и будет двигаться вниз.

$$S = S_1 + S_2$$

\uparrow путь вверх \downarrow путь вниз

$$S_1 = \frac{V_0^2}{2a_1} = \frac{V_0^2}{2g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)}$$

2) 2-й з-н Истомова движет коробку при движении

вниз:

$$X: mg \sin \alpha - F'_{mp} = ma_2$$

$$Y: N = mg \cos \alpha$$

$$F'_{mp} = F_{mp} = \mu N$$

$$S_2 = \frac{a_2(T - \tilde{\tau}_1)^2}{2} = \frac{1}{2} g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)(T - \tilde{\tau}_1)^2, \text{ где } \tilde{\tau}_1 = 0,6 \text{ с} - \text{время}$$

движения вверх.

$$3) S = S_1 + S_2 = \frac{V_0^2}{2g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)} + \frac{1}{2} g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha) \left(T - \frac{V_0}{g(\mu \cos \alpha + \sin \alpha)} \right)^2$$

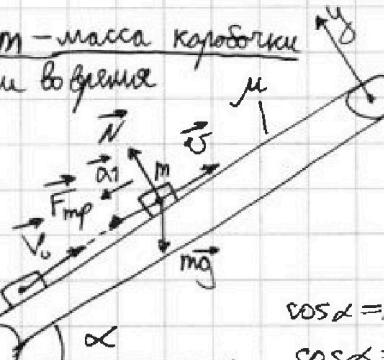
$$S = \frac{36}{2 \cdot 10(0,6 + 0,4)} + \frac{1}{2} \cdot 10(0,6 - 0,4) \left(1 - \frac{6}{10(0,4 + 0,6)} \right)^2 \text{ м} =$$

$$= \frac{36}{20} + 5 \cdot 0,2 \cdot (1 - 0,6)^2 \text{ м} = 1,8 + (0,4)^2 \text{ м} = (1,8 + 0,76) \text{ м} =$$

$$= 1,96 \text{ м}$$

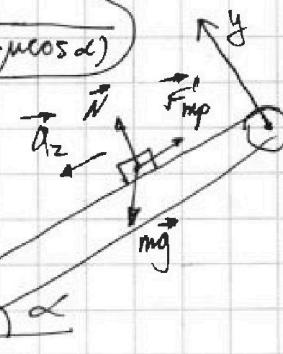
4) Рассмотрим второй откат. $U = \text{const} \Rightarrow$ транспортер - ИСО.

Уравнение 2 з-на Истомова в ИСО транспортера не те, что и в



$$\sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha}$$

$$\cos \alpha = 0,8$$





- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

согласно первому опыту \Rightarrow при движении вверх и вниз у коробочки будут те же ускорения a_1 и a_2 соответственно:

при движ. вверх: $a_1 = g(\mu \cos \alpha + \sin \alpha)$

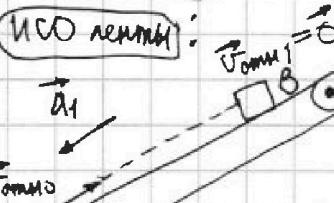
при движ. вниз: $a_2 = g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)$

3-й слот. скорости: $\vec{v} = \vec{U} + \vec{V}_{\text{отн}}$

скорость коробки в АСО
скорость ленты

скорость коробки относительно ленты

исо ленты: $V_{\text{отн}} = 0$



$$\vec{V}_{\text{отн}} = \vec{V}_0 - \vec{U}, \quad V_{\text{отн}} = V_0 - U$$

По условию, в 1/3 время T_1 :

$$|\vec{V}_1| = |\vec{U}| \Rightarrow \vec{V}_{\text{отн}1} = \vec{0}$$

исо

$$V_{\text{отн}1} = -2U$$

(этот случай рассмотрен позже)

$$X: \quad V_{\text{отн}1} = V_{\text{отн}0} - a_1 T_1$$

$$\frac{U}{6} = V_0 - U$$

$$V_0 - U = g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha) T_1, \quad T_1 = \frac{V_0 - U}{g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)}$$

$$\bullet T_1 = \frac{6-1}{70(0,6+0,5-0,8)} C = \overline{0,5 C} \bullet$$

5) $\vec{V}_2 = \vec{0}$ — по усл. в некоторый момент коробка в АСО остановилась.

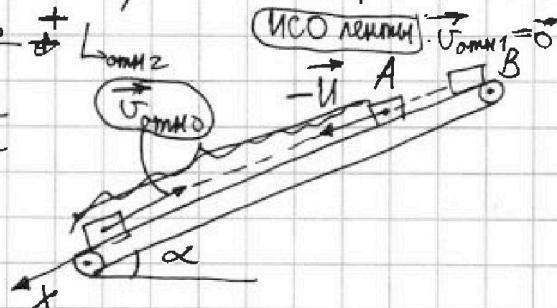
$\vec{V}_2 = \vec{V}_{\text{отн}2} + \vec{U} = \vec{0} \Rightarrow \vec{V}_{\text{отн}2} = -\vec{U}$ — в этот момент относительно ленты коробочка двигалась вниз со скоростью $|V_{\text{отн}2}| = U$.

$$X: -L_{\text{отн}} = L_{\text{отн}1} + L_{\text{отн}2} = -\frac{V_{\text{отн}0}}{2a_1} + L_{\text{отн}2}$$

$$L_{\text{отн}2} = \frac{1}{2} a_2 \tau_2^2 = \frac{1}{2} a_2 \frac{U^2}{a_2} = \frac{U^2}{2a_2}$$

$$U = 0 + a_2 \tau_2, \quad \tau_2 = \frac{U}{a_2}$$

$$L_{\text{отн}} = \frac{(V_0 - U)^2}{2a_1} - \frac{U^2}{2a_2}$$



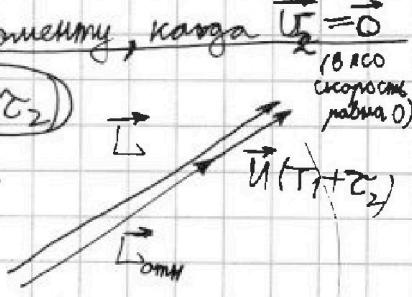
перемещение коробочки относительно ленты к моменту, когда $\vec{V}_2 = \vec{0}$

3-й слот. перемещений: $L = L_{\text{отн}} + U(T_1 + \tau_2)$

$$L = \frac{(V_0 - U)^2}{2a_1} - \frac{U^2}{2a_2} + U(T_1 + \frac{U}{a_2}) =$$

$$= \frac{(V_0 - U)^2}{2a_1} + UT_1 - \frac{U^2}{2a_2} + \frac{U^2}{a_2} =$$

$$= \frac{(V_0 - U)^2}{2a_1} + \frac{U^2}{2a_2} + UT_1$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\bullet \quad L = \frac{(V_0 - U)^2}{2g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)} + \frac{U^2}{2g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)} + U \cdot \frac{(V_0 - U)}{g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)}$$

$$L = \left(\frac{(6-1)^2}{2 \cdot 10 \cdot 1} + \frac{1^2}{2 \cdot 10 \cdot (0,8-0,2)} + 1 \cdot \frac{6-1}{10 \cdot 1} \right) M =$$

$$= \left(\frac{25}{30} + \frac{1}{20 \cdot 0,2} + 0,5 \right) M = (1,25 + 0,25 + 0,5) M = 2 M$$

— расчеты от точки старта до м. А в 100

Amber: 1) $S = \frac{V_0^2}{2g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)} + \frac{1}{2} g t \sin\alpha - \mu\cos\alpha \cdot t$

 ~~$\bullet \quad T = \frac{V_0}{g(\mu\cos\alpha + \sin\alpha)} = 1,96 M$~~
 ~~$\bullet \quad L_{\text{отм}} = 1,25 M - 0,25 M = 1 M$~~

Вернемся к поиску T_1 и расчетам 2-й спуткой, когда отмечены
линии коробка движущихся вниз со скоростью $-2M$:

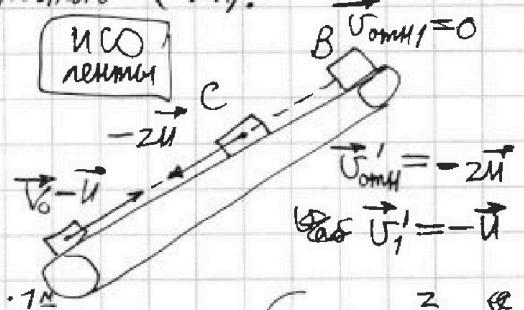
$$T_1' = T_1 + \tau_{\text{вниз}}_{BC}$$

$$0 + \tau_{\text{вниз}} \cdot a_2 = 2M$$

$$\tau_{\text{вниз}} = \frac{2M}{a_2}$$

$$T_1' = T_1 + \frac{2M}{g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)} = 0,5C + \frac{2 \cdot 1M}{10 \cdot 1 \cdot (0,8-0,2)} = 0,5 + \frac{2}{10 \cdot 0,2} C$$

$$T_1' = 1,5C$$



Amber: 1) $S = \frac{V_0^2}{2g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)} + \frac{1}{2} g (\sin\alpha - \mu\cos\alpha) \cdot t$

$$\left(T - \frac{V_0}{g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)} \right)^2 = \frac{1,96 M}{V_0 - U}$$
~~ищем $S' = 7 M$~~

$$2) \quad T_1 = \frac{V_0 - U}{g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)} = 0,5C$$

ищем $T_1' = \frac{V_0 - U}{g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)} + \frac{2M}{g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)} = 1,5C$

$$3) \quad L = 2 M$$

(зрительную см. выше)

К вопросу на вопрос 1): $S' = V_0 T + \frac{1}{2} g (\sin\alpha - \mu\cos\alpha) T^2 = 7 M$ —
— если в первом опыте скорость V_0 сообщили вниз вдоль
линии.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

дополнение к пунктам 1) - 3) решение:

если в первом опите со скоростью V_0 сообщили коробочке вниз
вдоль линии:

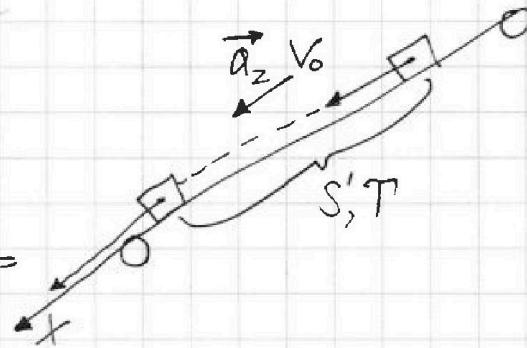
$$x: S' = V_0 T + \frac{1}{2} a_z T^2$$

$$a_z = g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)$$

$$(S' = V_0 T + \frac{1}{2} g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha) T^2)$$

$$(S' = (6 \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot 10(0, 6 - 0, 4) \cdot 1^2) M =$$

$$= (6 + 5 \cdot 0,2) M = 7 M)$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

K, m

α, g

$\mu?$

$S?$

Решение:

1) 2 ЗН для санок

в случае ①:

$$X: F - F \cos \alpha - F_{mp} = ma_1$$

$$Y: N + F \sin \alpha = mg$$

$$(F_{mp} = \mu N = \mu(mg - F \sin \alpha))$$

в случае ②:

$$X: F - F'_{mp} = ma_2$$

$$Y: N' = mg$$

$$(F'_{mp} = \mu N' = \mu mg)$$

2) Теорема о кин-энергии для санок

$$\textcircled{1}: K - 0 = A_{mp1} + A_{F1} + A_N + A_{mg} = -F_{mp} S_1 + FS_1 \cos \alpha$$

$$\textcircled{2}: K - 0 = -F'_{mp} S_2 + FS_2 \quad (\vec{N} \perp \vec{V}, \vec{mg} \perp \vec{V})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} K = FS_1 \cos \alpha - \mu(mg - FS \sin \alpha) S_1 \\ K = FS_2 - \mu mg S_2 \end{array} \right.$$

$$\frac{mV^2}{2} = K, \quad V = \sqrt{\frac{2K}{m}}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} S_1 = \frac{V^2}{2a_1} \\ S_2 = \frac{V^2}{2a_2} \end{array} \right. \quad (\text{Ряд}, \quad a_{1,2} = \text{const}_{1,2})$$

$$K = F \cdot \frac{V^2}{2a_2} - \mu mg \frac{V^2}{2a_2}$$

3) ТО условно участки пути одинаковы: $S_1 = S_2 \Rightarrow a_1 = a_2$

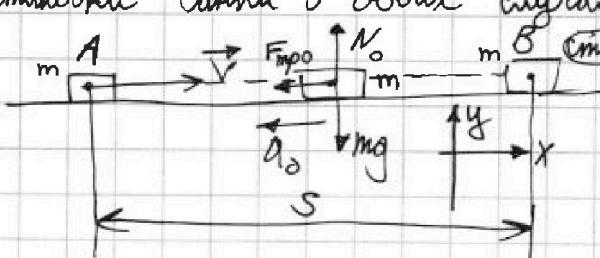
$$\frac{F \cos \alpha - \mu(mg - FS \sin \alpha)}{m} = \frac{F - \mu mg}{m}$$

$$F \cos \alpha - \mu mg + \mu FS \sin \alpha = F - \mu mg$$

$$\mu \sin \alpha + \cos \alpha = 1$$

$$\mu = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha}$$

4) оба сановоды санки в обоих случаях гонят с места равнодействующей:



$$D_0 = \mu q = \text{const}_0$$

$$F_{mp} = \mu N_0$$

$$N_0 = mg$$

$$F_{mp} = \mu mg$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Ряд
AB

$$S = \frac{V^2}{2a_0} \quad \left| \begin{array}{l} \\ \frac{mv^2}{2} = K, a_0 = \mu g \end{array} \right. \Rightarrow S = \frac{\frac{2K}{m}}{2\mu g} = \frac{K}{\mu mg}$$

$$S = \frac{K}{\frac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha}mg} = \frac{K \sin\alpha}{(1-\cos\alpha)mg}$$

Однако: 1) $\mu = \frac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha}$

$$2) S = \frac{K \sin\alpha}{(1-\cos\alpha)mg} = \frac{K}{\mu mg}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Нарча QR-кода недопустима!

$$v = 1 \text{ моль}$$

$$i = 3$$

$$T_1 = 200 \text{ K}$$

$$R = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{К} \cdot \text{моль}}$$

$$1) A_{31} = ?$$

(наг)

$$2) \eta = ?$$

$$3) \Gamma \text{ график } \left(\frac{P}{P_1}, \frac{V}{V_1} \right)$$

Решение 1) Построим график $C_m(T)$, где C_m — молярная теплоемкость газа (переобозначим $C_m = C$ — мол. теплоемк.)

— 1-й з-и Термодинамики:

процесс 3-1:

$$Q_{31} = A_{231} + \Delta U_{31}$$

рабочая изме-
нение
внутр.
эт-и
б-процес

$$\Delta U_{31} = U_1 - U_3 = \frac{3}{2} v R (T_1 - T_3) = \frac{3}{2} v R (T_1 - 4T_1) = -\frac{9}{2} v R T_1$$

$$Q_{31} = C_{m31} \cdot v (T_1 - T_3) = 2R \cdot v (T_1 - 4T_1) = -6vRT_1$$

$$A_{31} = -A_{312} = -(Q_{31} - \Delta U_{31}) = \Delta U_{31} - Q_{31} = -\frac{9}{2} v R T_1 - (-6vRT_1) = \\ = (6 - \frac{9}{2}) v R T_1 = \frac{72 - 9}{2} v R T_1 = \frac{3}{2} v R T_1$$

$$A_{31} = \frac{3}{2} v R T_1 = \frac{3}{2} \cdot 1 \text{ моль} \cdot 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{К} \cdot \text{моль}} \cdot 200 \text{ K} = 3 \cdot 8,31 \cdot 100 \text{ Дж} = \\ = 24,93 \cdot 100 \text{ Дж} = 2493 \text{ Дж}$$

2)

~~$$dQ = pdV + dU$$~~

~~$$C_m dT = pdV + \frac{3}{2} \delta(pV)$$~~

~~$$C_m dT = pdV + \frac{3}{2} (Vdp + pdV) = \frac{5}{2} pdV + \frac{3}{2} Vdp / = pV$$~~

~~$$C_m \frac{dT}{R} = \frac{5}{2} \frac{dV}{V} + \frac{3}{2} \frac{dp}{p}$$~~

~~$$\alpha \left(\frac{dp}{p} + \frac{dV}{V} \right) = \frac{5}{2} \frac{dV}{V} + \frac{3}{2} \frac{dp}{p}$$~~

$$pV = vRT \Rightarrow (p + dp)(V + dV) = vR(T + dT)$$

$$\Rightarrow \frac{dp}{p} + \frac{dV}{V} = \frac{dT}{T}$$

~~$$(2\alpha - 3) \frac{dp}{p} = (5 - 2\alpha) \frac{dV}{V}$$~~

~~$$\frac{dp}{p} = \frac{5 - 2\alpha}{2\alpha - 3} \frac{dV}{V} \Rightarrow p \sim V^{\frac{(5-2\alpha)}{(2\alpha-3)}}$$~~

$$\alpha = 2: p \sim V^{\frac{s-4}{4-3}} = V^1, p \sim V$$

$$\alpha = 0,5: p \sim V^{\frac{s-1}{1-3}} = V^{\frac{1}{-2}} = V^{-2}, p \sim \frac{1}{V^2}$$

$$\alpha = \frac{3}{2}: p = V = \text{const}$$

~~$$p \sim V^{\frac{5-3}{5-3}}$$~~

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

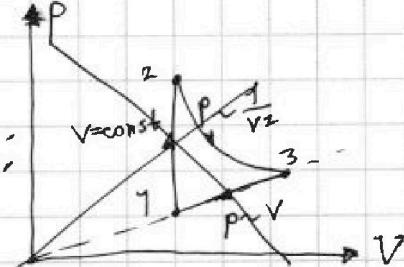
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

2) 1-й з-н Термодинамики в гидрографии.

$$\text{запись: } \delta Q = dU + pdV$$

$i=3$, $C_m = \alpha R$, где α - некоторое число;

$$C_m \alpha R \sim dT = \frac{3}{2} \nu R dT + pdV / \nu R$$



$$\begin{cases} pV = \nu RT \\ (dp, dV, dT - \text{очень малы}) \end{cases} \Rightarrow \frac{dp}{p} + \frac{dV}{V} = \frac{dT}{T}$$

$$\begin{cases} \alpha dT = \frac{3}{2} dT + \frac{pdV}{\nu R} / T \Rightarrow \alpha \left(\frac{dp}{p} + \frac{dV}{V} \right) = \frac{3}{2} \left(\frac{dp}{p} + \frac{dV}{V} \right) + \frac{dV}{V} \\ \frac{dp}{p} + \frac{dV}{V} = \frac{dT}{T} \quad \alpha \frac{dp}{p} + \alpha \frac{dV}{V} = \frac{3}{2} \frac{dp}{p} + \frac{5}{2} \frac{dV}{V} \end{cases}$$

$$(\alpha - \frac{3}{2}) \frac{dp}{p} = (\frac{5}{2} - \alpha) \frac{dV}{V} / 2$$

$$\left(\frac{dp}{p} = \frac{5-2\alpha}{2\alpha-3} \cdot \frac{dV}{V} \right), \text{ где } \alpha = \frac{C_m}{R}$$

Принимая, получим:
используем (*):

$$1-3: \alpha = 2: p \sim V^1$$

$$1-2: \alpha = \frac{3}{2}: V = \text{const}$$

$$2-3: \alpha = 0,5: p \sim V^{\frac{4}{2+0,5-3}} = V^{-2} = V^{-2} \Rightarrow p \sim \frac{1}{V^2}$$

$$\bullet 1-2: V = \text{const}, 3-й закон: \frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \quad (pV^2 = \text{const})$$

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{8T_1}, \quad p_2 = 8p_1 \quad V_2 = V_1$$

$$\begin{cases} p_2 V_2 = 8 \nu R T_1 \\ p_1 V_1 = \nu R T_1 \end{cases} \quad 8p_1 V_2 = 8$$

$$\bullet 2-3: p \sim \frac{1}{V^2}, \quad p_2 = \beta \frac{1}{V_2^2}$$

$$\begin{cases} p_2 V_2 = V_2 \\ p_3 V_3 = V_3 \end{cases} \quad \beta = \frac{1}{V_2^2}$$

$$\begin{cases} p_3 V_3 = V_3 \\ p_2 V_2 = V_2 \end{cases} \quad \beta = 1$$

$$\begin{cases} p_3 V_3 = 4 \nu R T_1 \\ p_2 V_2 = 8 \nu R T_1 \\ p_1 V_1 = \nu R T_1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{p_2 V_2}{p_1 V_1} = 8, \quad \frac{p_3 V_3}{p_1 V_1} = 4 \\ p_1 V_1 = \nu R T_1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} p_3 V_3 = 4 \nu R T_1 \\ 8p_1 V_1 = 8 \nu R T_1 \end{cases}$$

$$V_3 = 2V_1$$

$$= 2V_1 \Rightarrow$$

$$\begin{cases} p_3 V_3 = 4 \nu R T_1 \\ 8p_1 V_1 = 8 \nu R T_1 \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} p_3 V_3 = 4 \sqrt{R T_1} \\ V_3 = 2 V_2 = 2 V_1 \\ p_1 V_1 = \sqrt{R T_1} \end{cases}$$

$$p_3 - 2\sqrt{V_1} = \sqrt{p_1 V_1}$$

$$\boxed{p_3 = 2p_1} \quad \boxed{V_3 = 2V_1}$$

Строим по полученным данным график $(\frac{p}{p_1}, \frac{V}{V_1})$

• 1-2: $V = \text{const}$

• 2-3: $p \sim \frac{1}{V^2}$, $V \uparrow$, $p \downarrow$

• 3-1: $p \sim V$, $V \downarrow$, $p \downarrow$

3) 1-й з-и Термодинамики:

$$1-2: Q_{12} = A_{12} + \Delta U_{12}$$

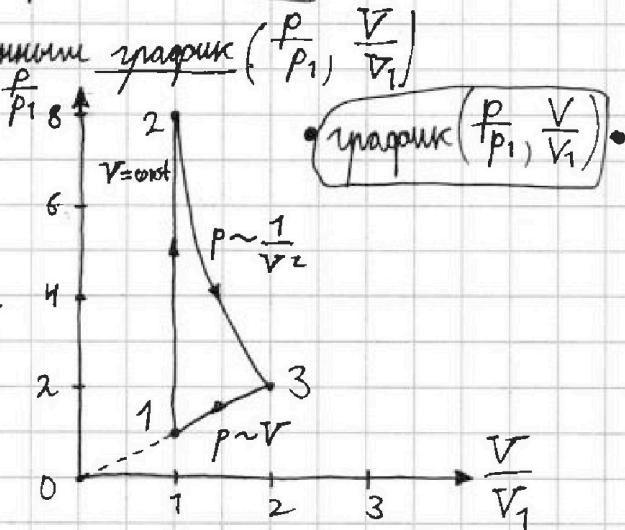
○ (из графика $\frac{C}{R}(\frac{T}{T_1})$)

$$2-3: Q_{23} = \Delta U_{23} + A_{23}$$

○ (из графика $\frac{C}{R}(\frac{T}{T_1})$)

$$3-1: Q_{31} = A_{31} + \Delta U_{31}$$

○ (из графика $\frac{C}{R}(\frac{T}{T_1})$)



$$\left\{ \begin{array}{l} Q_{23} < 0 \\ Q_{31} < 0 \\ Q_{12} > 0 \end{array} \right. \Rightarrow Q_H = Q_{12} > 0 \quad (\text{от нагревания})$$

$$\eta = \frac{A}{Q_H}, \text{ где } A - \text{работка за весь цикл}$$

умсл замкнут: $\Delta U_{1231} = 0 \Rightarrow A = A_{12} + A_{23} + A_{31} =$

$$= Q_{12} + Q_{23} + Q_{31} = C_{m2} V(T_2 - T_1) + C_{m23} V(T_3 - T_2) + C_{m31} V(T_1 - T_3)$$

$$\bullet (T_1 - T_3) = \frac{3}{2} \sqrt{R}(8T_1 - T_1) + \frac{\sqrt{R}}{2} (4T_1 - 8T_1) + 2R\sqrt{T_1 - 4T_1} =$$

$$= \frac{3-7}{2} \sqrt{R} T_1 + \sqrt{R} \cdot \frac{1}{2} \cdot (-4T_1) + 2\sqrt{R} \cdot (-3T_1) =$$

$$= \frac{21}{2} \sqrt{R} T_1 - 2\sqrt{R} T_1 - 6\sqrt{R} T_1 = \left(\frac{21}{2} - 8 \right) \sqrt{R} T_1 = \frac{21-16}{2} \sqrt{R} T_1 =$$

$$= \frac{5}{2} \sqrt{R} T_1$$

$$Q_H = Q_{12} = C_{m12} V(T_2 - T_1) = 7T_1 \cdot \sqrt{R} \cdot V$$

$$\bullet \frac{3}{2} R = \frac{21}{2} \sqrt{R} T_1 \bullet \eta = \frac{A}{Q_H} = \frac{A}{Q_{12}} = \frac{\frac{5}{2} \sqrt{R} T_1}{\frac{21}{2} \sqrt{R} T_1} = \frac{5}{21}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

7

МФТИ

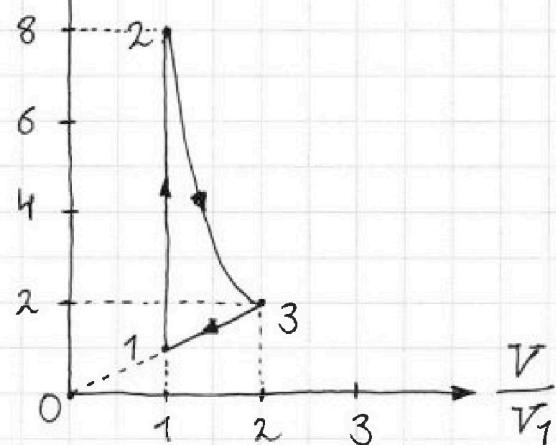
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Решение: 1) $A_{31} = \frac{3}{2} \sqrt{RT_1} = 2493 \text{ дм}^2$

$$2) \eta = \frac{5}{21}$$

3) График цикла в координатах

$$\left(\frac{P}{P_1}, \frac{V}{V_1} \right)$$



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

1
T
m
 ϵ_0

Решение: 1) Рассмотрим

один из шариков.

Условие равновесия X:

$$T = F_1 + F_0 \cos 45^\circ$$

1) $|q| = ?$

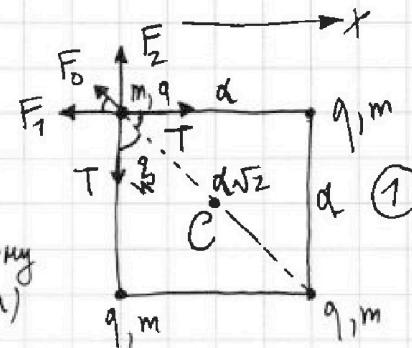
$$\begin{cases} F_1 = F_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{|q||q|}{d^2} \\ F_0 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{|q||q|}{(d\sqrt{2})^2} \end{cases}$$

(по 3-му Кулону)

$$T = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q^2}{d^2} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q^2}{2d^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{d^2} \left(1 + \frac{1}{2}\right) = \frac{3q^2}{8\pi\epsilon_0 d^2}$$

$$3q^2 = 8\pi\epsilon_0 T d^2$$

$$|q| = d \sqrt{\frac{8\pi\epsilon_0 T}{3}} = 2d \sqrt{\frac{2\pi\epsilon_0 T}{3}}$$



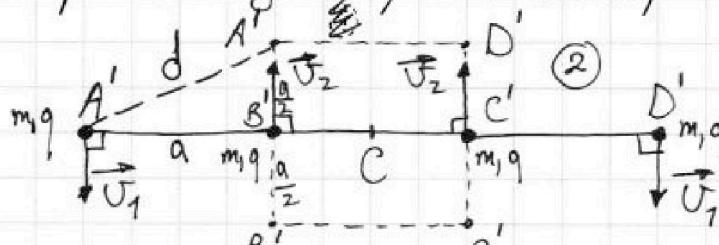
2) Рассмотрим систему

шариков $R_{\text{внешн}}$ "4 шарика +
+ мити"

$\vec{R}_{\text{внешн}} = \vec{0}$ для этой системы
(она после перенес-

ганием * мити замкнута) $\Rightarrow \begin{cases} \vec{U}_c = \vec{U}_{c,0} = \vec{0} \\ \vec{a}_c = \vec{0} \end{cases}$ - центр масс
 \Rightarrow если в начале центр масс
системы был в т. С (Всегда
симметрии), то он и дальше будет
в этот момент. Пусть в момент, когда
шарики на одной прямой их скорости: v_1 (A' и D')

системы по-
коине всё
время



$$v_2 (B' \text{ и } C')$$

$$\frac{3. \text{ С.И.}}{(\vec{P}_{\text{системы}} = \vec{0} = \vec{const})} \quad 2mv_2 = 2mv_1$$

$$v_2 = v_1 = v$$

3) Система 3. С. И. для системы шариков (1) \rightarrow (2): $(W_p = k \frac{q_1 q_2}{r})$

$$W_{p1} + 0 = W_{p2} + 4 \frac{mv^2}{2}, \quad k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$

($W_p = 0$ выбираем на бесконечности)

$$4 \cdot \frac{1}{2} \left(\frac{kq^2}{a} + \frac{kq^2}{a} + \frac{kq^2}{a\sqrt{2}} \right) = 4 \cdot \frac{1}{2} \left(\frac{kq^2}{a} + \frac{kq^2}{2a} + \frac{kq^2}{3a} \right) + 2mv^2$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$x \left(\frac{2kq^2}{a} + \frac{kq^2\sqrt{2}}{2a} \right) = 2mv^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{kq^2}{a} + \frac{5}{8}kq^2 \right)$$

$$\frac{kq^2}{a} \left(2 + \frac{\sqrt{2}}{2} - 1 - \frac{5}{8} \right) = mv^2$$

$$\begin{aligned} \omega_{1,2} &= |q| \sqrt{\frac{k}{ma} \left(2 + \frac{1}{8} + \frac{\sqrt{2}}{2} \right)} = |q| \sqrt{\frac{1}{4\pi\epsilon_0 ma} \left(\frac{1}{8} + \frac{3\sqrt{2}}{2} \right)} = \\ &= |q| \sqrt{\frac{3\sqrt{2} + 1}{24\pi\epsilon_0 ma}} = a \sqrt{\frac{8\pi\epsilon_0 T}{3} \frac{3\sqrt{2} + 1}{32\pi\epsilon_0 ma}} = \sqrt{a^2 \frac{3\sqrt{2} + 1}{9} \frac{T}{ma}} = \\ &= \sqrt{\frac{3\sqrt{2} + 1}{9} \cdot \frac{aT}{m}} \end{aligned}$$

4) Из геометрии в момент ②: $d^2 = a^2 + \frac{a^2}{4}$ $\Rightarrow d = \frac{\sqrt{5}}{2}a$.

$$d = \frac{\sqrt{5}}{2}a$$

Объем: 1) $|q_1| = 2a \sqrt{\frac{2\pi\epsilon_0 T}{3}}$

2) $\sigma = |q_1| \cdot \sqrt{\frac{1}{4\pi\epsilon_0 ma} \left(\frac{1}{8} + \frac{\sqrt{2}}{2} \right)} = \sqrt{\frac{3\sqrt{2} + 1}{9} \cdot \frac{Td}{m}}$

3) $d = \frac{\sqrt{5}}{2}a$.