

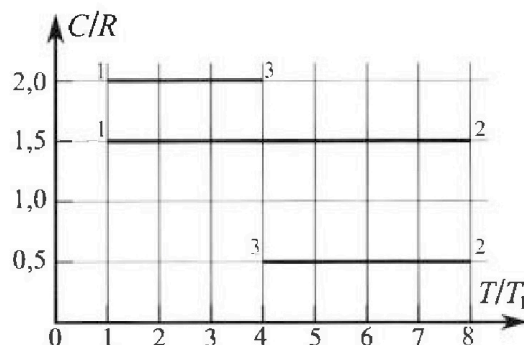
Олимпиада «Физтех» по физике,
февраль 2023

Вариант 10-02

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.



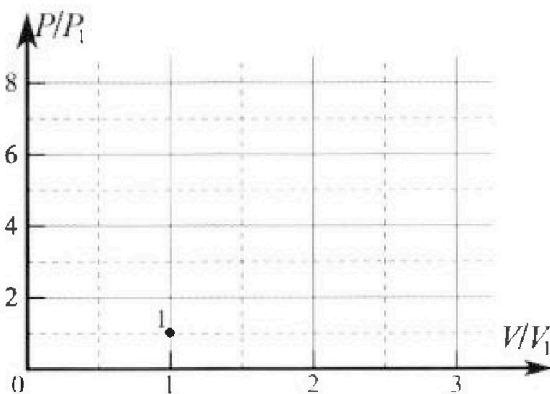
4. Тепловой двигатель работает по циклу 1-2-3-1. Рабочее вещество – один моль одноатомного идеального газа. Для вычисления КПД цикла ученик десятого класса построил график зависимости молярной теплоемкости C газа (в единицах универсальной газовой постоянной) от температуры в процессах: 1-2, 2-3, 3-1 (см. рис.). Температура газа в состоянии 1 равна $T_1 = 200$ К, универсальная газовая постоянная $R = 8,31$ Дж/(моль·К).



1) Найдите работу A_{31} внешних сил над газом в процессе 3-1.

2) Найдите КПД η цикла.

3) Постройте график цикла в координатах $(P/P_1, V/V_1)$, где P_1 и V_1 давление и объём в состоянии 1. Для построения графика перенесите шаблон (см. ниже) в чистовик своей работы. Точка 1 на графике соответствует состоянию 1 газа в цикле.



5. Четыре заряженных шарика связаны легкими нерастяжимыми нитями так, что шарики находятся в вершинах квадрата со стороной a (см. рис.). Сила натяжения каждой нити T .

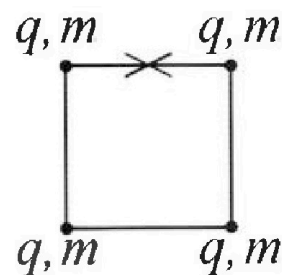
1) Найдите абсолютную величину $|q|$ заряда каждого шарика.

Одну нить пережигают.

2) Найдите кинетическую энергию K любого, выбранного Вами шарика, в тот момент, когда шарики будут находиться на одной прямой.

3) На каком расстоянии d от точки старта будет находиться в этот момент любой из двух шариков, изначально расположенных сверху (на рисунке)?

Электрическая постоянная ϵ_0 . Действие сил тяжести считайте пренебрежимо малым.





Олимпиада «Физтех» по физике,
февраль 2023

Вариант 10-02

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.



1. Футболист наносит удар по мячу, лежащему на горизонтальной площадке. Вектор начальной скорости мяча образует угол $\alpha = 45^\circ$ с горизонтальной плоскостью. Горизонтальное перемещение мяча за время полета $L = 20$ м.

1) Найдите начальную скорость V_0 мяча.

Если футболист направляет мяч под различными углами к горизонту, из той же точки с начальной скоростью V_0 к высокой вертикальной стенке, то наибольшая высота, на которой происходит соударение мяча со стенкой, равна $H = 3,6$ м.

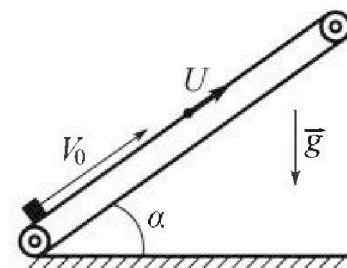
2) На каком расстоянии S от точки старта находится стенка?

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Мяч движется в плоскости перпендикулярной стенке. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. Лента транспортера, предназначенного для подъема грузов, образует с горизонтальной плоскостью угол α такой, что $\sin \alpha = 0,6$ (см. рис.).

В первом опыте небольшую коробку ставят на покоящуюся ленту транспортера и сообщают коробке начальную скорость $V_0 = 6$ м/с. Коэффициент трения скольжения коробки по ленте $\mu = 0,5$.

Движение коробки прямолинейное.



1) Какой путь S пройдет коробка в первом опыте к моменту времени $T = 1$ с?

Во втором опыте коробку ставят на ленту транспортера, движущуюся со скоростью $U = 1$ м/с, и сообщают коробке скорость $V_0 = 6$ м/с (см. рис.).

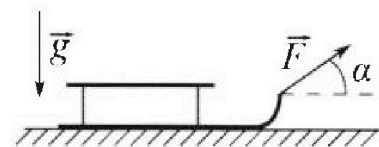
2) Через какое время T_1 после старта скорость коробки во втором опыте будет равна $U = 1$ м/с?

3) На каком расстоянии L от точки старта скорость коробки обратится в ноль во втором опыте? Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Все кинематические величины измерены в лабораторной системе отсчета.

3. Санки дважды разгоняют из состояния покоя до одной и той же кинетической энергии K на одинаковых участках пути.

В первом случае санки тянут, действуя постоянной по модулю силой, направленной под углом α к горизонту (см. рис.).

Во втором случае такая же по модулю сила, приложенная к санкам, направлена горизонтально. После достижения кинетической энергии K действие внешней силы прекращается.



1) Найдите коэффициент μ трения скольжения санок по горизонтальной поверхности.

2) Найдите перемещение S санок в процессе торможения до остановки. Ускорение свободного падения g . Санки находятся на горизонтальной поверхности. Движение санок прямолинейное.

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



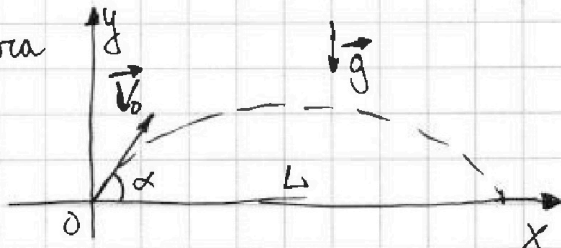
$\alpha = 45^\circ$
 $L = 20 \text{ м}$
 $H = 3,6 \text{ м}$
 $g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$
 1) $V_0 = ?$
 2) $S = ?$

Решение:

1) Y_p -я движение мяча

$X: V_0 \cos \alpha t_0 = L$
 $Y: V_0 \sin \alpha t_0 - \frac{1}{2} g t_0^2 = 0$

t_0 - время полета (стены нет)



$$\begin{cases} L = V_0 \cos \alpha t_0 \\ t_0 = \frac{2V_0 \sin \alpha}{g} \end{cases} \Rightarrow L = \frac{V_0^2 \sin 2\alpha}{g}$$

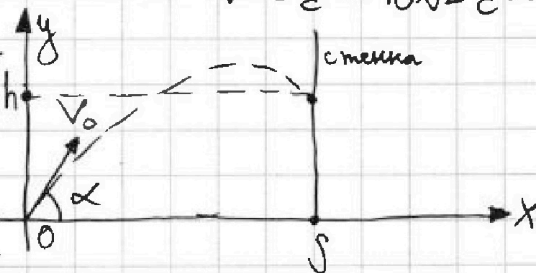
$$V_0^2 = \frac{gL}{\sin 2\alpha}$$

$(\sin \frac{\pi}{2} = 1)$

$$V_0 = \sqrt{\frac{gL}{\sin 2\alpha}} = \sqrt{\frac{10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 20 \text{ м}}{1}} = \sqrt{200} \frac{\text{м}}{\text{с}} = 10\sqrt{2} \frac{\text{м}}{\text{с}} \approx 14,1 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

2) Теперь α - произвольный угол, $\alpha \in [0, \pi/2]$ под которым футболист направляет мяч.

S - расстояние до стены, h - высота точки попадания мяча в сетку.



Y_p -я движение:

$$X: S = V_0 \cos \alpha t \Rightarrow t = \frac{S}{V_0 \cos \alpha} \quad (1)$$

$$Y: h = V_0 \sin \alpha t - \frac{1}{2} g t^2 \quad (2)$$

(1) \rightarrow (2):

$$h = V_0 \sin \alpha \frac{S}{V_0 \cos \alpha} - \frac{1}{2} g \frac{S^2}{V_0^2 \cos^2 \alpha}$$

$$h = S \tan \alpha - \frac{g S^2}{2 V_0^2 \cos^2 \alpha} \quad \frac{1}{\cos^2 \alpha} = 1 + \tan^2 \alpha$$

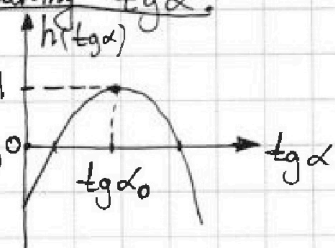
$$h = S \tan \alpha - \frac{g S^2}{2 V_0^2} (\tan^2 \alpha + 1) = -\frac{g S^2}{2 V_0^2} \tan^2 \alpha + S \tan \alpha - \frac{g S^2}{2 V_0^2}$$

$h = h(\tan \alpha)$, найдем максимум h по аргументу $\tan \alpha$.

• График $h(\tan \alpha)$ - парабола с ветвями вниз, максимум: $h = H$ при $\alpha = \alpha_0$ - в вершине.

иначе.

$$\tan \alpha_0 = \left\{ -\frac{b}{2a} \right\} = \frac{S}{2 \left(-\frac{g S^2}{2 V_0^2} \right)} = \frac{S}{\frac{g S^2}{V_0^2}}$$



$$\Leftrightarrow \frac{g V_0^2}{g S^2} = \frac{V_0^2}{g S}$$

$$H = h(\tan \alpha_0) = -\frac{g S^2}{2 V_0^2} \cdot \frac{V_0^4}{g^2 S^2} + S \frac{V_0^2}{g S} - \frac{g S^2}{2 V_0^2} = -\frac{V_0^2}{2g} + \frac{V_0^2}{g} = \frac{V_0^2}{2g}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

⊖ $\frac{gS^2}{2V_0^2}$

$$H = -\frac{V_0^2}{2g} + \frac{V_0^2}{g} - \frac{gS^2}{2V_0^2} = \frac{V_0^2}{2g} - \frac{gS^2}{2V_0^2}$$

$$\frac{gS^2}{2V_0^2} = \frac{V_0^2}{2g} - H \cdot 2V_0^2$$

$$gS^2 = \frac{V_0^4}{g} - 2HV_0^2 = g$$

$$S^2 = \frac{V_0^4}{g^2} - \frac{2HV_0^2}{g} = \frac{V_0^2}{g} \left(\frac{V_0^2}{g} - 2H \right) = \frac{V_0^4}{g^2} \left(1 - \frac{2gH}{V_0^2} \right)$$

$$S = \frac{V_0^2}{g} \sqrt{2 \left(1 - \frac{2gH}{V_0^2} \right)}, \text{ где } V_0 = \sqrt{\frac{gL}{\sin 2\alpha}}$$

~~$$S = \frac{gL}{g \sin 2\alpha} \sqrt{2 \left(1 - \frac{gH}{gL} \right)} = \frac{L}{\sin 2\alpha} \sqrt{2 \left(1 - \frac{H \sin 2\alpha}{L} \right)}$$~~

~~$$S = \frac{20 \text{ м}}{1} \sqrt{2 \left(1 - \frac{3,6 \text{ м} \cdot 1}{20 \text{ м}} \right)} = 20 \sqrt{2 - \frac{3,6}{10}} \text{ м} = 20 \sqrt{2 - 0,36} \text{ м} =$$~~

~~$$= 20 \sqrt{1,64} \text{ м} = 20 \sqrt{\frac{164}{100}} \text{ м} = \frac{20}{10} \sqrt{4 \cdot 41} \text{ м} = 2 \cdot 2 \sqrt{41} \text{ м} = 4 \sqrt{41} \text{ м} \approx$$~~

~~$$\approx 26 \text{ м}$$~~

$$S = \frac{gL}{g \sin 2\alpha} \sqrt{1 - \frac{2 \cdot g \cdot H}{gL}} =$$

$$= \frac{L}{\sin 2\alpha} \sqrt{1 - \frac{2H \sin 2\alpha}{L}}$$

$$S = \frac{20 \text{ м}}{1} \sqrt{1 - \frac{2 \cdot 3,6 \text{ м} \cdot 1}{20 \text{ м}}} = 20 \sqrt{1 - 0,36} \text{ м} = 20 \sqrt{0,64} \text{ м} =$$

$$= 20 \cdot 0,8 \text{ м} = 16 \text{ м}$$

Ответ: 1) $V_0 = \sqrt{\frac{gL}{\sin 2\alpha}} = 10\sqrt{2} \frac{\text{м}}{\text{с}}$

$$\approx 14,1 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$2) S = \frac{V_0^2}{g} \sqrt{1 - \frac{2Hg}{V_0^2}} = \frac{L}{\sin 2\alpha} \sqrt{1 - \frac{2H \sin 2\alpha}{L}} \ominus$$

$$\ominus 16 \text{ м.}$$

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$\sin \alpha = 0,6$

$V_0 = 6 \frac{m}{c}$

$\mu = 0,5$

$T = 1 c$

$U = 1 \frac{m}{c}$

$g = 10 \frac{m}{c^2}$

1) $S = ?$

2) $T_1 = ?$

3) $L = ?$

Решение:

1) Рассмотрим первый опыт. Пусть m - масса коробки

2-й 3-й Ньютона для коробки во время

движения вверх: $\vec{N} + m\vec{g} + \vec{F}_{mp} = m\vec{a}$

X: $F_{mp} + mg \sin \alpha = ma_1$

Y: $N = mg \cos \alpha$

$F_{mp} = \mu N$ (скольжение)

$\mu mg \cos \alpha + mg \sin \alpha = ma_1$

$a_1 = g(\mu \cos \alpha + \sin \alpha) = \text{const}$

Коробочка остановится t_1 : $V_0 - a_1 t_1 = 0$

$t_1 = \frac{V_0}{a_1} = \frac{V_0}{g(\mu \cos \alpha + \sin \alpha)} = \frac{6}{10(0,5 + 0,6)} c = 0,6 c$

$0,6 c < T = 1 c \Rightarrow$ коробочка достигнет вышней

м-ки и будет двигаться вниз.

$S = S_1 + S_2$, $S_1 = \frac{V_0^2}{2a_1} = \frac{V_0^2}{2g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)}$

↑ путь вверх ↑ путь вниз

2) 2-й 3-й Ньютона для коробки при движении

вниз: X: $mg \sin \alpha - F'_{mp} = ma_2$

Y: $N = mg \cos \alpha$

$F'_{mp} = F_{mp} = \mu N$

$a_2 = g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)$

$S_2 = \frac{a_2 (T - t_1)^2}{2} = \frac{1}{2} g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha) (T - t_1)^2$, где $t_1 = 0,6 c$ - время движения вверх.

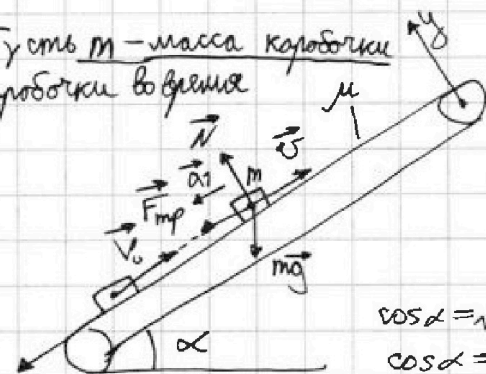
3) $S = S_1 + S_2 = \frac{V_0^2}{2g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)} + \frac{1}{2} g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha) \left(T - \frac{V_0}{g(\mu \cos \alpha + \sin \alpha)} \right)^2$

$S = \frac{36}{2 \cdot 10(0,6 + 0,4)} + \frac{1}{2} \cdot 10(0,6 - 0,4) \left(1 - \frac{6}{10(0,5 + 0,6)} \right)^2 m = 0,44$

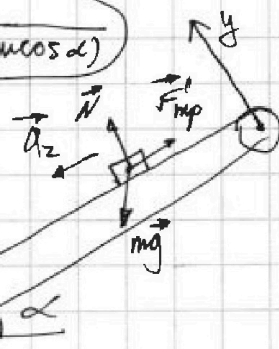
$= \frac{36}{20} + 5 \cdot 0,2 \cdot (1 - 0,6)^2 m = 1,8 + (0,4)^2 m = (1,8 + 0,16) m = 1,96 m$

4) Рассмотрим второй опыт. $U = \text{const} \Rightarrow$ транспортёр - ИСО.

Уравнения 2 3-на Ньютона в ИСО транспортёра те же, что и в



$\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}$
 $\cos \alpha = 0,8$



1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

случае первого опыта \Rightarrow при движении вверх и вниз у коробки будут те же ускорения a_1 и a_2 соответственно:

при движ. вверх: $a_1 = g(\mu \cos \alpha + \sin \alpha)$

при движ. вниз: $a_2 = g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)$

3-и слог. скорости: $\vec{v} = \vec{u} + \vec{v}_{отн}$

скорость коробки в ИСО

скорость ленты

скорость коробки отн-но ленте

ИСО ленты: $\vec{v}_{отн1} = \vec{0}$

$$\vec{v}_{отн0} = \vec{v}_0 - \vec{u}, \quad v_{отн0} = v_0 - u$$

По условию, $\tau/3$ время T_1 :

$$|\vec{v}_1| = |\vec{u}| \Rightarrow \vec{v}_{отн1} = \vec{0}$$

$\vec{v}'_{отн1} = -2u$ (этот случай расс-м позже)

$$X: \quad \underset{0}{v_{отн1}} = \underset{v_0 - u}{v_{отн0}} - a_1 T_1$$

$$v_0 - u = g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha) T_1, \quad T_1 = \frac{v_0 - u}{g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)}$$

$$\bullet T_1 = \frac{5-1}{10(0,6+0,5-0,8)} c = 0,5 c \bullet$$

5) $\vec{v}_2 = \vec{0}$ — по усл. в некоторый момент коробка в ИСО остановилась.

$\vec{v}_2 = \vec{v}_{отн2} + \vec{u} = \vec{0} \Rightarrow \vec{v}_{отн2} = -\vec{u}$ — в этот момент отн-но ленте коробка движ-ся вниз со скоростью $|\vec{v}_{отн2}| = u$.

$$X: \quad -L_{отн} = L_{отн1x} + L_{отн2x} = -\frac{v_{отн0}^2}{2a_1} + L_{отн2}$$

$$L_{отн2} = \frac{1}{2} a_2 \tau_2^2 = \frac{1}{2} a_2 \frac{u^2}{a_2^2} = \frac{u^2}{2a_2}$$

$$u = 0 + a_2 \tau_2, \quad \tau_2 = \frac{u}{a_2}$$

$$L_{отн} = \frac{(v_0 - u)^2}{2a_1} + \frac{u^2}{2a_2}$$

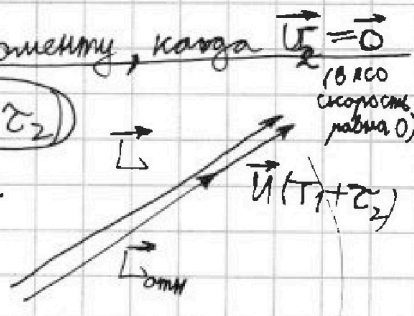
— перемещение коробки отн-но ленте к моменту, когда $\vec{v}_2 = \vec{0}$ (в ИСО скорость равна 0)

3-и слог. перемещений: $\vec{L} = \vec{L}_{отн} + \vec{u}(T_1 + \tau_2)$

$$\vec{L} = \frac{(v_0 - u)^2}{2a_1} - \frac{u^2}{2a_2} + u(T_1 + \frac{u}{a_2}) =$$

$$= \frac{(v_0 - u)^2}{2a_1} + uT_1 - \frac{u^2}{2a_2} + \frac{u^2}{a_2} =$$

$$= \frac{(v_0 - u)^2}{2a_1} + \frac{u^2}{2a_2} + uT_1$$



- 1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$L = \frac{(V_0 - u)^2}{2g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)} + \frac{u^2}{2g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)} + u \cdot \frac{(V_0 - u)}{g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)}$$

$$L = \left(\frac{(6-1)^2}{2 \cdot 10 \cdot 1} + \frac{1^2}{2 \cdot 10 \cdot (0,6-0,4)} + 1 \cdot \frac{6-1}{10 \cdot 1} \right) M =$$

$$= \left(\frac{25}{20} + \frac{1}{20 \cdot 0,2} + 0,5 \right) M = (1,25 + 0,25 + 0,5) M = 2 M$$

рассм-е от норми старта до т. А в ЛСО

Ответ: 1) $S = \frac{V_0^2}{2g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)} + \frac{1}{2}g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha) \cdot$

~~$$\left(T - \frac{V_0}{g(\mu\cos\alpha + \sin\alpha)} \right)^2 = 1,96 M$$~~

• $L_{\text{отн}} = 1,25 M - 0,25 M = 1 M$

Вернемся к вопросу T_1 и рассм-м 2-й случай, когда отн-но ленте коробка глины-ся вниз со скоростью $(-2M)$.

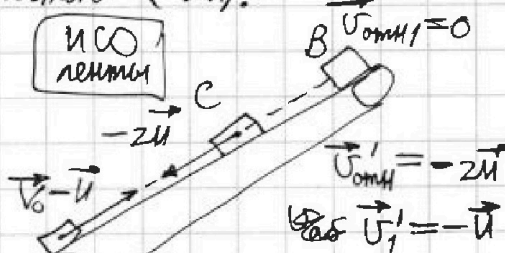
$$T_1' = T_1 + \tau_{\text{вниз BC}}$$

$$0 + \tau_{\text{вниз BC}} \cdot a_z = 2M$$

$$\tau_{\text{вниз BC}} = \frac{2M}{a_z}$$

$$T_1' = T_1 + \frac{2M}{g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)} = 0,5c + \frac{2 \cdot 1M}{10 \frac{M}{c^2} \cdot (0,6-0,4)} = \left(0,5 + \frac{2}{10 \cdot 0,2} \right) c$$

$T_1' = 1,5c$



• $\left(T - \frac{V_0}{g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)} \right)^2 = 1,96 M$ или $S' = 7 M$

2) $T_1 = \frac{V_0 - u}{g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)} = 0,5c$

или $T_1 = \frac{V_0 - u}{g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)} + \frac{2M}{g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)} = 1,5c$

3) $L = 2 M$ (формулу см. выше)

К 3-му вопросу на вопрос 1): $S' = V_0 T + \frac{1}{2}g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha) T^2 = 7 M$
 — если в первом опыте скорость V_0 сообщиме вниз вдоль ленте.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

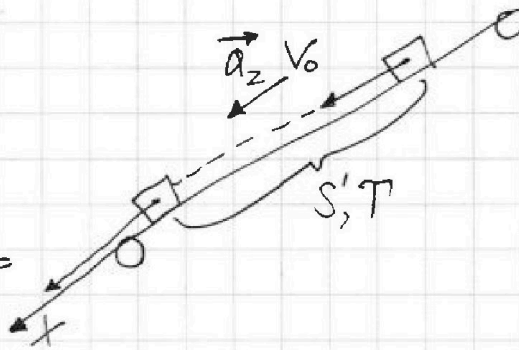
добавление к пунктам 1-3) решения:
если в первом опыте скорость V_0 сообщим коробочке вниз
вдоль лемны:

$$x: S' = V_0 T + \frac{1}{2} a_z T^2$$

$$a_z = g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)$$

$$S' = V_0 T + \frac{1}{2} g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha) T^2$$

$$S' = (6 \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot 10(0,6 - 0,4) \cdot 1^2) \text{ м} =$$
$$= (6 + 5 - 0,2) \text{ м} = 7 \text{ м}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

K, m

α, g

- 1) $\mu = ?$
2) $S = ?$

Решение:

1) 2 БМ для санок

в сырае ①:

$$X: F - F_{\text{тр}} - F \cos \alpha - F_{\text{тр}} = ma_1$$

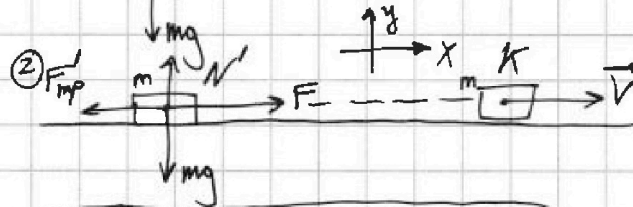
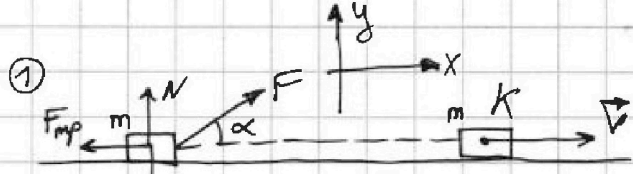
$$Y: N + F \sin \alpha = mg$$

$$F_{\text{тр}} = \mu N = \mu(mg - F \sin \alpha)$$

в сырае ②: $X: F - F'_{\text{тр}} = ma_2$

$$Y: N' = mg$$

$$F'_{\text{тр}} = \mu N' = \mu mg$$



$$ma_1 = F \cos \alpha - \mu(mg - F \sin \alpha)$$

$$ma_2 = F - \mu mg$$

2) Теорема о кин. энергии для санок

$$\textcircled{1}: K - 0 = A_{F_1} + A_{N'} + A_{mg} = -F_{\text{тр}} S_1 + F S_1 \cos \alpha$$

$$\textcircled{2}: K - 0 = -F'_{\text{тр}} S_2 + F S_2$$

($A_{N'} = 0, \vec{N}' \perp \vec{V}$) ($\vec{N} \perp \vec{V}, mg \perp \vec{V}$)

$$\begin{cases} K = F S_1 \cos \alpha - \mu(mg - F \sin \alpha) S_1 \\ K = F S_2 - \mu mg S_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} S_1 = \frac{V^2}{2a_1} \\ S_2 = \frac{V^2}{2a_2} \end{cases} \quad (P \perp \vec{V}, a_{1,2} = \text{const}_{1,2})$$

$$\frac{mV^2}{2} = K, \quad V = \sqrt{\frac{2K}{m}}$$

$$K = F \cdot \frac{V^2}{2a_2} - \mu mg \frac{V^2}{2a_2}$$

3) По условию углы пути одинаковы: $S_1 = S_2 \Rightarrow a_1 = a_2$

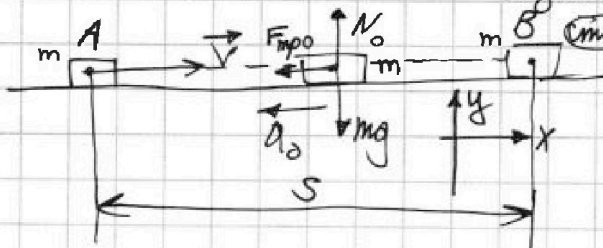
$$\frac{F \cos \alpha - \mu(mg - F \sin \alpha)}{m} = \frac{F - \mu mg}{m}$$

$$F \cos \alpha - \mu mg + \mu F \sin \alpha = F - \mu mg$$

$$\mu \sin \alpha + \cos \alpha = 1$$

$$\mu = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha}$$

4) До остановки санки в обоих сыраях движутся равнозамедленно:



2 БМ и $y: N'_0 = mg$

$$X: -F_{\text{тр}0} = -ma_0$$

$$F_{\text{тр}0} = \mu N_0$$

$$a_0 = \mu g = \text{const.}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



реш
AB

$$S = \frac{v^2}{2a_0}$$

$$\frac{mv^2}{2} = k, a_0 = \mu g$$

$$\Rightarrow S = \frac{2k}{m} = \frac{k}{\mu mg}$$

$$\mu = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha} \quad (\text{см. н. 3) } \mu \sin \alpha$$

$$S = \frac{k}{\frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha} mg} = \frac{k \sin \alpha}{(1 - \cos \alpha) mg}$$

Ответ: 1) $\mu = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha}$

2) $S = \frac{k \sin \alpha}{(1 - \cos \alpha) mg} = \frac{k}{\mu mg}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

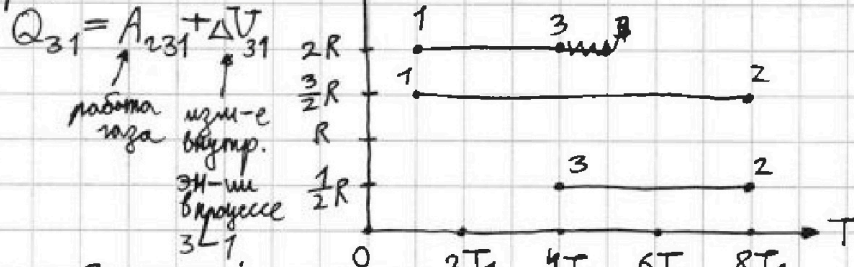
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$\nu = 1 \text{ моль}$
 $i = 3$
 $T_1 = 200 \text{ K}$
 $R = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{К} \cdot \text{моль}}$

- 1) $A_{31} = ?$
 (каж)
 2) $\eta = ?$
 3) График $(\frac{p}{p_1}, \frac{V}{V_1})$

Решение 1) Построим график $C_m(T)$, где C_m — молярная теплоёмкость газа (предобозначаем $C_m = C_{m, \text{термодинамики}}$)

процесс 3-1:



$$\Delta U_{31} = U_1 - U_3 = \frac{3}{2} \nu R (T_1 - T_3) = \frac{3}{2} \nu R (T_1 - 4T_1) = -\frac{9}{2} \nu R T_1$$

$$Q_{31} = C_{m31} \cdot \nu (T_1 - T_3) = 2R \cdot \nu (T_1 - 4T_1) = -6 \nu R T_1$$

$$A_{31} = -A_{312} = -(Q_{31} - \Delta U_{31}) = \Delta U_{31} - Q_{31} = -\frac{9}{2} \nu R T_1 - (-6 \nu R T_1) = (6 - \frac{9}{2}) \nu R T_1 = \frac{12-9}{2} \nu R T_1 = \frac{3}{2} \nu R T_1$$

$$A_{31} = \frac{3}{2} \nu R T_1 = \frac{3}{2} \cdot 1 \text{ моль} \cdot 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{К} \cdot \text{моль}} \cdot 200 \text{ K} = 3 \cdot 8,31 \cdot 100 \text{ Дж} = 24,93 \cdot 100 \text{ Дж} = 2493 \text{ Дж}$$

2)

$$\delta Q = p dV + dU$$

$$C_m \nu dT = p dV + \frac{3}{2} \delta(pV)$$

$$C_m \nu dT = p dV + \frac{3}{2} (V dp + p dV) = \frac{5}{2} p dV + \frac{3}{2} V dp = pV$$

$$C_m \frac{\nu}{pV} dT = \frac{5}{2} \frac{dV}{V} + \frac{3}{2} \frac{dp}{p}$$

$$\frac{C_m}{R} \frac{dT}{T} = \frac{5}{2} \frac{dV}{V} + \frac{3}{2} \frac{dp}{p}$$

$$\alpha \left(\frac{dp}{p} + \frac{dV}{V} \right) = \frac{5}{2} \frac{dV}{V} + \frac{3}{2} \frac{dp}{p}$$

$$\left(\alpha - \frac{3}{2} \right) \frac{dp}{p} = \left(\frac{5}{2} - \alpha \right) \frac{dV}{V}$$

$$\left(2\alpha - 3 \right) \frac{dp}{p} = \left(5 - 2\alpha \right) \frac{dV}{V} \Rightarrow \frac{dp}{p} = \frac{5-2\alpha}{2\alpha-3} \frac{dV}{V} \Rightarrow p \sim V^{\frac{5-2\alpha}{2\alpha-3}}$$

$$\alpha = 2: p \sim V^{\frac{5-4}{4-3}} = V^1, p \sim V$$

$$\alpha = 0,5: p \sim V^{\frac{5-1}{1-3}} = V^{-2} = V^{-2}, p \sim \frac{1}{V^2}$$

$$\alpha = \frac{3}{2}: p = V^{\text{const}}, p \sim V^{\frac{5-3}{3-3}}$$

$$pV = \nu RT$$

$$(p+dp)(V+dV) = \nu R(T+dT)$$

$$\Rightarrow \frac{dp}{p} + \frac{dV}{V} = \frac{dT}{T}$$

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

2) 1-2 3-н Термодинамики в дифференциальной форме:

$$\delta Q = dU + p dV$$

$i=3$, $C_m = \alpha R$, где α - некоторое число;

$$C_m \alpha R dT = \frac{3}{2} \nu R dT + p dV \quad | : \nu R$$

$$\begin{cases} pV = \nu RT \\ (p+dp)(V+dV) = \nu R(T+dT) \end{cases} \Rightarrow \frac{dp}{p} + \frac{dV}{V} = \frac{dT}{T}$$

(dp, dV, dT - очень малы)

$$\begin{cases} \alpha dT = \frac{3}{2} dT + \frac{p dV}{\nu R} \quad | : T \Rightarrow \alpha \left(\frac{dp}{p} + \frac{dV}{V} \right) = \frac{3}{2} \left(\frac{dp}{p} + \frac{dV}{V} \right) + \frac{dV}{V} \\ \frac{dp}{p} + \frac{dV}{V} = \frac{dT}{T} \end{cases}$$

$$\left(\alpha - \frac{3}{2} \right) \frac{dp}{p} = \left(\frac{5}{2} - \alpha \right) \frac{dV}{V} \quad | \cdot 2$$

$$\frac{dp}{p} = \frac{5-2\alpha}{2\alpha-3} \cdot \frac{dV}{V}, \text{ где } \alpha = \frac{C_m}{R}$$

Принтегрировав, получим:

$$p \sim V^{\frac{5-2\alpha}{2\alpha-3}} \quad (*) \text{ ("} \sim \text{" - пропорционально)}$$

используем (*):

1-3: $\alpha = 2$: $p \sim V^1$

1-2: $\alpha = \frac{3}{2}$: $V = \text{const}$

2-3: $\alpha = 0,5$: $p \sim V^{\frac{5-2 \cdot 0,5}{2 \cdot 0,5 - 3}} = V^{-\frac{4}{2}} = V^{-2} \Rightarrow p \sim \frac{1}{V^2}$
($pV^2 = \text{const}$)

• 1-2: $V = \text{const}$, 3-н Шарля: $\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{8T_1} \Rightarrow p_2 = 8p_1 \quad V_2 = V_1$$

$$\begin{cases} p_2 V_2 = 8 \nu R T_1 \\ p_1 V_1 = \nu R T_1 \end{cases} \Rightarrow 8p_1 V_2 = 8 \nu R T_1$$

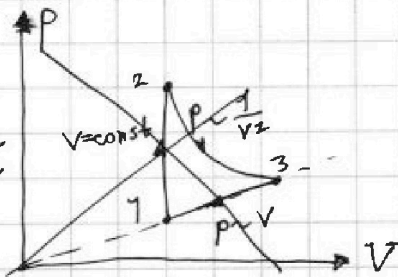
• 2-3: $p \sim \frac{1}{V^2}$, $p_2 = \beta \frac{1}{V_2^2}$

$$p_3 = \beta \frac{1}{V_3^2}$$

$$\begin{cases} p_2 V_2 \cdot V_2 = \beta \\ p_3 V_3 \cdot V_3 = \beta \end{cases}$$

$$V_2 \cdot 8 \nu R T_1 = V_3 \cdot 4 \nu R T_1$$

$$V_3 = 2V_2 = 2V_1 \Rightarrow \begin{cases} p_3 V_3 = 4 \nu R T_1 \\ 8p_1 \cdot V_2 = 8 \nu R T_1 \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

ЛМОТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{cases} p_3 V_3 = 4 \nu R T_1 \\ V_3 = 2V_2 = 2V_1 \\ p_1 V_1 = \nu R T_1 \end{cases}$$

$$p_3 \cdot 2V_1 = 4 \nu R T_1$$

$$p_3 = 2p_1$$

$$V_3 = 2V_1$$

Строим по полученным данным график $\left(\frac{p}{p_1}, \frac{V}{V_1}\right)$

• 1-2: $V = \text{const}$

• 2-3: $p \sim \frac{1}{V^2}, V \uparrow, p \downarrow$

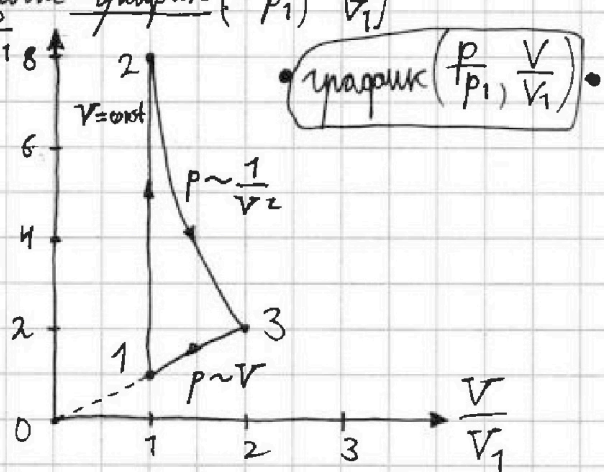
• 3-1: $p \sim V, V \downarrow, p \downarrow$

3) 1-й и 3-й термодинамики:

1-2: $Q_{12} = A_{12} + \Delta U_{12}$
 \downarrow
 0 (из графика $\frac{C}{R} \left(\frac{T}{T_1}\right)$)

2-3: $Q_{23} = \Delta U_{23} + A_{23}$
 \uparrow
 0 (из графика $\frac{C}{R} \left(\frac{T}{T_1}\right)$)

3-1: $Q_{31} = A_{31} + \Delta U_{31}$
 \uparrow
 0 (из графика $\frac{C}{R} \left(\frac{T}{T_1}\right)$)



$$\begin{cases} Q_{23} < 0 \\ Q_{31} < 0 \\ Q_{12} > 0 \end{cases} \Rightarrow Q_H = Q_{12} > 0$$

(от нагревателя)

$$\eta = \frac{A}{Q_H}, \text{ где } A - \text{ работа за весь цикл.}$$

цикл замкнут: $\Delta U_{1231} = 0 \Rightarrow A = A_{12} + A_{23} + A_{31} =$

$$= Q_{12} + Q_{23} + Q_{31} = c_{m12} \nu (T_2 - T_1) + c_{m23} \nu (T_3 - T_2) + c_{m31} \nu (T_1 - T_3)$$

$$\begin{aligned} \cdot (T_1 - T_3) &= \frac{3}{2} \nu R (8T_1 - T_1) + \frac{\nu R}{2} (4T_1 - 8T_1) + 2R \nu (T_1 - 4T_1) = \\ &= \frac{3-7}{2} \nu R T_1 + \nu R \cdot \frac{1}{2} \cdot (-4T_1) + 2\nu R - (-3T_1) = \\ &= \frac{21}{2} \nu R T_1 - 2\nu R T_1 - 6\nu R T_1 = \left(\frac{21}{2} - 8\right) \nu R T_1 = \frac{21-16}{2} \nu R T_1 = \\ &= \frac{5}{2} \nu R T_1 \end{aligned}$$

$$Q_H = Q_{12} = c_{m12} \nu (T_2 - T_1) = 4T_1 \cdot \nu$$

$$\cdot \frac{3}{2} R = \frac{21}{2} \nu R T_1 \Rightarrow \eta = \frac{A}{Q_H} = \frac{A}{Q_{12}} = \frac{\frac{5}{2} \nu R T_1}{\frac{21}{2} \nu R T_1} = \frac{5}{21}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

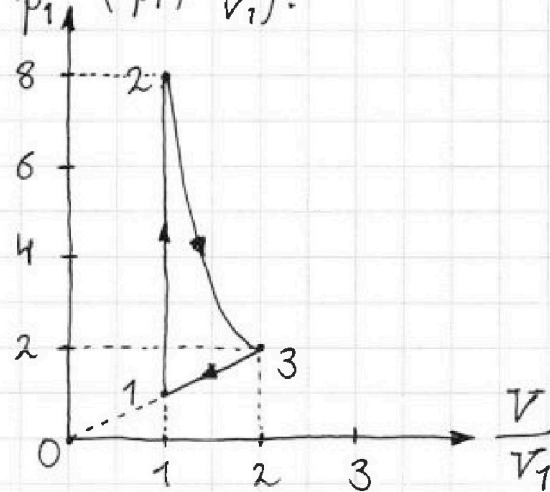


Ответ: 1) $A_{31} = \frac{3}{2} \nu R T_1 = 2493 \text{ Дж}$

2) $\eta = \frac{5}{21}$

3) График цикла в координатах

$\left(\frac{p}{p_1}, \frac{V}{V_1} \right)$:



- 1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



а
Т
м
ε₀

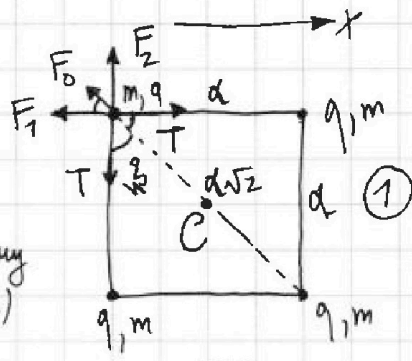
Решение: 1) Рассм-м один из шариков.

Условие равновесия X:
T = F₁ + F₀ cos 45°

1) |q| = ?

$$\begin{cases} F_1 = F_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{|q| \cdot |q|}{d^2} \\ F_0 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{|q| \cdot |q|}{(\alpha\sqrt{2})^2} \end{cases}$$

(по 3-му закону Кулона)



$$T = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q^2}{d^2} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q^2}{2\alpha^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q^2}{\alpha^2} \left(1 + \frac{1}{2} \right) = \frac{3q^2}{8\pi\epsilon_0 \alpha^2}$$

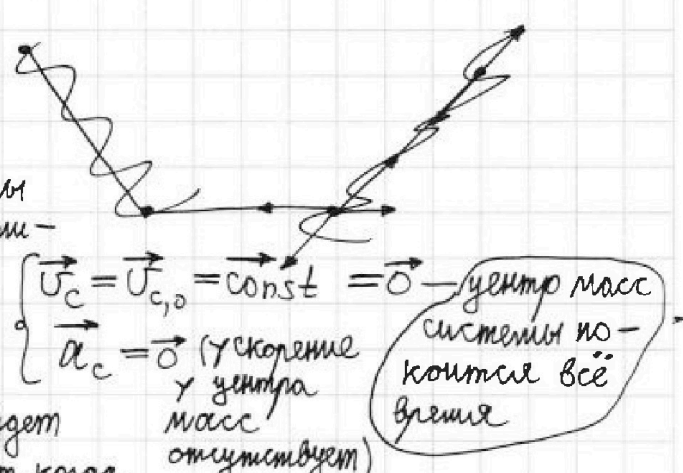
$$3q^2 = 8\pi\epsilon_0 T \alpha^2$$

$$|q| = \alpha \sqrt{\frac{8\pi\epsilon_0 T}{3}} = 2\alpha \sqrt{\frac{2\pi\epsilon_0 T}{3}}$$

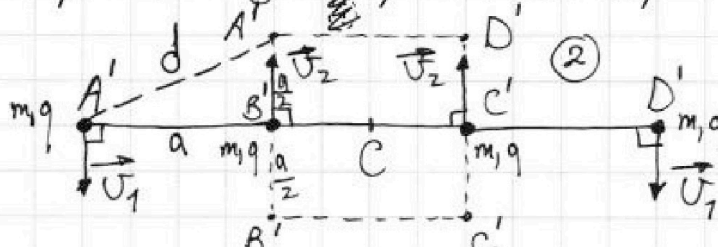
2) Рассмотрим систему шариков. Решение "4 шарика + нити"

$\vec{R}_{внешн} = \vec{0}$ для этой системы (она после перегибания нити замкнута)

⇒ если в начале центр масс системы был в т.с (в силу симметрии), то он и дальше будет в этой точке. Пусть в момент, когда шарики на одной прямой их скорости:



$\begin{cases} \vec{v}_c = \vec{v}_{c,0} = \text{const} = \vec{0} \\ \vec{a}_c = \vec{0} \end{cases}$ (ускорение у центра масс отсутствует)



v_1 (A' и D')
 v_2 (B' и C')

З.С.Э.: $2mv_2 = 2mv_1$
($\vec{P}_{системы} = \vec{0} = \text{const}$)

$$v_2 = v_1 = v$$

3) Выбрав З.С.Э. для системы шариков ① → ②: ($W_p = k \frac{q_1 q_2}{r}$)

$$W_{p1} + 0 = W_{p2} + 4 \frac{mv^2}{2}, \quad k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$

$$(W_p = 0 \text{ выбираем на бесконечности})$$

$$4 \cdot \frac{1}{2} \left(\frac{kq^2}{a} + \frac{kq^2}{a} + \frac{kq^2}{\alpha\sqrt{2}} \right) = 4 \cdot \frac{1}{2} \left(\frac{kq^2}{a} + \frac{kq^2}{2a} + \frac{3kq^2}{3d} \right) + 2mv^2$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\chi \left(\frac{2kq^2}{a} + \frac{kq^2\sqrt{2}}{2a} \right) = 2m\nu^2 + \cancel{7} \left(\frac{kq^2}{a} + \frac{5}{8}kq^2 \right)$$

$$\frac{kq^2}{a} \left(2 + \frac{\sqrt{2}}{2} - 1 - \frac{5}{8} \right) = m\nu^2$$

$$U_{1,2} = |q| \sqrt{\frac{k}{ma} \left(2 \frac{1}{8} + \frac{\sqrt{2}}{2} \right)} = |q| \sqrt{\frac{1}{4\pi\epsilon_0 ma} \left(\frac{1}{4} + \frac{\sqrt{2}}{2} \right)} =$$

$$= |q| \sqrt{\frac{3\sqrt{2}+1}{24\pi\epsilon_0 ma}} = a \sqrt{\frac{8\pi\epsilon_0 T}{3} \frac{3\sqrt{2}+1}{24\pi\epsilon_0 ma}} = \sqrt{a^2 \frac{3\sqrt{2}+1}{9} \frac{T}{ma}} =$$
$$= \sqrt{\frac{3\sqrt{2}+1}{9} \cdot \frac{aT}{m}}$$

4) Из геометрии в момент ②: $d^2 = a^2 + \frac{a^2}{4}$ \Rightarrow

$$d = \frac{\sqrt{5}}{2} a$$

Ответ: 1) $|q| = 2a \sqrt{\frac{\pi\epsilon_0 T}{3}}$

2) $\nu = |q| \cdot \sqrt{\frac{1}{4\pi\epsilon_0 ma} \left(\frac{1}{8} + \frac{\sqrt{2}}{2} \right)} = \sqrt{\frac{3\sqrt{2}+1}{9} \cdot \frac{T a}{m}}$

3) $d = \frac{\sqrt{5}}{2} a$.