

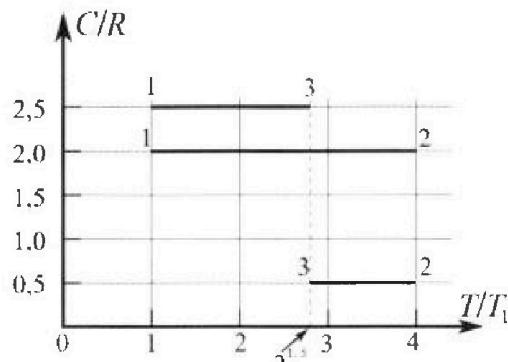
**Олимпиада «Физтех» по физике,
февраль 2023**

Вариант 10-01

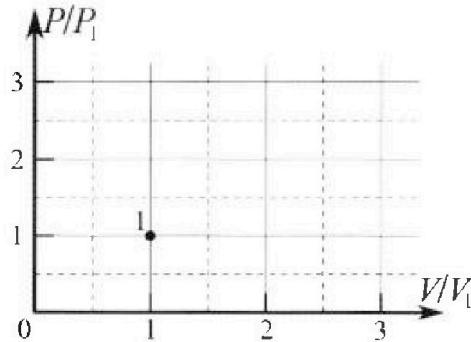


Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

4. Тепловой двигатель работает по циклу 1-2-3-1. Рабочее вещество – один моль одноатомного идеального газа. Для вычисления КПД цикла ученик десятого класса построил график зависимости молярной теплоемкости C газа (в единицах универсальной газовой постоянной R) от температуры в процессах: 1-2, 2-3, 3-1 (см. рис.). Температура газа в состоянии 1 $T_1 = 400$ К, универсальная газовая постоянная $R = 8,31$ Дж/(моль·К).



- 1) Найдите работу A_{12} газа в процессе 1-2.
- 2) Найдите КПД η цикла.
- 3) Постройте график цикла в координатах $(P/P_1, V/V_1)$, где P_1 и V_1 давление и объём в состоянии 1. Для построения графика перенесите шаблон (см. ниже) в чистовик своей работы. Точка 1 на графике соответствует состоянию 1 газа в цикле.

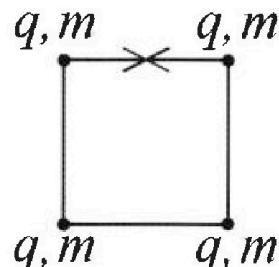


5. Четыре заряженных шарика связаны легкими нерастяжимыми нитями так, что шарики находятся в вершинах квадрата со стороной b (см. рис.). Масса каждого шарика m , заряд q .

- 1) Найдите силу T натяжения нитей.

Одну нить пережигают.

- 2) Найдите скорость V любого, выбранного Вами шарика, в тот момент, когда шарики будут находиться на одной прямой.
- 3) На каком расстоянии d от точки старта будет находиться в этот момент любой из двух шариков, изначально расположенных вверху (на рисунке)?



Коэффициент пропорциональности в законе Кулона k . Действие сил тяжести считайте пренебрежимо малым.



Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2023



Вариант 10-01

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.

1. Мяч, посланный теннисистом вертикально вверх, поднимается на максимальную высоту за $T = 2$ с.

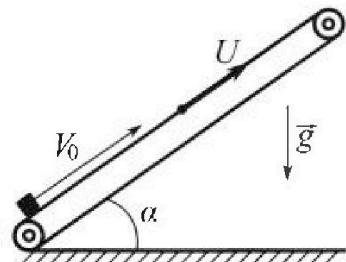
1) Найдите начальную скорость V_0 мяча.

2) Теннисист посыпает мяч с начальной скоростью V_0 под различными углами к горизонту в направлении высокой вертикальной стенки, находящейся на расстоянии $S = 20$ м от места броска. На какой максимальной высоте мяч ударяется о стенку?

Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$. Мяч движется в плоскости перпендикулярной стенке. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым. Все высоты отсчитываются от точки старта.

2. Лента транспортера, предназначенного для подъема грузов, образует с горизонтальной плоскостью угол α такой, что $\sin \alpha = 0,8$ (см. рис.).

В первом опыте небольшую коробку ставят на покоящуюся ленту транспортера и сообщают коробке начальную скорость $V_0 = 4 \text{ м/с}$. Коэффициент трения скольжения коробки по ленте $\mu = \frac{1}{3}$. Движение коробки прямолинейное.



1) За какое время T после старта коробка пройдет *в первом опыте* путь $S = 1$ м?

В втором опыте коробку ставят на ленту транспортера, движущуюся со скоростью $U = 2 \text{ м/с}$, и сообщают коробке скорость $V_0 = 4 \text{ м/с}$.

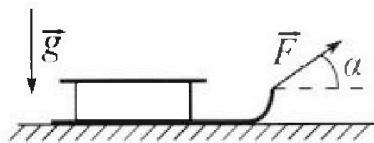
2) На каком расстоянии L от точки старта скорость коробки во втором опыте будет равна $U = 2 \text{ м/с}$?

3) На какой высоте H , отсчитанной от точки старта, скорость коробки во втором опыте станет равной нулю? Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$. Все кинематические величины измерены в лабораторной системе отсчета.

3. Санки дважды разгоняют из состояния покоя до одной и той же скорости V_0 за одинаковое время.

В первом случае санки тянут, действуя постоянной по модулю силой, направленной под углом α к горизонту (см. рис.).

Во втором случае такая же по модулю сила, приложенная к санкам, направлена горизонтально. После достижения скорости V_0 действие внешней силы прекращается.



1) Найдите коэффициент μ трения скольжения санок по горизонтальной поверхности.

2) Через какое время T после прекращения действия силы санки остановятся? Ускорение свободного падения g .

Санки находятся на горизонтальной поверхности. Движение санок прямолинейное.



- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

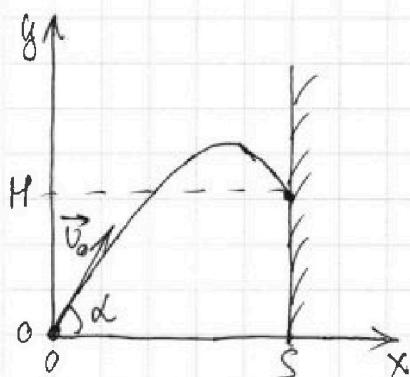
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

1.

Максимальная высота достигается в точке где вертикальная
координата ек-ти равна нулю. Т.к. по усл. мяч бросают вертикально,
то ~~если~~ $v_0 - gT = 0 \Rightarrow v_0 = gT = 20 \text{ м/с}$

Максимальная дальность полета: $L = \frac{v_0^2}{g} = 40 \text{ м}$

\Rightarrow Перемещение по горизонтали до наибольшей точки траектории
в этом случае: $r = \frac{L}{2} = 20 \text{ м}$



$$\begin{cases} v_x t = S \\ v_y t - \frac{gt^2}{2} = H \end{cases}, \text{ где } t - \text{время полета до удара о стенку}$$

$$\frac{v_y}{v_x} t - \frac{gt^2}{2v_x^2} = H; \quad v_y = v_0 \sin \alpha; \quad v_x = v_0 \cos \alpha$$

$$\Rightarrow \operatorname{tg} \alpha - \frac{gt^2}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} = H$$

По усл. $H \rightarrow \max$

$$\text{Производная } H \text{ по } \alpha; H'_\alpha = \frac{S}{\cos^3 \alpha} + 2 \frac{gS^2}{v_0^2} \cdot \frac{1}{\cos^3 \alpha} (-\sin \alpha) = 0$$

$$\Rightarrow \cos \alpha - \frac{g^2}{v_0^2} \sin \alpha = 0; \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{v_0^2}{gS} = 2$$

$$\sin \alpha = 2 \sqrt{1 - \cos^2 \alpha}; \quad \cos \alpha = \frac{1}{2} \sqrt{1 - \cos^2 \alpha}$$

$$4 \cos^3 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha; \quad \cos^2 \alpha = \frac{1}{5}$$

$$\Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = \sqrt{\frac{v_0^2}{gS}} \Rightarrow H = 15 \text{ м}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

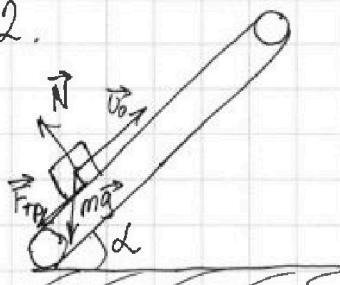


- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

2.



1) Ур-я движущихся коробки вдоль неподвижной ленты транспортера:

$$ma = mgs \sin \alpha + \mu N$$
$$\delta s = v_0 t + \frac{at^2}{2}$$

$$N = mg \cos \alpha \Rightarrow a = g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)$$

Заметим, что при упомянутых, заданных в усл. коробка остановится за время: $t = \frac{v_0}{a} = 0,4 \text{ с}$, за это время она пройдет путь: $\delta s = v_0 t - \frac{at^2}{2} = 0,8 \text{ м}$, что меньше s в усл-и.

\Rightarrow Регаток пути $s - \delta s$ коробка будет ехать вниз.

2-й з. Истотна в этом случае: $ma' = mgs \sin \alpha - \mu N$

$$s - \delta s = \frac{a't'^2}{2}, \text{ где } t' - \text{ добавочное время; } T = t + t'$$

$$t' = \sqrt{\frac{2\delta s}{a}} \Rightarrow T = (0,4 + \sqrt{\frac{2\delta s}{a}}) \text{ с} \approx 0,62 \text{ с}$$

2) По 2-му з. Истотна: $ma = mgs \sin \alpha + \mu N$

$$v_0 - u = at_n; L = v_0 t_n - \frac{at_n^2}{2} = \frac{v_0(v_0 - u)}{a} - \frac{(v_0 - u)^2}{2a} = 0,6 \text{ м}$$

3) До момента сравнивания ск-и коробки и ленты, сила трения направл. против движ. коробки и 2-й з. Истотна имеет вид: $ma = mgs \sin \alpha + \mu N$, после сравнивания ск-и сила тр. направл. по движ. коробки и 2-й з. Истотна имеет вид: $ma' = mgs \sin \alpha - \mu N$ ск-ть коробки сравнилась со ск-тью ленты, когда коробка прошла L .

$$\text{Путь коробки до полной остановки: } l = \frac{u^2}{2a'} = \frac{u^2}{2\mu g} = \frac{1}{3} \text{ м}$$

$$\Rightarrow \text{Полный путь от начала до конца: } L_o = L + l = \frac{28}{30} \text{ м}$$

$$\Rightarrow H = L_o \sin \alpha = 1,68 \text{ м} \quad H = L_o \sin \alpha = \frac{58}{75} \text{ м}$$

На одной странице можно оформлять **только** одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

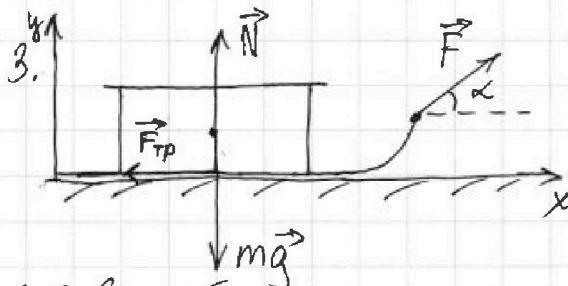
6

7

МФТИ.



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



1-й случай:

$$\begin{aligned} \text{z. 1-го случая по оси } Oy: mg - N_1 - F \sin \alpha &= 0 \Rightarrow ma = F \cos \alpha - \mu mg + \\ \text{z. 1-го случая по оси } Ox: ma &= F \cos \alpha - \mu N_1 \quad ma + \mu mg = F(\cos \alpha + \mu \sin \alpha) \end{aligned}$$

2-й случай:

$$\text{по } Oy: mg - N_2 = 0$$

$$\text{по } Ox: ma = F - \mu N_2$$

Решая систему ур-й найдем:

$$\mu = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha}$$

2) По 2-му з. 1-го случая:

$$\text{по } Oy: mg - N = 0$$

$$\text{по } Ox: ma' = -\mu N \Rightarrow a' = -\mu g$$

Ур-е изменения ес-ти по Ox : $v_0 + a'T = 0$

$$\Rightarrow T = \frac{v_0}{-a'} = \frac{v_0}{g} \cdot \frac{\sin \alpha}{1 - \cos \alpha}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

4.

1) 1-й з. Термодинамика: $\delta Q = dU + dA \Rightarrow C_V dT + p dV$

Диффер-ая ур-е Менделесева - Кнагейрона: $p dV + V dp = \gamma R dT$

$$p + V \frac{dp}{dV} = \gamma R \frac{dT}{dV}; \quad \frac{dV}{dT} = \frac{\gamma R}{p + V \frac{dp}{dV}}$$

$$\frac{\delta Q}{dT} = C = \gamma C_V + \frac{p \gamma R}{p + V \frac{dp}{dV}} = \gamma \left(C_V + \frac{R}{1 + \frac{V}{p} \frac{dp}{dV}} \right)$$

Работа газа в процессе 1-2: $A_{12} = Q_{12} - \Delta U_{12}$

$$\Delta U_{12} = \frac{3}{2} \gamma R (T_2 - T_1) = \frac{9}{2} \gamma R T_1 = \frac{9}{2} R T_1$$

$$Q_{12} = \gamma C_{12} (T_2 - T_1) = 2 R 3 T_1 = 6 R T_1$$

$$\Rightarrow A_{12} = \frac{3}{2} R T_1 = 4986 \text{ Дж}$$

2) Заметим, что процесс 1-3 изодара т.к. сюда температура

$$C_{13} = \frac{5}{2} R$$

~~также подводится изотермически в процессе 1-2~~
~~также изотермически, как в п. 1 способом найдем:~~

$$\begin{aligned} A_{23} &= \cancel{\frac{1}{2} R (2^{\frac{3}{2}} - 1)} \cdot A_{23} = \frac{1}{2} R (4 - 2^{\frac{3}{2}}) T_1 - \frac{3}{2} R (4 - 2^{\frac{3}{2}}) T_1 = \\ &= 2(4 - 2^{\frac{3}{2}}) R T_1 \\ A_{31} &= \cancel{\frac{5}{2} R (2^{\frac{3}{2}} - 1)} T_1 - \cancel{\frac{3}{2} R (2^{\frac{3}{2}} - 1)} = R T_1 (2^{\frac{3}{2}} - 1) \\ \Rightarrow \eta &= \frac{A_{12} + A_{23} + A_{31}}{Q_{23} + Q_{12} + Q_{31}} = \end{aligned}$$

Заметим, что процесс 1-3 изодара, т.к. сюда температура

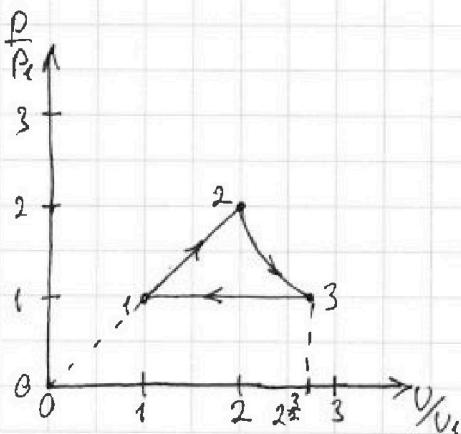
$$C_{13} = \frac{5}{2} R$$

Из формулы $C = C_V + \frac{R}{1 + \frac{V}{p} \frac{dp}{dV}}$:

в процессе 1-2: $p(V) = kV$

в процессе 2-3: $\frac{V}{p} \frac{dp}{dV} = -2$

$$\Rightarrow \frac{dp}{p} = -2 \frac{dV}{V}; \quad p = C V^{-2}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 4 п. 2) (продолжение)

Теплота подводится к газу только в процессе 1-2
Аналогично п. 1) найдем:

$$A_{23} = -\frac{1}{2}R(4-2^{\frac{3}{2}})T_1 + \frac{3}{2}R(4-2^{\frac{3}{2}})T_2 = R(4-2^{\frac{3}{2}})T_1$$

$$A_{31} = -\frac{5}{2}R(2^{\frac{3}{2}}-1)T_1 + \frac{3}{2}R(2^{\frac{3}{2}}-1)T_2 = -R(2^{\frac{3}{2}}-1)T_1$$

$$\eta = \frac{A_{12} + A_{23} + A_{31}}{Q_{12}} = \frac{6,5RT_1 - 2 \cdot 2^{\frac{3}{2}}RT_1}{6RT_1} = \frac{13 - 2^{\frac{7}{2}}}{12}$$

$$\underline{\eta = \frac{13 - 2^{\frac{7}{2}}}{12} \approx 16 \%}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

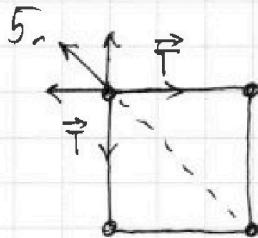
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

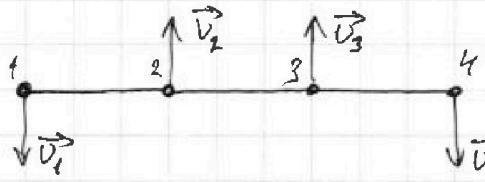


В силу симметрии результирующий вектор суммы со стороны гр- зарядов, действ. на заряд, направлен по диагонали и равен:

$$F = \sqrt{2} \frac{kq^2}{B^2} + \frac{kq^2}{2B^2} = \left(\frac{\sqrt{2}+1}{2}\right) \cdot \frac{kq^2}{B^2}$$

Результирующий вектор суммы со ст. зарядов также направлен по горизонтали и равен: $T_0 = \sqrt{2}T$

$$\Rightarrow \text{По зглу з. Итогом: } T_0 = F \Rightarrow T = \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{4}\right) \frac{kq^2}{B^2}$$



В силу симметрии ск-ти зарядов ~~и для~~ 1, 4 и 2, 3 соответственно равны ($v_1 = v_4; v_2 = v_3$)

ЗСЧ1: $mV_1 + mV_4 = mV_2 + mV_3$

$$\Rightarrow V_1 = V_2 = V_3 = V_4 = V$$

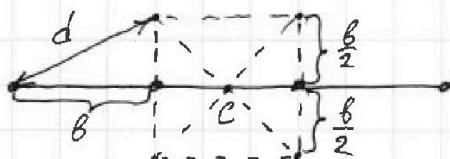
ЗСЧ2: ~~$\frac{6kq^2}{B^2} = 4 \frac{mv^2}{2}$~~

$$\frac{kq^2}{B^2} + \frac{kq^2}{B^2} + \frac{kq^2}{\sqrt{2}B} + 2 \frac{kq^2}{B} + \frac{kq^2}{\sqrt{2}B} = 4 \frac{mv^2}{2} + \frac{kq^2}{B^2} + \frac{kq^2}{2B} + \frac{kq^2}{3B}$$

$$\sqrt{2} \frac{kq^2}{B^2} = 4 \frac{mv^2}{2} + \frac{kq^2}{3B} \Rightarrow \boxed{v = \sqrt{\frac{\sqrt{2} - \frac{1}{3}}{2m} \frac{kq^2}{B^2}}}$$

$$v = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{6}\right) \frac{k}{m}}$$

Т.к. внем. симметр., то ц.м. сохраняет свое положение



В начальном момент ц.м. находился на пересечении диагонали квадрата

$$\Rightarrow d = \sqrt{B^2 + \frac{B^2}{4}} = \frac{\sqrt{5}}{2} B$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

7

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ