

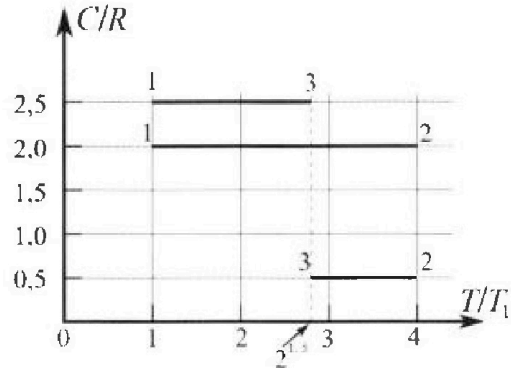
Олимпиада «Физтех» по физике,
февраль 2023

Вариант 10-01

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.



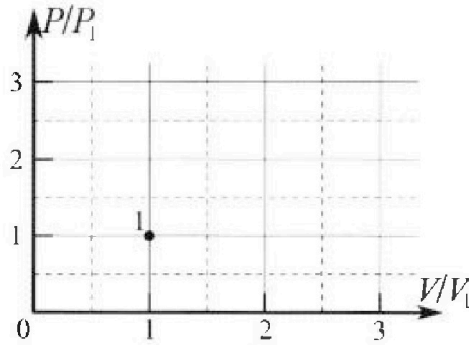
4. Тепловой двигатель работает по циклу 1-2-3-1. Рабочее вещество – один моль одноатомного идеального газа. Для вычисления КПД цикла ученик десятого класса построил график зависимости молярной теплоемкости C газа (в единицах универсальной газовой постоянной R) от температуры в процессах: 1-2, 2-3, 3-1 (см. рис.). Температура газа в состоянии 1 $T_1 = 400$ К, универсальная газовая постоянная $R = 8,31$ Дж/(моль·К).



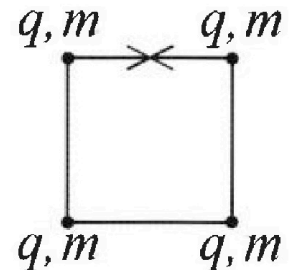
1) Найдите работу A_{12} газа в процессе 1-2.

2) Найдите КПД η цикла.

3) Постройте график цикла в координатах $(P/P_1, V/V_1)$, где P_1 и V_1 давление и объём в состоянии 1. Для построения графика перенесите шаблон (см. ниже) в чистовик своей работы. Точка 1 на графике соответствует состоянию 1 газа в цикле.



5. Четыре заряженных шарика связаны легкими нерастяжимыми нитями так, что шарики находятся в вершинах квадрата со стороной b (см. рис.). Масса каждого шарика m , заряд q .



1) Найдите силу T натяжения нитей.

Одну нить пережигают.

2) Найдите скорость V любого, выбранного Вами шарика, в тот момент, когда шарики будут находиться на одной прямой.

3) На каком рас стоянии d от точки старта будет находиться в этот момент любой из двух шариков, изначально расположенных вверху (на рисунке)?

Коэффициент пропорциональности в законе Кулона k . Действие сил тяжести считайте пренебрежимо малым.



Олимпиада «Физтех» по физике,
февраль 2023

Вариант 10-01

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.



1. Мяч, посланный теннисистом вертикально вверх, поднимается на максимальную высоту за $T = 2$ с.

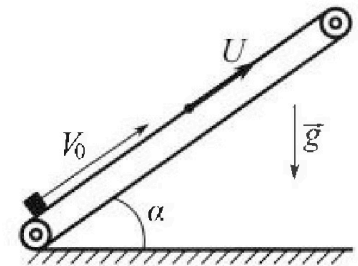
1) Найдите начальную скорость V_0 мяча.

2) Теннисист посылает мяч с начальной скоростью V_0 под различными углами к горизонту в направлении высокой вертикальной стенки, находящейся на расстоянии $S = 20$ м от места броска. На какой максимальной высоте мяч ударяется о стенку?

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Мяч движется в плоскости перпендикулярной стенке. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым. Все высоты отсчитываются от точки старта.

2. Лента транспортера, предназначенного для подъема грузов, образует с горизонтальной плоскостью угол α такой, что $\sin \alpha = 0,8$ (см. рис.).

В первом опыте небольшую коробку ставят на покоящуюся ленту транспортера и сообщают коробке начальную скорость $V_0 = 4$ м/с. Коэффициент трения скольжения коробки по ленте $\mu = \frac{1}{3}$. Движение коробки прямолинейное.



1) За какое время T после старта коробка пройдет в первом опыте путь $S = 1$ м?

Во втором опыте коробку ставят на ленту транспортера, движущуюся со скоростью $U = 2$ м/с, и сообщают коробке скорость $V_0 = 4$ м/с.

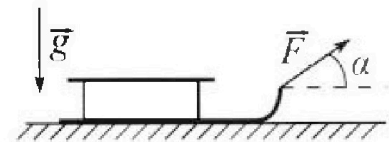
2) На каком расстоянии L от точки старта скорость коробки во втором опыте будет равна $U = 2$ м/с?

3) На какой высоте H , отсчитанной от точки старта, скорость коробки во втором опыте станет равной нулю? Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Все кинематические величины измерены в лабораторной системе отсчета.

3. Санки дважды разгоняют из состояния покоя до одной и той же скорости V_0 за одинаковое время.

В первом случае санки тянут, действуя постоянной по модулю силой, направленной под углом α к горизонту (см. рис.).

Во втором случае такая же по модулю сила, приложенная к санкам, направлена горизонтально. После достижения скорости V_0 действие внешней силы прекращается.



1) Найдите коэффициент μ трения скольжения санок по горизонтальной поверхности.

2) Через какое время T после прекращения действия силы санки остановятся? Ускорение свободного падения g .

Санки находятся на горизонтальной поверхности. Движение санок прямолинейное.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

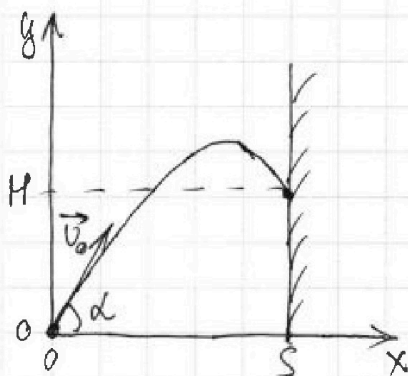
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

1.

Максимальная высота достигается в точке где вертикальная компонента скорости равна нулю. Т.к. по усл. мяч бросают вертикально, то ~~$v_0 - gT = 0$~~ $v_0 - gT = 0 \Rightarrow v_0 = gT = 20 \text{ м/с}$

Максимальная дальность полета: $L = \frac{v_0^2}{g} = 40 \text{ м}$

\Rightarrow Перемещение по горизонтали до максимальной точки траектории в этом случае: $r = \frac{L}{2} = 20 \text{ м}$



$$\begin{cases} v_x t = S \\ v_y t - \frac{gt^2}{2} = H \end{cases}, \text{ где } t - \text{ время полета до удара о стенку}$$

$$\frac{v_y}{v_x} S - \frac{gS^2}{2v_x^2} = H; \quad v_y = v_0 \sin \alpha; \quad v_x = v_0 \cos \alpha$$

$$\Rightarrow S \tan \alpha - \frac{gS^2}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} = H$$

По усл. $H \rightarrow \max$

Производная H по α ; $H'_\alpha = \frac{S}{\cos^2 \alpha} + 2 \frac{gS^2}{2v_0^2} \cdot \frac{1}{\cos^3 \alpha} (-\sin \alpha) = 0$

$$\Rightarrow \cos \alpha - \frac{gS}{v_0^2} \sin \alpha = 0; \quad \tan \alpha = \frac{v_0^2}{gS} = 2$$

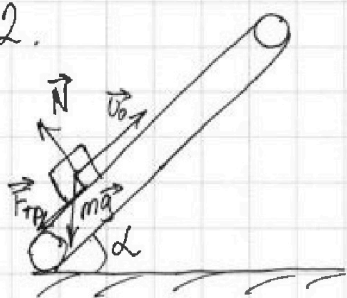
$$\sin \alpha = 2 \cdot \sqrt{1 - \cos^2 \alpha}; \quad \cos \alpha = \frac{1}{2} \sqrt{1 - \cos^2 \alpha}$$
$$4 \cos^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha; \quad \cos^2 \alpha = \frac{1}{5}$$

~~$\Rightarrow H = 15 \text{ м}$~~ $\Rightarrow H = 15 \text{ м}$

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

2.



1) Ур-я движения коробки вдоль неподвижной ленты транспортера:

$$ma = mgsind + \mu N$$

$$s = v_0 T + \frac{aT^2}{2}$$

$$N = mg \cos \alpha \Rightarrow a = g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)$$

Заметим, что при значениях, заданных в усл. коробка остановится за время: $t = \frac{v_0}{a} = 0,4 \text{ с}$, за это время она пройдет путь:
 $r = v_0 t - \frac{a t^2}{2} = 0,8 \text{ м}$, что меньше s в усл-и.

\Rightarrow Остаток пути $s - r$ коробка будет ехать вниз.

2-й з. Высота в этом случае: $ma' = mgsind - \mu N$

$$s - r = \frac{a' t'^2}{2}, \text{ где } t' - \text{добавочное время; } T = t + t'$$

$$t' = \sqrt{\frac{2}{a'}} \Rightarrow T = (0,4 + \sqrt{\frac{2}{a'}}) \text{ с} \approx 0,62 \text{ с}$$

2) По 2-му з. Высота: $ma = mgsind + \mu N$

$$v_0 - u = at_u; \quad L = v_0 t_u - \frac{a t_u^2}{2} = \frac{v_0(v_0 - u)}{a} - \frac{(v_0 - u)^2}{2a} = 0,6 \text{ м}$$

3) До момента сравнения ск-й коробки и ленты, сила трения направл. против движ. коробки и 2-й з. Высота имеет вид:
 $ma = mgsind + \mu N$, после сравнения ск-й сила тр. направл. по движ. коробки и 2-й з. Высота имеет вид: $ma' = mgsind - \mu N$
ск-ть коробки сравняется со ск-тью ленты, когда коробка прошла L

$$\text{Путь коробки до полной остановки: } l = \frac{u^2}{2a'} = \frac{1}{3} \text{ м}$$

$$\Rightarrow \text{Полный путь от начала дв-я: } L_0 = L + l = \frac{28}{30} \text{ м}$$

$$\Rightarrow H = L_0 \sin \alpha = 1,68 \text{ м} \quad H = L_0 \sin \alpha = \frac{58}{75} \text{ м}$$

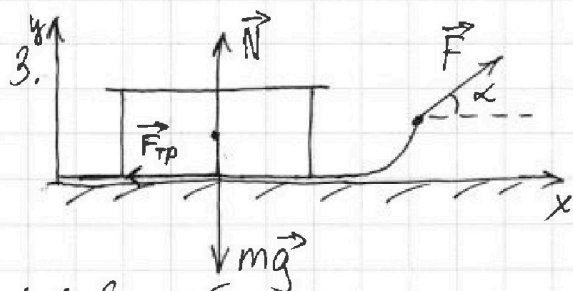
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

| | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



1) Т.к. разгон до одной и той же скорости происходит за одинаковое время \Rightarrow ускор-я в обоих случаях равна.

1-й случай:

з. Ньютона по оси $Oy: mg - N_1 - F \sin \alpha = 0 \Rightarrow ma = F \cos \alpha - \mu mg + \mu F \sin \alpha$
з. Ньютона по оси $Ox: ma = F \cos \alpha - \mu N_1$
 $ma + \mu mg = F(\cos \alpha + \mu \sin \alpha)$

2-й случай:

по $Oy: mg - N_2 = 0$
по $Ox: ma = F - \mu N_2$
 $ma + mg\mu = F$
Решая сис-му ур-й найдем:
 $\mu = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha}$

2) По 2-му з. Ньютона:

по $Oy: mg - N = 0 \Rightarrow a' = -\mu g$
по $Ox: ma' = -\mu N$

Ур-е изменения скорости по $Ox: v_0 + a'T = 0$

$\Rightarrow T = \frac{v_0}{-a'} = \frac{v_0}{g} \cdot \frac{\sin \alpha}{1 - \cos \alpha}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

4.

1) 1-й з. Термодинамика: $\delta Q = dU + dA = \nu C_v dT + p dV$
 Дифференциальное уравнение Менделеева-Клапейрона: $p dV + V dp = \nu R dT$

$$p + V \frac{dp}{dV} = \nu R \frac{dT}{dV}; \quad \frac{dV}{dT} = \frac{\nu R}{p + V \frac{dp}{dV}}$$

$$\frac{\delta Q}{dT} = C = \nu C_v + \frac{\nu R}{1 + \frac{V}{p} \frac{dp}{dV}}$$

Работа газа в процессе 1-2: $A_{12} = Q_{12} - \Delta U_{12}$

$$\Delta U_{12} = \frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_1) = \frac{9}{2} \nu R T_1 = \frac{9}{2} R T_1$$

$$Q_{12} = \nu C_{12} (T_2 - T_1) = 2 R \nu T_1 = 6 R T_1$$

$$\Rightarrow A_{12} = \frac{3}{2} R T_1 = 4986 \text{ Дж}$$

2) Заметим, что процесс 1-3 изобара т.к. это теплоемкость

$$C_{13} = \frac{5}{2} R$$

Этот процесс изобара, как в п. 1 способом Менделеева-Клапейрона:

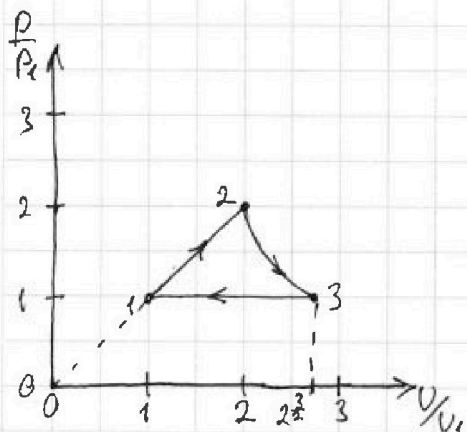
$$A_{23} = \frac{1}{2} R (4 - 2^{\frac{3}{2}}) T_1 - \frac{3}{2} R (4 - 2^{\frac{3}{2}}) T_1 =$$

$$= 2(4 - 2^{\frac{3}{2}}) R T_1$$

$$A_{31} = \frac{5}{2} R (2^{\frac{3}{2}} - 1) T_1 - \frac{3}{2} R (2^{\frac{3}{2}} - 1) T_1 = R T_1 (2^{\frac{3}{2}} - 1)$$

$$\Rightarrow \eta = \frac{A_{12} + A_{23} + A_{31}}{Q_{23} + Q_{12} + Q_{32}} =$$

Заметим, что процесс 1-3 изобара, т.к. это теплоемкость $C_{13} = \frac{5}{2} R$



$$\text{Из формулы } C = C_v + \frac{R}{1 + \frac{V}{p} \frac{dp}{dV}};$$

$$\text{в процессе 1-2: } p(V) = kV$$

$$\text{в процессе 2-3: } \frac{V}{p} \frac{dp}{dV} = -2$$

$$\Rightarrow \frac{dp}{p} = -2 \frac{dV}{V}; \quad p = C V^{-2}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

| | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 4 п. 2) (продолжение)
Теплота подводится к газу только в процессе 1-2
Аналогично п. 1) найдем:

$$A_{23} = -\frac{1}{2}R(4-2^{\frac{3}{2}})T_1 + \frac{3}{2}R(4-2^{\frac{3}{2}})T_1 = R(4-2^{\frac{3}{2}})T_1$$

$$A_{31} = -\frac{5}{2}R(2^{\frac{3}{2}}-1)T_1 + \frac{3}{2}R(2^{\frac{3}{2}}-1)T_1 = -R(2^{\frac{3}{2}}-1)T_1$$

$$\eta = \frac{A_{12} + A_{23} + A_{31}}{Q_{12}} = \frac{6,5RT_1 - 2 \cdot 2^{\frac{3}{2}}RT_1}{6RT_1} = \frac{13 - 2^{\frac{7}{2}}}{12}$$

$$\eta = \frac{13 - 2^{\frac{7}{2}}}{12} \approx 16\%$$

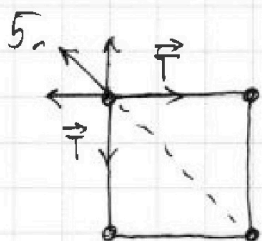
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

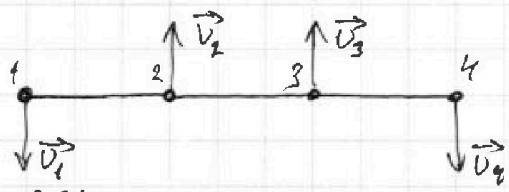


В силу симметрии результирующий вектор сил со стороны др. зарядов, действ. на заряд направлен по диагонали, и равен:

$$F = \sqrt{2} \frac{kq^2}{b^2} + \frac{kq^2}{2b^2} = \left(\frac{2\sqrt{2}+1}{2} \right) \cdot \frac{kq^2}{b^2}$$

Результирующий вектор сил со ст. митей также направлен по горизонтали и равен: $T_0 = \sqrt{2} T$

$$\Rightarrow \text{По 2-му з. Ньютона: } T_0 = F \Rightarrow T = \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{4} \right) \frac{kq^2}{b^2}$$



В силу симметрии ск-ти шариков ~~к 1, 4~~ и 2, 3 соответственно равны ($v_1 = v_4$; $v_2 = v_3$)

ЗСЦ: $mv_1 + mv_4 = mv_2 + mv_3$

$$\Rightarrow v_1 = v_2 = v_3 = v_4 = v$$

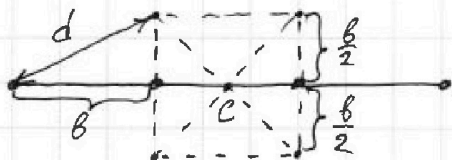
ЗСЭ: $6 \frac{kq^2}{b} = 4 \frac{mv^2}{2}$

$$\frac{kq^2}{b} + \frac{kq^2}{b} + \frac{kq^2}{12b} + 2 \frac{kq^2}{b} + \frac{kq^2}{12b} = 4 \frac{mv^2}{2} + 3 \frac{kq^2}{b} + \frac{kq^2}{2b} + \frac{kq^2}{2b} + \frac{kq^2}{3b}$$

$$\sqrt{2} \frac{kq^2}{b} = 4 \frac{mv^2}{2} + \frac{kq^2}{3b} \Rightarrow \sqrt{2} v = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{2}-1}{2} \right) \frac{kq^2}{2m b}}$$

$$v = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{2}-1}{2} \right) \frac{kq^2}{2m b}}$$

Т.к. внеш. сил нет, то ц.м. сохраняет свое положение



В начальный момент ц.м. находится на пересечении диагонали квадрата

$$\Rightarrow d = \sqrt{b^2 + \frac{b^2}{4}} = \frac{\sqrt{5}}{2} b$$



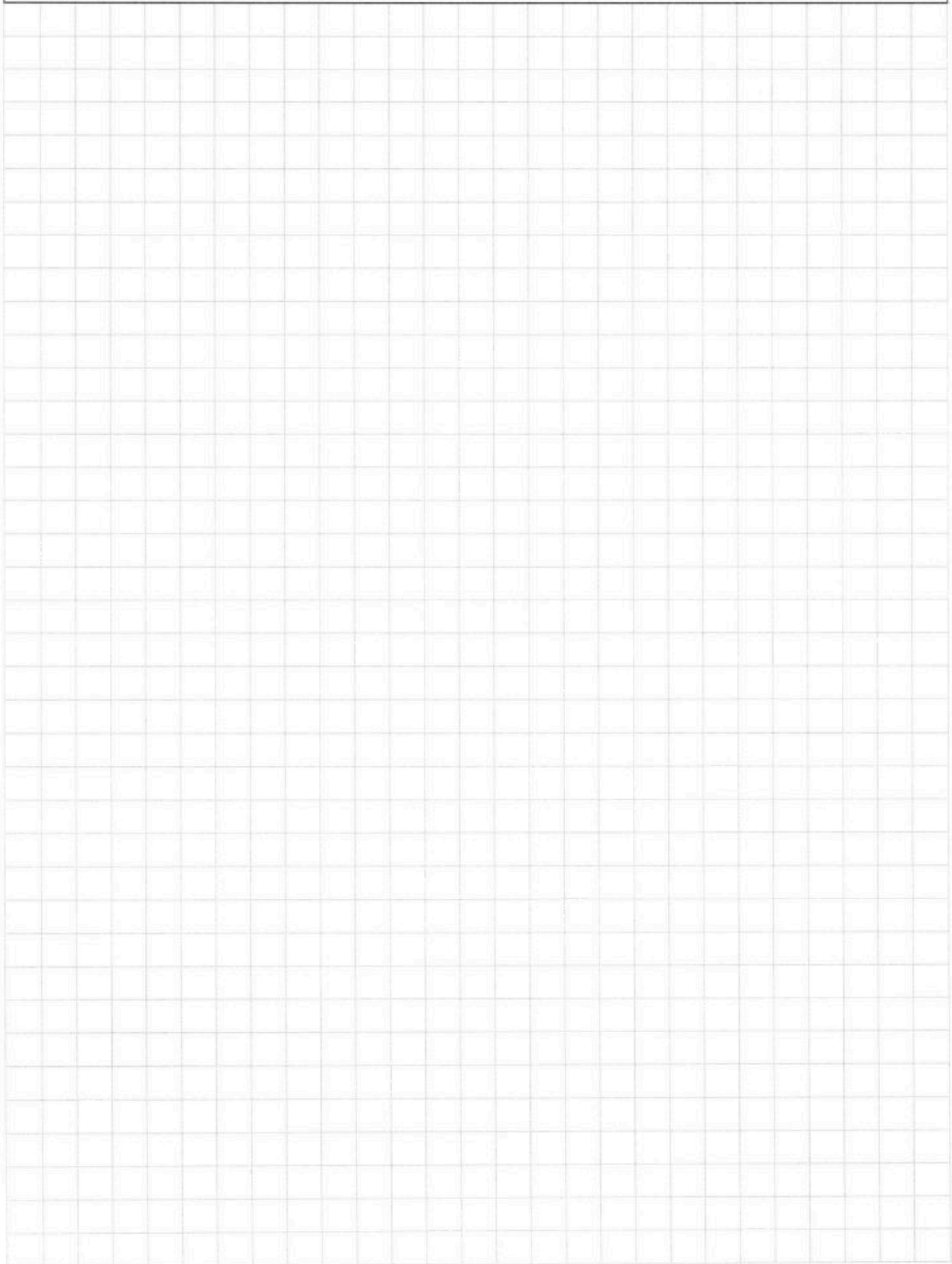
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

| | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!





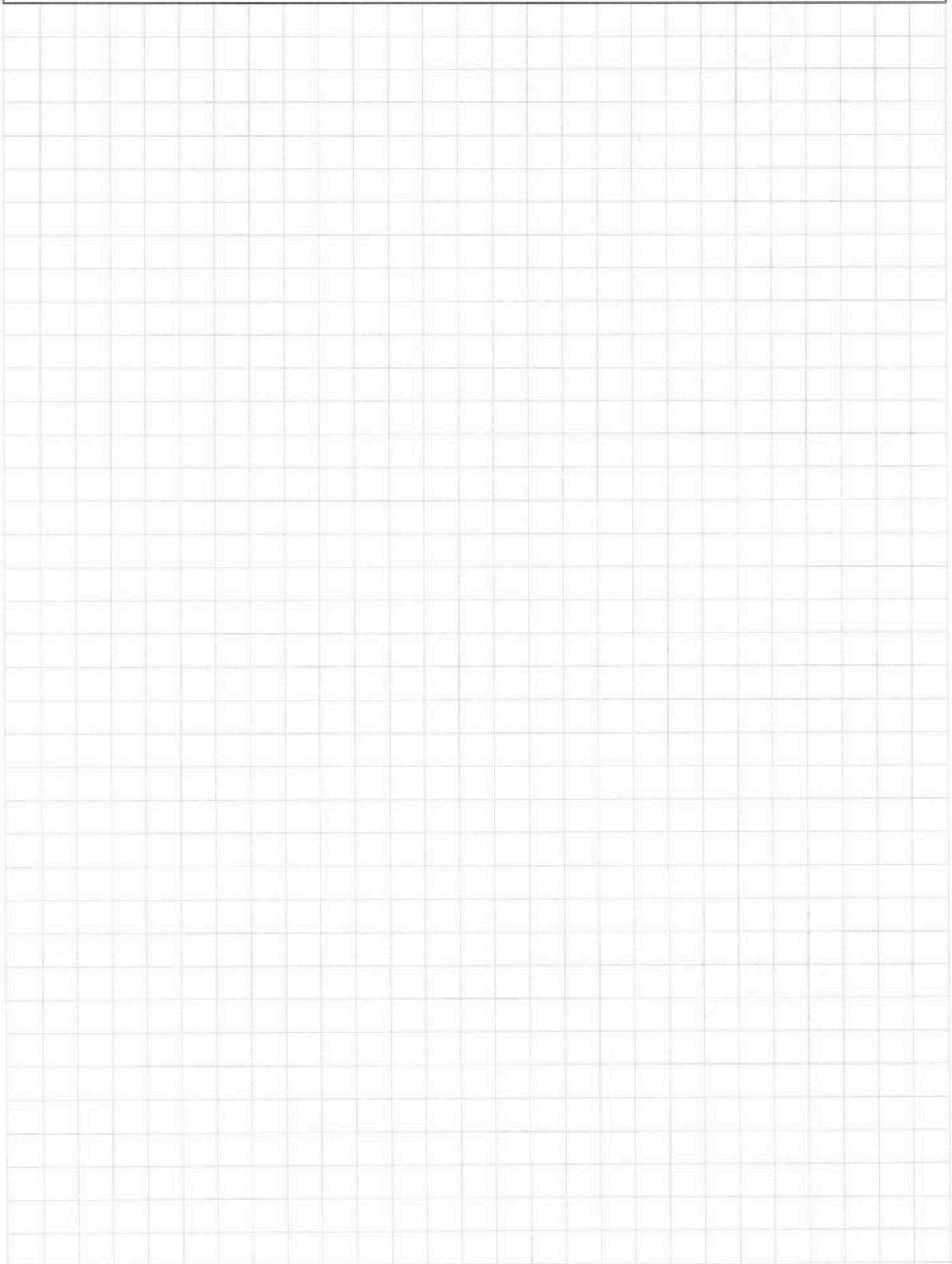
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

| | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!





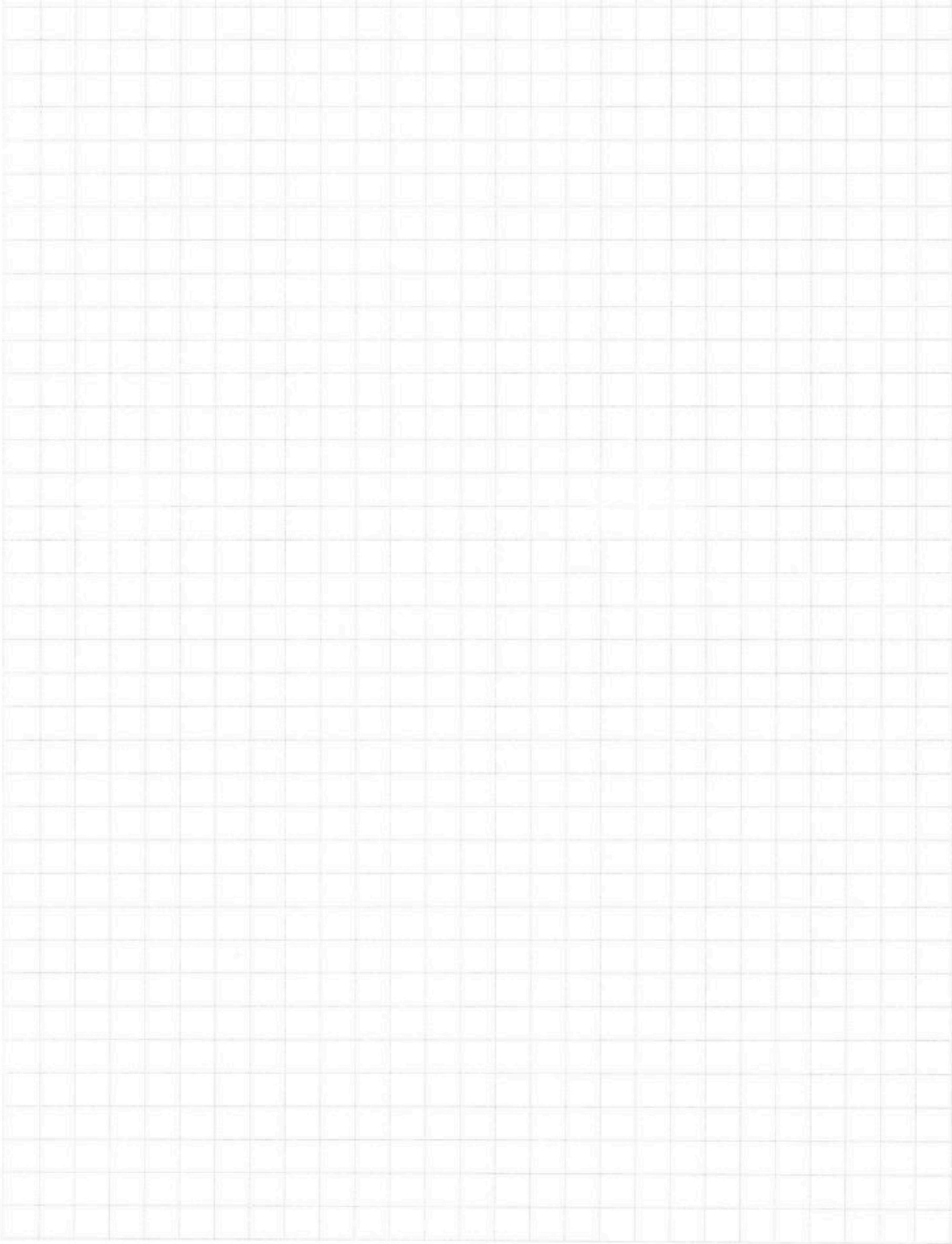
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

| | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

| | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

