



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 14



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $3^{14}7^{13}$, bc делится на $3^{19}7^{17}$, ac делится на $3^{23}7^{42}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .

2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-9ab+b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2-5x+6}-\sqrt{3x^2+x+1}=5-6x.$$

4. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , диаметр AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC=1$ и $BC=25$. Найдите длину общей касательной к окружностям ω и Ω .

5. [4 балла] Ненулевые действительные числа x, y, z удовлетворяют равенствам

$$5x-y=3z \quad \text{и} \quad \frac{8}{x}+\frac{1}{y}=\frac{15}{z}.$$

Найдите наименьшее возможное значение выражения $\frac{25x^2-y^2-z^2}{y^2+3z^2}$.

6. [5 баллов] Из пункта A в пункт B выезжают одновременно велосипедист и мотоциклист. Оба они движутся с постоянной скоростью, и мотоциклист прибывает в пункт B на 1 час раньше велосипедиста. Если бы велосипедист ехал со своей скоростью в течение того времени, что понадобилось мотоциклисту на дорогу от A к B , а мотоциклист – в течение того времени, что понадобилось велосипедисту на этот путь, то мотоциклист проехал бы на 49 километров больше. Если бы скорость каждого из них возросла на 7 км/ч, то велосипедист приехал бы в B на 36 минут позже велосипедиста. Найдите расстояние между A и B .

7. [6 баллов] Вписанная окружность ω прямоугольного треугольника ABC с прямым углом B касается его сторон CA, AB, BC в точках D, E, F соответственно. Луч ED пересекает прямую, перпендикулярную BC , проходящую через вершину C , в точке Y ; X – вторая точка пересечения прямой FY с окружностью ω . Известно, что $EX=\sqrt{2}XY$. Найдите отношение $AD:DC$.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} ab &: 3^{14} 7^{13} \\ ac &: 3^{23} 7^{42} \\ bc &: 3^{19} 7^{17} \end{aligned}$$

Пусть степень вхождения 3 в $a'' = A$
 3 в $b'' = B$
 3 в $c'' = C$

$$\begin{cases} A+B \geq 14 \\ A+C \geq 23 \\ B+C \geq 19 \end{cases} \quad 2(A+B+C) \geq 56 \Rightarrow A+B+C \geq 28, \quad \begin{aligned} A &\geq 9 \\ B &\geq 5 \\ C &\geq 14 \end{aligned}$$

Значит мин степень вхождения 3 в $a''bc'' \geq 98$.

У 7 мин степень вхождения 42 , т.к. $ac \mid abcs$
 $abcs: ac \Rightarrow$ если $ac: 7^{42} \Rightarrow abcs: 7^{42}$

Пример.

$$\begin{aligned} a &= 3^9 \cdot 7^{13} \\ b &= 3^5 \\ c &= 3^{14} \cdot 7^{23} \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} ab &: 3^{14} \cdot 7^{13} \\ ac &: 3^{23} \cdot 7^{42} \\ bc &: 3^{19} \cdot 7^{29} \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} abc &: 3^{28} \cdot 7^{42} \\ abc &\geq 3^{28} \cdot 7^{42} \\ abc &\geq 3^{28} \cdot 7^{42} \end{aligned}$$

Ответ: $3^{28} 7^{42}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{a+b}{a^2-3ab+b^2}$$

$$\frac{a+b}{(a+b)^2-11ab}$$

Пусть эта дробь сократима
на какой-то простой фак-
тор p .

Тогда $a+b : p$

$$(a+b)^2-11ab : p$$

$$(a+b)^2 : p \Rightarrow 11ab : p \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a+b : p \\ 11ab : p \end{cases}$$

, если $p \neq 11$, то пусть без огра-
жения обобщается $a : p$ и $a+b : p \Rightarrow b : p$, но тогда

$(a,b) = p$, то следует $\frac{a}{p}$ сократима. Значит

$a \not\equiv p$, и $\Rightarrow b : p \Rightarrow 11 : p$, но 11 - простое $\Rightarrow p = 11$.

Значит единственное число, на которое сокра-
тима исходная дробь это $11 \Rightarrow m = 11$

Пример. $a = 5$ $b = 6$, $(a,b) = 1$. $a+b = 11$

$$(a+b)^2-11ab = 121-330 = -209 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{a+b}{a^2-3ab+b^2} = \frac{11}{-209} = -\frac{1}{19}$$

Ответ: при $m = 11$, пример.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{3x^2 - 5x + 6} - \sqrt{3x^2 + x + 1} = 5 - 6x$$

$\overset{a}{\underbrace{\sqrt{3x^2 - 5x + 6}}}$
 $\overset{b}{\underbrace{\sqrt{3x^2 + x + 1}}}$
 $a^2 - b^2$

$$a - b = a^2 - b^2 \quad a^2 - b^2 - a + b = 0$$

$$(a - b)(a + b - 1) = 0$$

1) $a - b = 0$

$$\sqrt{3x^2 - 5x + 6} = \sqrt{3x^2 + x + 1} \quad | \cdot 2$$

$$3x^2 - 5x + 6 = 3x^2 + x + 1$$

$$5 = 6x$$

$$x = \frac{5}{6}$$

2) $a + b = 1$

$$\sqrt{3x^2 - 5x + 6} + \sqrt{3x^2 + x + 1} = 1$$

$$\sqrt{3x^2 - 5x + 6} - \sqrt{3x^2 + x + 1} = 5 - 6x$$

$$2\sqrt{3x^2 - 5x + 6} = 6 - 6x$$

$$\sqrt{3x^2 - 5x + 6} = 3 - 3x$$

$$3x^2 - 5x + 6 = (3 - 3x)^2$$

$$3x^2 - 5x + 6 = 9x^2 - 18x + 9$$

$$6x^2 - 13x + 3 = 0$$

$$D = 169 - 4 \cdot 6 \cdot 3 = 169 - 72 = 97$$

$$x_{1,2} = \frac{13 \pm \sqrt{97}}{12}$$

Ответ: $x = \left(\frac{13 \pm \sqrt{97}}{12}, \frac{5}{6} \right)$

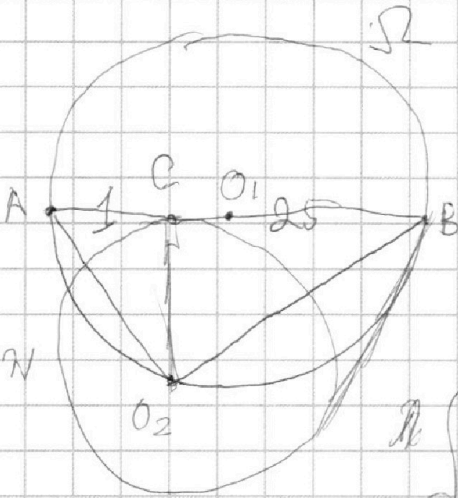
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☒ ☐ ☐ ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$R_{\Omega} = \frac{AB}{2} = \frac{1+2.5}{2} = 1.3$$

$O_2C \perp AB$ (радиус к ~~дан~~ касательной)

$\angle AO_2B = 90^\circ \Rightarrow$ угол, опирающийся

на диаметр.

$$AO_2^2 + BO_2^2 = 26^2 = 676$$

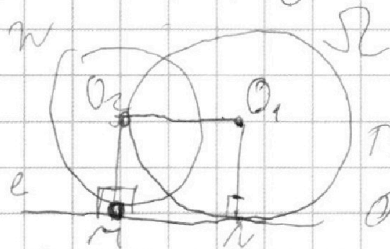
$$AO_2^2 - 1 = BO_2^2 - 2.5$$

$$\Rightarrow \begin{cases} AO_2^2 + AO_2^2 = 676 \\ AO_2^2 + 624 = BO_2^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2AO_2^2 + 624 = 676 \Rightarrow 2AO_2^2 = 52 \Rightarrow AO_2^2 = 26 \Rightarrow AO_2 = \sqrt{26} \Rightarrow \\ \Rightarrow BO_2^2 = 650 \Rightarrow BO_2 = \sqrt{650} = 5\sqrt{26} \end{cases}$$

$$\Rightarrow BO_2^2 = 650 \Rightarrow BO_2 = \sqrt{650} = 5\sqrt{26}$$

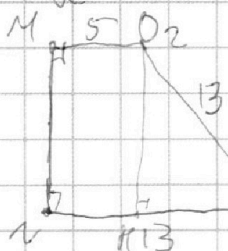
Тогда $R_{\Omega} = CO_2 = \sqrt{AO_2^2 - 1} = \sqrt{25} = 5$. Тогда знаем мы
знаем радиусы двух окр. Перорисуем картинку.



ℓ -касательная к Ω, Ω . M, N

Точки касания M и N соответственно
 $O_2M \perp \ell, O_1N \perp \ell, O_2M = 5, O_1N = 13, O_1O_2 =$

$= R_{\Omega} = 13$. Тогда получаем равнобедренный трапецию.



MN -касательная, тогда опустим $\perp$ из O_2

на $NO_1 \Rightarrow NH = NO_2$ (прямоугольник) $\Rightarrow NO_1 = 8 \Rightarrow$

$\Rightarrow O_2H = \sqrt{168 - 64} = \sqrt{105}$. А $O_2O_1H = MN \Rightarrow$

$\Rightarrow MN = \sqrt{105}$

Ответ: $\sqrt{105}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} 5x - y &= 3z \\ 5x - 3z &= y \end{aligned} \quad \frac{15}{2} \cdot \frac{8}{x} = \frac{1}{y} \quad \frac{15x - 8z}{2x} = \frac{1}{y} \quad y = \frac{2x}{15x - 8z}$$

$$\begin{aligned} (5x - 3z)(15x - 8z) &= 2x \\ 75x^2 - 40xz + 45xz - 24z^2 &= 2x \\ 75x^2 - 86xz + 24z^2 &= 0 \quad \frac{x^2}{z^2} = a \end{aligned}$$

$$75a^2 - 86a + 24 = 0$$

$$D = 86^2 - 75 \cdot 24 \cdot 4 = 196$$

$$a_{1,2} = \frac{86 \pm 14}{150}$$

$$a_1 = \frac{2}{3}$$

$$a_2 = \frac{92}{150} = \frac{36}{75} = \frac{12}{25}$$

$$\frac{x}{z} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{12}{25} = \frac{x}{z}$$

$$1) 3x = 2z$$

$$2) 25x = 12z$$

$$1) z = \frac{3x}{2} \Rightarrow \frac{15}{z} = \frac{10}{x}$$

$$\frac{8}{x} + \frac{1}{y} = \frac{10}{x}$$

$$\frac{2}{x} = \frac{1}{y}$$

$$2y = x \Rightarrow 6y = 2x \Rightarrow 3y = z$$

$$25x^2 = 100y^2$$

$$x^2 = 4y^2$$

$$3x^2 = 12y^2$$

$$\frac{25x^2 - y^2 - z^2}{y^2 + 3z^2} = \frac{90y^2}{28y^2} = \frac{90}{28} = \frac{45}{14} = 3\frac{3}{14}$$

$$2) x = \frac{25z}{12}$$

$$12z = 25x$$

$$\frac{8}{x} + \frac{1}{y} = \frac{15 \cdot 12}{25x}$$

$$\frac{8}{x} + \frac{1}{y} = \frac{36}{5x}$$

$$\frac{1}{y} = \frac{4}{5x} \Rightarrow 5x = 4y$$

$$25x^2 = 16y^2$$

$$12z = 25x = -20y$$

$$z = -\frac{5y}{3}$$

$$\frac{16y^2 - y^2 + 25y^2}{y^2 + \frac{25y^2}{3}} =$$

$$= \frac{15 + \frac{25}{3}}{\frac{16 \cdot 25}{3}} = \frac{135 + 25}{9} \cdot \frac{3}{28} =$$

$$= \frac{160 \cdot 3}{8 \cdot 28} = \frac{40}{7} = 5\frac{5}{7} = 1\frac{19}{21}$$

Ответ: $1\frac{19}{21}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Пусть S - расстояние между А и В.

x - скорость мотоциклиста

y - скорость велосипедиста

$$\frac{S}{x} + 1 = \frac{S}{y} \quad \Rightarrow \quad S \frac{y}{x} + 49 = \frac{S}{y} x$$

$$\frac{S}{x} + 0,6 = \frac{S}{y+7}$$

$$\frac{xy \cdot y}{(x-y)x} + 49 = \frac{xy \cdot x}{(x-y)y}$$

$$\frac{y^2}{x-y} + 49 = \frac{x^2}{x-y}$$

$$49 = \frac{(x-y)(x+y)}{(x-y)}$$

$$49 = x + y$$

$$y = 49 - x$$

$$\frac{xy}{(x+y)(x-y)} + 0,6 = \frac{xy}{(x-y)(y+7)}$$

$$\frac{(49-x)x}{(x+7)(2x-49)} + 0,6 = \frac{(49-x)x}{(2x-49)(56-x)}$$

$$\frac{(49-x)x(x+7) - (49-x)x(56-x)}{(x+7)(2x-49)(56-x)} = 0,6$$

$$\frac{(49-x)x(x+7-56+x)}{(x+7)(2x-49)(56-x)} = 0,6$$

$$\frac{(49-x)x(2x-49)}{(x+7)(2x-49)(56-x)} = 0,6$$

$$49x - x^2 = (56x - x^2 - 392 + 7x) \cdot 0,6 / 10$$

$$490x - 10x^2 = 294x - 6x^2 + 2352$$

$$4x^2 - 136x + 2352 = 0 \quad | :4$$

$$x^2 - 49x + 588 = 0$$

$$D = 49^2 - 4 \cdot 588 = 0 \quad x_{1,2} = \frac{49 \pm 7}{2}$$

$$x_1 = 28 \Rightarrow y_1 = 21 \quad \text{т.к. скорости}$$

$$x_2 = 21 \Rightarrow y_2 = 28 \quad \text{моториста 7.}$$

$$x = 28 \quad y = 21$$

$$\begin{array}{r} 2352 \overline{) 4} \\ 20 \\ \underline{-32} \\ 32 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 56 \overline{) 7} \\ 592 \\ \underline{-5} \\ 49 \\ \underline{-49} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 49 \overline{) 81} \\ 80 \\ \underline{-80} \\ 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 49 \overline{) 294} \\ 294 \\ \underline{-294} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 81 \overline{) 35} \\ 80 \\ \underline{-80} \\ 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 392 \overline{) 6} \\ 2352 \\ \underline{-2352} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 49 \overline{) 294} \\ 294 \\ \underline{-294} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 490 \overline{) 294} \\ 294 \\ \underline{-294} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 49 \overline{) 294} \\ 294 \\ \underline{-294} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 49 \overline{) 294} \\ 294 \\ \underline{-294} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 49 \overline{) 294} \\ 294 \\ \underline{-294} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 49 \overline{) 294} \\ 294 \\ \underline{-294} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 49 \overline{) 294} \\ 294 \\ \underline{-294} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 49 \overline{) 294} \\ 294 \\ \underline{-294} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 49 \overline{) 294} \\ 294 \\ \underline{-294} \\ 0 \end{array}$$

$$S = \frac{xy}{x-y} = \frac{28 \cdot 21}{7} = 84$$

Ответ: 84 км

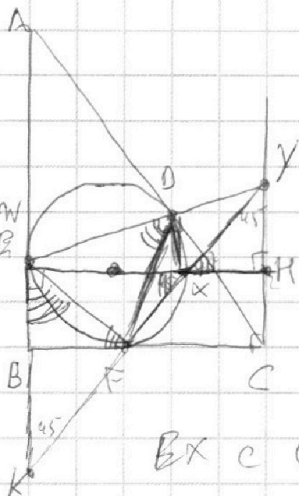
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$XY = a$$

$$EX = \sqrt{2}a$$

Докажем до пересек FX и BE . $AB \perp BC$, $CY \perp BC$.

Значит $CY \parallel AB$. Тогда $EX \parallel BC$, т.к. EX —

с ~~той~~ диаметр W . ~~А~~ Докажем до пересек.

EX с CY . $\Rightarrow \angle BDF = \angle EXF = \angle EFB$ (кас. и хорда) $\Rightarrow$ т.к.

$\angle FEB$ (кас. и хорда)

т.к. $FB \perp AB \Rightarrow \angle BEF = 45^\circ \Rightarrow \angle EXH = 45^\circ$ — к EX — $\perp$ к EX — $\perp$ к EX .

$$\triangle AED \sim \triangle C'DD \Rightarrow \frac{AD}{DC} = \frac{ED}{DY}. \quad \text{т.к. } YX = a \Rightarrow XH = \frac{\sqrt{2}a}{2} = \frac{a}{\sqrt{2}} \Rightarrow R_W.$$

$$\triangle EDX \sim \triangle EHY. \quad (\angle E \text{ общий, а } \angle X = \angle Y = 90^\circ)$$

$$\frac{ED}{EH} = \frac{EX}{EY} = \frac{DX}{HY} \quad \frac{ED}{EH} = \frac{\sqrt{2}a}{\frac{a}{\sqrt{2}}}$$

$$\frac{ED}{1,5\sqrt{2}a} = \frac{\sqrt{2}a}{\frac{a}{\sqrt{2}}} = \frac{DX}{\frac{a}{\sqrt{2}}}$$

$$ED \cdot EY = 3a^2$$

$$EY = \sqrt{(1,5\sqrt{2})^2 a^2 + \frac{a^2}{2}} = a \sqrt{2,25 \cdot 2 + \frac{1}{2}} = a \sqrt{5} \Rightarrow ED = \frac{3a^2}{a\sqrt{5}} = \frac{3a}{\sqrt{5}}$$

$$DY = EY - ED = a\sqrt{5} - a \frac{3}{\sqrt{5}} = a \frac{5-3}{\sqrt{5}} = \frac{2a}{\sqrt{5}}$$

$$\frac{ED}{DY} = \frac{3a}{\sqrt{5}} \cdot \frac{\sqrt{5}}{2a} = 1,5 \Rightarrow \boxed{\frac{AD}{DC} = 1,5} \quad \text{Ответ: } 1,5$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$a^2 b^2 c^2 : 3^{56} \cdot 7^{22}$$

$$abc = 28$$

$$\begin{cases} a=5 \\ a=9 \\ c=14 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a=9 \\ b=5 \\ c=14 \end{cases}$$

$$\begin{cases} abc = 28 \\ a+b = 13 \\ b+c = 17 \\ a+c = 14 \end{cases}$$

$$abc = 28$$

$$\begin{cases} a+b = 14 \\ b+c = 19 \\ a+c = 23 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = c - b \\ a+b = c \\ a+c = 19 \\ b = 5 \\ c = 18 \end{cases}$$

$$\sqrt{3x^2 - 5x + 6} - \sqrt{3x^2 + 6x + 1} = 5 - 6x$$

$$a - b = a^2 - b^2$$

$$(a-b)(a+b)(a+b) = 0$$

$$(a-b)(a+b)(a+b) = 0$$

$$(a-b)(a+b)(a+b-1) = 0$$

$$\sqrt{3x^2 - 5x + 6} = \sqrt{3x^2 + 6x + 1}$$

$$3x^2 - 5x + 6 = 3x^2 + 6x + 1$$

$$5 = 6x$$

$$x = \frac{5}{6}$$

$$3x^2 - 5x + 6 \geq 0$$

$$\frac{75}{36} - \frac{25}{12} + 6 \geq 0$$

$$\frac{a+b}{(a+b)^2 - 11ab}$$

$$a+b = d$$

$$(a+b)^2 = d^2$$

$$(a+b)^2 = 11ab + d^2$$

$$11ab = d^2$$

$$11ab = a^2 + b^2$$

$$a+b = 1$$

$$\sqrt{3x^2 - 5x + 6} + \sqrt{3x^2 + 6x + 1} = 1$$

$$\sqrt{3x^2 - 5x + 6} - \sqrt{3x^2 + 6x + 1} = 5 - 6x$$

$$2\sqrt{3x^2 - 5x + 6} = 6 - 6x$$

$$9 \cdot a \cdot b$$

$$3x^2 - 5x + 6 = (3 - 3x)^2$$

$$\frac{36}{270}$$

$$3x^2 - 5x + 6 = 9x^2 - 18x + 9$$

$$6x^2 - 13x + 3 = 0$$

$$\begin{array}{r} 36 \\ 270 \\ 67 \\ 99 \end{array}$$

$$D = 169 - 72 = 97$$

$$\frac{209}{92} \cdot \frac{11}{19}$$

$$\frac{209}{67}$$

$$a+b = d$$

$$11ab = d^2$$

$$a+b = d$$

$$d = 11$$

$$5 + 6$$

$$25 - 270 + 36$$

$$\begin{array}{r} 330 \\ -121 \\ \hline 209 \end{array}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$5x - 3z = y$$
$$\frac{1}{y} = \frac{15}{2} - \frac{8}{x}$$

$$\frac{1}{y} = \frac{15x - 8z}{2x}$$

$$y = \frac{2x}{15x - 8z}$$

$$\frac{2x}{15x - 8z} = 5x - 3z \quad | \quad 2x = (15x - 8z)(5x - 3z) =$$

$$75x^2 - 86xz + 24z^2 = 0 \quad | \cdot 2$$

$$75x^2 - 86xz + 24z^2 = 0$$

$$D = 86^2 - 24 \cdot 75 = 4$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ \times 86 \\ \hline 96 \\ 128 \\ \hline 1376 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 96 \\ 75 \\ \hline 480 \end{array}$$

$$D = 286 = 16^2$$

$$286 = 74$$

$$14z = 15x$$

$$z = \frac{15x}{14}$$

$$\frac{8}{x} + \frac{1}{y} = \frac{14}{x}$$

$$\frac{1}{y} = \frac{6}{x}$$

$$x = 6y$$

$$14z = 15x$$

$$36y - y = \frac{2025y}{49}$$

$$\begin{array}{r} 35 \\ \times 49 \\ \hline 315 \\ 140 \\ \hline 1715 \end{array}$$
$$1715 - 2025y = -310y^2$$
$$\frac{1715 - 2025y}{49} = -\frac{310y^2}{49}$$

$$\frac{70}{150} = \frac{14}{30} = \frac{7}{15}$$

$$\frac{102}{150} = \frac{34}{50} = \frac{17}{25}$$

$$9x^2 + 62y + 6y^2 - y^2 - z^2 =$$
$$463z^2$$
$$= 8x^2 + 60xy$$
$$y^2 + 60x^2$$

$$\frac{S^2}{x} + 49 = S - x$$
$$S^2 + 49S - 49x = S^2 - 2Sx + x^2$$
$$49S - 49x = x^2 - 2Sx$$

$$5x - y = 3z$$

$$15x - 3y = 9z$$

$$14x - 3y = 9z$$

$$5z = 3y$$

$$7z = 45y$$

$$35z = 21y$$

$$35z = 225y$$

$$2025y$$

$$\frac{225}{21}$$

$$z = \frac{15x}{7}$$

$$6x = 3z$$

$$2x = z$$

$$\frac{15}{8}x = z$$

$$\frac{S}{x + 7} + 0,6 = \frac{S}{y + 7}$$

$$\frac{S}{x} + 1 = \frac{S}{y}$$

$$\frac{Sy}{x} + 49 = \frac{Sx}{y}$$

$$\frac{S}{x} - \frac{S}{y} = 1$$

$$\frac{Sy - Sx}{xy} = 1$$

$$Sy - Sx = xy$$

$$y = \frac{Sx}{S - x}$$

$$Sxy - x^2 = xy$$

$$S = \frac{x^2}{y - x}$$

$$\frac{8}{x} + \frac{1}{y} = \frac{7}{x}$$

$$\frac{1}{y} = -\frac{1}{x}$$

$$y = -x$$

$$\frac{49}{z} = \frac{15x}{7}$$

$$\frac{S^2}{x(S-x)} + 49 = S - x$$

$$\frac{S}{x + 7} + 0,6 = \frac{S}{y + 7} = \frac{S(S-x)}{Sx + 7S - 7x}$$



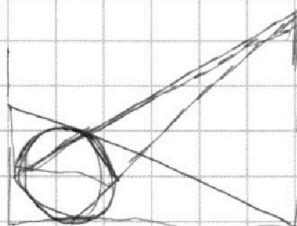
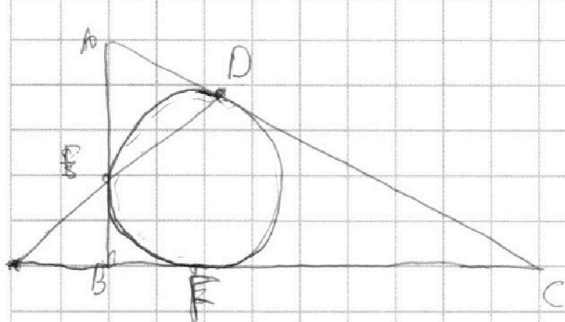
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{array}{r} 3 \\ 186 \\ 186 \\ 510 \\ 688 \\ \hline 7396 \end{array}$$

$$\triangle ADE \sim \triangle CDY$$

$$\frac{AD}{DC} = \frac{AE}{CY} = \frac{DE}{DY}$$

$$\begin{array}{r} 75 \\ 124 \\ 300 \\ 150 \\ \hline 688 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7396 \\ 7200 \\ \hline 196 \end{array}$$

$$D = 196$$

$$\frac{86 \pm 14}{150}$$

$$\frac{x}{z} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{x}{z} = \frac{18}{82}$$

$$5x - 3y = y$$

$$\frac{36}{75}$$

$$\frac{1}{y} = \frac{15x - 8x}{0.2}$$

$$\frac{12}{25}$$

$$\frac{xz}{15x - 8x} = y$$

$$\frac{xz}{15x - 8x} = 5x - 3y$$

$$xz = 75x^2 - 45xy - 40xz + 24y^2$$

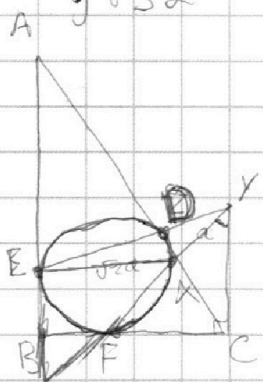
$$75x^2 - 86xz + 24y^2 = 0$$

$$\frac{75x^2}{z^2} - \frac{86x}{z} + 24 = 0$$

$$D = 86^2 - 24 \cdot 75 = 7$$

$$25x^2 - y^2 - z^2$$

mir



$$5x - y = 3z$$

$$\frac{8}{x} + \frac{1}{y} = \frac{10}{z}$$

$$3z^2 = 3(3y)^2 = 97y^2$$

$$\frac{2}{x} + \frac{1}{y}$$

$$2y = x$$

$$3x = 2z = 6y$$

$$100y^2 - y^2 - 9y^2$$

$$\frac{80y^2}{28y^2} = \frac{80}{28} = \frac{20}{7}$$

