



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 14



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $3^{14}7^{13}$, bc делится на $3^{19}7^{17}$, ac делится на $3^{23}7^{42}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .

2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-9ab+b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2-5x+6}-\sqrt{3x^2+x+1}=5-6x.$$

4. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , диаметр AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC=1$ и $BC=25$. Найдите длину общей касательной к окружностям ω и Ω .

5. [4 балла] Ненулевые действительные числа x, y, z удовлетворяют равенствам

$$5x-y=3z \quad \text{и} \quad \frac{8}{x}+\frac{1}{y}=\frac{15}{z}.$$

Найдите наименьшее возможное значение выражения $\frac{25x^2-y^2-z^2}{y^2+3z^2}$.

6. [5 баллов] Из пункта A в пункт B выезжают одновременно велосипедист и мотоциклист. Оба они движутся с постоянной скоростью, и мотоциклист прибывает в пункт B на 1 час раньше велосипедиста. Если бы велосипедист ехал со своей скоростью в течение того времени, что понадобилось мотоциклисту на дорогу от A к B , а мотоциклист – в течение того времени, что понадобилось велосипедисту на этот путь, то мотоциклист проехал бы на 49 километров больше. Если бы скорость каждого из них возросла на 7 км/ч, то велосипедист приехал бы в B на 36 минут позже велосипедиста. Найдите расстояние между A и B .

7. [6 баллов] Вписанная окружность ω прямоугольного треугольника ABC с прямым углом B касается его сторон CA, AB, BC в точках D, E, F соответственно. Луч ED пересекает прямую, перпендикулярную BC , проходящую через вершину C , в точке Y ; X – вторая точка пересечения прямой FY с окружностью ω . Известно, что $EX = \sqrt{2}XY$. Найдите отношение $AD : DC$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} ab &: 3^{14} \cdot 7^{13} \\ ac &: 3^{23} \cdot 7^{42} \\ bc &: 3^{19} \cdot 7^{17} \end{aligned}$$

Пусть степень вхождения 3 в $a'' = A$
 3 в $b'' = B$
 3 в $c'' = C$

$$\begin{cases} A+B \geq 14 \\ A+C \geq 23 \\ B+C \geq 19 \end{cases} \quad 2(A+B+C) \geq 56 \Rightarrow A+B+C \geq 28 \Rightarrow \begin{cases} A \geq 9 \\ B \geq 5 \\ C \geq 14 \end{cases}$$

Значит мин степень вхождения 3 в $a''bc'' \geq 98$.

7 мин степень вхождения 42 , т.к. $ac \nmid abcs$

$$abc: ac \Rightarrow \text{если } ac: 7^{42} \Rightarrow abc: 7^{42}$$

Пример.

$$\begin{aligned} a &= 3^9 \cdot 7^{13} \\ b &= 3^5 \\ c &= 3^{14} \cdot 7^{23} \end{aligned} \Rightarrow \begin{aligned} ab &: 3^{14} \cdot 7^{13} \\ ac &: 3^{23} \cdot 7^{42} \\ bc &: 3^{19} \cdot 7^{29} \end{aligned} \Rightarrow abc: 3^{28} \cdot 7^{42}$$

Ответ: $3^{28} \cdot 7^{42}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{a+b}{a^2-2ab+b^2} = \frac{a+b}{(a-b)^2} = \frac{1}{a-b}$$

Пусть эта дробь сократима
на какой-то простой фактор

тогда $p \mid a+b$

$$(a-b)^2 = 11ab \Rightarrow p \mid (a-b)^2$$

$$(a+b)^2 = p \Rightarrow 11ab = p \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a+b = p \\ 11ab = p \end{cases}$$

если $p \neq 11$, то пусть без ограничения общности $a = p$ и $a+b = p \Rightarrow b = 0$, но тогда

$(a,b) = p$, что следует из сократимости. Значит

$a \neq p$, и $\Rightarrow b = p \Rightarrow 11 \mid p$, но 11 - простое $\Rightarrow p = 11$.

Значит единственное число, на которое сократима исходная дробь это $11 \Rightarrow m = 11$

Пример. $a = 5, b = 6, (a,b) = 1, a+b = 11$

$$(a+b)^2 = 11ab = 3121 - 330 = 2791 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{a+b}{a^2-2ab+b^2} = \frac{11}{209} = \frac{1}{19}$$

Ответ: при $m = 11$, пример.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{3x^2 - 5x + 6} - \sqrt{3x^2 + 9x + 1} = 5 - 6x$$

$\overset{a}{\parallel} \qquad \qquad \qquad \overset{b}{\parallel}$

$$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b) = 5 - 6x$$
$$3x^2 - 5x + 6 - (3x^2 + 9x + 1) = 5 - 6x$$
$$-14x + 5 = 5 - 6x$$
$$-14x + 6x = 5 - 5$$
$$-8x = 0$$
$$x = 0$$

оба ≥ 0 , $a > 0$

$3x^2 - 5x + 6$ всегда ≥ 0

$3x^2 + 9x + 1$ всегда ≥ 0

1) $a - b = 0$

$$\sqrt{3x^2 - 5x + 6} = \sqrt{3x^2 + 9x + 1} \quad | \cdot 2$$
$$3x^2 - 5x + 6 = 3x^2 + 9x + 1$$

$$5 = 6x$$
$$x = \frac{5}{6}$$

2) $a + b = 1$

$$\sqrt{3x^2 - 5x + 6} + \sqrt{3x^2 + 9x + 1} = 1$$
$$\sqrt{3x^2 - 5x + 6} - \sqrt{3x^2 + 9x + 1} = 5 - 6x$$

$$2\sqrt{3x^2 - 5x + 6} = 6 - 6x$$
$$\sqrt{3x^2 - 5x + 6} = 3 - 3x$$
$$3x^2 - 5x + 6 = (3 - 3x)^2$$
$$3x^2 - 5x + 6 = 9x^2 - 18x + 9$$
$$6x^2 - 13x + 3 = 0$$
$$D = 169 - 4 \cdot 6 \cdot 3 = 169 - 72 = 97$$
$$x_{1,2} = \frac{13 \pm \sqrt{97}}{12}$$

Ответ: $x = \left(\frac{13 \pm \sqrt{97}}{12}, \frac{5}{6} \right)$

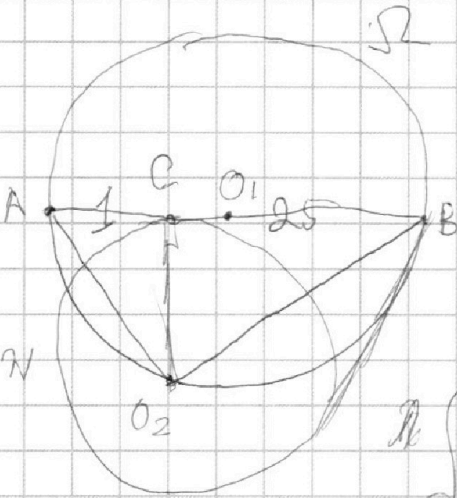
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$R_{\Omega} = \frac{AB}{2} = \frac{1+25}{2} = 13$$

$O_2C \perp AB$ (радиус к ~~касательной~~ касательной)

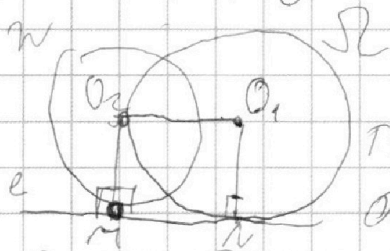
$\angle AO_2B = 90^\circ \Rightarrow$ угол, опирающийся на диаметр.

$$\begin{cases} AO_2^2 + BO_2^2 = 26^2 = 676 \\ AO_2^2 - 1 = BO_2^2 - 25 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} AO_2^2 + AO_2^2 = 676 \\ AO_2^2 + 624 = BO_2^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2AO_2^2 + 624 = 676 \Rightarrow 2AO_2^2 = 52 \Rightarrow AO_2^2 = 26 \Rightarrow AO_2 = \sqrt{26} \\ BO_2^2 = 650 \Rightarrow BO_2 = \sqrt{650} = 5\sqrt{26} \end{cases}$$

$$\Rightarrow BO_2^2 = 650 \Rightarrow BO_2 = \sqrt{650} = 5\sqrt{26}$$

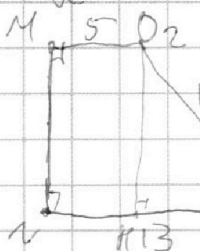
Тогда $R_{\Omega} = CO_2 = \sqrt{AO_2^2 - 1} = \sqrt{25} = 5$. Мы знаем мы знаем радиусы двух окр. Перорисуем картинку.



e - касательная к Ω, Ω . M, N

Точки касания Ω и Ω соответственно $O_2M \perp e, O_1N \perp e, O_2M = 5, O_1N = 13, O_1O_2 =$

$= R_{\Omega} = 13$. Тогда получаем равнобедренный треугольник.



MN - касательная, тогда опустим \perp из O_2 на $NO_1 \Rightarrow MN = NO_2$ (прямоугольн) $\Rightarrow NO_1 = 8 \Rightarrow$

$$\Rightarrow O_2N = \sqrt{169 + 64} = \sqrt{233}. \text{ А } \forall O_2N = MN \Rightarrow$$

$$\Rightarrow MN = \sqrt{105}$$

Ответ: $\sqrt{105}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} 5x - y &= 3z \\ 5x - 3z &= y \end{aligned} \quad \frac{15}{z} \frac{8}{x} = \frac{1}{y} \quad \frac{15x - 8z}{zx} = \frac{1}{y} \quad y = \frac{zx}{15x - 8z}$$

$$\begin{aligned} (5x - 3z)(15x - 8z) &= zx \\ 75x^2 - 40xz - 45xz + 24z^2 &= zx \\ 75x^2 - 86xz + 24z^2 &= 0 \quad \frac{x}{z} = a \end{aligned}$$

$$75a^2 - 86a + 24 = 0$$

$$D = 86^2 - 75 \cdot 24 \cdot 4 = 196$$

$$a_{1,2} = \frac{86 \pm 14}{150} \quad a_1 = \frac{2}{3} \quad a_2 = \frac{92}{150} = \frac{36}{75} = \frac{12}{25}$$

$$\frac{x}{z} = \frac{2}{3} \quad \frac{12}{25} = \frac{x}{z}$$

$$1) z = \frac{3x}{2} \Rightarrow \frac{15}{z} = \frac{10}{x}$$

$$\frac{8}{x} + \frac{1}{y} = \frac{10}{x}$$

$$\frac{2}{x} = \frac{1}{y}$$

$$2y = x \Rightarrow 6y = 2x \Rightarrow 3y = z$$

$$25x^2 = 100y^2$$

$$x^2 = 4y^2$$

$$3x^2 = 27y^2$$

$$\frac{25x^2 - y^2 - z^2}{y^2 + 3z^2} = \frac{90y^2}{28y^2} = \frac{90}{28} = \frac{45}{14} = \frac{3}{14}$$

$$2) z = \frac{25x}{12} \quad 12z = 25x$$

$$\frac{8}{x} + \frac{1}{y} = \frac{15 \cdot 12}{25x}$$

$$\frac{8}{x} + \frac{1}{y} = \frac{36}{5x}$$

$$\frac{1}{y} = \frac{4}{5x} \Rightarrow 5x = 4y$$

$$25x^2 = 16y^2$$

$$12z = 25x = -20y$$

$$z = -\frac{5y}{3}$$

$$\frac{16y^2 - y^2 + 25y^2}{y^2 + 25y^2} =$$

$$= \frac{156 \frac{25}{3}}{16 \frac{25}{3}} = \frac{1356 \cdot 25}{9} \cdot \frac{3}{28} =$$

$$= \frac{160 \cdot 3}{8 \cdot 28} = \frac{40}{3 \cdot 7} = \frac{40}{21} = \frac{19}{27}$$

Ответ: $1 \frac{19}{27}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Пусть S - расстояние между А и В.
 x - скорость мотоциклиста
 y - скорость велосипедиста

$$\frac{S}{x} + 1 = \frac{S}{y} \quad \Rightarrow \quad S \frac{y - x}{xy} = 1 \quad S(x - y) = xy$$

$$\frac{S}{x} y + 49 = \frac{S}{y} x$$

$$\frac{S}{x + 7} + 0,6 = \frac{S}{y + 7}$$

$$\frac{xy \cdot y}{(x - y)x} + 49 = \frac{xy \cdot x}{(x - y)y} \quad \frac{y^2}{x - y} + 49 = \frac{x^2}{x - y}$$

$$49 = \frac{(x - y)(x + y)}{x - y} \quad 49 = x + y \quad y = 49 - x$$

$$\frac{xy}{(x + 7)(x - y)} + 0,6 = \frac{xy}{(x - y)(y + 7)}$$

$$\frac{(49 - x)x}{(x + 7)(2x - 49)} + 0,6 = \frac{(49 - x)x}{(2x - 49)(56 - x)}$$

$$\frac{(49 - x)x(x + 7) - (49 - x)x(56 - x)}{(x + 7)(2x - 49)(56 - x)} = 0,6$$

$$\frac{(49 - x)x(x + 7 - 56 + x)}{(x + 7)(2x - 49)(56 - x)} = 0,6$$

$$\frac{49x}{(x + 7)(2x - 49)(56 - x)} = 0,6$$

$$49x - x^2 = (56x - x^2 - 392 - 7x) \cdot 0,6 \quad | \cdot 10$$

$$490x - 10x^2 = 294x - 6x^2 + 2352$$

$$4x^2 - 136x + 2352 = 0 \quad | :4$$

$$x^2 - 49x + 588 = 0$$

$$D = 49^2 - 4 \cdot 588 = 2401 - 2352 = 49$$

$$x_{1,2} = \frac{49 \pm 7}{2} \quad x_1 = 28 \Rightarrow y_1 = 21 \quad \text{т.к. скорости}$$

$$x_2 = 21 \Rightarrow y_2 = 28 \quad \text{моториста \neq }$$

$$x = 28 \quad y = 21$$

$$S = \frac{xy}{x - y} = \frac{28 \cdot 21}{7} = 84$$

Ответ: 84 км

Handwritten calculations and diagrams:

- Division: $2352 \div 4 = 588$
- Division: $56 \div 7 = 8$
- Division: $49 \div 7 = 7$
- Equation: $\frac{80}{35} = \frac{16}{7}$
- Equation: $\frac{294}{5} = \frac{16}{5} \cdot 28$
- Equation: $\frac{490}{5} = \frac{16}{5} \cdot 28$
- Equation: $\frac{294}{36} = \frac{16}{36} \cdot 28$
- Equation: $\frac{490}{36} = \frac{16}{36} \cdot 28$
- Equation: $\frac{196}{36} = \frac{16}{36} \cdot 28$
- Equation: $\frac{2401}{3} = \frac{16}{3} \cdot 28$
- Equation: $\frac{2352}{49} = \frac{16}{49} \cdot 28$
- Equation: $\frac{2352}{2} = \frac{16}{2} \cdot 28$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$a^2 b^2 c^2 = 3^5 \cdot 7^2$$

$$abc = 28$$

$$\begin{cases} a=5 \\ a=9 \\ c=14 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a=9 \\ b=5 \\ c=14 \end{cases}$$

$$\begin{cases} ab = 13 \\ bc = 17 \\ ac = 42 \end{cases}$$

$$abc =$$

$$\begin{cases} ab = 14 \\ bc = 19 \\ ac = 23 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = c - b \\ a + b = c \\ a + b = 19 \\ b = 5 \\ a = 14 \end{cases}$$

$$\sqrt{3x^2 - 5x + 6} - \sqrt{3x^2 + 6x + 1} = 5 - 6x$$

$$\begin{aligned} & \frac{ab}{(ab)^2} = \frac{1}{ab} \\ & (ab)^2 = ab \\ & (ab)^2 = 11ab \\ & ab = 11 \end{aligned}$$

$$a - b = a^2 - b^2$$

$$(a - b)(a + b)(a + b) = 0$$

$$(a - b)(a + b) = 0$$

$$(a - b)(a + b - 1) = 0$$

$$\sqrt{3x^2 - 5x + 6} = \sqrt{3x^2 + 6x + 1}$$

$$3x^2 - 5x + 6 = 3x^2 + 6x + 1$$

$$5 = 6x$$

$$3x^2 - 5x + 6 \geq 0$$

$$\frac{125}{6}$$

$$\frac{75 - 25}{36} = \frac{50}{36}$$

$$2\sqrt{3x^2 - 5x + 6} = 6 - 6x \quad 9a \cdot b$$

$$3x^2 - 5x + 6 = (3 - 3x)^2 \quad 36$$

$$3x^2 - 5x + 6 = 9x^2 - 18x + 9$$

$$6x^2 - 13x + 3 = 0$$

$$D = 169 - 72 = 97$$

$$\begin{array}{r} 4 \cdot 6 \cdot 3 = \\ 36 \\ 25 \\ \hline 61 \\ - 22 \\ \hline 169 \\ - 72 \\ \hline 97 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} ab = d \\ 11ab = d \Rightarrow a = 11 \\ d = 11 \\ \hline 5 + 6 \\ 25 - 260 + 36 \\ \hline 209 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 209 | 11 \\ 11 \\ \hline 98 \\ \hline 209 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 209 \\ 61 \\ \hline 209 \end{array}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$5x - 3z = y$$

$$\frac{1}{y} = \frac{15}{z} - \frac{8}{x}$$

$$\frac{1}{y} = \frac{15x - 8z}{zx}$$

$$y = \frac{zx}{15x - 8z}$$

$$\frac{zx}{15x - 8z} = 5x - 3z \quad | \quad zx = (15x - 8z)(5x - 3z) =$$

$$= 75x^2 - 85xz + 24z^2$$

$$75x^2 - 86xz + 24z^2 = 0 \quad | : z^2$$

$$75a^2 - 86a + 24 = 0$$

$$D = 86^2 - 24 \cdot 75 = 4$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ \times 16 \\ \hline 96 \\ 160 \\ \hline 256 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 86 \\ \times 96 \\ \hline 516 \\ 7488 \\ \hline 8256 \end{array}$$

$$14z = 15x$$

$$z = \frac{15x}{14}$$

$$\frac{8}{x} + \frac{1}{y} = \frac{14}{x}$$

$$\frac{1}{y} = \frac{6}{x}$$

$$x = 6y$$

$$14z = 15x$$

$$36y - y = \frac{2025y}{49} =$$

$$\frac{1715 - 2025y^2}{49} = -\frac{310y^2}{49}$$

$$5x - y = 3z$$

$$15x - 3y = 9z$$

$$14x - 3y = 9z$$

$$5z = 3y$$

$$7z = 4.5y$$

$$\frac{8}{3y} + \frac{1}{y} = \frac{7}{3y} \quad \frac{36 = 3y^2}{3y} = \frac{15}{2}$$

$$35z = 21y \quad 2025y^2$$

$$35z = 225y \quad \frac{225}{21}$$

$$z = \frac{15x}{7}$$

$$\frac{S}{x \cdot 67} + 0,6 = \frac{S}{y \cdot 7}$$

$$\frac{8}{x} + \frac{1}{y} = \frac{7}{x}$$

$$\frac{1}{y} = -\frac{1}{x}$$

$$y = -x$$

$$\frac{49}{z} = \frac{15x}{7}$$

$$\frac{S^2}{x(5-x)} \cdot 649 = S - x$$

$$\frac{S}{x \cdot 67} + 0,6 = \frac{S}{y \cdot 7} = \frac{S(S-x)}{Sx + 7S - 7x}$$

$$\frac{S}{x} - \frac{S}{y} = 1$$

$$\frac{Sy - Sx}{xy} = 1$$

$$Sy - xS = Sx$$

$$S = \frac{xy}{y-x}$$

$$9z^2 + 6zy + 6y^2 - y^2 - z^2 =$$

$$\frac{8z^2 + 6zy}{y^2 + 9z^2}$$

$$\frac{S^2}{x} \left(\frac{S^2}{S-x} + 49 = S - x \right)$$

$$S^2 + 49S - 49x = S^2 - 2Sx + x^2$$

$$49S - 49x = x^2 - 2Sx$$

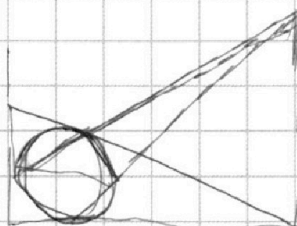
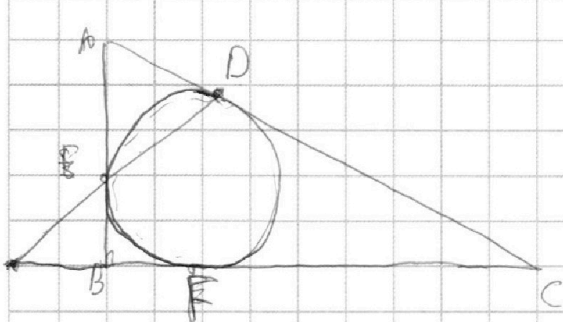
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{array}{r} 3 \\ 186 \\ 186 \\ \hline 510 \\ 688 \\ \hline 7396 \end{array}$$

$\triangle ADE \sim \triangle CDY$
 $\frac{AD}{DC} = \frac{AE}{CY} = \frac{DE}{DY}$

$$\begin{array}{r} 75 \\ 224 \\ \hline 300 \\ DE = \frac{150}{x} \\ \frac{150}{x} \times 1800 \\ \hline 2396 \\ - 2200 \\ \hline 196 \end{array}$$

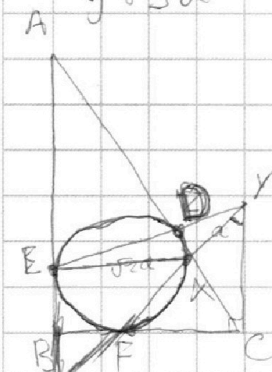
$D = 196$
 86 ± 14
 150

$\frac{x}{z} = \frac{2}{3}$ $\frac{x}{z} = \frac{18}{82} = \frac{9}{41}$
 $5x - 3y = y = \frac{36}{75}$
 $\frac{1}{y} = \frac{15x - 8z}{xz} = \frac{12}{25}$
 $\frac{xz}{15x - 8z} = y$

$280 - 6d + d = 80$
 $90 - 5d = 0$
 $d = 18$

$3x = 2z$ $25x = 10z$
 $z = \frac{3x}{2}$

$25x^2 - y^2 - z^2$
 $\frac{25x^2 - y^2 - z^2}{y^2 3z^2} \rightarrow \text{mir}$



$5x - y = 3z$
 $\frac{8}{x} = \frac{1}{y} = \frac{15}{z}$

$\frac{8}{x} = \frac{1}{y} = \frac{10}{z}$
 $3z^2 = 3(3y)^2 = 97y^2$

$2y = x$ $4y^2 = x^2$
 $3x = 2z = 6y$

$\frac{100y^2 - y^2 - 9y^2}{y^2 27y^2} = \frac{80y^2}{27y^2} = \frac{80}{27} = \frac{20}{9}$

$\frac{xz}{15x - 8z} = 5x - 3y$
 $xz = 75x^2 - 45xy - 40xz + 24y^2$
 $75x^2 - 86xz + 24y^2 = 0$
 $\frac{75x^2}{z^2} - \frac{86x}{z} + 24 = 0$
 $D = 86^2 - 75 \cdot 24 \cdot 4 = 7$

