



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 13



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $3^{11}7^{11}$, bc делится на $3^{18}7^{16}$, ac делится на $3^{21}7^{38}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-8ab+b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2-3x+4}-\sqrt{2x^2+x+3}=1-4x.$$

4. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , диаметр AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC=1$ и $BC=16$. Найдите длину общей касательной к окружностям ω и Ω .
5. [4 балла] Не нулевые действительные числа x, y, z удовлетворяют равенствам

$$3x+2y=z \quad \text{и} \quad \frac{3}{x}+\frac{1}{y}=\frac{2}{z}.$$

Найдите наибольшее возможное значение выражения $\frac{3x^2-4y^2-z^2}{x^2-6y^2}$.

6. [5 баллов] Из пункта A в пункт B выезжают одновременно велосипедист и мотоциклист. Оба они движутся с постоянной скоростью, и мотоциклист прибывает в пункт B на 2 часа раньше велосипедиста. Если бы велосипедист ехал со своей скоростью в течение того времени, что понадобилось мотоциклисту на дорогу от A к B , а мотоциклист – в течение того времени, что понадобилось велосипедисту на этот путь, то мотоциклист проехал бы на 96 километров больше. Если бы скорость каждого из них возросла на 6 км/ч, то велосипедист приехал бы в B на 1 час 15 минут позже велосипедиста. Найдите расстояние между A и B .
7. [6 баллов] Вписанная окружность ω прямоугольного треугольника ABC с прямым углом B касается его сторон CA, AB, BC в точках D, E, F соответственно. Луч ED пересекает прямую, перпендикулярную BC , проходящую через вершину C , в точке Y ; X – вторая точка пересечения прямой FY с окружностью ω . Известно, что $EX=2\sqrt{2}XY$. Найдите отношение $AD:DC$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

МФТИ

1	2	3	4	5	6	7
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№ 1

Пусть p_i для $i = a, b, c$ — степень вхождения 3 в i

q_i для $i = a, b, c$ — степень вхождения 7 в i

Из условия:

$$\begin{cases} p_a + p_b \geq 11 \\ p_b + p_c \geq 18 \\ p_c + p_a \geq 21 \end{cases}$$

$$p_a + p_b + p_c \geq 25$$

Но $p_a + p_b + p_c$ — степень вхождения 3 в $abc \Rightarrow abc : 3^{25}$

$$q_a + q_c \geq 38 \Rightarrow q_a + q_b + q_c \text{ (степень вхождения 7 в } abc) \geq 38$$

$$\Rightarrow abc : 7^{38} \Rightarrow abc \geq 3^{25} \cdot 7^{38} \text{ Пример:}$$

$$a = 3^7 \cdot 7^{19}; \quad b = 3^4; \quad c = 3^{14} \cdot 7^{19}$$

$$\text{Ответ: } 3^{25} \cdot 7^{38}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№ 2

$$a^2 - 8ab + b^2 = (a+b)^2 - 10ab \quad (!!!) : (x, y) = \text{НОД}(x, y)$$

Если дробь сократима, то и числитель и знаменатель

$: m \Rightarrow$

$a + b : m$

$$\left. \begin{array}{l} (a+b)^2 - 10ab : m \\ : m \end{array} \right\} \Rightarrow 10ab : m$$

Пусть $(a, m) = k$. Допустим, $k > 1$

так как $(a, b) = 1$, ~~$b : k$~~ $b : k$

$a + b \not\equiv 0 \pmod{k}$, но $a + b : m$ и $m : k$, противоречие \Rightarrow

$\Rightarrow (m, a) = 1$. Аналогично для $b : (m, b) = 1$.

Т.к. a и b взаимно просты с m , ~~b~~ ^{на} делимость ~~a~~ на

m ~~на~~ b в выражении $10ab$, они не влияют \Rightarrow

$10 : m \Rightarrow \max m = 10$.

Пример:

$$a = 3, b = 7$$

$$\frac{a+b}{(a+b)^2 - 10ab} = \frac{10}{-110} \quad \begin{array}{l} 10 : 10 \\ -110 : 10 \end{array} \quad \textcircled{\text{D}}$$

Ответ: 10.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{Пусть } t = 2x^2 - x + 3,5;$$

$$k = 2x - 0,5. \text{ Тогда система переписывается:}$$

$$\sqrt{t-k} - \sqrt{t+k} = -2k \quad | +2$$

$$\text{Так как ограничения: } t \geq k; \quad t+k \geq 0.$$

$$t-k - 2\sqrt{t^2-k^2} + t+k = 4k^2$$

$$2\sqrt{t^2-k^2} = 2t - 4k^2 \quad | :2$$

$$\sqrt{t^2-k^2} = t - 2k^2 \quad | +2$$

Ограничения:

$$t^2 \geq k^2$$

$$t^2 - k^2 = t^2 - 4k^2t + 4k^4$$

$$4k^4 - 4k^2t + k^2 = 0$$

$$k^2(4k^2 - 4t + 1) = 0$$

$$\text{или } k = 0$$

или

$$4k^2 - 4t + 1 = 0$$

$$2x - 0,5 = 0$$

$$4(4x^2 - 2x + 0,25) - 4(2x^2 - x + 3,5) +$$

$$x_1 = 0,25$$

$$+ 1 = 0$$

$$2 \cdot (0,25)^2 - 0,25 + 3,5 \geq 0 \quad \text{O}$$

$$16x^2 - 8x + 1 - 8x^2 + 4x - 14 + 1 = 0$$

$$(2 \cdot (0,25)^2 - 0,25 + 3,5)^2 \geq 0^2 \quad \text{O}$$

$$8x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$2 \cdot (0,25)^2 - 0,25 + 3,5 + 0 \geq 0 \quad \text{O}$$

$$2x^2 - x - 3 = 0$$

$$D = 1 + 24 = 5^2$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$x_2 = \frac{1+5}{4} = 1,5$$

$$x_3 = \frac{1-5}{4} = -1$$

$$2 \cdot (1,5)^2 - 7,5 + 3,5 \geq 2 \cdot 1,5 - 0,5 \quad \text{①}$$

$$(2 \cdot (1,5)^2 - 7,5 + 3,5) \geq (2 \cdot 1,5 - 0,5)^2 \quad \text{②}$$

$$t + k \geq 0 \quad \text{③}$$

$$2 \cdot (-1)^2 + 1 + 3,5 \geq -2 - 0,5 \quad \text{④}$$

$$6,5 \geq (-2,5)^2 \quad \text{⑤}$$

$$6,5 + (-2,5) \geq 0 \quad \text{⑥}$$

Ответ: $-1; 0,25; 1,5$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

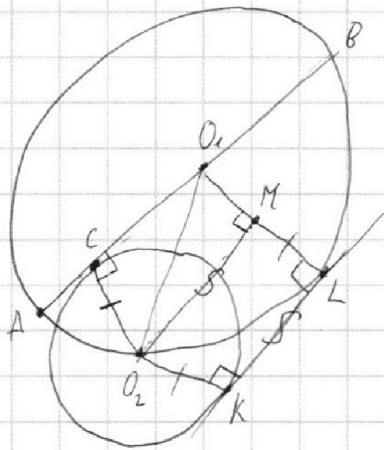
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№ 4



Пусть KL - общая касательная, касается Ω в L , ω в K , O_1 - центр Ω , O_2 - центр ω .

Проведём O_1O_2 , O_2C - радиус в точку касания, O_2K - радиус в точку касания

O_2L - радиус в точку касания, $O_2M \parallel KL$ и пересекает O_1L в M .

AB - диаметр, следовательно радиус большей окружности $= \frac{16+1}{2} = \frac{17}{2}$

По Th Пифагора для ΔO_1O_2C :

$$O_2C^2 + \left(\frac{17}{2} - 1\right)^2 = \left(\frac{17}{2}\right)^2$$

$$O_2C^2 = 16$$

$$O_2C = 4 \quad (KL \text{ - общий перпендикуляр к } ML \text{ и } O_2K, O_2M \parallel KL \text{ по постро.})$$

$$MO_2KL \text{ - } \square \Rightarrow KL = O_2M, O_2K = ML \Rightarrow O_2M = O_2L - O_2K$$

По Th Пифагора для ΔO_2MO_1 :

$$O_2M^2 + \left(\frac{17}{2} - 4\right)^2 = \left(\frac{17}{2}\right)^2$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$O_2 M^2 = 4 \cdot 13$$

$$O_2 M^2 = 2\sqrt{13} = KL$$

Ответ: $2\sqrt{13}$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№ 5

Рассмотрим числитель этой дроби:

$$3x^2 - 4y^2 - z^2 = 3x^2 - 4y^2 - (3x + 2y)^2 = 3x^2 - 4y^2 - 9x^2 - 4y^2 + 12xy = -6x^2 - 8y^2 + 12xy$$

$$\frac{3x}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{3x + 2y}$$

$$\frac{3y + x}{xy} = \frac{2}{3x + 2y}$$

$$2xy = 11xy + 3x^2 + 6y^2$$

$$3x^2 + 6y^2 + 9xy = 0$$

$$x^2 + 2y^2 = -3xy$$

$$-6x^2 - 8y^2 - 4(x^2 + 2y^2) = -(10x^2 + 16y^2) = -2(5x^2 + 8y^2)$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№ 6

Пусть $S = AB$; a - скорость велосипедиста; b - скорость мотоциклиста

$$\begin{cases} \frac{S}{a} = \frac{S}{b} + 2 & (1) \\ \frac{bS}{a} = \frac{aS}{b} + 96 & (2) \\ \frac{S}{a+b} = \frac{S}{b+b} + \frac{5}{4} & (3) \end{cases}$$

$$(1) \frac{S}{ab} (b-a) = 2$$

$$(2) \frac{S}{ab} (b^2 - a^2) = 96$$

(2)/(1):

$$b+a = 48$$

$$b = 48 - a$$

В(1):

$$\frac{S}{a} = \frac{S}{48-a} + 2$$

$$\frac{S}{-a^2+48a} (48-2a) = 2$$

$$S(48-2a) = 2a(48-a)$$

(3):

$$\frac{S}{a+b} = \frac{S}{54-a} + \frac{5}{4} \quad | \cdot (a+b)(54-a)$$

$$54b - aS = aS + 6S + \frac{5}{4} a^2$$

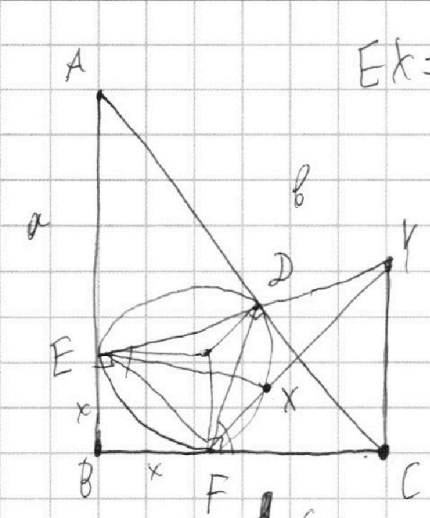
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$EK = 2\sqrt{2} \cdot XY$$

$$3x + 2y = z$$

$$\frac{z}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{z}$$

$$x^2 - 6y^2$$

$$\frac{a-x}{c-x}$$

$$\frac{z}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{3x+2y}$$

$$\frac{3y+x}{xy} = \frac{2}{3x+2y}$$

$$t = 2x^2 - x + 3,5$$

$$k = 2x - 0,5$$

$$\sqrt{t-k} + \sqrt{t+k} = -2k$$

$$\sqrt{2} \quad 2xy = 11xy + 3x^2 + 6y^2$$

$$3x^2 - 4y^2 - 9x^2 + 12xy - 4y^2 =$$

$$t-k = 2\sqrt{t-k} + t+k = 4k^2$$

$$2\sqrt{t-k} = 2t - k^2$$

$$\frac{x^2 - 6y^2 - 6x^2 - 8y^2 + 12xy}{x^2 - 6y^2} =$$

$$k^2 - k^2 = 0^2 - 4k^2 + 4k^4$$

$$k^2(4k^2 - 1) = 4k^4 \quad k^2 = 0$$

$$= \text{scribbled out}$$

$$2x - 0,5 = 0$$

$$t \geq k$$

$$x = 0,25$$

$$4t - 1 = 4k^2$$

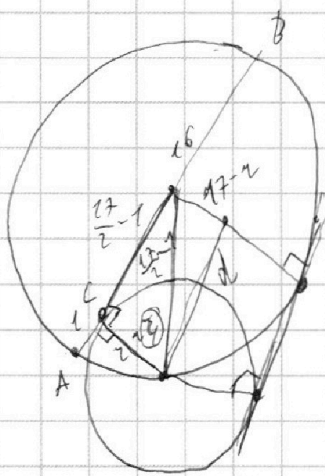
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$t = 2x^2 - x + 3,5$$

$$\sqrt{t - (2x - 0,5)} - \sqrt{t + (2x - 0,5)} = 2 - 4x - 2k$$

$$2t - \sqrt{t^2 - k^2} = 4k^2$$

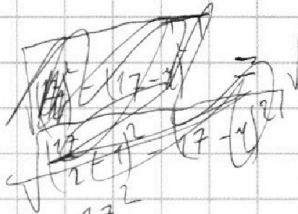
$$t^2 - k^2 = 16k^4 + 4t^2 - 16k^2t$$

$$16(k^2)^2 - (16t - 1)$$

$$\left(\frac{17}{2} - 1\right)^2 + r^2 = \left(\frac{17}{2}\right)^2$$

$$1 - 17 + 2 = 0$$

$$r = 16$$



$$\left(\frac{17}{2} - 1\right)^2 + r^2 = \left(\frac{17}{2}\right)^2$$

$$r^2 = \left(\frac{17}{2}\right)^2 - \left(\frac{17}{2} - 1\right)^2 = 1 \cdot 16 = 16$$

$$\left(\frac{17}{2}\right)^2 - \left(\frac{17}{2} - 6\right)^2 = 4 \cdot 13$$

$$pa + pb \geq 27$$

$$pb + pc \geq 28$$

$$pc + pa \geq 27$$

$$\frac{s}{a} + 2 = \frac{s}{b}$$

$$\frac{bs}{a} + 96 = \frac{as}{b}$$

$$\frac{s}{a+b} + \frac{s}{4} = \frac{s}{b+c}$$

$$\frac{s}{a}(b+1) + 98 = \frac{s}{b}(a+1)$$

по условию a, b - величины

s - расстояние

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$ab: \begin{matrix} 11 & 11 \\ 3 & 7 \\ 18 & 16 \\ 21 & 7 \end{matrix}$$

$$a + b \neq m; m$$

$$bc: \begin{matrix} 21 & 38 \\ 3 & 7 \end{matrix}$$

$$a^2 \neq 8ab + b^2; m$$

$$pa + pb \geq 11$$

$$2x^2 - 3x + 4 \geq 0$$

$$pb + pc \geq 18$$

$$2x^2 + x + 3 \geq 0$$

$$pa + pc \geq 21$$

$$9 - 24 = -16 < 0$$

$$pa + pb + pc \geq 50$$

$$\begin{matrix} -2x^2 + x + 3 \\ 2x^2 - 3x + 4 \end{matrix}$$

$$(4x - 1)$$

$$2x^2 + x + 3$$

$$\sqrt{t} - \sqrt{t + (4x - 1)} = 1 - 4x$$

$$t + t + 4x - 1 - 2\sqrt{t^2 + t(4x - 1)} = (4x - 1)^2$$

$$2t - (4x - 1)(4x - 2)$$

$$2x^2 - x + 3,5$$

$$+ 2x - 0,5$$

$$\sqrt{t + (2x - 0,5)} - \sqrt{t - (2x - 0,5)} = (2x - 0,5)$$

$$= 1 - 4x \quad | \cdot 2$$

$$t + t - 2\sqrt{t^2 - (2x - 0,5)^2} = (1 - 4x)^2$$

$$2t$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№1

Пусть p_a - степень вхождения 3 в a ~~в a~~
 $a+b \div m$
 p_b - $10ab \div m$ $3 \mid b$ $(m, a) = k$
 p_c - $(a, b) = 1$ $m=1$ $3 \mid b$ c $0 \nmid k$
 $a+b \nmid k \Rightarrow \nmid m$
 q_a - $a \mid b \div m$ $m=2$ $7 \mid b$ a $(m, a) = 1$
 q_b - $a^2 - 8ab + b^2 \div m$ $m=5$ $7 \mid b$ b $(m, b) = 1$
 $m=10$
 q_c - $(a+b)^2 - 10ab$ $3 \nmid 7$ $7 \mid b$ c

Так как $ab \div 3^{11} 7^{11}$, $a \nmid b \div 3^{11} \Rightarrow p_a + p_b \geq 11$

Аналогично:

$$\begin{cases} p_a + p_b \geq 11 \\ p_b + p_c \geq 18 \\ p_c + p_a \geq 21 \end{cases}$$

$$2(p_a + p_b + p_c) \geq 50$$

$$p_a + p_b + p_c \geq 25$$

Аналогично:

$$\begin{cases} q_a + q_b \geq 11 \\ q_b + q_c \geq 16 \\ q_c + q_a \geq 38 \end{cases}$$

$$2(q_a + q_b + q_c) \geq 65$$

$$q_a + q_b + q_c \geq 32,5$$

Так как $q_a, q_b, q_c \in \mathbb{N}$,

$$q_a + q_b + q_c \geq 33$$

В abc 3 входит в степени $p_a + p_b + p_c$, а 7 в степени $q_a + q_b + q_c \Rightarrow$

$$\left. \begin{aligned} abc &\div 3^{25} \\ abc &\div 7^{33} \end{aligned} \right\} abc \div 3^{25} \cdot 7^{33} \Rightarrow$$

$$\min abc \geq 3^{25} \cdot 7^{33}$$

Достигается при $a = 3^7$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



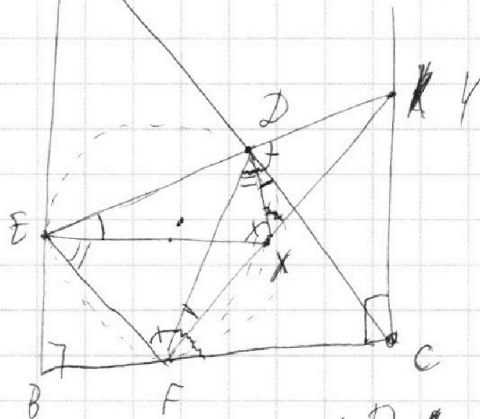
$$3x^2 - 4y^2 - 9x^2 + 12xy - 4y^2 = -6x^2 + 12xy - 8y^2 =$$

$$= -\sqrt{6}x - \sqrt{2}y - 10x^2 - 16y^2$$

S - расстояние АВ

a - скорость велосипедиста

b - скорость мотоциклиста

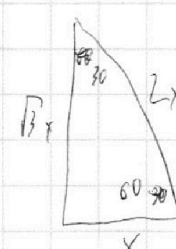


$$\sqrt{DE} \cdot \sqrt{EF} = \sqrt{BF} \cdot \sqrt{FC}$$

$$\begin{cases} \frac{S}{a} = \frac{S}{b} + 2 \\ \frac{Sb}{a} = \frac{Sa}{b} + 96 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{S}{a+b} = \frac{S}{b+a} + \frac{5}{4} \\ S + 2b = \frac{Sa}{b} + 96 \\ S \left(1 - \frac{a}{b}\right) = 96 - 2b \end{cases}$$

$$\begin{aligned} b &= ka \\ k &> 1 \end{aligned}$$



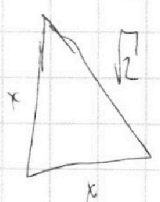
$$\frac{S}{a} + k \frac{S}{b} = \frac{S}{a} + \frac{S}{ka}$$

$$\frac{S}{ka} - \frac{S}{ka} = \frac{S}{ka} - \frac{S}{ka+b}$$

$$\begin{aligned} kS &= \frac{S}{k} + 96 \quad | \cdot k \\ k^2 S - 96k + S &= 0 \end{aligned}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$



$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{2}} &= \sin 45^\circ = \\ &= \cos 45^\circ \end{aligned}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1
 2
 3
 4
 5
 6
 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{3y + x}{xy} = \frac{2}{3x + 2y}$$

$$11xy + 3x^2 + 6y^2 = 2xy$$

$$3x^2 + 9xy + 6y^2 = 0$$

$$x^2 + 3xy + 2y^2 = 0$$

~~$$x + y$$~~

$$12xy = -(4x^2 + 8y^2)$$

$$3x^2 - 4y^2 - z^2 = 3x^2 - 4y^2 - 9x^2 - 4y^2 + 12xy =$$

$$= -10x^2 - 16y^2 \quad \frac{-10x^2 - 16y^2}{x^2 - 6y^2}$$

$$\frac{5}{a} = \frac{5}{b} + 2$$

$$\frac{5}{a} = \frac{5}{b} + 2$$

$$\frac{5}{a+b} = \frac{5}{a+b} + \frac{5}{4}$$

$$5 \frac{b-a}{ab} = 2$$

$$5(b-a) = 2ab$$

$$5(b^2 - a^2) = 96ab$$

$$a+b = 48$$

$$\frac{5}{a+b} = \frac{5}{54-a} + \frac{5}{4}$$

~~$$\frac{5}{a+b} = \frac{5}{54-a} + \frac{5}{4}$$~~

$$\frac{5(48-a)}{ab} = \frac{25}{b} + 2$$

$$\frac{25(24-a)}{ab} = 2$$

$$25(24-a) = 2ab$$

$$\frac{5}{a+b} = \frac{5}{54-a} + \frac{5}{4} \quad | \cdot 4(a+b)(54-a)$$

$$545 - a5 = a5 + 65 + \frac{5}{4}a^2 + 324 + 48a$$

$$5(48 - 2a) = -\frac{5}{4}a^2 + 48a - 324$$

$$\begin{array}{r} -\frac{5}{4}a^2 + 48a - 324 \quad | -2a + 48 \\ -\frac{5}{4}a^2 + 30a \\ \hline 18a - 324 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 48 \\ -54 \cdot 6 \\ \hline 4,2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ 54 \\ \hline 324 \end{array}$$