МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

# 10 КЛАСС. Вариант 9

1. [4 балла] Натуральные числа $a$, $b$, $c$ таковы, что $ab$ делится на $2^{14}7^{10}$, $bc$ делится на $2^{17}7^{17}$, $ac$ делится на $2^{20}7^{37}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения $abc$.

2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь
$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}.$$
При каком наибольшем $m$ могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на $m$?

3. [4 балла] Центр окружности $\omega$ лежит на окружности $\Omega$, хорда $AB$ окружности $\Omega$ касается $\omega$ в точке $C$ так, что $AC : CB = 7$. Найдите длину $AB$, если известно, что радиусы $\omega$ и $\Omega$ равны 1 и 5 соответственно.

4. [5 баллов] Решите уравнение
$$\sqrt{2x^2-5x+3}-\sqrt{2x^2+2x+1}=2-7x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-12;24)$, $Q(3;24)$ и $R(15;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1;y_1)$ и $B(x_2;y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2-2x_1+y_2-y_1=12$.

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра $a$, для каждого из которых найдётся значение параметра $b$, при котором система
$$\begin{cases} ax-y+10b=0, \\ ((x+8)^2+y^2-1)(x^2+y^2-4) \leqslant 0 \end{cases}$$
имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник $ABC$ вписан в окружность. Пусть $M$ – середина той дуги $AB$ описанной окружности, которая не содержит точку $C$; $N$ – середина той дуги $AC$ описанной окружности, которая не содержит точку $B$. Найдите расстояние от вершины $A$ до центра окружности, вписанной в треугольник $ABC$, если расстояния от точек $M$ и $N$ до сторон $AB$ и $AC$ соответсвенно равны 4,5 и 2.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| X | | | | | | |

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

Предположим, что мы нашли искомые значения a, b и c, при которых abc – наименьшее, тогда, БОО, пусть $a = 2^{x_a} \cdot 7^{y_a}$; $b = 2^{x_b} 7^{y_b}$; $c = 2^{x_c} \cdot 7^{y_c}$, где $x_a, y_a, x_b, y_b, x_c$ и $y_c$ целые неотриц. числа, т.к. a, b и c натуральные. Тогда по условию: $ab = 2^{x_a+x_b} 7^{y_a+y_b}$; $ac = 2^{x_a+x_c} \cdot 7^{y_a+y_c}$; $cb = 2^{x_c+x_b} \cdot 7^{y_b+y_c}$, тогда

$x_a + x_b = 14$

$x_b + x_c = 17$

$x_c + x_a = 20$, т.к. 2 и 7 взаимопросты и других множителей у наших чисел нет, т.к. мы можем разделить на доп. множители и abc уменьшится, а по предположению оно наименьшее.

Тогда: $2(x_a + x_b + x_c) = 51 \Rightarrow x_a + x_b + x_c = 25{,}5$, но т.к. все числа натуральны, то все простые множители в их разложение входят в целых неотриц. степенях, то минимальная возм. сумма показателей степеней равна 26. Аналогично:

$y_a + y_b = 10$

$y_b + y_c = 17$

$y_c + y_a = 37$

Т.к. $y_a + y_b + y_c < 37$ – противоречие (т.к. все они неотриц), значит $y_a + y_b + y_c \geq 37$

$2(y_a + y_b + y_c) = 64 \Rightarrow y_a + y_b + y_c = 32$. Таким образом мы определили минимальные возм. суммы показателей степеней двойки и 7 (других ~~прост~~ множителей у чисел a, b и c нет). Очев., что $abc = 2^{x_a+x_b+x_c} \cdot 7^{y_a+y_b+y_c} \geq 2^{26} \cdot 7^{37}$

Это значение abc достигается при $a = 2^9 \cdot 7^{10}$
$b = 2^6 \cdot 7^{10}$
$c = 2^{11} \cdot 7^{27}$

Ответ: $abc \geq 2^{26} \cdot 7^{37}$, след-но минимально возможное значение $abc = 2^{26} \cdot 7^{37}$

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2} = \frac{\cancel{a+b}\ a+b}{2(a\cancel{+}-b)^2-(a+b)^2}$$

Очев, что при $m=1$ – верно,

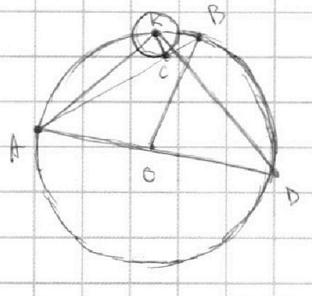
Ответ: $m=1$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | X | | | | |

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ




Пусть $K$ – центр $\omega$, $O$ – центр $\Omega$. Продлим $AO$ до пересечения с $\Omega$, отметим т. $D$. Очев, $\angle AKD = 90^\circ$, как вписанный, опирающийся на диаметр, и $\angle KCB = 90^\circ$, как угол между касательной и радиусом, проведенным в т. касания. Очев, что $\square AKBD$ – вписанный $\Rightarrow \angle KBA = \angle KBC = \angle KDA$, тогда $\triangle CKB \sim \triangle KAD$ по 2 углам: $\angle KBC = \angle KDA$ и $\angle KCB = \angle AKD = 90^\circ$. Тогда: $\frac{KC}{CB} = \frac{AK}{KD} = \frac{1}{x}$, где $CB = x$, и $AC = 7x$. По теореме Пифагора для $\triangle AKC$: $AK^2 = AC^2 + KC^2 = 49x^2 + 1$, т.к. $\angle ACK$ прямой. $\frac{AK}{KD} = \frac{1}{x} \Rightarrow \frac{AK^2}{KD^2} = \frac{1^2}{x^2} \Rightarrow KD^2 = x^2 \cdot AK^2 \Rightarrow$ в $\triangle AKD$ по т. Пифагора: $AK^2 + KD^2 = AK^2(1+x^2) = AD^2 = (2R)^2 = 10^2 = 100$. Тогда: $100 = (x^2+1)(49x^2+1)$ Найдем значение $x$:

$100 = 49x^4 + 50x^2 + 1 \Rightarrow 49x^4 + 50x^2 - 99 = 0$ Решим как квадратное, относительно $x^2$: $D = \cancel{2500}\ 50 \cdot 50 + 4 \cdot 49 \cdot 99 = 21904$

$x^2_{1,2} = \frac{\cancel{25}\ -50 \pm \sqrt{21904}}{49 \cdot 2}$, т.к. $x^2$ неотрицателен, то $x^2 = \frac{-50 + \sqrt{21904}}{2 \cdot 49} = \frac{-50 + 148}{49 \cdot 2} = 1$, откуда $\cancel{8}$ $x = 1 \Rightarrow 8x = AB = AC + CB = 7x + x = 8$.

Ответ: $8 = AB$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | X | | | |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{2x^2-5x+3} = \sqrt{2(x-1)(x-1,5)}$$

$$\sqrt{2x^2-5x+3} - \sqrt{2x^2+2x+1} = 2-7x$$

$$\cancel{2x^2-7}\left(2x^2-5x+3+2x^2+2x+1\right) - 2\cdot\sqrt{(2x^2-5x+3)(2x^2+2x+1)} = 4-28x+49x^2$$

$$\cancel{2x}\ 4(2x^2-5x+3)(2x^2+2x+1) = (-45x^2+25x)^2$$

$$16x^2 - 24x^3 - 8x^2 + 4x + 12 = \cancel{4}\,45$$

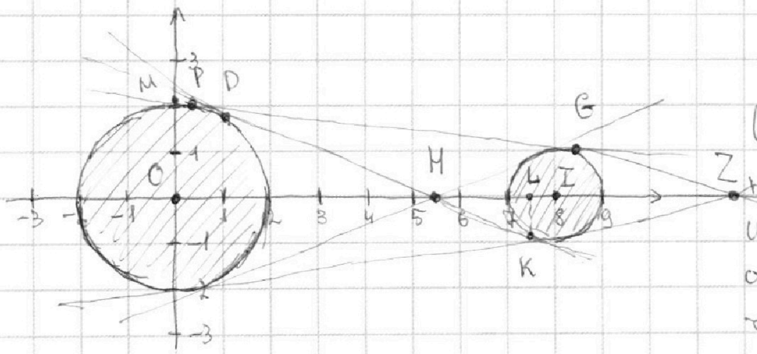
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☐ | ☒ | ☐ |

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

На графике построим решение второго уравнения системы: $((x+8)^2+y^2-1)$ – на графике это окр-ть радиусом 1, с ц. в т. $(8;0)$, $(x^2+y^2-4)$ – на графике это окружность с центром в начале коорд $(0;0)$ и радиусом 2. Решением будет являться любая точка не снаружи окружностей (из графика очев, что они не пересекаются и в этом случае один из множителей будет не отрицательным, а другой – не положительным, след-но их произведение будет не положительным.




$ax-y+10b=0$ – прямая.

Очев., что прямая с окружностью имеет ~~од~~ одну, 0 или бесконечно много общих точек, тогда очев, что наша прямая – касательная к обоим окружностям. Очевидно, что если D и K – т. касания внутр. касат., то $\triangle ODH \sim \triangle IKH$, (O и I – центры окр-тей. H – т. в которой касательная пересекает ~~x~~ $y=0$.), т.к. $\angle ODH = \angle HKI = 90°$ и $\angle IHK = \angle ODH$, как вертикальные и коэф. подобия – отношение радиусов => равен 2: $\frac{OD}{KI} = \frac{OH}{IH} = 2 \Rightarrow OH = \frac{2}{3} OI = \frac{2}{3} \cdot 8$, тогда

По т. пифагора (т.к. $IH = \frac{1}{3} OI = \frac{1}{3} \cdot 8$) для $\triangle HIK$: $HK = \sqrt{HI^2 - IK^2} = \sqrt{\frac{64}{9} - 1} = \cancel{\sqrt{6}}\ \sqrt{\frac{55}{9}}$. в $\triangle HKI$ $\sin \angle IHK = \frac{1}{\frac{1}{3} \cdot 8} = \frac{3}{8}$, тогда y точки K равен: $-HK \cdot \sin \angle IHK = -\sqrt{\frac{55}{9}} \cdot \frac{3}{8} = -\sqrt{\frac{55}{64}}$, а X т. K равен $OH + HL$, где L – проекция т. K на ось X, и по т. Пифагора: ~~OH~~ $+ HL = OH + \sqrt{HK^2 - KL^2} = \sqrt{\frac{55}{9} - \frac{55}{64}} = \sqrt{\frac{55(64-9)}{64 \cdot 9}} = \frac{55}{24}$. $OL = HO + HL = \frac{16}{3} + \frac{55}{24} = \frac{183}{24}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

При $x = \frac{2}{3}\cdot 8$; $y=0$ – подставим в ур-е прямой 2 значения

$y = ax + 10b \to (1)\ 0 = \frac{16}{3}a + 10b$ Вычтем из (2) (1)

$(2)\ -\sqrt{\frac{55}{64}} = \frac{183}{24}a + 10b$

$(2)-(1) \Rightarrow -\sqrt{\frac{55}{64}} = \frac{55}{24}a \Rightarrow a = \frac{-3\sqrt{55}}{55}$ Очев, из-за симметрии относительно $OX$ $a = \frac{3\sqrt{55}}{55}$.

Аналогично для внешних касательных: пусть $Z$ – т. перес. $OX$, $P$ и $G$ – т. касания, тогда $\triangle ZIG \sim \triangle ZOP$, т.к. $\angle OZP$ – общ., $\angle OPZ = \angle IGZ = 90^\circ \Rightarrow \frac{IG}{OP} = \frac{ZI}{ZO} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{ZI}{ZI+8} = \frac{1}{2} \Rightarrow ZI = 8$. В $\triangle ZIG$ по т. Пифагора $GZ = \sqrt{IZ - IG} = \sqrt{63} \Rightarrow$ Тогда $tg\angle GZI = \frac{IG}{GZ} = \frac{1}{\sqrt{63}}$. Пусть прямая $ZGP$ пересекает $Oy$ в т. $M$, тогда $x$ точки $M$ равен $0$, а $y$ точки $M$ равен $tg\angle MOZ \cdot ZO$, т.к. $MO \perp OZ \Rightarrow y$ точки $M$ равен $\frac{1}{\sqrt{63}} \cdot 16 = \frac{16}{\sqrt{63}}$.

Подставим коорды точек $Z$ и $M$ в ур-е прямой:

$y = ax + 10b$: $(3)\ 0 = 16a + 10b$ Вычтем из ур-я (4) ур-е (3):

$(4)\ \frac{16}{\sqrt{63}} = 0a + 10b$

$\frac{16}{\sqrt{63}} = -16a$, откуда $a = -\frac{1}{\sqrt{63}} \Rightarrow$ очев, что из-за симметрии относительно $OX$ $a = \frac{1}{\sqrt{63}}$ – тоже подходит.

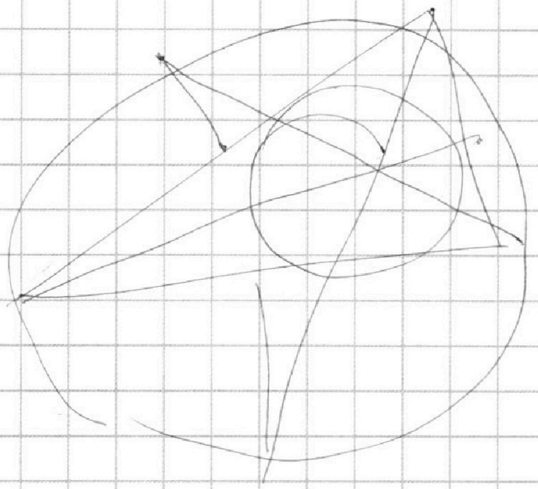
Ответ: $a = \pm\frac{1}{\sqrt{63}}$ и $a = \pm\frac{3\sqrt{55}}{55}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☒ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

При $x = \frac{2}{3}\cdot 8$ ; $y = 0$ - подставим в ур-е прямой:

$ax - y + 10b = 0 \Rightarrow a\cdot\frac{16}{3} - 0 + 10b = 0$

$y = ax + 10b \Rightarrow 0 = a\cdot\frac{16}{3} + 10b$

Очев, что $a = 0$ нам не подходит, а т.к.

Подставим полученные значения $x$ и $y$ точки $K$:

$y = ax + 10b \Rightarrow -\sqrt{\frac{55}{64}} = a\cdot\left(\frac{55}{24}+\frac{16}{3}\right) + 10b$ вычтем из верхнего ур-я в нижнее и получим: $0 + \sqrt{\frac{55}{64}} = a\left(\frac{16}{3} - \left(\frac{55}{24}\right) + \frac{16}{3}\right)$ откуда

$\frac{16}{3} = \frac{128}{24}$; $\frac{128}{24} - \frac{183}{24} = -\frac{55}{24}$

$a = \sqrt{\frac{55}{64}} \cdot \frac{\sqrt{55}\cdot \cancel{73}\,24}{\sqrt{64}\cdot \cancel{24}\,\cancel{73}\,55} = -\frac{3\sqrt{55}}{\cancel{73}\,55}$. Очев, что из-за симметрии относительно $OX$ $a = +\frac{3\sqrt{55}}{\cancel{73}\,55}$ тоже подходит (вторая внутр касательная. Найдем $a$ для внешних касательных:

Пусть $P$ и $G$ - точки касаний, $Z$ - т. пересеч. с $OX$, тогда

Очев, что $\triangle ZGI \sim \triangle ZPO$, ~~но~~ т.к. $\angle OPZ = \angle IGZ = 90^0$ и $\angle PZO$ - общий и $\frac{ZI}{ZO} = \frac{GI}{PO} = \cancel{2}\,\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{ZI}{ZI+8} = \frac{1}{2} \Rightarrow ZI = 8$. и

$Z$ - точка с коордами $(16;0)$. ~~Аналогично: $\sin\angle GZI = \frac{GI}{}$~~

По т. Пифагора для $\triangle GIZ$: $GZ = \sqrt{ZI^2 - IG^2} = \sqrt{64-1} = \sqrt{63}$

Тогда $\operatorname{tg}\angle \cancel{IG}\, IZG = \frac{IG}{GZ} = \frac{1}{\sqrt{63}}$. Пусть прямая $PGZ$ пересекает ось $y$ в т. $M$, тогда, т.к. $MOZ = 90$, то $MO = \operatorname{tg}\angle MZO \cdot ZO = \operatorname{tg}\angle GZI \cdot ZO = \frac{1}{\sqrt{63}}\cdot 16 = \frac{16}{\sqrt{63}}$ $\Rightarrow$ $y$ точки $M$, а $x$ точки $M$ равен $0$. Подставим в ур-е прямой: $y = ax + 10b \Rightarrow$

(1) $0 = a\cdot 16 + 10b$ Вычтем из (2) ~~у (2)~~ уравнение (1):

(2) $\frac{16}{\sqrt{63}} = 10b$

$\frac{16}{\sqrt{63}} = -16a \Rightarrow a = -\frac{1}{\sqrt{63}}$ и, аналогично из-за симметрии относительно $OX$ значение $a = \frac{1}{\sqrt{63}}$ тоже подходит

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

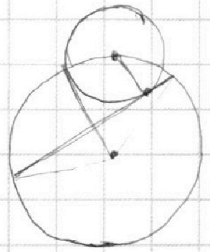
МФТИ

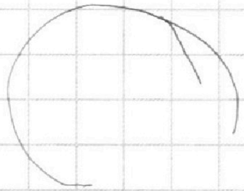
$AK = \sqrt{49x^2+1}$

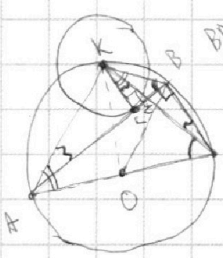
$100 - 64x^2 = 50(1-\cos\alpha)$

$2x^2 + 2x + 1 = 0$

$D = 4 - 4\cdot 2$








$\frac{CB}{KD} = \frac{CK}{AK} = \frac{\cancel{x}}{1}$

Сл-но $KD = x \cdot AK$, $AK = \sqrt{49x^2+1}$ $\frac{KC}{CZ} = \frac{KA}{KZ} =$

$\frac{CB}{CK} = \frac{KD}{AK} = \frac{x}{1}$

$KD^2 = x^2 \cdot AK^2 = 49x^4 + x^2$

Тогда $AD^2 = AK^2 + KD^2 = 49x^4 + x^2 + 49x^2 + 1 = 100$

$t = x^2$

$49t^2 + 50t \cancel{*} - 99 = 0$

$D = 2500 + 99 \cdot 49 \cdot 4 = \cancel{19404}$

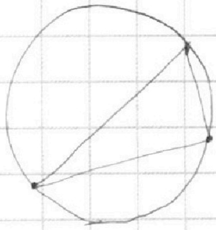
$4 \cdot (625 + 99 \cdot 49)$

$\times \begin{array}{r} 49 \\ 99 \end{array}$ ; $+\begin{array}{r} 441 \\ 441 \\ \hline 4851 \end{array}$ ; $\times \begin{array}{r} 4851 \\ 4 \\ \hline 19404 \end{array}$ ; $+\begin{array}{r} 2500 \\ \hline 21904 \end{array}$

$9 \cdot 11 \cdot 7 \cdot 7 \cdot$

$\times \begin{array}{r} 132 \\ 132 \\ \hline 264 \\ 396 \\ 132 \\ \hline 17424 \end{array}$

$\times \begin{array}{r} 162 \\ 162 \\ \hline 324 \\ 972 \\ 162 \\ \hline 26244 \end{array}$



$+\begin{array}{r} 4851 \\ 625 \\ \hline 5476 \end{array}$

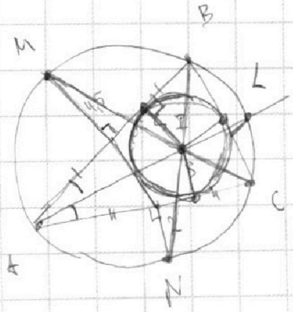
7

$\times \begin{array}{r} 76 \\ 76 \\ \hline 456 \\ 532 \\ \hline 5776 \end{array}$

$2x^2 - 5x + 3 = 0$

$25 - 4 \cdot 3 \cdot 2 = 1$

$\frac{5 \pm 1}{4} = 1; 1{,}5$




$2(x-1)(x-1{,}5)$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

очев, что $a = 2^{x_a}\cdot 7^{y_a}$ $b = 2^{x_b} 7^{y_b}$ $c = 2^{x_c} 7^{y_c}$

$a\cdot b = 2^{x_a+x_b}\cdot 7^{y_a+y_b}$

$b\cdot c = 2^{x_b+x_c}\cdot 7^{y_b+y_c}$

$a\cdot c = 2^{x_a+x_c}\cdot 7^{y_c+y_a}$

$\frac{a+b}{a^2-6ab+\cancel{b}9b^2-8b^2} = \frac{a^2+b}{(a-3b)^2-8b^2} = \frac{a+b}{(a-3b-2\sqrt{2}b)(a-3b+2\sqrt{2}b)} =$

$x_a+x_b=14$ $x_a+x_b+x_c$ $4\cdot 8 = 2^2\cdot 2^3 = 32 = 2^5$

$x_b+x_c=17$

$x_a+x_c=20$

$\Rightarrow \frac{a+b}{(a-3b)^2-4b^2-4b^2} = \frac{a+b}{(a-5b)(a-b)-4b^2}$

$4x^4-10x^3+6x^2+4x^3-10x^2+6x+2x^2-5x+3$

$2(x_a+x_b+x_c)=20+17+14=51$

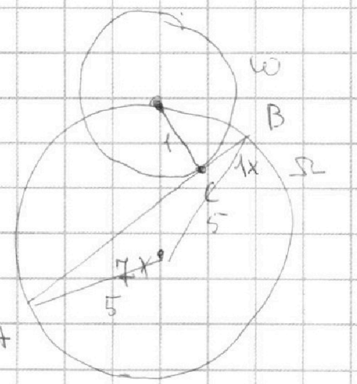
$4x^2+4x+2$

$2x^2-5x+3+2x^2+2x+1 \ne 7x-2 = 2\sqrt{(2x^2-5x+3)(2x^2+2x+1)}$

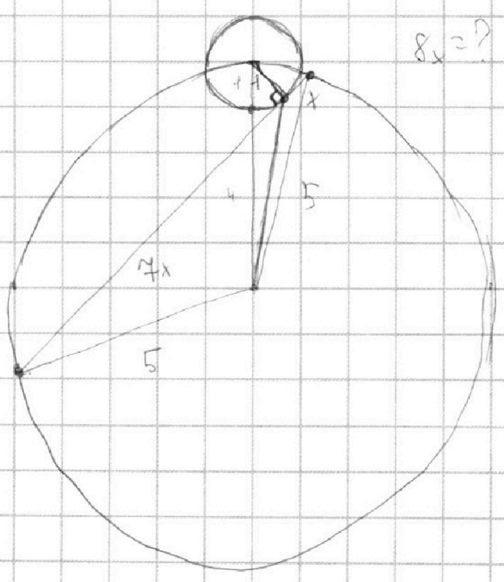
~~$a(a-3b)+b(b-3a)$~~

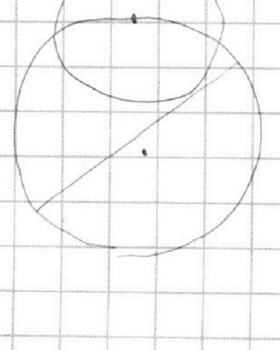
$(4x^2+4x+2)(4x^2+4x+2) = 16x^4+16x^3+8x^2+16x^3+16x^2+8x+8x^2+8x+4 =$

$= 16x^4+$




$8x=?$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$16x^4+32x^3+32x^2+16x+4=8x^4-12x^3-4x^2+2x+6$

$8x^4+44x^3+36x^2+14x-2=0$

2500 49 99

$4x^4+22x^3+18x^2+7x-1=0$

$\cancel{4+22+18}$

$76\cdot 2=152$

$4-22+18-7-1$

$152 \times 152 = 23104$

$146 \times 146 = 21316$

$148 \times 148 = 21904$

$49 \times 99 = 4851$

$4851 \times 4 = 19404$

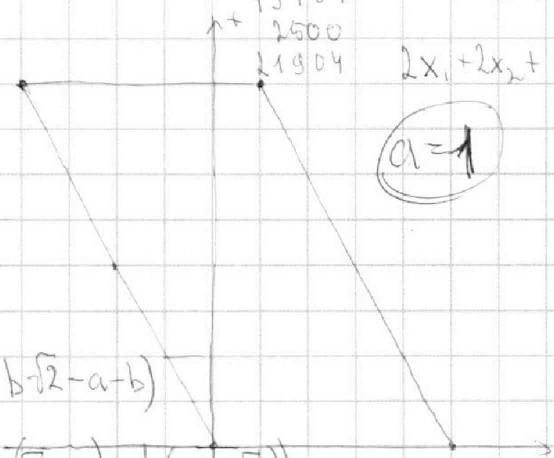
$19404 + 2500 = 21904$

98

$A(x_1;y_1)\ B(x_2;y_2)$

$2x_1+2x_2+y_1+y_2=12$

$a=1$



$\cancel{(a+b)^2 = (a+}$

$2(a-b)^2-(a+b)^2$

$\cancel{(1+\sqrt{2})a}$ $(a\sqrt{2}-b\sqrt{2}+a+b)(a\sqrt{2}-b\sqrt{2}-a-b)$

$(a(\sqrt{2}+1)+b(1-\sqrt{2}))(a(\sqrt{2}-1)+b(-1-\sqrt{2}))$

$ax-y+10b=0$

Точка $(x;y)$ лежит внутри(на границе) одной из окр-тей

$cx-y+10b=0$

$y=0$ $y=ax+10b$

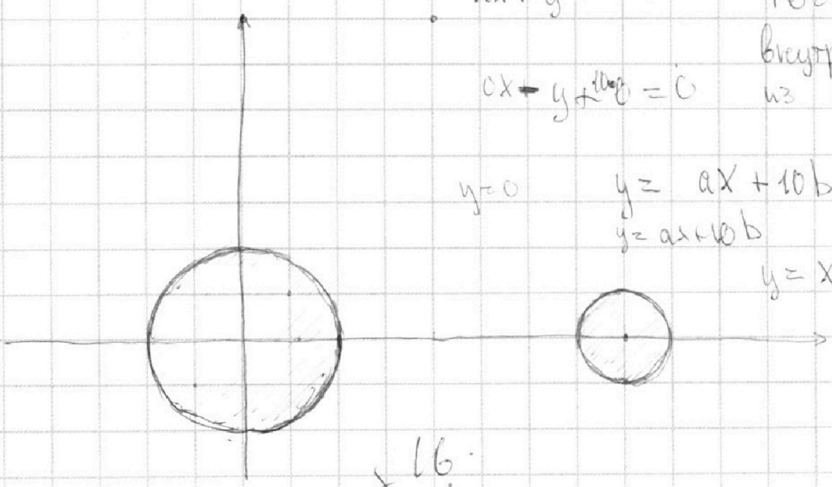
$y=ax+10b$

$y=x$

$\sin\angle KHI=$

$=\frac{1}{\frac{1}{3}\cdot 8}=\frac{3}{8}$

$\sqrt{1-\frac{9}{64}}=$



$16 \times 8 = 128$

$128 - 55 = 73$