



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



10 КЛАСС. Вариант 10

- [4 балла] Натуральные числа a, b , с таковы, что ab делится на $2^{15}7^{11}$, bc делится на $2^{17}7^{18}$, ac делится на $2^{23}7^{39}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
- [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2 - 7ab + b^2}.$$

При каком наибольшем t могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на t ?

- [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 17 : 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 7 и 13 соответственно.
- [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x.$$

- [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-13; 26)$, $Q(3; 26)$ и $R(16; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$.
- [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax + y - 8b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leqslant 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

- [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 5 и 2,5.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Рассмотрим $v_p(k)$ - это степень вхождения простого
числа p в число k ,

$$\text{тогда } v_p(ab) = v_p(a) + v_p(b) \text{ и}$$

если $ab \mid p^k$, то $v_p(ab) \geq k$ и

тогда

$$\begin{cases} v_2(a) + v_2(b) \geq 15 \\ v_2(b) + v_2(c) \geq 17 \\ v_2(a) + v_2(c) \geq 23 \end{cases} \quad \text{или}$$
$$2(v_2(a) + v_2(b) + v_2(c)) \geq 55, \quad \text{т.е.}$$

$v_2(a) + v_2(b) + v_2(c) \geq 28$, т.к. $v_p(k)$ -целое

и максимум достигается, если: $v_2(b) = 5$

$$v_2(a) = 10$$

$$v_2(c) = 13$$

$$\begin{cases} v_7(a) + v_7(b) \geq 11 \\ v_7(b) + v_7(c) \geq 18 \\ v_7(a) + v_7(c) \geq 39 \end{cases}$$

$$v_7(a) + v_7(b) + v_7(c) \geq v_7(a) + v_7(c) \geq 39.$$

Максимум достигается, если $v_7(b) = 0$

$$v_7(a) = 20$$

$$v_7(c) = 19, \text{ т.е.}$$

$$v_2(abc) \geq 28, v_7(abc) \geq 39 \Rightarrow abc \geq 2^{28} \cdot 7^{39}$$

при $b = 2^{25}$

$$a = 2^{10} \cdot 7^{20}$$

$$c = 2^{13} \cdot 7^{19}$$

Ответ: $2^{28} \cdot 7^{39}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Нужно обозначить $\text{НОД}(a, b)$ как (a, b)

Дробь $\frac{a}{b}$ несократима $\Rightarrow (a, b) = 1$

Запишем тут, что $(ab, a+b) = 1$

$$\frac{a^2 - 7ab + b^2}{a+b} = \frac{(a+b)^2 - 9ab}{a+b} = a+b - \frac{9ab}{a+b}$$

Если убираемая дробь делится
на m , тогда и

$$\frac{9ab}{a+b} : m \text{ сокращена на } m,$$

то $(ab, a+b) = 1 \Rightarrow$

$$(9, a+b) : m, \text{ то}$$

$$(9, a+b) \leq 9 \Rightarrow m \leq 9.$$

⊗ нулю нету
 $(ab, a+b) : p,$

тогда
 $(a+b)b - ab : p,$

тогда $b^2 : p,$

но $a+b : p \Rightarrow$

$a : p \Rightarrow$

$(a, b) \neq 1,$
противоречие

Наибольшее значение достигается при $a=4,$
 $b=5$

$$\frac{9}{4+5} = \frac{9}{9} = 1. \text{ Ответ: 9}$$



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Т.к. AB касается ω , то и D -угол ω ,

то $DC \perp AB$ и $DC = 7$

тогда рассмотрим $\triangle ADB$

В нем DC -внешняя и $DC = 7$,

радиус окружности B и

$$\frac{AC}{CB} = \frac{7}{17}$$

тогда $\angle DAB = \alpha$, $\angle ABD = \beta$,

$$\frac{AC}{CB} = \frac{DC \cdot \operatorname{ctg} \alpha}{DC \cdot \operatorname{ctg} \beta} = \frac{\operatorname{ctg} \alpha}{\operatorname{ctg} \beta} = \frac{\operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \alpha} = \frac{7}{17} \quad \alpha > \beta$$

$$DB = \frac{DC}{\sin \beta} = \frac{7}{\sin \beta}$$

По Тангенсу:

$$\frac{DB}{\sin \alpha} = 2R = 26, \Rightarrow \frac{7}{\sin \beta \cdot \sin \alpha} = 26 \Rightarrow \sin^2 \beta = \frac{49}{676 \sin^2 \alpha}$$

$$\operatorname{tg}^2 \beta = \frac{8 \sin^2 \beta}{1 - \sin^2 \beta} = \frac{49}{676 \sin^2 \alpha - 49}, \text{ т.к. } \sin^2 \alpha = \frac{\operatorname{tg}^2 \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} \Rightarrow$$

$$\operatorname{tg}^2 \beta = \frac{49}{676 \operatorname{tg}^2 \alpha - 49} - 49 \quad \text{и} \quad \operatorname{tg}^2 \beta = \frac{49}{289} \operatorname{tg}^2 \alpha \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \alpha < 90^\circ \quad \operatorname{tg} \alpha > 0$$

$$\alpha < 90^\circ \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha < 0$$

$$\alpha = \operatorname{tg}^{-1} t \Rightarrow$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \pm 1 \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = 1 \Rightarrow$$

$$\alpha = 45^\circ, \text{ т.к.}$$

$$AC = 7, DC = 17 \Rightarrow$$

$$AB = 24$$

Ответ: 24

Но есть $\operatorname{tg}^2 \alpha = t$

$$\frac{49}{289} t = \frac{49}{676t - 49 - 49t}$$

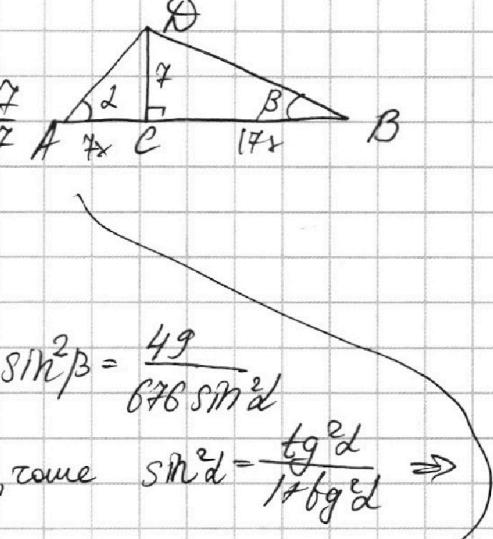
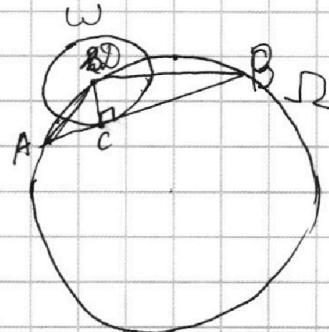
$$627t^2 - 289t - 338 = 0$$

$$\text{Уравнение } t = 1$$

$$(t - 1)(627t + 338) = 0$$

Значит, $\angle DAB > 0$

угол между прямой, соединяющей
центр и вершину, и касательной к окружности



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x$$

Умножим на сопряжительное

003: Ур первого $(-\infty, 3 - \sqrt{3}) \cup (3 + \sqrt{3}, +\infty)$
у второго $x = 1$ недей

$$3x^2 - 6x + 2 - 3x^2 - 3x - 1 = 1 - 9x$$

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} + \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x$$

$$1 - 9x = 1 - 9x$$

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} + \sqrt{3x^2 + 3x + 1}$$

$$x \neq \frac{1}{9} \Rightarrow$$

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} + \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 +$$

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = -9x$$

$$2\sqrt{3x^2 - 6x + 2} = 2 - 9x |^2$$

$$12x^2 - 24x + 8 = 4 + 81x^2 - 36x$$

$$69x^2 - 12x - 4 = 0 \quad (4\sqrt{13})^2$$

$$D = 144 + 16 \cdot 69 = 16 \cdot 85 = 1088 = 78 \quad (8\sqrt{3})^2 \quad x_1 = \frac{12 + 4\sqrt{13}}{2 \cdot 69} =$$

$$6 \pm 2\sqrt{13} \quad 6 \pm 2\sqrt{13} \quad \text{корни хороши}$$

$$2\sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 9x$$

$$12x^2 + 12x + 4 = 81x^2$$

$$69x^2 - 12x - 4 = 0, \text{ следовательно хороши}$$

$$6 \pm 2\sqrt{13} \quad \text{корни хороши}$$

если $x = \frac{1}{9}$, то

$$3x^2 - 6x + 2 = \frac{3x}{27}$$

$$3x^2 + 3x + 1 = \frac{37}{27} \Rightarrow \text{найдут}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N 6

Второе уравнение -
это 2 архимеды
~~Дано~~ Первое трансцендентное
уравнение и одна линия
Общая касательная и
одна из архимедов

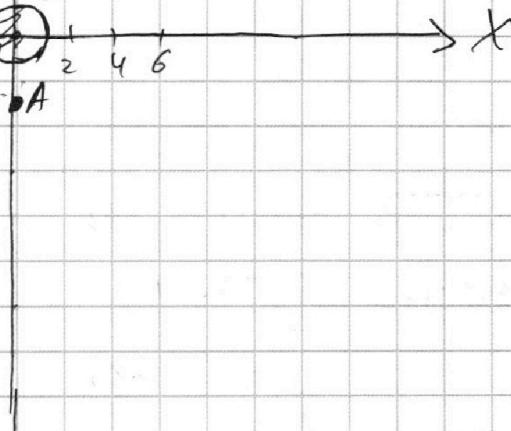


Т.е. точки касания 4-

2 вспомогательные и 2 выступления
касательных. Т.к. архимеды

симметричны относительно

Оу, то точки касания
2 вспомогательных и 2 выступлений
лежат на Оу, при этом
они же 2 центра коридоров
столбов, пересекающихся единую
архимедову в другую, т.е.



точка $(0; 2)$ - точка пересечения выступов касательных
точка B

точка $(0; -3)$ - точка пересечения вспомогательных касательных
точка A .

точка B

к косой и маленькой архимедии касательное единой

$$2,4^2 - 1^2 = 4,76$$



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N7

Если N -середина дуги AC , то
 BN -биссектриса $\angle ABC$, аналогично
 CM -биссектриса \Rightarrow

$BN \cap CM = I$, I -центр вписанной
окружности \Rightarrow на
лучшую найти AI

По лемме о треугубке $AI = MI = BI = r_1$,

$$AN = NI = NC = r_2 \Rightarrow$$

MN -срединная перпендикуляр
к AI , то есть $MN \perp AI$ и делит
его пополам.

Русь $\angle ABN = \beta$, тогда $\angle ABN = \angle ACN =$
 $= \angle AMN = \beta$.

Русь $\angle ACM = \gamma$, тогда $\angle ACM = \angle ABN =$
 $= \angle ANM = \gamma$

Русь $MP \perp AB$

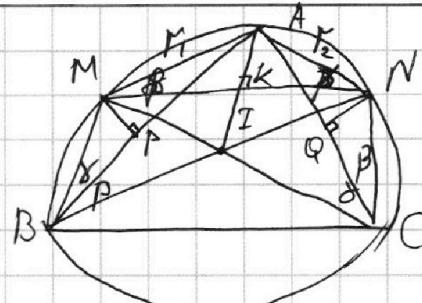
$P \in AB$,
 $NQ \perp AC$, $Q \in AC$.

Тогда: $MP = r_1 \cdot \sin \beta = 5$, но у нас
 $NQ = r_2 \cdot \sin \gamma = 2,5$, но у нас

Русь $AI \cap MN = K$. Тогда $AK = r_2 + r_1 \cdot \sin \gamma = r_2 - 5 \cdot \sin \beta$

$$AI = 2AK = 2r_2 \cdot \sin \beta = \\ = 2 \cdot \frac{5}{\sin \beta} \cdot \sin \beta = 10$$

Одн.: $5\sqrt{2}$



$$2,5 \cdot \frac{\sin \gamma}{\sin \beta} = \frac{2,5 \cdot \sin \gamma}{\sin \beta} \Rightarrow$$

$$\frac{\sin \gamma}{\sin \beta} = \sqrt{2}, \text{ т.к. } \sin \beta > 0, \sin \gamma > 0$$

$$\sin \beta = \frac{\sin \gamma}{\sqrt{2}}$$



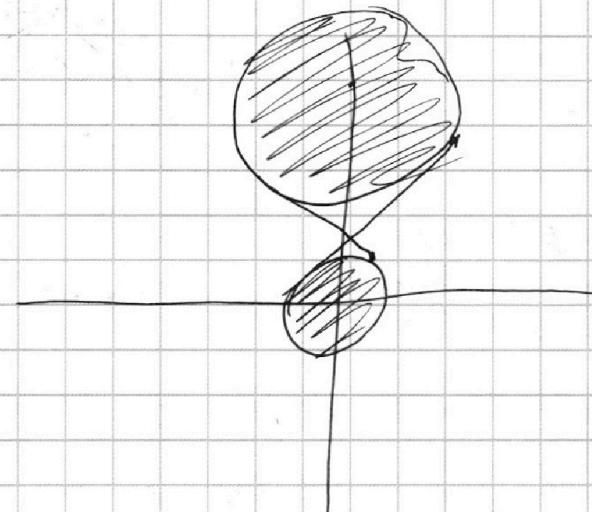
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x$$

9-12

$$28 - 24 = 12$$

$$\underline{3x^2 - 6x + 2 - 3x^2 - 3x - 1 = 1 - 9x}$$

$$1 - 9x = 0$$

$$\frac{1}{2} \cancel{6+2\sqrt{3}}$$

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} + \sqrt{3x^2 + 3x + 1} \Rightarrow$$

$$x = \frac{1}{9}$$

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} + \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1$$

$$\frac{1}{27} - \frac{6}{27} + 2 = 3 - \sqrt{3}$$

$$2\sqrt{3x^2 - 6x + 2} = 2 - 9x$$

$$3x^2 - 6x + 2 = \frac{1}{27} - \frac{6}{27} + 2 =$$

$$12x^2 - 24x + 8 = 4 + 8/x^2 - 36x$$

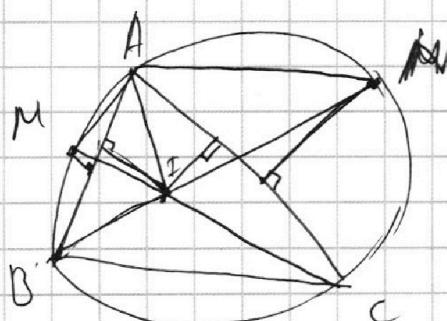
$$\frac{1-18+54}{27} =$$

$$69x^2 - 12x - 8 = 0$$

$$3x^2 + 3x + 1 = \frac{1}{27} + \frac{3}{9} + 1 =$$

23 · 3

4 · 2



$$144 + 32 \cdot 69$$

$$16(9 + 2 \cdot 69) = 188$$

147

$$= \underline{149 + 27}$$

$$\underline{149 + 32 \cdot 69}$$

16 · 147

$$\frac{147}{147} = 1$$

$$\frac{21}{21} = 1$$

$$\frac{28\sqrt{3}}{28\sqrt{3}} = 1$$

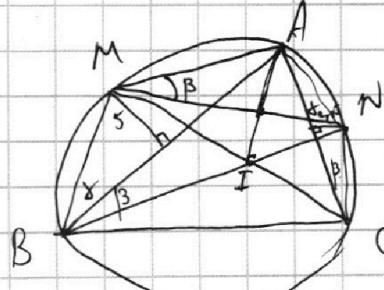
$$M_1 \cdot \sin \beta = M_2 \cdot \sin \gamma$$

$$M_1 = \frac{5}{\sin \gamma} \quad M_2 = \frac{2,5}{\sin \beta}$$

$$52 \frac{\sin \beta}{\sin \gamma} = 2,5 \frac{\sin \gamma}{\sin \beta}$$

$$\frac{\sin \gamma}{\sin \beta} = \sqrt{2} \Rightarrow 2r_1 \sin \gamma = \frac{2 \cdot 5}{\sin \beta} \cdot \frac{\sin \gamma}{\sqrt{2}} = \underline{5\sqrt{2}}$$

$$\sin \beta = \frac{\sin \gamma}{\sqrt{2}}$$



$$AI = 2r_1 \cdot \sin \beta = 2r_2 \cdot \sin \gamma$$

$$r_1 = \frac{5\sqrt{2} \sin \gamma}{2}$$

$$\frac{5\sqrt{2} \sin \gamma}{2} = \frac{5}{\sin \gamma}$$

$$r_2 = \frac{2,5}{\sin \beta}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{4}{\sin \beta \cdot \sin \alpha} = 26 \quad \frac{\tan \beta}{\tan \alpha} = \frac{7}{17} \quad \tan \alpha = ?$$

$$\downarrow \\ \sin \beta = \frac{2}{26} \cdot \sin \alpha \Rightarrow \sin^2 \beta = \frac{49}{676 \sin^2 \alpha}$$

$$\frac{7}{17} \\ \frac{26}{17} \times \frac{2}{17} \\ \frac{52}{17} \\ \frac{52}{676}$$

$$\cos^2 \beta = 1 - \frac{49}{676 \sin^2 \alpha} = \frac{676 \cdot \sin^2 \alpha - 49}{676 \sin^2 \alpha}$$

$$\frac{49}{(676 \sin^2 \alpha - 49) \tan^2 \alpha} = \frac{49}{289}$$

$$\begin{aligned} \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} &= \tan \alpha \\ \sin^2 \alpha &= \tan^2 \alpha \\ 1 - \sin^2 \alpha &= \tan^2 \alpha \\ \sin^2 \alpha &= \tan^2 \alpha - \sin^2 \alpha \tan^2 \alpha \\ \sin^2 \alpha / (1 + \tan^2 \alpha) &= \tan^2 \alpha \\ \sin^2 \alpha &= \frac{\tan^2 \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} \end{aligned}$$

$$\frac{\sin^2 \alpha}{\left(\frac{676 \cdot \tan^2 \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} - 49\right) \tan^2 \alpha} = \frac{1}{289}$$

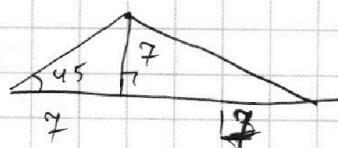
$$676 \tan^2 \alpha - 49 \tan^2 \alpha = 289 + 289 \tan^2 \alpha \Rightarrow \tan^2 \alpha = \frac{1}{1 + \tan^2 \alpha}$$

$$\frac{676 x^2}{1+x} - 49x = 289 \quad 19-33$$

$$676 x^2 - 49 - 49x^2 = 289 + 289x$$

$$627x^2 - 289x - 338 = 0 \quad x = 1$$

$$6(x-1)(627x+338) \quad x = 1$$



$$\begin{array}{r} 169 \\ 7249 \\ \hline 228 \end{array} \quad 169 \\ 289 \\ + 49 \\ \hline 338$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

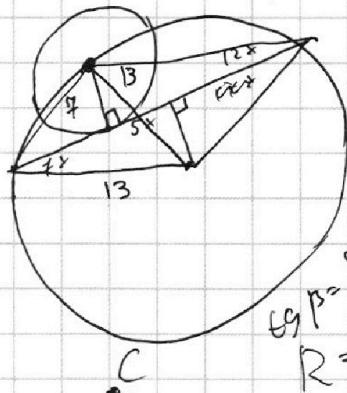
$$a =$$

$$b =$$

$$c =$$

$$\left\{ \begin{array}{l} V_2(a) + V_2(b) \geq 15 \\ V_2(b) + V_2(c) \geq 17 \\ V_2(a) + V_2(c) \geq 23 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \frac{abc}{4R} = \frac{1}{2} h \cdot C \\ ab \\ \operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta \end{array}$$

$$V_2(a) + V_2(b) + V_2(c) \geq \cancel{\cancel{25}} 28$$



$$A \quad \begin{array}{l} \angle A = 7x \\ \angle B = 17x \\ \angle C = 7x \end{array} \quad \begin{array}{l} V_2(a) + V_2(b) + V_2(c) \geq 39 \\ (a+b)^2 \end{array}$$

$$\cancel{28} \quad \frac{a^2 - 7ab + b^2}{a+b} = \frac{(a+b)^2}{a+b} - \frac{9ab}{a+b} = ⑨$$

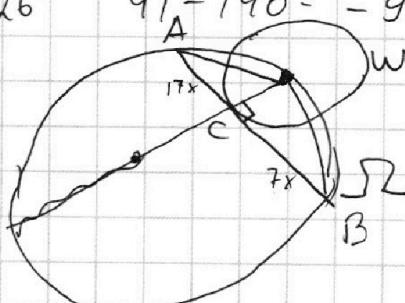
$$\frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \beta} = \frac{\operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \alpha}; \quad a + b - d$$

$$ab - (a+b)b \stackrel{?}{=} d \quad \begin{array}{l} \text{using } \operatorname{tg}^2 \beta \cdot \cos^2 \alpha \\ \text{and } \operatorname{tg}^2 \beta \cdot \sin^2 \alpha \end{array}$$

$$\frac{\operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \alpha} = \frac{7}{17}$$

$$BC = \sqrt{ab}$$

$$\frac{7}{17} = \frac{ab}{17 \cdot 17} = \frac{49}{289}$$



$$13x + 26 \quad \begin{array}{l} \cos^2 \alpha = \frac{27}{289} \\ 1 - \sin^2 \alpha = \frac{24}{289} \end{array}$$

$$27 - \frac{9 \cdot 13 \cdot 14}{27 \cdot 6} = \frac{12 \cdot 14}{27 \cdot 6} = \frac{12}{27} = \frac{4}{9}$$

$$36 - \frac{8 \cdot 12 \cdot 14}{86} = \frac{1 - \frac{49}{86}}{1 - \frac{49}{86}} = \frac{37}{37} = 1$$

