



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 3



1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^8 3^{14} 5^{12}$, bc делится на $2^{12} 3^{20} 5^{17}$, ac делится на $2^{14} 3^{21} 5^{39}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой BC в точке B , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке F , а катет AC – в точке E . Известно, что $AB \parallel EF$, $AD : DB = 5 : 2$. Найдите отношение площади треугольника ABC к площади треугольника CEF .
3. [4 балла] Решите уравнение $10 \arcsin(\cos x) = \pi - 2x$.

4. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} ax - 3y + 4b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 20y + 64) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_5^4(2x) - 3 \log_{2x} 5 = \log_{8x^3} 625 - 3, \quad \text{и} \quad \log_5^4 y + 4 \log_y 5 = \log_{y^3} 0,2 - 3.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-16; 80)$, $Q(2; 80)$ и $R(18; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $5x_2 - 5x_1 + y_2 - y_1 = 45$.
7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 100, $SA = BC = 16$.
 - а) Найдите произведение длин медиан AA_1 , BB_1 и CC_1 .
 - б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 4$, а радиус сферы Ω равен 5.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$ab: 2^6 \cdot 3^{14} \cdot 5^{12}$$

$$bc: 2^{12} \cdot 3^{20} \cdot 5^{17}$$

$$ac: 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{39}$$

Заметим, что m, n, k - натуральные,
по они не могут содержать /своих/ разностей
простых множителей в отриц. степени

$$ab = n \cdot 2^6 \cdot 3^{14} \cdot 5^{12}$$

$$bc = k \cdot 2^{12} \cdot 3^{20} \cdot 5^{17}$$

$$ac = m \cdot 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{39}, \quad n, k, m \in \mathbb{N}$$

$$a^2 b^2 c^2 = mnk \cdot 2^{39} \cdot 3^{55} \cdot 5^{68}$$

$$abc = \sqrt{mnk} \cdot 2^{17} \cdot 3^{27,5} \cdot 5^{34}$$

Заметим, что m, n, k

$$abc \in \mathbb{N}, \text{ по } a$$

$$abc: 3^{27,5} \Rightarrow abc: 3^{28}$$

$$m, n, k: ac: 5^{39}, \text{ по ал. факт.}$$

$$\parallel$$

$$abc: 5^{39}$$

$$\parallel$$

$$abc: 2^{17} \cdot 3^{28} \cdot 5^{39}$$

$$\text{пример на } abc = 2^{17} \cdot 3^{28} \cdot 5^{39}$$

$$ab = 2^8 \cdot 3^{14} \cdot 5^{22} \cdot 2^8 \cdot 3^{14} \cdot 5^{12} \quad | \quad a = 2^5 \cdot 3^8 \cdot 5^{22}$$

$$bc = 2^{12} \cdot 3^{20} \cdot 5^{17} \cdot 2^{12} \cdot 3^{20} \cdot 5^{17} \quad | \quad b = 2^3 \cdot 3^6$$

$$ac = 2^{14} \cdot 3^{22} \cdot 5^{39} \cdot 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{39} \quad | \quad c = 2^9 \cdot 3^{14} \cdot 5^{12}$$

$$\text{Отметим } \min(abc) = 2^{17} \cdot 3^{28} \cdot 5^{39}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$10 \arcsin(\cos x) = 10 \arcsin(\sin(\frac{\pi}{2} - x)) = 5\pi - 10x$$

ОА3: $\arcsin y \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$
 $\downarrow$ $10 \arcsin$
 $\pi - 2x \in [-5\pi; 5\pi]$

при $x \in [0; \pi]$. $10 \arcsin(\sin(\frac{\pi}{2} - x))$

$$10 \arcsin(\cos x) = \pi - 2x$$

$$4\pi = 8x$$

$$x = \frac{\pi}{2}$$

о.з. у.

при $x \in [\pi; 2\pi]$:

$$10 \arcsin(\cos x) = 10 \arcsin(\sin(\frac{3\pi}{2} - x))$$

~~$$10 \arcsin(\cos x) = 10 \arcsin(\sin(\frac{\pi}{2} - x))$$~~

$$15\pi - 10x = \pi - 2x$$

$$14\pi = 8x$$

$$x = \frac{7\pi}{4}$$

$$10 \arcsin(\cos \frac{7\pi}{4}) = 2,5\pi$$

$$2,5\pi = \pi - \frac{7\pi}{2}$$

о.з. у.

$$10 \arcsin(\cos x) = 10$$

$$= 10 \arcsin(\sin(x - \frac{3\pi}{2}))$$

$$10x - 15\pi = \pi - 2x$$

$$12x = 16\pi$$

$$x = \frac{4\pi}{3}$$

$$10 \arcsin(\cos(\frac{4\pi}{3})) = -\frac{10\pi}{6} = -\frac{5\pi}{3}$$

$$-\frac{5\pi}{3} = \pi - \frac{8\pi}{3}$$

у.з.

$x \in [2\pi; 3\pi]$:

$$10 \arcsin(\cos x) = 10 \arcsin(\sin(\frac{5\pi}{2} - x))$$

$$25\pi - 10x = \pi - 2x$$

$$10 \arcsin(\cos x) = \pi - 6\pi$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$10 \arcsin(\cos x) = 10 \arcsin(\sin(x - \frac{5\pi}{2})).$$

$$10 \cdot (\frac{\pi}{2}) = -5\pi - 4\pi.$$

$$10x - 25\pi = \pi - 2x.$$

$$12x = 26\pi.$$

$$x = \frac{13}{6}\pi.$$

$$2\pi + \frac{\pi}{6}.$$

$$10 \arcsin(\cos x) = 10 \cdot \frac{\pi}{3} > 0.$$

$$\pi - 2x = \pi - 13\frac{\pi}{3} \leq 0.$$

$$x > 3\pi \text{ не подходит.}$$

$$x \in [-\pi; 0]:$$

$$10 \arcsin(\cos x) = 10 \arcsin(\sin(x + \frac{\pi}{2})).$$

$$10x + 5\pi = \pi - 2x.$$

$$12x = -4\pi.$$

$$x = -\frac{\pi}{3}.$$

$$10 \arcsin(\cos x) = 10 \cdot \frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{3}$$

$$\pi - 2x = \pi + \frac{2\pi}{3} = \frac{5\pi}{3} \text{ не подходит.}$$

$$10 \arcsin(\cos x) = 10 \arcsin(\sin(x - \frac{\pi}{2})).$$

$$-10x - 5\pi = \pi - 2x.$$

$$8x = -6\pi.$$

$$x = -\frac{3\pi}{4}.$$

$$10 \arcsin(\cos x) = -\frac{\pi}{4} \cdot 10 = -\frac{5\pi}{2}.$$

$$\pi - 2x = \pi + \frac{3\pi}{2} > 0 \text{ не подходит.}$$

$$x \in [-2\pi; -\pi]:$$

$$10 \arcsin(\cos x) = 10 \arcsin(\sin(x + \frac{3\pi}{2})).$$

$$10x + 15\pi = \pi - 2x. \quad 12x = -14\pi.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$x = -\frac{7\pi}{6} : \text{не подходит}$$

$$10 \arcsin(\cos x) = 10 \cdot (-\frac{\pi}{3}) = -\frac{10\pi}{3} < 0.$$

$$-\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\pi - 2x = \pi + \frac{7\pi}{3} \neq 0$$

или

$$10 \arcsin(\cos x) = 10 \arcsin(\sin(-x - \frac{3\pi}{2}))$$

$$-10x - 15\pi = \pi - 2x.$$

$$8x = -16\pi.$$

$$x = -2\pi.$$

$$10 \arcsin(\cos x) = 5\pi$$

$$1$$

$$\pi - 2x = 5\pi - \text{не подходит}$$

$$x < -2\pi \text{ не подходит}$$

Ответ: $\{-2\pi, -\frac{7\pi}{6}, -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}, \frac{4\pi}{3}, 3\pi\}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице.

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} ax - 3y + 4b = 0. & 1) \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 10)^2 - 36) = 0 & 2). \end{cases}$$

проект

$$(1): y = \frac{ax + 4b}{3}$$

(2):

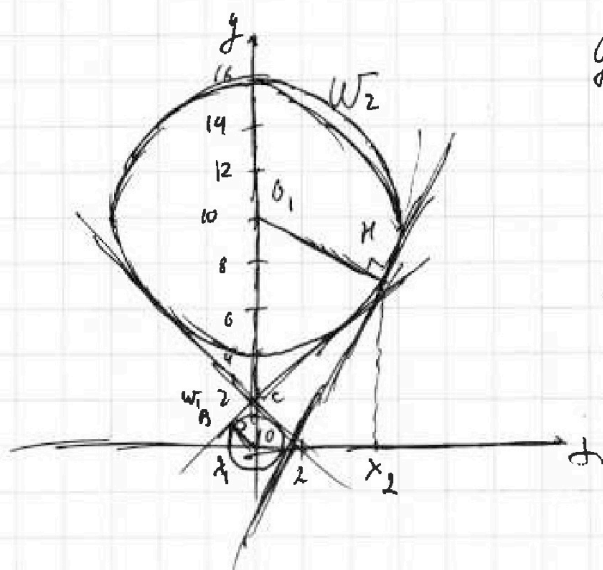
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 1. & \text{— окр. с цент. } (0, 0); \text{ радиус } 1 \\ x^2 + (y - 10)^2 = 36 & \text{— окр. с цент. } (0, 10); \text{ радиусом } 6. \end{cases}$$

У решения будет $\Leftrightarrow$ прямая.

$$ax - 3y + 4b = 0 \text{ — л.в.}$$

углы наклона $>$ чем
единица

секунд
для обеих окр.



для внешней касат. W б: ^{т.к. 2 окруж.}
двух окружностей
будем рассм. только одну

$$y_{\text{кас}} = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$$

x_0 — т. касания

$\triangle OCB \sim \triangle O, CK$

по двум углам $\angle O, CK = \angle OCB$

$\angle O, HK < \angle OBC = 90^\circ$

для W_1 : $x < 0; y > 0$.

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 &= 1 \\ y &= \sqrt{1 - x^2} \end{aligned}$$

$$y' = \frac{-x}{\sqrt{1 - x^2}}$$

для W_2 :

$$\begin{aligned} x &> 0; \\ y &< 10. \\ 10 - y &= \sqrt{36 - x^2} \end{aligned}$$

$$y = 10 - \sqrt{36 - x^2}$$

$$y' = 10 + \frac{x}{\sqrt{36 - x^2}}$$

$$x_2 = -6x_1 \text{ т.к.}$$

в радиусе $\frac{OH}{OB} = 6$

$$\frac{(1 - x^2)^{1/2}}{2\sqrt{1 - x^2}} = \frac{-x}{2\sqrt{1 - x^2}} = \frac{-x}{\sqrt{1 - x^2}}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

для w_1 : $y_{кас1} = \sqrt{1-x_1^2} + \left(-\frac{x_1}{\sqrt{1-x_1^2}}\right) \cdot (x-x_1) = \frac{1-x_1^2}{\sqrt{1-x_1^2}} + \frac{x_1^2}{\sqrt{1-x_1^2}} - \frac{x_1 \cdot x}{\sqrt{1-x_1^2}} =$

$$= \frac{1}{\sqrt{1-x_1^2}} - \frac{x_1 \cdot x}{\sqrt{1-x_1^2}}$$

для w_2 : $y_{кас1} = -\sqrt{36-x_2^2} + 10 + \left(1 + \frac{x_2}{\sqrt{36-x_2^2}}\right) (x-x_2) =$

минимум

$$= \frac{-36+x_2^2}{\sqrt{36-x_2^2}} + 10 + x \cdot \frac{1+x_2}{\sqrt{36-x_2^2}} - \frac{x_2^2}{\sqrt{36-x_2^2}} =$$

$$= -\frac{36}{\sqrt{36-x_2^2}} + 10 + \frac{x \cdot x_2}{\sqrt{36-x_2^2}}$$

$$\frac{0,1C}{CO} = \frac{6}{1}$$

$$0,1C = 6CO \Rightarrow 0,1C + CO = 10$$

Имеем, что в силу симметрии отн. $x=0$ ~~мы считаем~~
2-й групп нас считаем 1 блок из 1 м.л.

$$0,1C = 6CO$$

$$7CO = 10$$

$$CO = \frac{10}{7}$$

$$x=0. y_{кас1} = \frac{10}{7}$$

$$\frac{1}{\sqrt{1-x_1^2}} = \frac{10}{7}$$

$$0,49 = 1-x_1^2$$

$$x_1^2 = \pm 0,51 \text{ - та в 2 стороны}$$

$$x_1 = \pm \sqrt{0,51}$$

$$k = \pm \frac{\sqrt{0,51}}{0,7}$$

указание

при $k = -0,7$

$$\text{при } k \in \left(-\frac{\sqrt{0,51}}{0,7}, \frac{\sqrt{0,51}}{0,7}\right) \text{ и } \pm \infty$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Покажем, что при $k \in (-\infty; -\frac{\sqrt{0,51}}{0,7}) \cup (\frac{\sqrt{0,51}}{0,7}; +\infty)$.

Заводим член, образуящий
экстремум.

$$\frac{4}{3} \sqrt{1-k}, \quad k = \frac{a}{3} \Rightarrow a = 3k$$

$$a \in (-\infty; -\frac{3\sqrt{0,51}}{0,7}) \cup (\frac{3\sqrt{0,51}}{0,7}; +\infty)$$

Отметим, что при $a \in (-\infty; -\frac{3\sqrt{0,51}}{0,7}) \cup (\frac{3\sqrt{0,51}}{0,7}; +\infty)$,

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Печать QR-кода недопустима!

$$\log_5^4(2x) - 3\log_{2x} 5 = \log_{8x^3} 625 - 3.$$

$\sqrt[3]{x^3} = x$ — можно брать
без ограничений

$$\log_5^4(2x) + 3 = \log_{2x} 5 \cdot \sqrt[3]{5} \cdot 5^3$$

ООД, $x, y > 0$.
 $x \neq \frac{1}{2}; y \neq 1$

$$\log_5^4(2x) - \log_{2x} 5^4 \cdot \sqrt[3]{5} = -3. \quad (1)$$

$$\log_5^4 y + 4\log_y 5 = \log_y 5^{0,2-3}$$

$$\log_{y^{30,2}} = -\log_y \sqrt[3]{5}$$

$$\log_5^4 y + \log_y 5^4 \cdot \sqrt[3]{5} = -3.$$

$$\left(-\log_5 \frac{1}{y}\right)^4 + \log_y 5^4 \cdot \sqrt[3]{5} = -3.$$

$$\log_5^4 \frac{1}{y} - \log_{\frac{1}{y}} 5^4 \cdot \sqrt[3]{5} = -3. \quad (2)$$

заметьте, что если найдётся $2x$

и
все корни

или упрощению
— y , то $\frac{1}{y} = 2x$ — тогда xy
и $x \neq 0$

удовлетворяет $\frac{1}{y} = 2x$.

$xy = \frac{1}{2}$ — ед. знак

Ответ: $xy = \frac{1}{2}$.



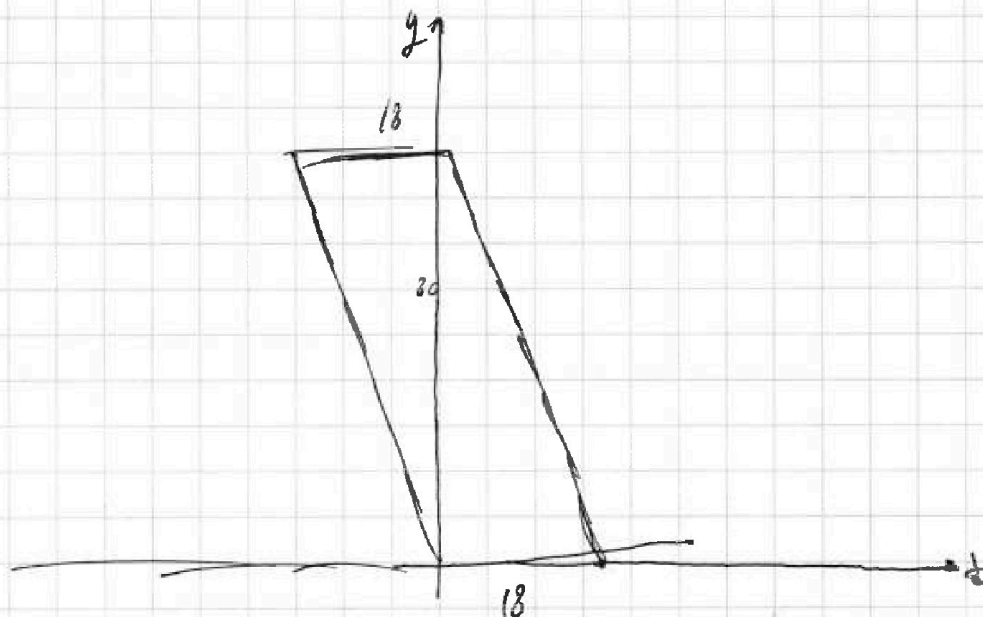
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$5(x_2 - x_1) + y_2 - y_1 = 45.$$

$$y_2 - y_1 = \frac{45}{15} - 5 \frac{(x_2 - x_1)}{15}$$

$$y_2 - y_1 \in [-5; 15].$$

$$(y_2 - y_1) \in [-80; 80]$$

$$(9 - x_2 + x_1) \in [-16; 16]$$

$$(x_1 - x_2) \in [-25; 7]$$



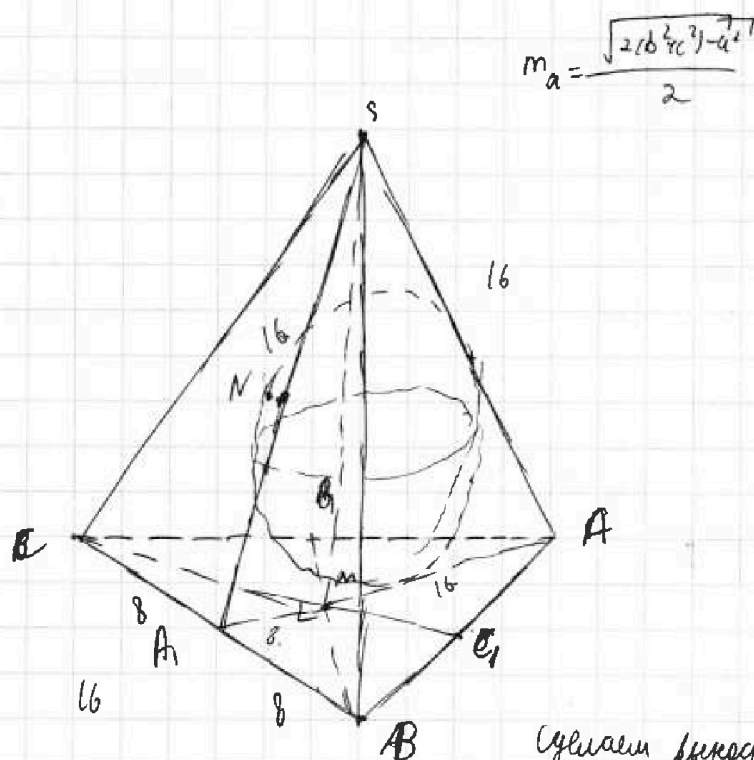
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

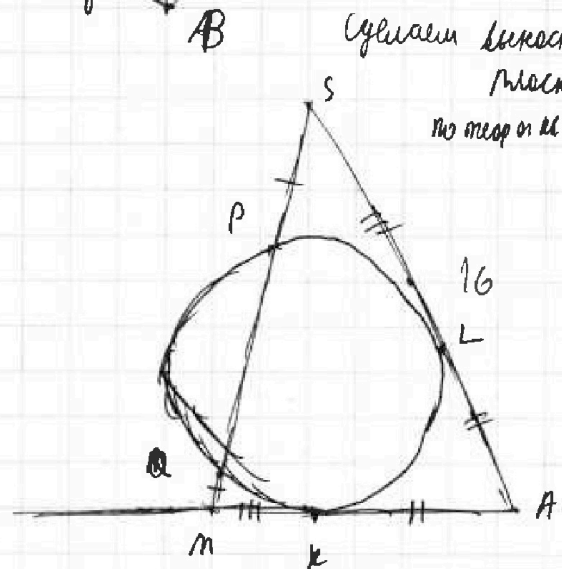
1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$m_a = \frac{\sqrt{2(b^2 + c^2) - a^2}}{2}$$



Сделаем выносной чертеж.

Плоскости (SAB).

по теореме о кас.

$$m_k^2 = m_k \cdot m_p.$$

$$AL = kA \text{ - отпр кас.}$$

$$SL^2 = SP \cdot SQ$$

$$SQ = SP + PQ =$$

$$= mQ + PQ = mP$$

||.

$$SL = m_k$$

||

$$Am > 16.$$

m_k - центр масс, то.

$$AA_1 = \frac{3}{2} Am = 24$$

$$\triangle CKB: m_{A_1} = \frac{CB}{2} \approx$$

m_{A_1} - мед.

$$\angle CMB = 90^\circ$$

$$S_{CMB} = \frac{CM \cdot MB}{2}$$

$$S_{CMB} = \frac{S_{ABC}}{3}$$

, т.н.

CM, AM - медианы.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи.

решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$CM \cdot MB = \frac{2}{3} CC_1 \cdot \frac{2}{3} BB_1 = \frac{4}{9} CC_1 \cdot BB_1$$

$$S_{CM \cdot MB} = \frac{100}{3} = \frac{CM \cdot MB}{2} \Rightarrow CM \cdot MB = \frac{200}{3}$$

$$CC_1 \cdot BD_1 = \frac{9}{4} CB \cdot BM$$

$$CC_1 \cdot BB_1 = \underline{50 \cdot 3} = 150.$$

$$\frac{200}{2} \cdot \frac{3}{4} = 75$$

$$AA_1 = 24$$

$$AA_1 + CC_1 + BB_1 = 150 \cdot 24 = 600 \cdot 6 = 3600$$

Заметим, что если Ω является ВСС, то Ω вписана.

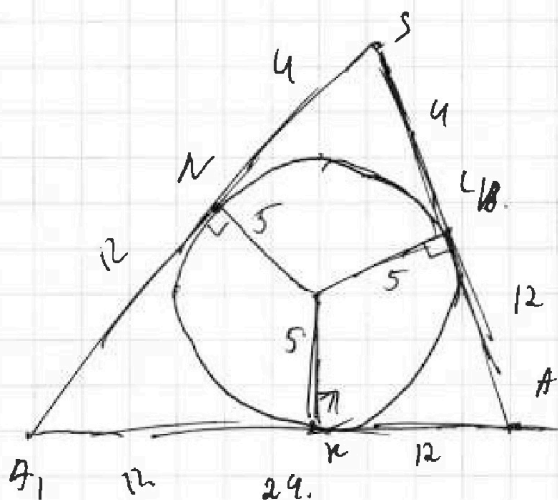
$$AS + (BCS),$$

mm $\frac{b}{a}$ $\frac{b}{a} AS + (ABC)$

вписана в группу $A(BC) S$.

та тласний є! Пласкати 4/3 м. Аи м

су. выключной чертой



проходит одна прямая

SN program 4/3 m. A.

Откуда вы это знаете?

$$S_{A_n} = S_L = S_N.$$

$$AL = AR; AN = A, d.$$

$$SN=4=SL \Rightarrow AL=16-4=12$$

$$L = K.$$

$$A_k = 24 - 12 = 12 = A_n$$

$$SA_1 = 16.$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Sk

м.к. $SA_1 \perp SA$, то $\angle$ из м.с на

AA_1 перпенд. к м.к. ($A_1K \perp AA_1$)

и

$SK \perp AA_1$

м.к. $\angle$ вписана в $\angle SA_1A$,

плоск. (с о.в.) делит двугр. угол пополам

$$\operatorname{tg} \angle = \frac{OK}{A_1K} = \frac{5}{12}$$

$$\operatorname{tg} 2\angle = \frac{\frac{5}{12}}{1 - \left(\frac{5}{12}\right)^2} = \frac{\frac{5}{12}}{\frac{7}{12} \cdot \frac{17}{12}} = \frac{24.5}{7.17} = \frac{120}{119}$$

Отметим $AA_1, BB_1, CC_1 = 3600$; $\angle A(BC)S = \arctg \frac{120}{119}$

$$\frac{7.17}{119}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☒	☒	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\arcsin(\sin(\frac{3\pi}{2}-x)) = \frac{3\pi}{2}-x$$

$$x > \pi$$

$$x \in (\pi, 2\pi)$$

$$x = \frac{3\pi}{2}$$

$$\cos x = 0$$

$$\sin x =$$

$$\arcsin 0 = 0$$

$$\sin(\frac{\pi}{2}-x) = \sin x$$

$$\frac{\pi}{2}-x$$

$$\frac{3\pi}{2}-x$$

$$x - \frac{\pi}{2}$$

$$\sin x = \sin(\frac{\pi}{2}-x)$$

$$\pi - (\frac{\pi}{2}-x) = \frac{\pi}{2}+x$$

$$2,5\pi =$$

$$\cos \frac{7\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{3\pi}{2}-x$$

$$\frac{3\pi}{2}$$

$$10 \frac{\pi}{4} = \pi - \frac{7\pi}{2} =$$

$$=$$

$$-\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{5\pi}{6} - \frac{\pi}{6}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$ab: 2^8 \cdot 3^{14} \cdot 5^{12}$$

$$bc: 2^{12} \cdot 3^{20} \cdot 5^{17}$$

$$ac: 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{39}$$

$$abc: 2^{17} \cdot 3^{23} \cdot 5^{39}$$

$$\begin{array}{r} 62 \\ 10 \\ \hline 41 \end{array}$$

$$14+20+21=55$$

$$\begin{array}{r} a \quad b \quad c \\ 5 \quad 3 \quad 9 \\ \hline 29 \end{array}$$

$$12+17+39=68$$

$$\begin{cases} a+b=14 \\ b+c=20 \\ a+c=22 \end{cases}$$

$$29$$

$$\begin{array}{r} 28 \\ 7+10+11= \\ =28 \\ c=14 \\ a=8 \\ b=6 \end{array}$$

$$abc$$

$$a=2^5 \cdot 3^8 \cdot 5^{22}$$

$$b=2^3 \cdot 3^6 \cdot 5^4$$

$$c=2^9 \cdot 3^{14} \cdot 5^{17}$$

$$\begin{array}{l} a=8 \\ c=5 \\ b \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 29 \\ 139 \\ \hline 68 \end{array}$$



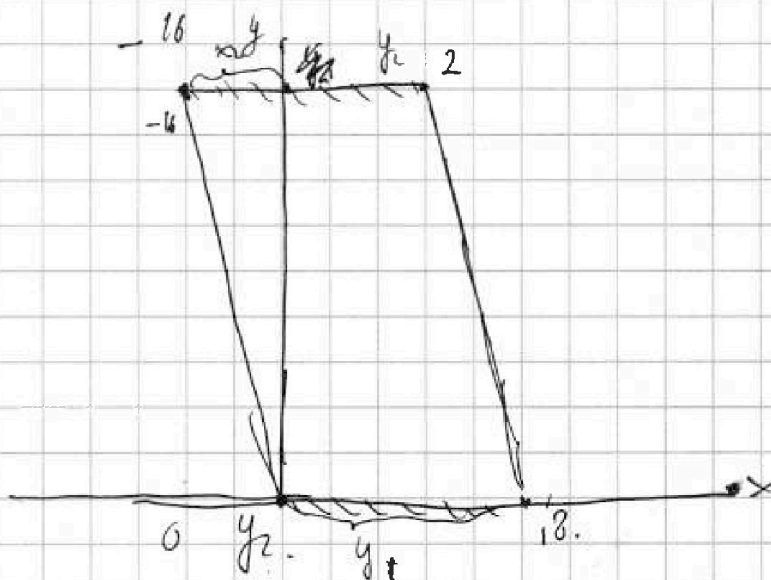
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$5(x_2 - x_1) + y_1 - y_2 = 45.$$

$$(18; -18) \quad (-80; 80)$$

$$\begin{aligned} &(-90; 90) \\ &(90; -90) - 45 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &(-34.5; 34.5 - 45) \quad (-80; 80) \\ &(-80; 80) \end{aligned}$$

$$(y_1 - y_2) \cdot (-80; 80)$$

$$\begin{aligned} &-80 \\ &-75 \end{aligned}$$

$$y_1 - y_2 = -80. \quad 45 - 80 = -35.$$

$$45 - 75 = -30.$$

$$x_2 - x_1 = 6$$

$$5(x_2 - x_1) = -35$$

$$x_2 - x_1 = 7$$

$$x_2$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☒	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$10 \arcsin(\cos x) = \pi - 2x.$$

$$\arcsin(\sin(\frac{\pi}{2} - x)) = \frac{\pi - 2x}{10}.$$

$(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ ~~cos x~~

$$\frac{\pi}{2} - x = \frac{\pi - 2x}{10}$$

$$\frac{4\pi}{10} = \frac{8x}{10}$$

$$x = \frac{\pi}{2}.$$

$$\arcsin(\sin(x - \frac{\pi}{2})) = \frac{\pi - 2x}{10}$$

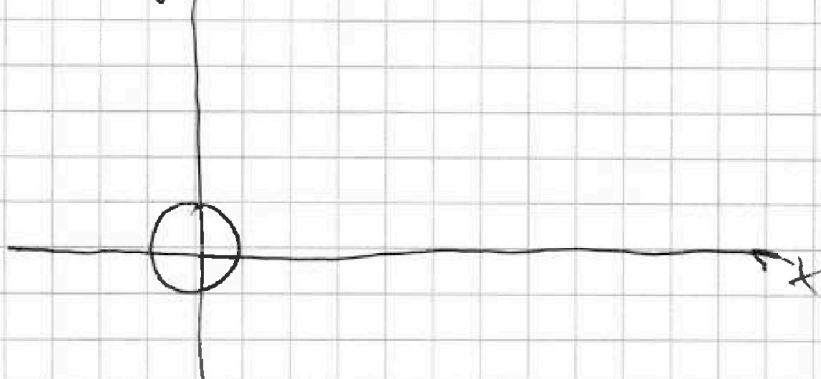
$$x - \frac{\pi}{2} = \frac{\pi - 2x}{10}$$

~~$$\frac{12x}{10} = \frac{3\pi}{10}$$~~

н.к.

$$\begin{cases} ax - 3y + 4b = 0 \\ (x^2 + y^2 - 4)(x^2 + (y - 10)^2 - 36) = 0 \end{cases}$$

$$y = \frac{4b}{3} + \frac{ax}{3}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☒	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



№1

$$ab = n \cdot 2^8 \cdot 3^{14} \cdot 5^{12}$$

$$bc = k \cdot 2^{12} \cdot 3^{20} \cdot 5^{17}$$

$$ac = z \cdot 2^{14} \cdot 3^{21} \cdot 5^{39}$$

$$abc = \sqrt{n k z} \cdot 2^{17} \cdot 3^{33}$$

$$\frac{3\pi}{2}$$

$$10 \arcsin \frac{1}{11} = \pi - 3\pi$$

№2

$$14 + 20 + 21 = 55$$

$$\frac{1}{2} \times 6 \left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right)$$

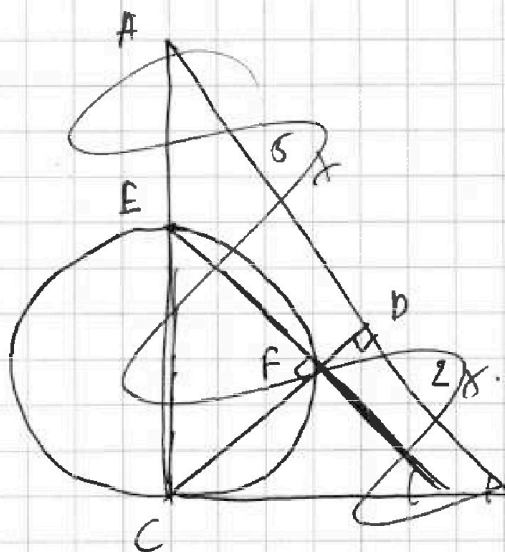
$$2 \times 6 \left(-5\pi, 5\pi \right)$$

$$2 \times 6 \left(-4\pi, 6\pi \right)$$

$$6 \times 2 \left(3\pi, 2 \right)$$

$$10 \arcsin \frac{1}{11} = \pi - 3\pi$$

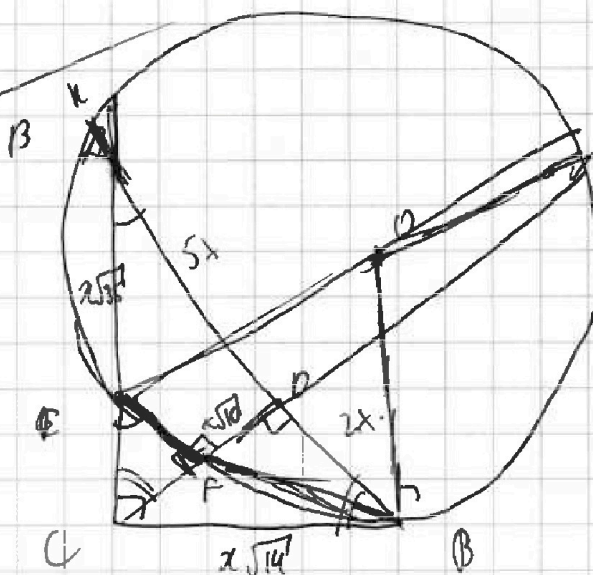
$$5\pi - \pi$$



CE-диаметр $\angle EFC = \angle ADC = 90^\circ$

соединим AB и EF
сек. CD

$$\overline{CB} = CA = \text{радиус}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☒	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$y_{кас} = \frac{-x_0}{\sqrt{1-x_0^2}} + \frac{x_0^2 + 1 - x_0^2}{\sqrt{1-x_0^2}} =$$

$$= x \left(-\frac{x_0}{\sqrt{1-x_0^2}} \right) + \frac{1}{\sqrt{1-x_0^2}}$$

$$y = \sqrt{36-x^2} + 10$$

$$y_{кас} = x \left(-\frac{x_0}{\sqrt{36-x_0^2}} \right) + \frac{36}{\sqrt{36-x_0^2}} + 10$$

$$x=0:$$

$$\frac{36}{\sqrt{36-x_1^2}} + 10 = \frac{1}{\sqrt{1-x_0^2}}$$

$$36\sqrt{1-x_0^2} + 10\sqrt{36-x_0^2} = x^2 + x_0^2$$

$$-\sqrt{36-x_0^2} = 0$$

$$x_1 = 6x_0$$

$$36\sqrt{1-x_0^2} + 10\sqrt{36}$$

$$x^2 + y^2 = 20$$

$$y = \sqrt{1-x^2}$$

$$y' = \frac{-x}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$y_{кас} = f'(x_0)(x-x_0) + f(x_0)$$

$$y_{кас} = -\frac{x_0}{\sqrt{1-x_0^2}}(x-x_0) + \sqrt{1-x_0^2}$$

$$x = -\frac{4b}{a}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☒	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$5x_2 - 5x_1 + y_2 - y_1 = 45.$$

$$5(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1) = 45$$

$$\frac{\sqrt{3a^2}}{2} \quad \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$\log_5^4(2x) - 3\log_{2x}5 = \log_{2x}3 \cdot 625 - 3$$

$$\log_5^4(2x) - \log_{2x}5 = \log_{2x}5^3 \cdot \sqrt[3]{5} - 3$$

$$\log_5^4(2x) + 3 = \log_{2x}5^3 \cdot \sqrt[3]{5}$$

~~log~~

$$\log_5^4 y + \log_y 5^4 = \log_y \sqrt[3]{5} - 3$$

$$\log_5^4 y \neq 3 = -\log_y 5^4 \cdot \sqrt[3]{5}$$

$$\sqrt[3]{5} \quad \sqrt[3]{5} \quad 0 < y < 1$$

$$\boxed{2x = \frac{1}{y}}$$

$$xy = \frac{1}{2}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

