



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 2



✂ (1) [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^7 3^{11} 5^{14}$, bc делится на $2^{13} 3^{15} 5^{18}$, ac делится на $2^{14} 3^{17} 5^{43}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .

✂ (2) [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой AC в точке A , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке E , а катет BC – в точке F . Известно, что $AB \parallel EF$, $AB : BD = 1,3$. Найдите отношение площади треугольника ACD к площади треугольника CEF .

✂ (3) [4 балла] Решите уравнение $5 \arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x$.

✂ (4) [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} x + 3ay - 7b = 0, \\ (x^2 + 14x + y^2 + 45)(x^2 + y^2 - 9) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

✂ (5) [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_7^4(6x) - 2 \log_{6x} 7 = \log_{36x^2} 343 - 4, \quad \text{и} \quad \log_7^4 y + 6 \log_y 7 = \log_{y^2} (7^5) - 4.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

(6) [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-17; 68)$, $Q(2; 68)$ и $R(19; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно на границе) и таких, что $4x_2 - 4x_1 + y_2 - y_1 = 40$.

7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 60, $SA = BC = 10$.

а) Найдите произведение длин медиан AA_1 , BB_1 и CC_1 .

б) Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 3$, а радиус сферы Ω равен 4.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$a = 2^{a_1} 3^{a_2} 5^{a_3}$$
$$b = 2^{b_1} 3^{b_2} 5^{b_3}$$
$$c = 2^{c_1} 3^{c_2} 5^{c_3}$$

$$a_1 + b_1 \geq 7 \quad (ab) \quad \min a_1 + b_1 + c_1$$
$$a_1 + c_1 \geq 14 \quad (ac)$$
$$b_1 + c_1 \geq 13 \quad (cb)$$

$$\Downarrow$$
$$2(a_1 + b_1 + c_1) \geq 34$$

$$a_1 + b_1 + c_1 \geq 17$$

$$\Downarrow$$
$$abc \geq 2^{17}$$

$$a_2 + b_2 \geq 11$$

$$a_2 + c_2 \geq 17$$

$$b_2 + c_2 \geq 15$$

$$\Downarrow$$
$$a_2 + b_2 + c_2 \geq \frac{43}{2} \Rightarrow abc \geq 3^{\lceil \frac{43}{2} \rceil + 1} = 3^{22}$$

~~Ответ $a_3 + b_3 + c_3 \geq 1$~~

$$\text{т.к. } abc \geq 3^{22} \Rightarrow abc \geq 3^{43} \Rightarrow abc \geq 2^{17} 3^{22} 5^{43} \Rightarrow \min abc = 2^{17} 3^{22} 5^{43}$$

Пример на $abc = 2^{17} 3^{22} 5^{43}$: $c = 2^{10} \cdot 3^{10} \cdot 5^{20}$

$$a = 2^4 \cdot 3^7 \cdot 5^{23}$$
$$b = 2^3 \cdot 3^5 \cdot 5^{23}$$

- дд

Пояснение (1) - $a_1 + b_1$ - степень двойки в ab

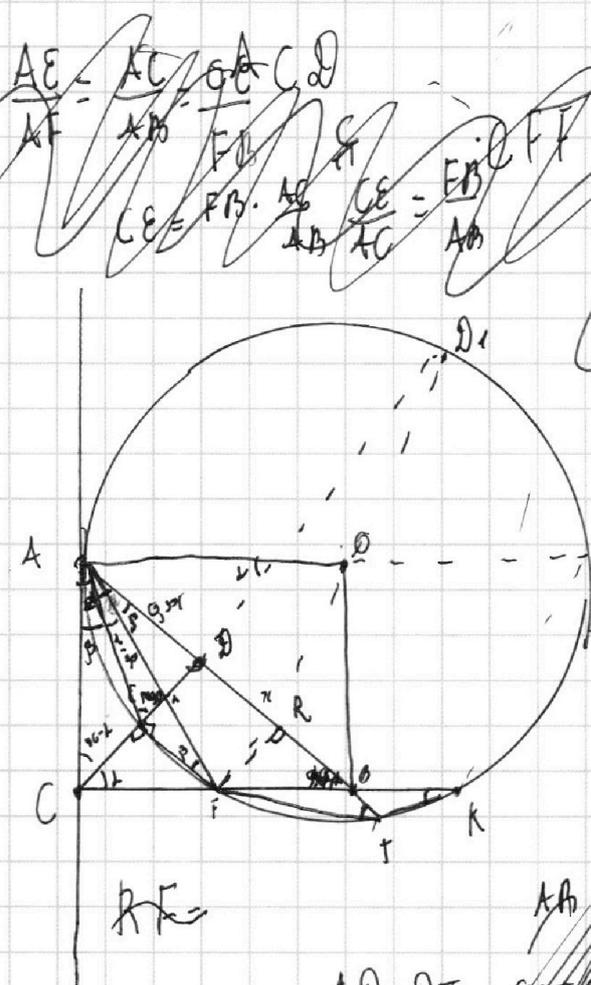
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{AE}{AF} = \frac{AC}{AB} = \frac{CE}{CB}$$

$$CE = FB \cdot \frac{AC}{AB} \quad \frac{CE}{AC} = \frac{FB}{AB}$$

$$\frac{FB}{AB} \cdot \frac{CF}{AD}$$

$$\frac{CE}{CD} = \frac{CF}{CE + FB}$$

$$ED = \frac{1}{3} AD$$

$$CD = \frac{1}{3} AD$$

$$CE = \frac{1}{3} AD$$

$$AB \cdot BF = FB \cdot BK$$

$$AD \cdot DT = CE \cdot DD_1$$

$$CA^2 = CE \cdot CK$$

$$0,3 \tan \alpha = \tan \alpha \cdot l$$

$$\tan^2 \alpha = \frac{10}{3}$$

$$\tan \alpha = \sqrt{\frac{10}{3}}$$

$$\frac{CF + FB}{AC} = \frac{CD}{AD}$$

$$FB = \frac{CD \cdot AC - CE \cdot AD}{AD}$$

~~$$\frac{CE}{AC} = \frac{CF}{AD}$$

$$\frac{AE}{AF} = \frac{AC}{AB}$$

$$\frac{FB}{AB} = \frac{CE}{AC}$$~~

~~$$\frac{EF}{AD} = \frac{CE}{AD}$$~~

~~$$\frac{EF}{AD} = \frac{EF}{CD}$$~~

~~$$\frac{2M}{AE} = \frac{AF}{ED}$$~~

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\angle CAE = \angle EFA = \angle B \text{ (м.к. } CA \text{ - кас, а } \angle EFA \text{ центр } AE)$$

$$\angle CAB = \alpha \Rightarrow \angle PDCB ; \angle ABF = \angle CFE \text{ как } x = 90 - \alpha ; \angle DEF = 90^\circ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \angle EAF = \alpha - 2\beta = \angle FAT = \angle B$$

$$CD = \operatorname{tg} \alpha \cdot 0,3x = \operatorname{ctg} \alpha \cdot x \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = \sqrt{\frac{10}{3}} \Rightarrow CF = \frac{AC}{AD} \cdot ED \quad (1)$$

$$\triangle AED \sim \triangle AFC \text{ по 2-м к.} \Rightarrow \frac{AE}{AF} = \frac{CF}{ED} = \frac{AC}{AD} = k_1$$

$$\triangle AFB \sim \triangle AEC \text{ по 2-м к.} \Rightarrow \frac{AF}{AE} = \frac{FB}{CE} = \frac{AB}{AC} = k_2$$

$$k_1 = k_2 \Rightarrow AC^2 = AB \cdot AB = 0,39x^2$$

$$AC = \sqrt{0,39} x \Rightarrow BC = \operatorname{tg} \alpha \cdot AC = \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{3}} \cdot \sqrt{0,39} x$$

$$CD = \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{3}} \cdot 0,3x ; \triangle CEF \sim \triangle CDB \text{ (} EF \parallel DB \text{)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{CE}{CD} = \frac{CF}{DB} = \frac{EF}{BC} \quad \& \quad EF = \operatorname{tg} \alpha$$

$$\frac{CF}{CE} = \frac{BC}{CD} \quad (2)$$

$$\frac{(1)}{(2)} = \frac{ED}{CE} = \frac{AD}{AC} \cdot \frac{BC}{CD} = \frac{0,3 \cdot \sqrt{\frac{10}{3}} \cdot \sqrt{0,39}}{\sqrt{0,39} \cdot \sqrt{\frac{10}{3}} \cdot 0,3} x$$

$$ED + EC = CD \quad = 1 \Rightarrow ED = CE$$

$$ED = \sqrt{\frac{3}{10}} x - EC$$

$$\triangle ADC \sim \triangle CEF$$

$$k = \frac{CD}{EF} = \frac{\sqrt{\frac{10}{3}} \cdot 0,3}{\sqrt{\frac{3}{10}} \cdot x} = \frac{\sqrt{10} \cdot 0,3}{\sqrt{3} \cdot x} = \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{3}} \cdot \frac{0,3}{x}$$

$$\frac{S_{ADC}}{S_{CEF}} = k^2 = \frac{10}{3} \cdot 0,3^2 \cdot \frac{1}{\frac{1}{4}} = \frac{6}{5} = \frac{3x}{2}$$

Ответ $\frac{6}{5}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№3

$$-\frac{\pi}{2} \leq \arccos(a) \leq \frac{\pi}{2} \Rightarrow -\frac{\pi}{2} \leq \frac{3}{2}\pi + x \leq \frac{\pi}{2}$$

$$-4\pi \leq x \leq \pi$$

$$-\frac{\pi}{2} \leq \frac{\pi}{2} - x \leq 4,5\pi$$

$$5 \arccos(\sin x) = \frac{3}{2}\pi + x$$

$$5 \arccos(\cos(\frac{\pi}{2} - x)) = \frac{3}{2}\pi + x$$

I случай $-\frac{\pi}{2} \leq \frac{\pi}{2} - x \leq \frac{\pi}{2}$ $5 \frac{\pi}{2} - 5x = \frac{3}{2}\pi + x \Rightarrow x = -\frac{\pi}{6}$ - уга

II случай $\frac{\pi}{2} \leq \frac{\pi}{2} - x \leq \frac{3}{2}\pi$ $5(\frac{\pi}{2} - x - \pi) = \frac{3}{2}\pi + x \Rightarrow x = -\frac{2\pi}{3}$ - уга

III случай $\frac{3}{2}\pi \leq \frac{\pi}{2} - x \leq \frac{5}{2}\pi$ $5(-x - \frac{3}{2}\pi) = \frac{3}{2}\pi + x \Rightarrow x = -\frac{3}{2}\pi$ - уга

IV случай $\frac{5}{2}\pi \leq \frac{\pi}{2} - x \leq \frac{7}{2}\pi$ $5(-x - \frac{5}{2}\pi) = \frac{3}{2}\pi + x \Rightarrow x = -\frac{14\pi}{6}$ - уга

V случай $\frac{7}{2}\pi \leq \frac{\pi}{2} - x \leq \frac{9}{2}\pi$ $5(-x - \frac{7}{2}\pi) = \frac{3}{2}\pi + x \Rightarrow x = -\frac{19\pi}{6}$ - уга

Ответ $x \in \left\{ -\frac{\pi}{6}; -\frac{2}{3}\pi; -\frac{3}{2}\pi; -\frac{14}{6}\pi; -\frac{19}{6}\pi \right\}$

1,3
0,3
0,3

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



14 $\begin{cases} x+3ay-7b=0 \\ (x^2+14x+y^2+45)(x^2+y^2-9)=0 \end{cases}$ $x=7b-3ay$ $7b$ - отрез по оси ox $\frac{441}{25}-9$ $3a-L$ касат. $x^2+y^2=9-w_1$ 216 $поклонна$ $(bx^2+7)^2+y^2=2^2-w_2$ $(D-m. касодущий кас \perp окр, L-кас \parallel окр K-m$ пересек Oy \perp $CD \perp AL$ (всего 9 прямых $окр$ не более $4-x$ м. пересек.)

$\Delta BDA \sim \Delta CLA (CL, BD \perp DL)$

$BD=2, CL=3 \Rightarrow CB=4 \Rightarrow CA = \frac{21}{5} BA = \frac{14}{5} \Rightarrow LA = \sqrt{\left(\frac{21}{5}\right)^2 - 3^2}$

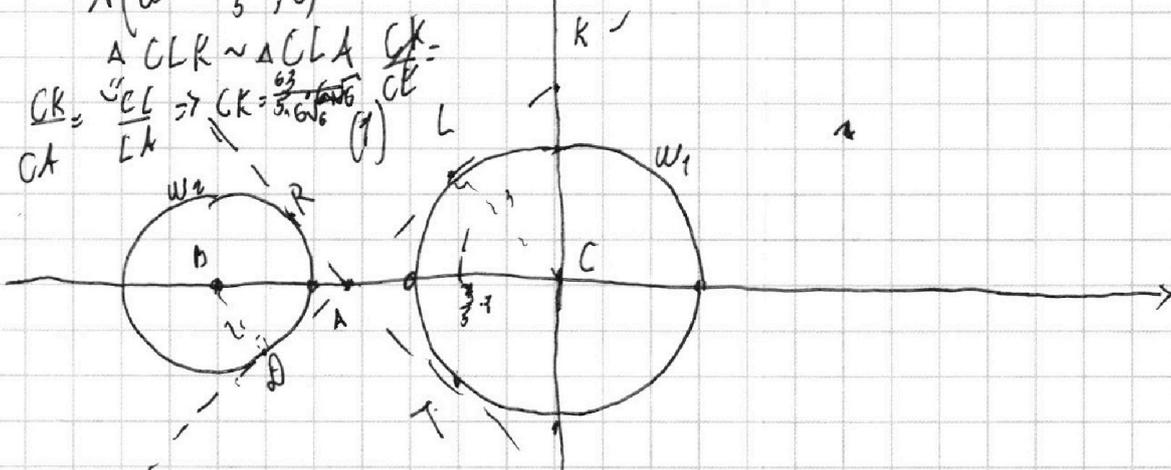
$a > d_2$ - реш-ва меньше 3-х между

\rightarrow отсу кас к 2-м $a=d_2$ $окр$

$A(a' = \frac{21}{5}; 0)$

$\Delta CLR \sim \Delta CLA \frac{CR}{CL} = \frac{CA}{LA}$

$\frac{CR}{CA} = \frac{CL}{LA} \Rightarrow CR = \frac{9 \cdot \sqrt{216}}{21}$ (1)



\rightarrow отсу кас к 2-м окр $a=a_1$

пусть $x+3ay-7b$ - ка-ца $g(x) = x^2+y^2=9$ и $h(x) = x^2+y^2=2$

если $a \leq d_1$ то решение a меньше точек пересек C_2 -на окр меньше 3-х между

ур-ние кас к $g(x)$:

$y = (x-x_0)g'(x_0) + f(x_0)$

$g'(x) = \frac{1}{2\sqrt{9-x^2}}$

$y = \sqrt{9-x^2} = g(x)$

$y = \sqrt{2-(x+7)^2} = h(x)$

$h'(x) = \frac{1}{2\sqrt{2-(x+7)^2}}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

15

$$\begin{cases} 6x > 0 \\ 6x \neq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \log_7^4 (6x)^{-a} = 2 \log_7 6x^{-7} = \log_7 36x^2 \cdot 343^{-4} \\ \log_7^4 y + 6 \log_7 y^{-7} = \log_7 y^2 (y^5)^{-4} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \log_7^4 6x - \frac{7}{2} \log_7 6x^{-7} + 4 = 0 \\ \log_7^4 y + \frac{7}{2} \log_7 y^{-7} + 4 = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a = \log_7 6x \\ b = \log_7 y \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2a^5 + 8a - 7 = 0 \\ 2b^5 + 8b + 7 = 0 \end{cases} \leftarrow \begin{array}{l} \text{не имеет корней} \\ \text{или это ч. упр-е } 2a^5 + 8a - 7 = 0 \\ \text{— один корень. } (a^5 = -\frac{8}{10} + 1, a^5 > 0) \\ f'(a) = 10a^4 + 8, f'(a) = 0 \rightarrow a = 0 \Rightarrow \\ \Rightarrow \text{не более одного корня} \end{array}$$

Заметим $f(a) = f(-a) \Rightarrow b = -a \Rightarrow \log_7 y = -\log_7 6x$
 $y = \frac{1}{6x} \Rightarrow xy = \frac{1}{6}$

Заметим это если $f(a_0) = 0$ то $f(-a_0) = -7$ и $2a_0^5 + 8a_0 = 7$ то $2(-a_0)^5 + 8(-a_0) = -7 \Rightarrow$ если a_0 — корень I то $-a_0$ — корень II, а $2b^5 + 8b + 7 = 0 \Rightarrow a = -b, \log_7 x = -\log_7 y$

$$y = \frac{1}{6x}; xy = \frac{1}{6}$$

Ответ $xy = \frac{1}{6}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

если $k \notin \mathbb{Z}$ то при $x \in \mathbb{Z} \rightarrow y \in \mathbb{Z} \rightarrow k - 4x \in \mathbb{Z}$ и $y \notin \mathbb{Z}$ т.е

п.е если на прямой есть т. с целыми коор то $k \in \mathbb{Z}$

если $x \in \mathbb{Z}$ то $y \in \mathbb{Z}$ $k - 4x \in \mathbb{Z} \rightarrow y \in \mathbb{Z}$ т.е для $\forall x, y \in \mathbb{Z}$

на прямой $y = k - 4x$ \exists равно одна т. с целыми коор. $(x_1; y_1)$

прямая $y = k - 4x \in \mathbb{Q}R$; на прямой $\mathbb{Q}R$ - 18 т. с целыми коор \Rightarrow

на \forall прямой $y = k - 4x$ при $k \in \mathbb{Z}$ - 18 точек т.

$26 \leq k \leq 40 - 237 \Rightarrow 18^2 \cdot 37$ пар точек $= 10692$ пар 11988 пар
 \downarrow
прямых с $k \in [0; 36]$

(упорядоченных с $k \geq 40$ и $k \leq 36$ - взаимно однозначное соответствие)

Ответ: 11988

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



В $\triangle ABC$ $AM=10$; $BC=10$ $S_{ABC}=60 \Rightarrow AA_1=15$

по формуле медианы $m = \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{2} - \frac{c^2}{4}}$

$$AA_1^2 = \frac{AB^2}{2} + \frac{AC^2}{2} - \frac{BC^2}{4}$$

$$AB^2 + AC^2 = 250 \quad AB = \sqrt{250 - AC^2}$$

$S_{\triangle ABC} = AH \cdot BC \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow AH = 12 = \sin \angle ACB \cdot AC = \sin \angle ABC \cdot AB$

$$\frac{\sin \angle ACB}{\sin \angle ABC} = \frac{AB}{AC} \Rightarrow \frac{AH}{\sqrt{250 - AC^2}} = \frac{AH}{AC} \Rightarrow \sin$$

$CH = x \Rightarrow BH = 10 - x$

$$AH = \begin{cases} AB^2 = 100 + x^2 - 20x + 144 \\ AC^2 = x^2 + 144 \end{cases}$$

$$AB^2 = 250 - 144 - x^2 = 106 - x^2$$

$$\begin{aligned} 2x^2 - 20x + 138 &= 0 \\ x^2 - 10x + 69 &= 0 \end{aligned}$$

$$2x^2 - 20x + 112 = 0$$

$$x^2 - 10x - 56 = 0$$

$$D = \sqrt{100 + 224} = \sqrt{324} = 18^2$$

$$x = 19 \quad x = 14 \Rightarrow$$

\Rightarrow CB - тупой

$$BB_1 = 15$$

$$CC_1 = \sqrt{180}$$

$$AC = \sqrt{340}$$

$$AB = \sqrt{160}$$

$$AA_1 \cdot CC_1 \cdot BB_1 =$$

$$= \sqrt{45 \cdot 180} \cdot 15 = 90 \cdot 15 = 1350$$

$$180 = 9 \cdot 4 \cdot 5 \quad \frac{15}{1350}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

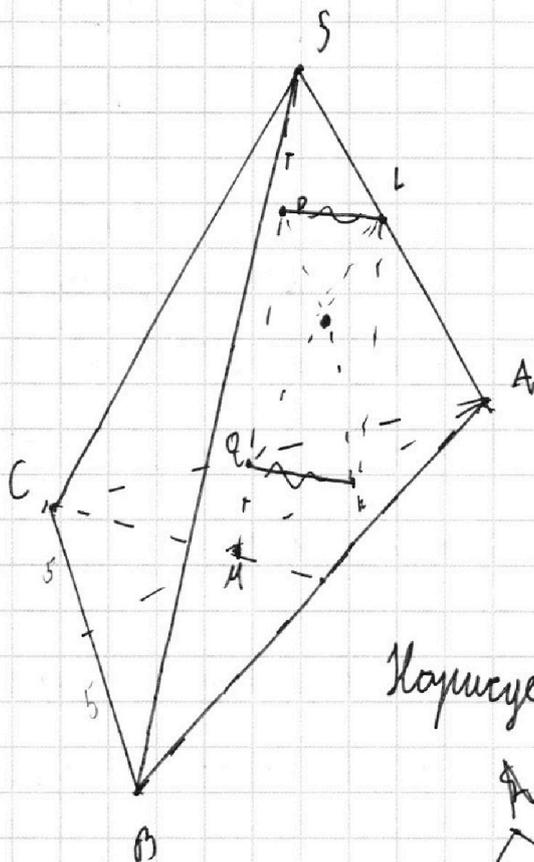
- 1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

МФТИ

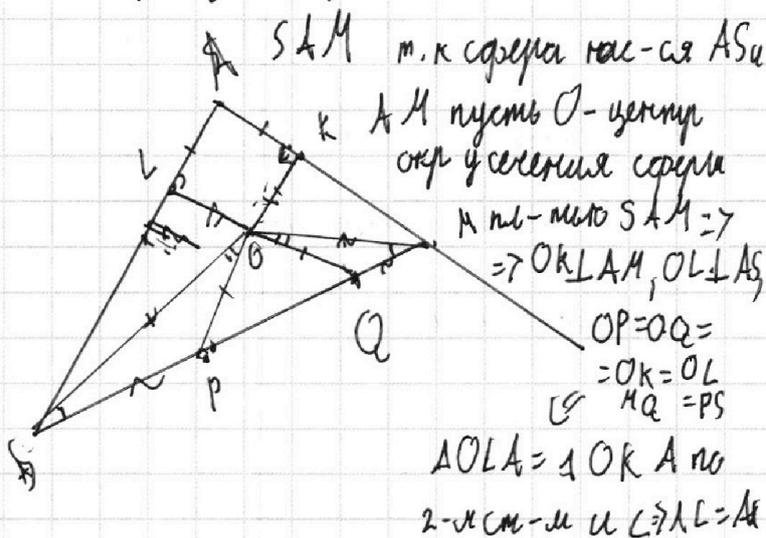
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



AL · A

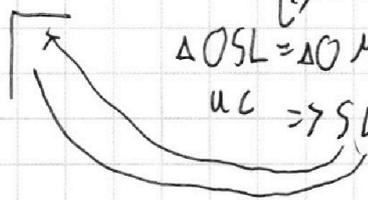


Нарисуем пр-ую на пл-ти



$SA \perp AM$ м.к. сферы на с-и AS
 AM пусть O - центр
 окр. у сечения сферы
 и пл-ти $SA \perp AM \Rightarrow$
 $\Rightarrow OK \perp AM, OL \perp AS$
 $OP = OQ =$
 $= OK = OL$
 $\Rightarrow HQ = PS$
 $\triangle OLA = \triangle OKA$ по
 2-м см-м и $\angle L = \angle K$

$AS = AM = 10$



$\Rightarrow OS = OM$ $\angle = \triangle OSP = \triangle OQM$ по 2 см-м
 и \angle ($\angle OPQ = \angle OQP$ м-р \triangle
 $\triangle OSL = \triangle OMK$ по 2-м см-м и OPQ равнобедр.) \Rightarrow
 и $\angle \Rightarrow SL = MK$ $\Rightarrow \angle OPS = \angle OQM = 180^\circ - \angle OPQ$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$ab: 2^7 3^{11} 5^{19}$$

$$bc: 2^{13} 3^{15} 5^{18}$$

$$ac: 2^{19} 3^{17} 5^{18} 7^4 3$$

$$\begin{array}{r} \times 289 \\ 37 \\ \hline 2023 \\ 8670 \\ \hline 10693 \end{array}$$

abcd

$$a = 2^x 3^y 5^z$$

$$a = 2^x 3^y 5^z$$

$$c = 2^{x+6} 3^{y+4} 5^{z+9}$$

$$b = 2^{x+11} 3^{y+8} 5^{z+14}$$

$$\text{НОД}(ab; bc) = b$$

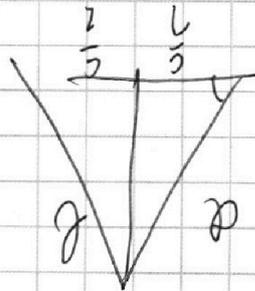
$$(ab, bc) = b(a, c) \Rightarrow$$

$$= W$$

$$\frac{13+x}{2} = \frac{15+y}{3}$$

$$\frac{13}{2} - \frac{x}{2} + \frac{2}{3} = \frac{15}{3} + \frac{y}{3}$$

$$\frac{2}{2} - \frac{x}{2} + \frac{2}{3} = \frac{15}{3} + \frac{y}{3}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$0h - 0g + 0kV \quad 2g$$

$$4\alpha - 4\beta - 6\alpha + 4\beta$$

$$5g - 0g + 0g$$

$$5h - 0g + 0kV$$

$$C(\alpha + 2\beta)$$

$$C(\alpha - 2\beta)$$

$$2\beta = \frac{2\alpha g}{\sqrt{2}} = \alpha \frac{g}{\sqrt{2}}$$

$$4\alpha - 2\beta - 2\alpha + 4\beta$$

α

$$2\alpha = 90 - \beta$$

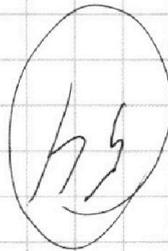
$$\alpha + \beta = 90 - \alpha$$

$$\beta = 90 - 2\alpha$$

$$180 - 4\alpha + 4\beta$$

$$2\alpha g$$

$$g$$



$$2\alpha - 2\beta + 2\alpha = 180 - 2\alpha$$

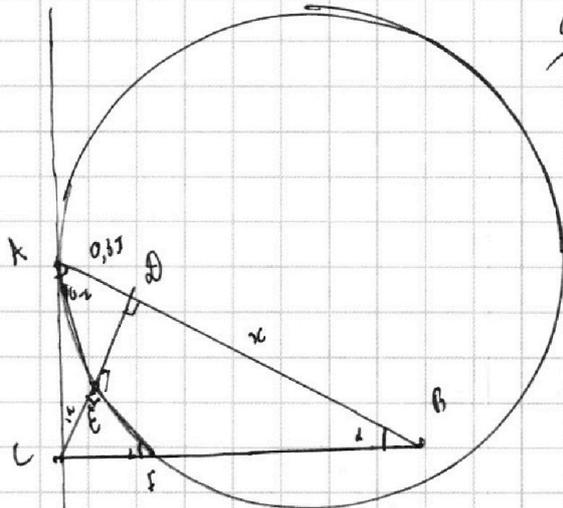
$$2\alpha = 180 - 4\alpha + 2\beta$$

$$2\alpha - 2\beta - 2\alpha = \frac{2g}{\sqrt{2}}$$

$2\alpha g$

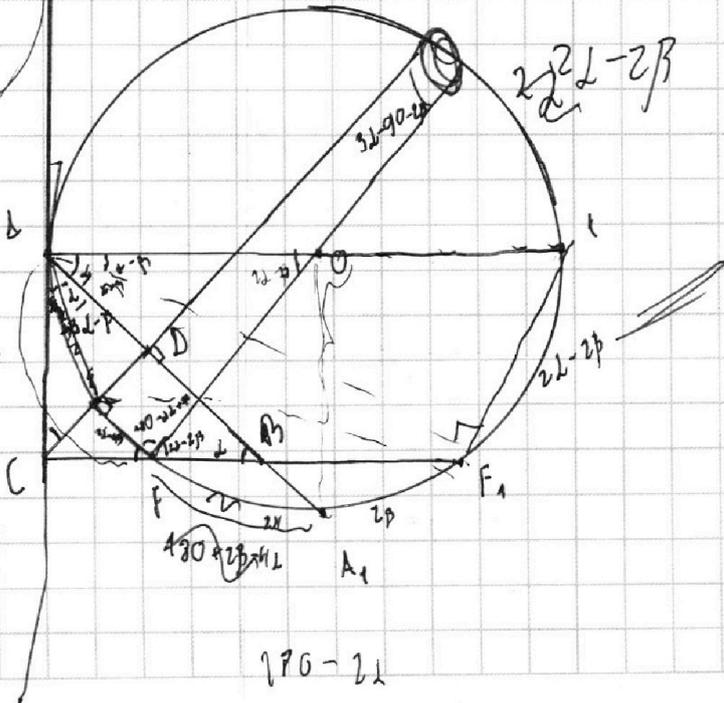
$$6\alpha - 180 - 4\beta$$

$$b = \frac{5g}{\sqrt{2}}$$



$$90 - 2\alpha + \beta$$

2α



$$180 - 2\alpha$$



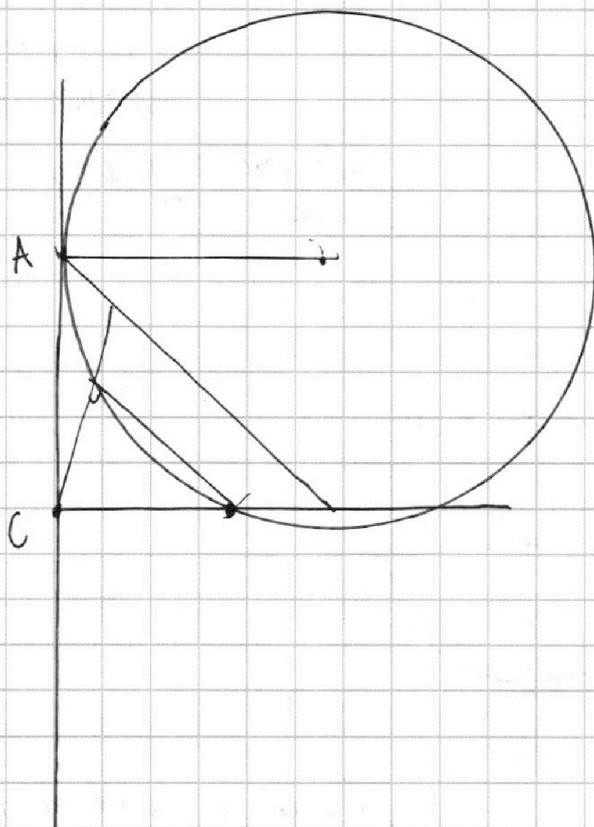
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \log_7^4(6x) - 2 \log_{6x} 7 = \log_{36x^2} 34^{\frac{7}{3}} - 4 \\ \log_7^4 y + 6 \log_y 7 = \log_{y^2} (7^5) - 4 \end{cases}$$

1 $\log_7^4(6x) - 2 \log_{6x} 7 = \frac{3}{2} \log_{6x} 7 - 4$

$$\log_7^4(6x) - \frac{5}{2} \log_{6x} 7 + 4 = 0$$

$$a^4 - \frac{7}{2a} + 4 = 0$$

5 $\frac{5}{2}$ $\log_7^4 y + \frac{7}{2} \log_y 7 + 4 = 0$

$$2a^5 + 8a - 7 = 0$$

$$\frac{7}{2} \log_{6x}(7(6x)^4)$$

$\arccos(\sin x) = \frac{3}{2}\pi + x$

$$\log_7 y = \log_7 6x$$

$$y = 6x$$

$$10a^4 + 8 = 0$$

$$a^4 = -\frac{8}{10}$$

$$5 \frac{5\pi}{2} - 5\pi = \frac{3}{2}\pi + x \quad \pi = \frac{5\pi}{3}$$

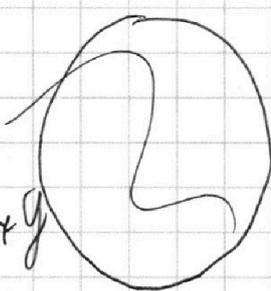
log

$$2a^5 + 8a - 7 = 0$$

$$2b^5 + 8b + 4 = 0$$

$$\log_7 6x = -\log_7 y$$

$$\frac{1}{y} = 6x \quad y = x$$



$$a^{\frac{7}{2}}$$

$$\frac{1}{2}$$

$$1$$

$$\frac{3}{4}$$

$$2^8$$

$$\frac{2}{3}$$

$$1$$

$$\frac{3^5}{5}$$

$$\frac{2^5}{5}$$

$$243$$

$$\frac{5}{3} - 243$$



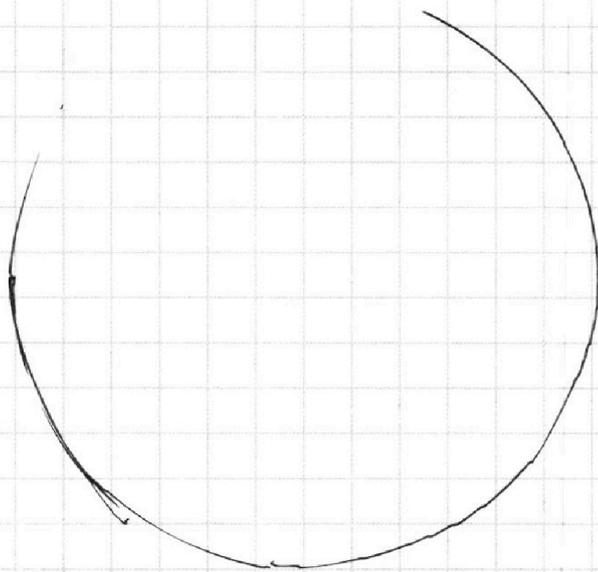
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>						



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>						

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$AC \leftarrow \sin \angle B$$

$$\frac{\sin \angle B}{CE} = \frac{\sin 90^\circ \cdot d}{AE} = \frac{\sin \beta + \sin(\alpha + \beta)}{AC}$$

$$\frac{\sin \angle B}{FB} = \frac{\sin 90^\circ \cdot d}{AF} \quad \frac{AF}{AE} = \frac{CF}{ED} = \frac{AC}{AD} = \frac{FB}{CE} = \frac{AB}{AC}$$

$$\frac{AB}{AC} = \frac{FB}{CE} = \frac{AF}{AE}$$

$$\frac{CE}{AC} = \frac{FB}{AB}$$

$$\frac{FB}{AB} = \frac{RT \cdot CF}{EF \cdot AB} = \frac{ED \cdot CE}{EC \cdot AB}$$

$$\frac{CF}{EC} = \frac{CB}{CD} = \frac{AC}{AD}$$

$$\frac{CF + FB}{CF} = \frac{DB}{EF}$$

$$FB = \frac{FB}{CF} = \frac{RT}{CF} \frac{ED}{EC}$$

$$\frac{AC \cdot ED}{AD \cdot AB}$$