



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

11 КЛАСС. Вариант 1



1. [4 балла] Натуральные числа  $a, b, c$  таковы, что  $ab$  делится на  $2^9 3^{10} 5^{10}$ ,  $bc$  делится на  $2^{14} 3^{13} 5^{13}$ ,  $ac$  делится на  $2^{19} 3^{18} 5^{30}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .
2. [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник  $ABC$ . Окружность, касающаяся прямой  $BC$  в точке  $B$ , пересекает высоту  $CD$ , проведённую к гипотенузе, в точке  $F$ , а катет  $AC$  – в точке  $E$ . Известно, что  $AB \parallel EF$ ,  $AD : DB = 3 : 1$ . Найдите отношение площади треугольника  $ABC$  к площади треугольника  $CEF$ .
3. [4 балла] Решите уравнение  $5 \arcsin(\cos x) = x + \frac{\pi}{2}$ .
4. [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , для каждого из которых найдётся значение параметра  $b$ , при котором система уравнений

$$\begin{cases} ax + 2y - 3b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 9)(x^2 + y^2 - 12x + 32) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

5. [5 баллов] Некоторые числа  $x$  и  $y$  удовлетворяют равенствам

$$\log_3^4 x + 6 \log_x 3 = \log_{x^2} 243 - 8 \quad \text{и} \quad \log_3^4(5y) + 2 \log_{5y} 3 = \log_{25y^2} (3^{11}) - 8.$$

Найдите все возможные значения произведения  $xy$ .

6. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках  $O(0; 0)$ ,  $P(-14; 42)$ ,  $Q(6; 42)$  и  $R(20; 0)$ . Найдите количество пар точек  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$  с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что  $3x_2 - 3x_1 + y_2 - y_1 = 33$ .
7. [6 баллов] Дана треугольная пирамида  $SABC$ , медианы  $AA_1, BB_1$  и  $CC_1$  треугольника  $ABC$  пересекаются в точке  $M$ . Сфера  $\Omega$  касается ребра  $AS$  в точке  $L$  и касается плоскости основания пирамиды в точке  $K$ , лежащей на отрезке  $AM$ . Сфера  $\Omega$  пересекает отрезок  $SM$  в точках  $P$  и  $Q$ . Известно, что  $SP = MQ$ , площадь треугольника  $ABC$  равна 90,  $SA = BC = 12$ .
  - а) Найдите произведение длин медиан  $AA_1, BB_1$  и  $CC_1$ .
  - б) Найдите двугранный угол при ребре  $BC$  пирамиды, если дополнительно известно, что  $\Omega$  касается грани  $BCS$  в точке  $N$ ,  $SN = 4$ , а радиус сферы  $\Omega$  равен 5.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

МОТИ

1  2  3  4  5  6  7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Парча QR-кода недопустима!

Если значение  $abc$  минимально, то числа  $a, b$  и  $c$  не содержат никаких простых делителей, кроме 2, 3 и 5. В противном случае можно убрать из их разложения остальные простые делители. Тогда  $abc$  уменьшится, а кратность выражения из условия не изменится.

$$\text{Пусть } a = 2^{x_a} 3^{y_a} 5^{z_a}, \quad b = 2^{x_b} 3^{y_b} 5^{z_b}, \quad c = 2^{x_c} 3^{y_c} 5^{z_c}.$$

Все числа  $x_a, y_a, z_a, x_b, y_b, z_b, x_c, y_c, z_c$  целые неотрицательные

$$ab : 2^9 3^{10} 5^{10}$$

$$bc : 2^{14} 3^{13} 5^{13}$$

$$ac : 2^{19} 3^{18} 5^{30}$$

$$a^2 b^2 c^2 : 2^{42} 3^{41} 5^{53}$$

степени 54. Поэтому  $abc : ac : 5^{30}$

В разложении числа  $a^2 b^2 c^2$  все простые делители входят в четкой степени, поэтому 3 входит хотя бы в степени 42, а 5 хотя бы в

$$\begin{cases} x_a + x_b + x_c \geq 21 \\ x_a + x_b \geq 9 \\ x_b + x_c \geq 14 \\ x_a + x_c \geq 19 \end{cases}$$

$\min(x_a + x_b + x_c) = 21$  достигается при

$$x_a = 7, \quad x_b = 2, \quad x_c = 12$$

$$\begin{cases} y_a + y_b + y_c \geq 21 \\ y_a + y_b \geq 10 \\ y_b + y_c \geq 13 \\ y_a + y_c \geq 18 \end{cases}$$

$\min(y_a + y_b + y_c) = 21$  достигается, например

при  $y_a = 7, \quad y_b = 3, \quad y_c = 11$

Заметим, что  $abc : ac : 5^{30}$ , поэтому



На одной странице можно оформлять только одну задачу.  
Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} z_a + z_b + z_c \geq 30 \\ z_a + z_b \geq 10 \\ z_b + z_c \geq 13 \\ z_a + z_c \geq 30 \end{cases} \quad \min(z_a + z_b + z_c) = 30 \text{ достигается,} \\ \text{например при } z_a = 13, z_c = 17, z_b = 0.$$

Значит  $a \leq 2 \frac{21}{3} \frac{21}{5} 30$  и это значение

достигается, например, при

$$a = 2 \frac{7}{3} \frac{7}{5} 13$$

$$b = 2 \frac{2}{3} 3$$

$$c = 2 \frac{12}{3} \frac{11}{5} 17$$

Ответ:  $2 \frac{21}{3} \frac{21}{5} 30$



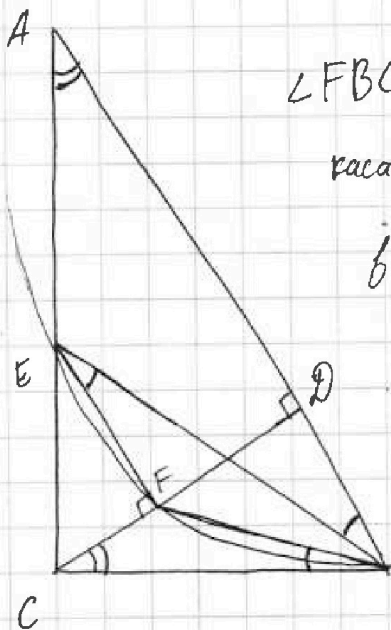
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$\angle FBC = \frac{1}{2} \angle BFC$  как угол между хордой и касательной.

$\angle FEB = \frac{1}{2} \angle BFC$  как

вписанный угол.

$\angle ABE = \angle BEF$  как накрест лежащие при  $AB \parallel EF$  и секущей  $BE$ .

$\angle BCD = 90^\circ - \angle ABC = \angle BAC$

Поэтому  $\triangle BAE \sim \triangle BCF$  по двум углам.

$AD:DB = 3:1$ . Пусть  $AD = 3x$ ,  $BD = x$ .

Тогда  $BC = \sqrt{BD \cdot BA} = \sqrt{x \cdot 4x} = 2x$

$AC = \sqrt{AD \cdot AB} = \sqrt{3x \cdot 4x} = 2x\sqrt{3}$

Пусть  $CF = y$ .  $\triangle CFE \sim \triangle CDA \sim \triangle BCA$

по двум углам. Поэтому

$$\frac{CF}{CE} = \frac{BC}{AB} \Rightarrow CE = 2y$$

Из подобия  $\triangle BAE \sim \triangle BCF$  получаем

$$\frac{AE}{CF} = \frac{BA}{BC}, \quad \frac{2x\sqrt{3} - 2y}{y} = \frac{4x}{2x}$$

$$2x\sqrt{3} - 2y = 2y$$

$$y = \frac{x\sqrt{3}}{2}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$S(ABC) = \frac{1}{2} AC \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot 2x\sqrt{3} \cdot 2x = 2x^2\sqrt{3}$$

$$S(CEF) = \frac{1}{2} CF \cdot FE = \frac{1}{2} y \cdot y\sqrt{3} = \frac{1}{2} \frac{x\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{x\sqrt{3}}{2} \cdot \sqrt{3}$$
$$= \frac{3x^2\sqrt{3}}{8}$$

Поэтому  $\frac{S(ABC)}{S(CEF)} = \frac{2x^2\sqrt{3}}{\left(\frac{3x^2\sqrt{3}}{8}\right)} = \frac{16}{3}$

Ответ:  $\frac{16}{3}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$5 \arcsin(\cos x) = x + \frac{\pi}{2}$$

$$\arcsin(\cos x) = \frac{x}{5} + \frac{\pi}{10}$$

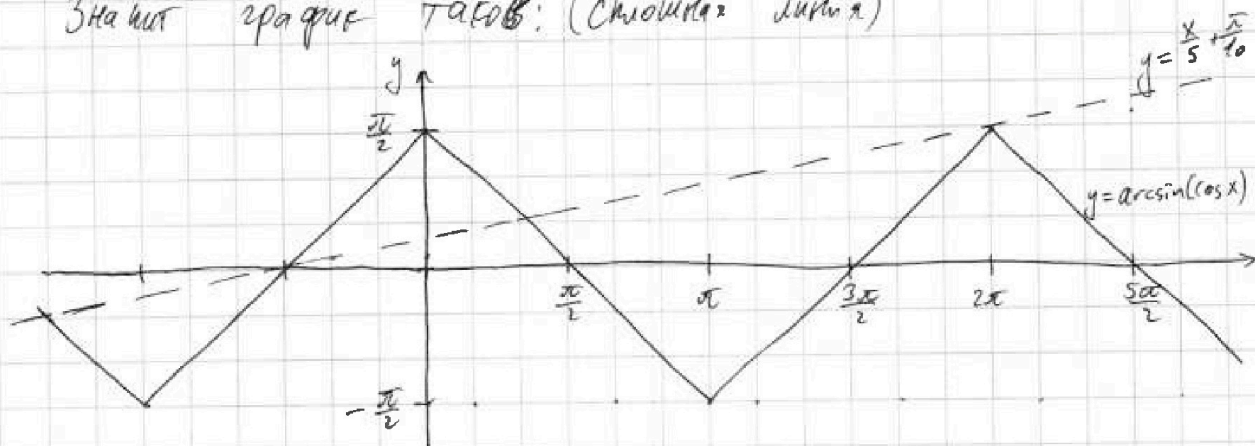
Построим график функции  $f(x) = \arcsin(\cos x)$

$$\text{Если } 0 \leq x \leq \pi, \text{ то } \arcsin(\cos x) = \arcsin(\sin(\frac{\pi}{2} - x)) = \\ = \frac{\pi}{2} - x$$

Также понятно, что  $f(x + 2\pi) = f(x)$ ,

$$f(x + \pi) = -f(x) \text{ для всех } x \in \mathbb{R}$$

Значит график таков: (сплошная линия)



Построим также график  $g(x) = \frac{x}{5} + \frac{\pi}{10}$  (пунктир)

Заметим, что при  $x = 2\pi$   $g(x) = \frac{\pi}{2} = f(x)$ ,

при  $x > 2\pi$ ,  $g(x) > \frac{\pi}{2} > f(x)$ , поэтому при  $x > 2\pi$

корней нет.

При  $x = -3\pi$   $g(x) = -\frac{\pi}{2} = f(x)$ , при

$x < -3\pi$ ,  $g(x) < -\frac{\pi}{2} < f(x)$ . Поэтому при  $x < -3\pi$

корней нет.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Из графика понятно, что есть еще три корня

помимо  $x = -3\pi$  и  $x = 2\pi$  и это точки пересечения

прямой  $y = \frac{\pi}{10} + \frac{x}{5}$  с прямыми

$$y = \frac{\pi}{2} - x, \quad y = \frac{\pi}{2} + x, \quad y = -\frac{3\pi}{2} - x.$$

Найдём их

$$\frac{x}{5} + \frac{\pi}{10} = \frac{\pi}{2} - x, \quad \frac{6x}{5} = \frac{2\pi}{5}, \quad x = \frac{\pi}{3}$$

$$\frac{x}{5} + \frac{\pi}{10} = \frac{\pi}{2} + x, \quad -\frac{4x}{5} = \frac{2\pi}{5}, \quad x = -\frac{\pi}{2}$$

$$\frac{x}{5} + \frac{\pi}{10} = -\frac{3\pi}{2} - x, \quad \frac{6x}{5} = \frac{-8\pi}{5}, \quad x = \frac{-4\pi}{3}$$

$$\text{Ответ: } \left\{ -3\pi, -\frac{4\pi}{3}, -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{3}, 2\pi \right\}$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

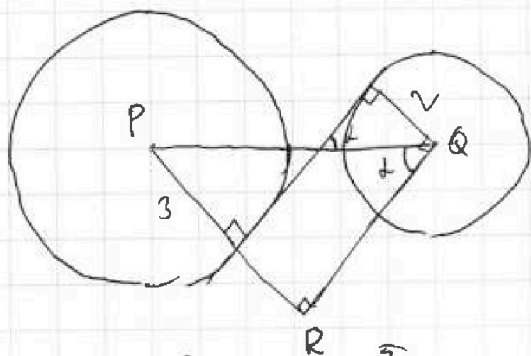
Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Система имеет ровно 4 решения тогда и только тогда, когда прямая  $y = -\frac{a}{2}x + \frac{3b}{2}$  является секущей к обеим окружностям. Это не может произойти, если её угловой коэффициент не меньше, чем у  $l$ , или не больше, чем у  $k$ . В то же время если он меньше, чем у  $l$  и больше, чем у  $k$ , то всегда можно осуществить необходимые параллельные переносы, чтобы она стала секущей. То есть найдётся число  $b$ . Найдём угловые коэффициенты



$$k_l = \operatorname{tg} \alpha$$
$$\sin \alpha = \frac{PR}{PQ} = \frac{3+2}{6} = \frac{5}{6}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{5}{\sqrt{6^2 - 5^2}} = \frac{5}{\sqrt{11}}$$

Тогда  $k_l = \frac{5}{\sqrt{11}}$ ,  $k_k = -\frac{5}{\sqrt{11}}$

$$-\frac{5}{\sqrt{11}} < -\frac{a}{2} < \frac{5}{\sqrt{11}}$$

$$-\frac{10}{\sqrt{11}} < a < \frac{10}{\sqrt{11}}$$

Ответ:  $a \in \left(-\frac{10}{\sqrt{11}}; \frac{10}{\sqrt{11}}\right)$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

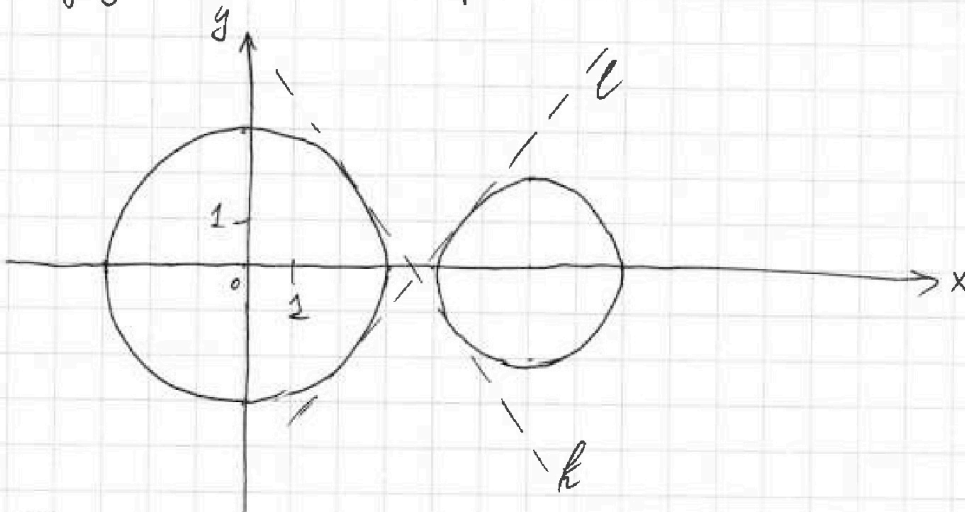
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} ax + 2y - 3b = 0 \\ (x^2 + y^2 - 9)(x^2 + y^2 - 12x + 36) = 0 \end{cases}$$

Рассмотрим второе уравнение

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 9 \\ x^2 + y^2 - 12x + 36 = 4 \end{cases} \quad \begin{cases} x^2 + y^2 = 9 \\ (x-6)^2 + y^2 = 4 \end{cases}$$

Его график - две окружности. Первая с центром  $(0;0)$  и радиусом 3. Вторая с центром  $(6;0)$  и радиусом 2. Построим сложную линию



Рассмотрим второе уравнение  $y = -\frac{a}{2}x + \frac{3b}{2}$

Параметр  $a$  задаёт коэффициент наклона прямой,  
а параметр  $b$  - её положение (т.е. при изменении  $b$   
осуществляется параллельный перенос)

Проведёт внутренние касательные  $l$  и  $k$  к  
окружностям (пунктир)

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\log_3^4 x + 6 \log_x 3 = \log_{x^2} 243 - 8$$

$$\log_3^4 x + \frac{6}{\log_3 x} = \frac{5}{2 \log_3 x} - 8$$

$$\text{ОДЗ: } \begin{cases} x > 0 \\ x \neq 1 \end{cases}$$

$$\log_3 x = a, \quad a \neq 0$$

$$a^4 + \frac{6}{a} = \frac{5}{2a} - 8$$

$$a^4 + 8 = -\frac{7}{2a}$$

$$a^5 + 8a = -\frac{7}{2}$$

$$\log_3^4(5y) + 2 \log_{5y} 3 = \log_{25y^2} (3^{11}) - 8$$

$$\log_3^4(5y) + \frac{2}{\log_3(5y)} = \frac{11}{2 \log_3(5y)} - 8$$

$$\text{ОДЗ: } \begin{cases} y > 0 \\ y \neq \frac{1}{5} \end{cases}$$

$$\log_3(5y) = b, \quad b \neq 0$$

$$b^4 + \frac{2}{b} = \frac{11}{2b} - 8$$

$$b^5 + 8b = \frac{7}{2}$$

Заметим, что  $a+b = \log_3 x + \log_3(5y) = \log_3(5xy)$

$$xy = \frac{3^{a+b}}{5}$$

Значит, чтобы найти все возможные  $xy$  необходимо

найти все возможные  $a+b$ , при которых



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} a^5 + 8a = -\frac{7}{2} \\ b^5 + 8b = \frac{7}{2} \end{cases}$$

Заметим, что функция  $f(t) = t^5 + 8t$   
возрастающая, а значит все свои значения она  
принимает не более одного раза.

В то же время  $f(-t) = -t^5 - 8t = -f(t)$

Поэтому если  $a = t_0$  — корень уравнения

$a^5 + 8a = -\frac{7}{2}$ , то  $b = -t_0$  — корень уравнения

$b^5 + 8b = \frac{7}{2}$ , причем эти корни единственные

Значит единственным возможным значением  $ab$  это 0.

Надо отметить, что корни указанных уравнений существуют,

поскольку  $E(t) = \mathbb{R}$  ввиду того, что  $f$  непрерывна

и  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ ,  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ .

$$\text{Значит } xy = \frac{3^0}{5} = \frac{1}{5}$$

Ответ:  $\frac{1}{5}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи.

решение которой представлено на странице:

МФТИ

1  2  3  4  5  6  7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Поря QR-кода недопустима!

Разместим точку  $A$  в центре  $(0,0)$  и рассмотрим, какие точки  $B(x_2, y_2)$  с целыми координатами удовлетворяют

$$3x_2 + y_2 = 33 \quad \text{Покятно, что это точки вида}$$

$$(n; 33 - 3n). \quad \text{Тогда если } A(x_1; y_1), \text{ то}$$

$$B \text{ имеет вид } B(x_1 + n; 33 - 3n + y_1), \quad n \in \mathbb{Z}.$$

Заметим, что если сдвигать  $A$  параллельно прямой  $y = -3x$ , то семейства точек  $B$ , подходящих к ней, не изменится:

$$A(x_1 + d; y_1 - 3d) \quad B(x_1 + n + d; 33 - 3(n+d) + y_1)$$

-имеет тот же вид.

Параллелограмм  $OPQR$  ограничен прямыми

$$y = 0, \quad y = 42, \quad y = -3x, \quad y = 60 - 3x.$$

Внутри него мы можем выделить 21 множество

целочисленных точек: пусть

$$M_i = \{(x; y) \mid y = -3(x-i), \quad x, y \in \mathbb{Z}, \}$$

~~где  $i = 0, 1, \dots, 20$ .~~  
( $x; y$ ) внутри  $OPQR$ .

Покятно, что в каждом множестве содержится ровно

15 точек.



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

При этом если точка  $A$  находится в  
множестве  $M_i$ , то мн-во точек  $B$  внутри  
параллелограмма и отвечающих условию  
есть множество  $M_{i+1}$ .

Если  $i \geq 9$ , то для точки  $A$  нет пары.

Тогда всего пар точек  $10 \cdot 15 \cdot 15 = \overset{2250}{\cancel{2475}}$

2250  
Ответ: ~~2475~~

Примечание. Способов выбрать  $M_i$  - 10.

Каждому способу выбрать  $M_i$  соответствует 15  
способов выбрать в нём точку  $A$ , и  
каждому из них соответствует 15 способов  
выбрать точку  $B$  из множества  $M_{i+1}$ .



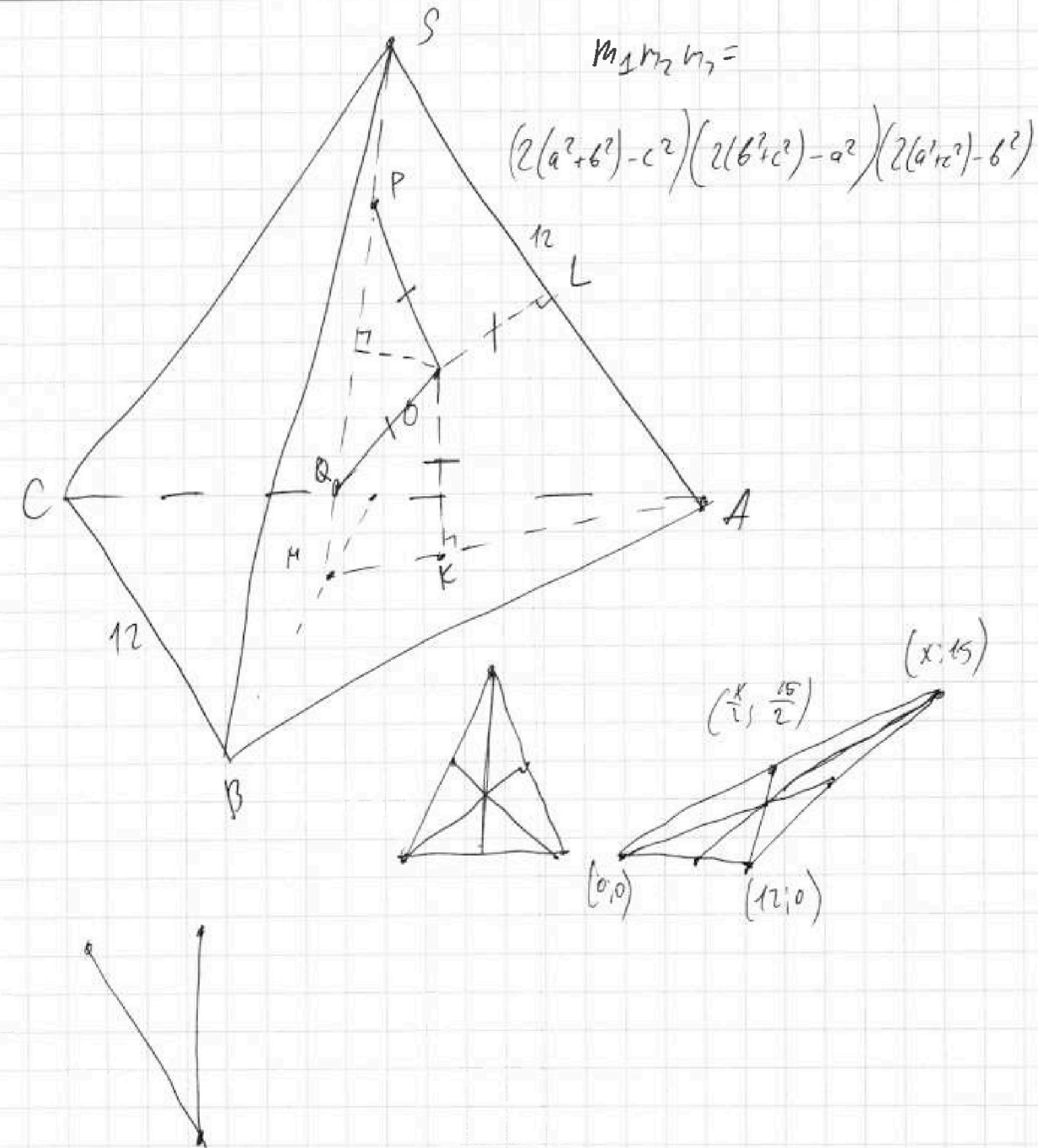
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи, или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

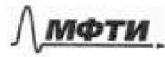




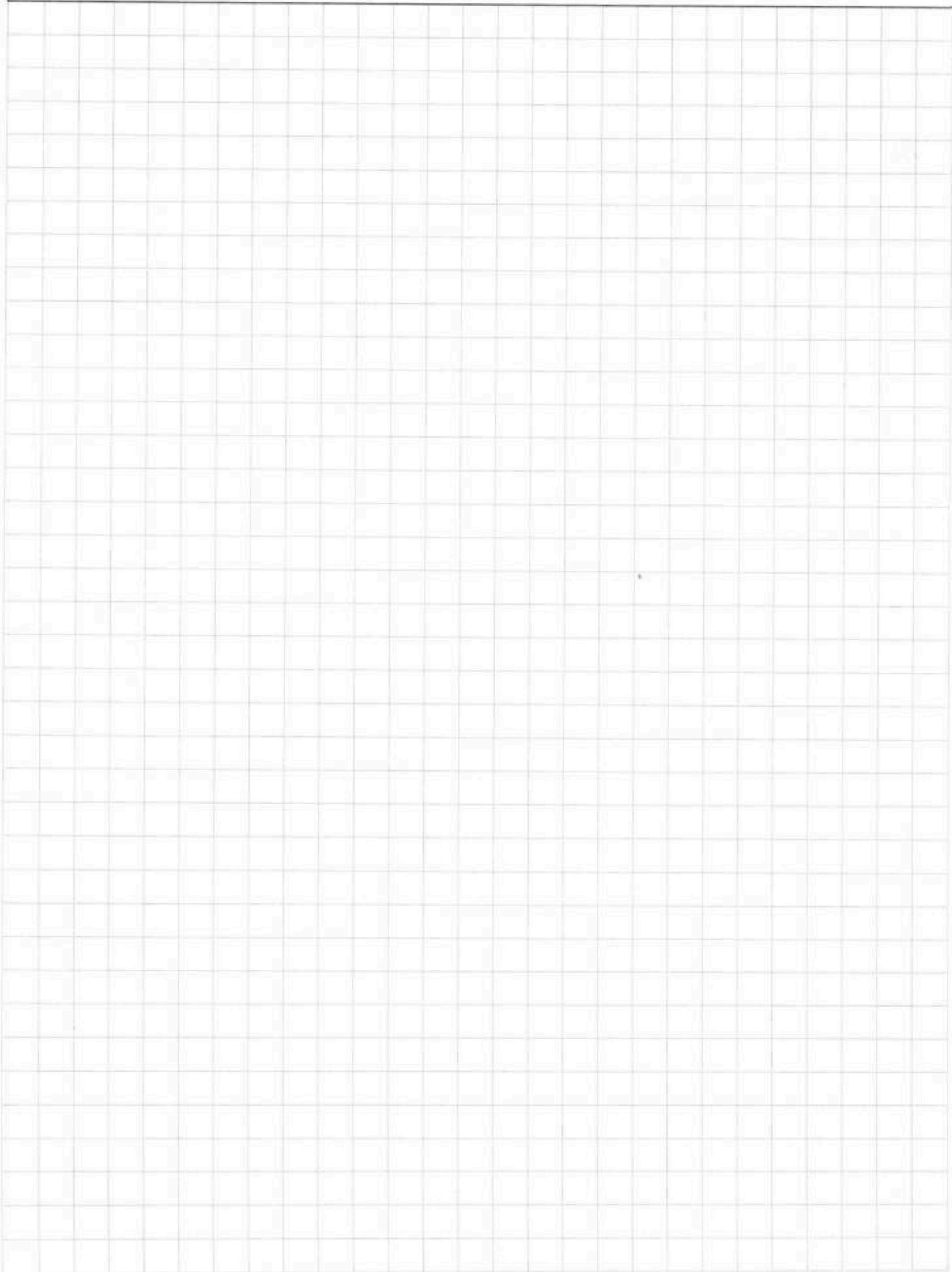
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



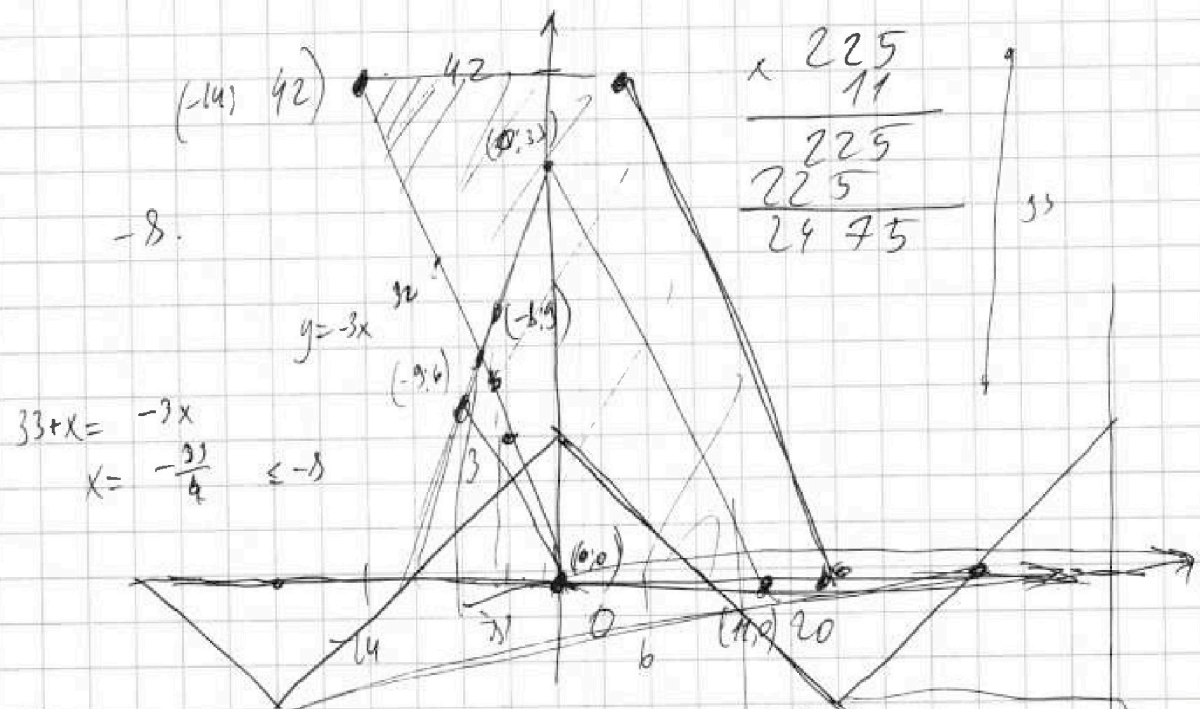
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- 1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{array}{r}
 \times 225 \\
 11 \\
 \hline
 225 \\
 225 \\
 \hline
 2475
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 33 + x &= -3x \\
 x &= \frac{-33}{4} \leq -8
 \end{aligned}$$

$$3x_2 - 3x_1 + y_2 - y_1 = 33$$

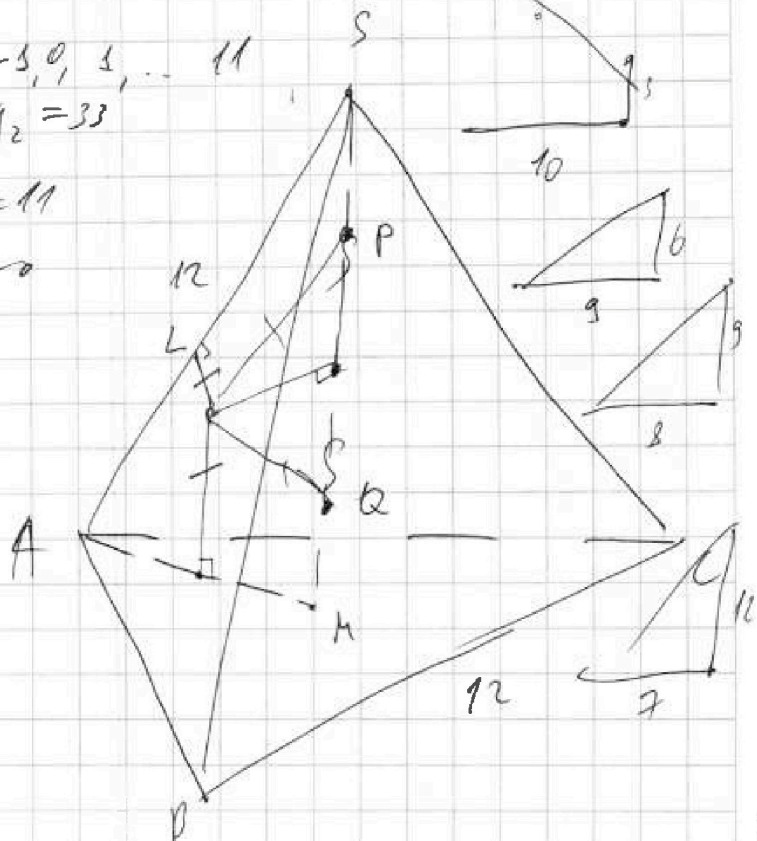
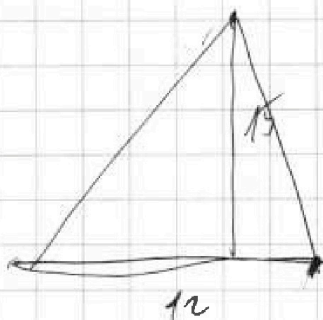
$$3(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1) = 33$$

A(0,0)    -8, -7, -6, ..., -5, 0, 1, ..., 11

$$3x_2 + y_2 = 33$$

$$x_2 = 11$$

$$y_2 = 0$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу.  
 Отметьте крестиком номер задачи,  
 решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
 страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\log_3^4 x + 6 \log_3 x = \log_x 243 - 8.$$

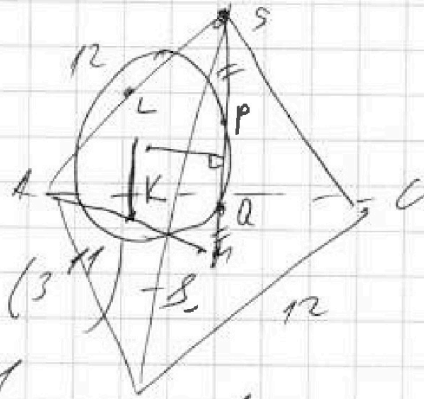
$$243 = 3 \cdot 81 = 3^7$$

$$\log_3^4 x + \frac{6}{\log_3 x} = \frac{5}{2 \log_3 x} - 8.$$

$$\begin{cases} x > 0 \\ x \neq 1 \end{cases}$$

$$\log_3 x = a$$

$$a^4 + \frac{6}{a} = \frac{5}{2a} - 8.$$



$$\log_3^4 (5y) + 2 \log_{5y} 3 = \log_{25y} (3^{11}) - 8.$$

$$\log_3^4 (5y) + \frac{2}{\log_3 (5y)} = \frac{11}{2 \log (5y)} - 8.$$

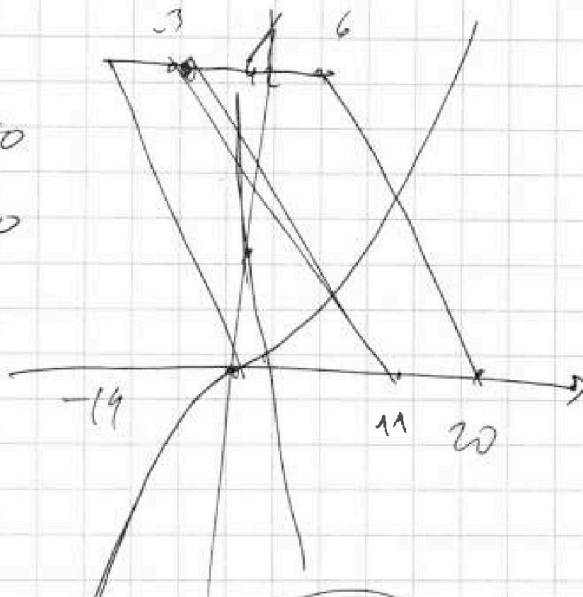
$$\log_3 (5y) = b$$

$$b^4 + \frac{2}{b} + \frac{11}{2b} - 8 = 0.$$

$$b^4 - \frac{7}{2b} + 8 = 0$$

$$\begin{cases} b^5 + 8b - \frac{7}{2} = 0 \\ a^5 + 8a + \frac{7}{2} = 0 \end{cases}$$

$$2x^5 + 10x - 7 = 0$$



Если  $\log_3 x + \log_3 5y = 0$   
 $5xy = 1$

$$xy = \frac{1}{5}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Печать QR-кода недопустима!



$$ab : 2^9 3^{10} 5^{10}$$

$$ac : 2^{13} 3^{13} 5^{20}$$

$$bc : 2^{14} 3^{13} 5^{13}$$

$$\begin{cases} x_a + x_b = 9 \\ x_a + x_c = 19 \\ x_b + x_c = 14 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y_a + y_b = 10 \\ y_a + y_c = 18 \\ y_b + y_c = 14 \end{cases}$$

$$x_a + x_b + x_c = 21$$

$$a^2 b^2 c^2 : 2^{42} 3^{41} 5^{43}$$

$$; 2^{42} 3^{42} 5^{44}$$

$$abc = 2^{21} 3^{21} 5^{22}$$

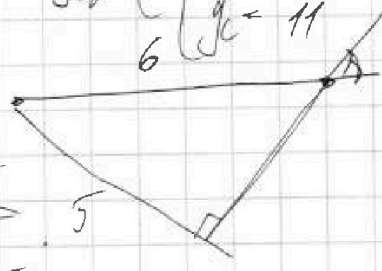
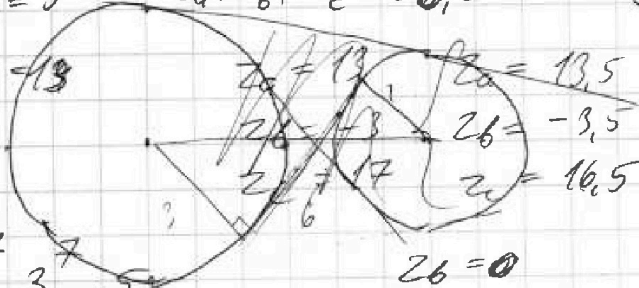
$$\begin{cases} x_a = 7 \\ x_b = 2 \\ x_c = 12 \end{cases}$$

$$y_a + y_b + y_c = 27$$

$$\begin{cases} y_a = 7 \\ y_b = 3 \\ y_c = 11 \end{cases}$$

$$\begin{cases} z_a + z_b = 10 \\ z_a + z_c = 30 \\ z_b + z_c = 13 \end{cases}$$

$$z_a + z_b + z_c = 26,5$$



$$a = 2^7 3^7 5^7$$

$$b = 2^2 3^3 5^5$$

$$c = 2^{12} 3^{11} 5^{15}$$

$$ax + 2y - 3z = 0$$

$$\begin{cases} z_a \geq 10 \\ z_c \geq 13 \\ z_a + z_c \geq 30 \end{cases}$$

$$z_a + z_b \geq 10$$

$$z_a + z_c \geq 30$$

$$z_b + z_c \geq 13$$

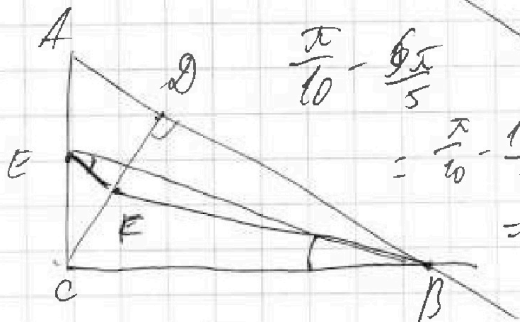
$$z_a, z_b, z_c \in \mathbb{N}$$

$$\frac{\pi}{10} - \frac{6\pi}{10}$$

$$= \frac{\pi}{10} - \frac{12\pi}{10}$$

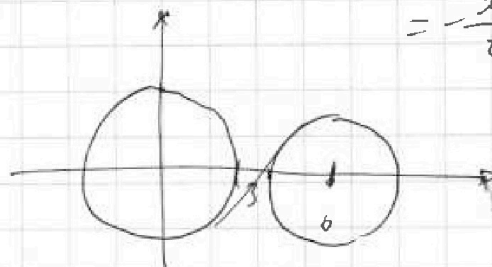
$$= -\frac{11\pi}{10} (z_a + z_b + z_c) = -\frac{5\pi}{10}$$

$$= -\frac{\pi}{2}$$



$$(x^2 + y^2 - 9)(x^2 + y^2 - 12x + 32) = 0$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 9 \\ (x-6)^2 + y^2 = 4 \end{cases}$$



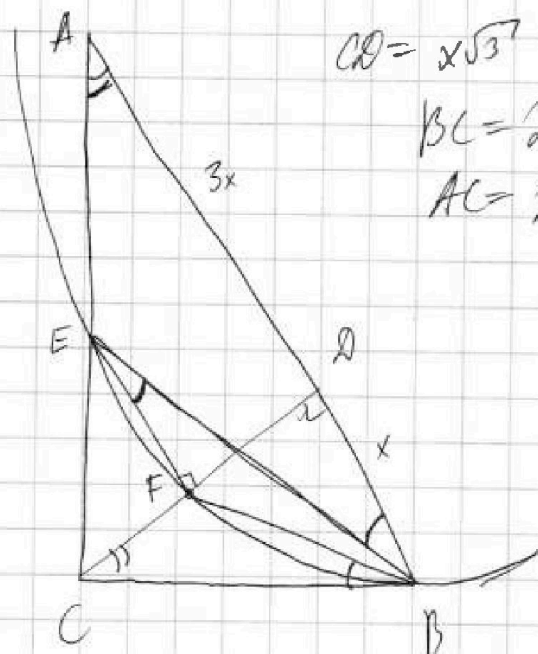
На одной странице можно оформлять только одну задачу.  
 Отметьте крестиком номер задачи,  
 решение которой представлено на странице:



- 1  2  3  4  5  6  7



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
 страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$CD = x\sqrt{3}$$

$$BC = 2x$$

$$AC = 2x\sqrt{3}$$

$$CF = y$$

$$CE = 2y$$

$$AE = 2x\sqrt{3} - 2y$$

$$\frac{CF}{AE} = \frac{CB}{AB}$$

$$\frac{y}{2x\sqrt{3} - 2y} = \frac{2x}{4x}$$

$$2y = 2x\sqrt{3} - 2y$$

$$y = \frac{x\sqrt{3}}{2}$$

$$S(ABC) = \frac{1}{2} \cdot 2x \cdot 2x\sqrt{3} = 2x^2\sqrt{3}$$

$$S(CEF) = \frac{1}{2} CF \cdot FE = \frac{1}{2} \cdot y \cdot y\sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot x^2 \cdot \frac{3}{4}$$

$$\frac{2\sqrt{3}}{\frac{3\sqrt{3}}{4}} = \left(\frac{8}{3}\right)$$

$$5 \arcsin(\cos x) = x + \frac{\pi}{2}$$

$$\frac{x}{5} + \frac{\pi}{10}$$

