



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



11 КЛАСС. Вариант 2

- [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^7 3^{11} 5^{14}$, bc делится на $2^{13} 3^{15} 5^{18}$, ac делится на $2^{14} 3^{17} 5^{43}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
- [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник ABC . Окружность, касающаяся прямой AC в точке A , пересекает высоту CD , проведённую к гипотенузе, в точке E , а катет BC – в точке F . Известно, что $AB \parallel EF$, $AB : BD = 1,3$. Найдите отношение площади треугольника ACD к площади треугольника CEF .
- [4 балла] Решите уравнение $5 \arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x$.

- [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система уравнений

$$\begin{cases} x + 3ay - 7b = 0, \\ (x^2 + 14x + y^2 + 45)(x^2 + y^2 - 9) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

- [5 баллов] Некоторые числа x и y удовлетворяют равенствам

$$\log_7^4(6x) - 2 \log_{6x} 7 = \log_{36x^2} 343 - 4, \quad \text{и} \quad \log_7^4 y + 6 \log_y 7 = \log_{y^2} (7^5) - 4.$$

Найдите все возможные значения произведения xy .

- [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-17; 68)$, $Q(2; 68)$ и $R(19; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно на границе) и таких, что $4x_2 - 4x_1 + y_2 - y_1 = 40$.
- [6 баллов] Данна треугольная пирамида $SABC$, медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Сфера Ω касается ребра AS в точке L и касается плоскости основания пирамиды в точке K , лежащей на отрезке AM . Сфера Ω пересекает отрезок SM в точках P и Q . Известно, что $SP = MQ$, площадь треугольника ABC равна 60, $SA = BC = 10$.
 - Найдите произведение длин медиан AA_1 , BB_1 и CC_1 .
 - Найдите двугранный угол при ребре BC пирамиды, если дополнительно известно, что Ω касается грани BCS в точке N , $SN = 3$, а радиус сферы Ω равен 4.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$ab = k 2^7 3^{11} 5^{14} \quad bc = l 2^{13} 3^{15} 5^{18} \quad ac = m 2^{14} 3^{12} 5^{43}; k, l, m \in N$$

$$(abc)^2 = k l m \quad ab \cdot ac \cdot bc = k l m \cdot 2^{34} 3^{43} 5^{75} \neq$$

$$(abc)^2 : 3^{43} \Rightarrow (abc)^2 : 3^{44} \text{ (результат деления всех степеней)}, (abc)^2 : 5^{75} \Rightarrow (abc)^2 : 5^{76}$$

$$\Rightarrow k l m : 15 \quad k l m = 15 t, t \in N$$

$$(abc)^2 = \left(\frac{k l m}{15} \right) \cdot 2^{34} 3^{44} 5^{76} \quad abc = \sqrt{t} 2^{17} 3^{22} 5^{38}, \quad \sqrt{t} \in N$$

$$ab \cdot c : ac \Rightarrow ab \cdot c : 5^{43} \Rightarrow \sqrt{t} : 2^5 \quad t : 2^{10}; \quad k l m : (3 \cdot 5 \cdot 2^{10})$$

$$\sqrt{t} = f 2^5, f \in N$$

$$ab \cdot c = f 2^{17} 3^{22} 5^{43} \quad abc : (2^{17} 3^{22} 5^{43})$$

Докажем, что возможно, $f=1$ (т.к. $(abc)_{\min} = 2^{17} 3^{22} 5^{43}$)

Если $k l m = 3 \cdot 5 \cdot 2^{10}$ это не ведущая в коэффициенте и
состав из условий. Тогда $t = \frac{k l m}{15} = 2^{10}; \quad \sqrt{t} = 2^5; \quad f = \frac{\sqrt{t}}{2^5} = 1$ —
— это возможно. Ч.т.д

Очевидно: $(abc)_{\min} = 2^{17} 3^{22} 5^{43}$



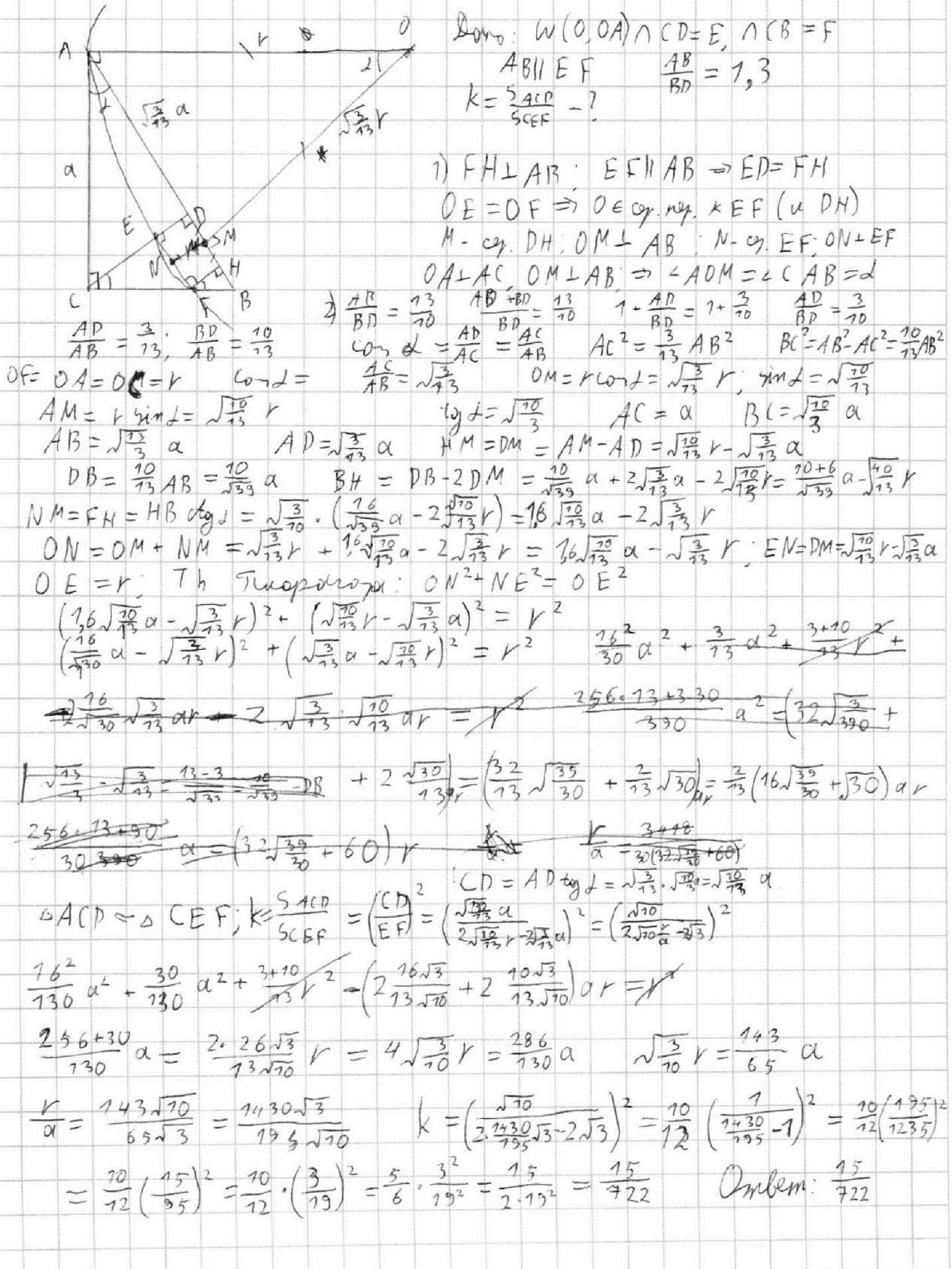
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>				

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

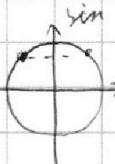
- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$5 \arccos(\sin x) = \frac{3\pi}{2} + x$$



$$\arccos(t) \in [0; \pi]$$

$$5 \arccos(t) \in [0; 5\pi]$$

$$\frac{3\pi}{2} + x \in [0; 5\pi]; \quad x \in [-\frac{3\pi}{2}, \frac{7\pi}{2}]$$

$$5 \arccos(\sin x) = 5 \frac{\pi}{2} - 5 \arcsin x = \frac{3\pi}{2} + x, \quad -5 \arcsin x = x - \pi$$

$$\text{I) } x \in \bigcup_{n \in \mathbb{Z}} \left[2\pi n - \frac{\pi}{2}, 2\pi n + \frac{\pi}{2} \right] \quad \arcsin(\sin x) = x + 2\pi n k (k \in \mathbb{Z}) - x - 10\pi k = x - \pi \\ 2x = \pi(1 - 10k) \quad x = \frac{\pi}{2}(1 - 10k) \quad \begin{cases} x > -\frac{3\pi}{2} \\ 1 - 10k > -3 \\ 10k \leq 4 \\ k \leq 0.2 \end{cases} \quad k=0 \\ x = \frac{\pi}{2} \quad \text{Проверка: } 5 \arccos(\sin \frac{\pi}{2}) = \frac{3\pi}{2} + \frac{\pi}{2} = 2\pi - \text{неверно}$$

$$\text{II) } x \in \bigcup_{n \in \mathbb{Z}} \left(2\pi n + \frac{\pi}{2}, 2\pi n + \pi \right) \quad \arcsin(\sin x) = \pi - x + 2\pi n k, k \in \mathbb{Z}$$

$$-\pi + 5x - 10\pi k = \pi - x \quad 4x = (4 + 10k)\pi \quad x = \frac{\pi}{2}(2 + 5k) \quad \begin{cases} x > -\frac{3\pi}{2} \\ 2 + 5k \leq 3 \end{cases} \quad \begin{cases} 2 + 5k \geq -3 \\ 2 + 5k \leq 3 \end{cases} \\ \begin{cases} 5k > -5 \\ 5k \leq 5 \end{cases} \quad k \in \{-1, 0, 1\} \quad \begin{cases} x = -\frac{3\pi}{2} \\ x = \frac{\pi}{2} \\ x = \frac{7\pi}{2} \end{cases} \quad \text{Проверка: } x = -\frac{3\pi}{2}: 5 \arccos(\sin \frac{3\pi}{2}) = \frac{3\pi}{2} + \pi = 5\frac{\pi}{2} - \text{верно} \\ x = \frac{\pi}{2}: 5 \arccos(\sin \frac{7\pi}{2}) = \frac{3\pi}{2} + \frac{\pi}{2} = 5\pi - \text{верно}$$

Ответ: $x = \pi, x = \frac{7\pi}{2}$

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

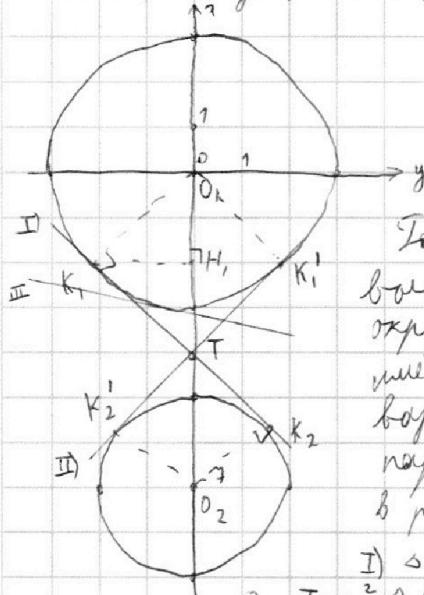
$$\begin{cases} x + 3ay - 7b = 0 \\ (x^2 + 14x + y^2 + 45)(x^2 + y^2 - 3) = 0 \end{cases}$$

Задача 4: 4 решения

Рассмотрим второе уравнение методом. Оно не содержит a и b

$$\begin{cases} x^2 + 14x + y^2 + 45 = 0 \\ x^2 + y^2 - 3 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x^2 + 14x + 49 + y^2 = 2^2 \\ x^2 + y^2 = 3^2 \end{cases} \quad \begin{cases} (x+7)^2 + y^2 = 2^2 \\ x^2 + y^2 = 3^2 \end{cases} \quad \text{— задача 8}$$

Одна из (y, x) коорд. пл-ти окружности $W_1(0, -7), 2$ и $W_2(0, 0), 3$



Первое уравнение задачи приведено $x = -3a y + 7b$

Уравнение 4 решения \Leftrightarrow прямая пересекает обе окружности

Таким образом имеем 4, при которых условие не выполняется, т.е. прямая касается обеих окружностей или касается лишь одной! И не может иметь общих точек с другой), при этом, т.к. б воротится, условия не должны выполняться при параллельном переносе, а значит, окружности в результате параллельного сдвига $x = -3a y + 7b$

$$I) \Delta O_1 K_1 T \sim \Delta O_2 K_2 T \quad \frac{O_1 T}{O_2 T} = \frac{O_1 K_1}{O_2 K_2} = \frac{3}{5} \quad O_1 O_2 = 7 \quad O_1 T = \frac{3}{5} O_1 O_2 = \frac{21}{5}$$

$$O_2 T = \frac{2}{5} O_1 O_2 = \frac{14}{5} \quad \text{и} \angle K_1 O_1 T = \frac{O_1 K_1}{O_2 K_2} = \frac{O_1 H_1}{O_2 H_2} \quad O_1 H_1 = \frac{O_1 K_1^2}{O_1 T} = \frac{9}{\frac{21}{5}} = \frac{45}{7}$$

$$H_1 T = \frac{2}{5} - \frac{15}{7} = \frac{3(49-25)}{35} = \frac{72}{35} \quad K_1 H_1 = \sqrt{O_1 K_1^2 - O_1 H_1^2} = \sqrt{9^2 - \frac{45^2}{49}} = 3\sqrt{\frac{49-25}{49}} = \frac{3}{7}\sqrt{24} = \frac{6}{7}\sqrt{6}$$

$$\text{тогда } \angle H_1 K_1 T = \frac{H_1 T}{K_1 H_1} = \frac{72}{35} \cdot \frac{7}{6} = \frac{72\sqrt{6}}{5} \quad \text{Угловой коэф-т — кратный угла}$$

$$\text{угла } \alpha: -3\alpha = -\frac{12\sqrt{6}}{5} \quad \alpha = \frac{4\sqrt{6}}{5}$$

$$II) \text{ параллельно } -3\alpha = \frac{12\sqrt{6}}{5} \quad \alpha = -\frac{4\sqrt{6}}{5}$$

$$III) \alpha \in (-\frac{4\sqrt{6}}{5}, \frac{4\sqrt{6}}{5}) \quad \text{Углы, стоящие на расстоянии друг от друга}$$

Когда нет решений, $\alpha \in [-\frac{4\sqrt{6}}{5}, \frac{4\sqrt{6}}{5}]$, когда есть.

Ответ: $\alpha \in (-\infty, -\frac{4\sqrt{6}}{5}) \cup (\frac{4\sqrt{6}}{5}, +\infty)$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned}(\log_7(6x) - 2\log_{6x}7) &= \log_{36x^2}343 - 4 \\ \log_7 y + 6\log_y 7 &= \log_7(7^5) - 4 \\ \text{ОДЗ: } 7, y > 0, y \neq 1, x \neq \frac{1}{6}, &\quad \text{пусть } k = \log_7 6x, t = \log_7 y, k, t \neq 0 \\ \begin{cases} k^4 - \frac{2}{k} = \frac{3}{2k} - 4 \\ t^4 + \frac{6}{t} = \frac{5}{2t} - 4 \end{cases} &\quad \begin{cases} k^4 = \frac{7}{2k} - 4 \\ t^4 = -\frac{7}{2t} - 4 \end{cases} \quad \begin{cases} k^5 + 4k = 3,5 \\ t^5 + 4t = -3,5 \end{cases} \\ k^5 + t^5 + 4(k+t) = 0 & (t+k)(k^4 - k^3t + k^2t^2 - kt^3 + t^4) = 0 \\ (t+k)(k(k^3-t^3) - t(k^3-t^3) + 4) = 0 & (t+k)((k-t)^2(k^2+kt+t^2)+4) = 0; (k-t)^2 > 0 \\ k^2+kt+t^2 > 0 & (t \neq 0; (\frac{k}{t})^2 + (\frac{k}{t}) + 1 = 0; D = 1 - 4 < 0; \underline{t} > 0), \Rightarrow (k-t)^2(k^2+kt+t^2)+4 > 0 \\ t+k = 0 & t = -k \\ \text{Значит следующим: } t = -k & \log_7 6x = \log_7 y \quad 6x = \frac{1}{y} \end{aligned}$$

$t = \frac{1}{6}$ - ед. возможное значение.

Проверка:

$$12k^5 + 8k - 7 = 0; k = \frac{7}{2}: 2 \cdot \frac{7^5}{2^5} + \frac{8 \cdot 32 \cdot 7}{2^5} - \frac{7 \cdot 32}{2^5} = 0, 8 \cdot 7^4 + 128 \cdot 7 - 96 = 0 \rightarrow \text{不符.}$$

$$f(k) = 2k^5 + 8k: f(k) \neq 0; f(0) = 0; f(1) = 10 \Rightarrow \forall k \in (0; 1): f(k) = 0 \quad k \neq 0, k \neq 1$$

- k сущ.: если $y = k$, то $t = -k$: $2t^5 + 8t = -(2k^5 + t) = -7$
- t сущ. $\Rightarrow x = y$ сущ. ($k, t \neq 0 \Rightarrow t \neq -1, y = -7, x = \frac{1}{y}$)

Ответ: $x = y = \frac{1}{6}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

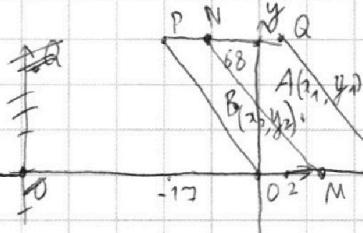
- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$O(0,0), P(-12, 68), Q(2, 68), R(12, 0)$$



A и B вписаны в OR, но не лежат на PQ

$$0 \leq y_1, y_2 \leq 68$$

$$PO: y = -4x; QR: y = -4(x-12) = 76 - 4x$$

A и B вписаны в PO, но не лежат на QR

$$-4x_1 \leq y_1 \leq 76 - 4x_1; -4x_2 \leq y_2 \leq 76 - 4x_2$$

$$y_1 + 4x_1 \in [0, 76] \quad y_2 + 4x_2 \in [0, 76]$$

$$4x_2 + y_2 - (4x_1 + y_1) = 40$$

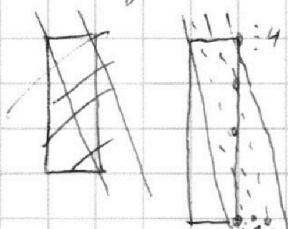
$$(y_1 + 4x_1) \in [-40, 0] \quad 4x_2 + y_2 \in [40, 116] \quad y_2 + 4x_2 \in [40, 76]$$

$$(4x_1 + y_1) = (4x_2 + y_2) - 40 \quad (4x_1 + y_1) \in [0, 36]$$

$$y_1 = -4x_1 + b, b \in [0, 36] \quad y_2 = -4x_2 + d, d \in [40, 76]$$

- уравнение прямых, параллельных PO

$$(4x_2 + y_2) - (4x_1 + y_1) = 40 \quad d - b = 40. \quad \cancel{d=40}$$



Общее количество кубиков может быть записано

$$\text{I) если } y \equiv 0: x_1 = \frac{y}{4}; \quad y \equiv 0 \pmod{4} \quad y \equiv 0$$

I) при $y \equiv 0: x_1 = \frac{y}{4}, x_1 \in [0, 3] - 3$ кубика - 9 кубиков

$$y \equiv 0 \pmod{4} \quad x_2 = \frac{y}{4}, x_2 \in [0, 13] - 9$$

на каждой из 4 строк $\frac{18}{4} + 1$ кубик (усл. не учитывать)
если $y \not\equiv 0, m \neq Z$

- число 18. На каждой из строк 18 кубиков

Получим PQRD. Имеем 9·18² кубиков при $y \equiv 0$

II) при $y \equiv 1, 2, 3$ - у нас нет кубиков на углах, получаем их параллельно
пересекаясь. $y \equiv 1 \pmod{4} \quad x_1 = \frac{y-1}{4}, x_1 \in [0, 8] - 8$ кубиков - 3 кубика - 12 кубиков

$$x_2 = \frac{y-1}{4}, x_2 \in [0, 17] - 17$$

на строке $y \equiv 1, 3$. Имеем $3 \cdot 8 \cdot 17^2$

$$| 9 \cdot 18^2 = (8-1)(18-1)$$

$$\text{Ответ: } 9 \cdot 18^2 + 3 \cdot 8 \cdot 17^2 (= 9852)$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

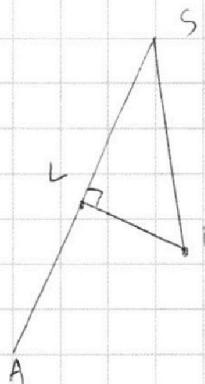
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$SO = 5; OL = 4 \Rightarrow SL = \sqrt{SO^2 + OL^2} = 3; AL = 7 \\ AK = AL = 7 \quad AM = 10 \quad AA_1 = 15 \quad KM = 3$$

$$KA_1 = 15 - 7 = 8$$

$$OM = \sqrt{KM^2 + OK^2} = 5 = OS \quad OM = OS$$

△ SOM - правильный; OT-медианы, биссектрисы

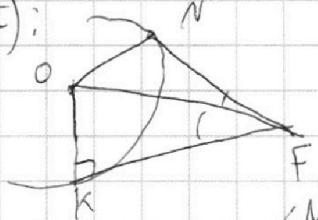
$$OA_1 = \sqrt{OK^2 + KA_1^2} = \sqrt{4^2 + 8^2} = 4\sqrt{17} = 4\sqrt{5}$$

$$OA = \sqrt{OK^2 + OA_1^2} = \sqrt{16 + 48} = \sqrt{64} = 8$$

KF - перп. K BC

$$\frac{KF}{AH} = \frac{KA_1}{AA_1} = \frac{8}{10} \quad KF = \frac{8}{10} \cdot 12 = \frac{96}{10} = 9.6$$

(KO F):



FN = FK (касательные)

$$OK = 4, KF = 9.6$$

∠ NFK = (SBC), (ABC)

$$\frac{\angle NFK}{2} = \arctan \frac{OK}{KF} = \frac{40}{96} = \frac{20}{48} = \frac{10}{24} = \frac{5}{12}$$

$$\sin \frac{\angle NFK}{2} = \frac{5}{13} \quad (\text{我们知道, } n \cdot K^2 + 12^2 = 13^2)$$

$$\cos \angle NFK = 1 - 2 \sin^2 = 1 - \frac{25}{169} = \frac{144}{169} = \frac{12}{13}$$

$$= \frac{169 - 50}{169} = \frac{119}{169}$$

Ответ: $\angle NFK = \arccos \left(\frac{119}{169} \right)$

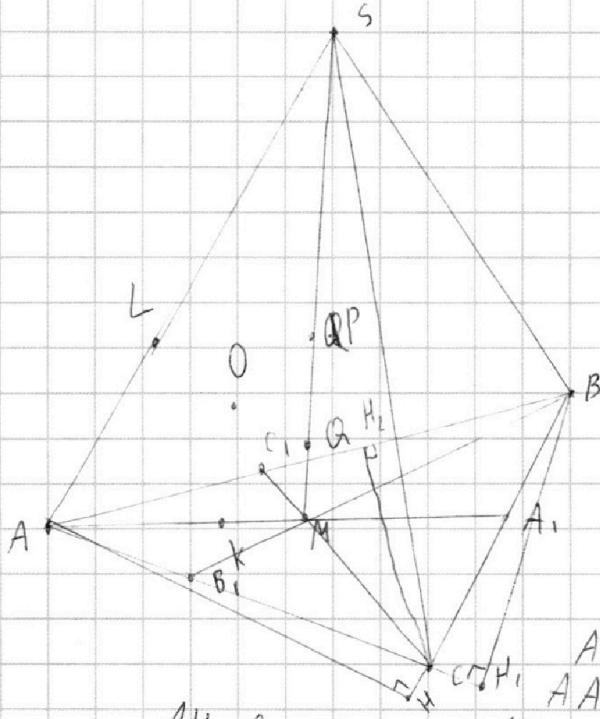
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$O - \text{черт} \quad O L = O K = O G = O P$$

$$B (ASM): (O_1 = P_k(O) O_2 = P_k(O))$$

$$\begin{aligned} & OPQ = O, QP = \\ & \Rightarrow \angle O, PS = \angle O, QM \\ & O, P = O, Q; PS = QM \Rightarrow \\ & \Rightarrow O, PS = O, QM \\ & \Rightarrow OS = OM \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \triangle O, LS O, KM - \text{подобн}, O, L = O, K; \\ & OS = OM \Rightarrow \triangle O, LS = \triangle O, KM; LS = KM \end{aligned}$$

$$AK - \text{коск.} \Rightarrow AL = AK$$

$$AS = AL + LS = AK + KM = AM$$

$$AM = AS = BC = 10$$

$$AH - \text{бисс. } \triangle ABC; AH \in BC \text{ (так как)} \quad \frac{1}{2}AH \cdot BC = S_{ABC} = 60$$

$$AH = \frac{120}{BC} = 12 \quad AA_1 = \sqrt{AA_1^2 - AH^2} = 9 \quad BA_1 = \frac{BC}{2} = 5; BH_1 = 14, CH_1 = 4$$

$$AC = \sqrt{AH^2 + HC^2} = \sqrt{144 + 16} = \sqrt{160} = 4\sqrt{10} \quad AB = \sqrt{AH^2 + BH^2} = \sqrt{144 + 736} = \sqrt{340}$$

$$BH_1 - \text{бисс } AC \quad BH_1 = \frac{2S}{AC} = \frac{120}{4\sqrt{10}} = \frac{30}{\sqrt{10}} = 3\sqrt{10} \quad CH_1 = \sqrt{BC^2 - BH_1^2} =$$

$$= \sqrt{100 - 30} = \sqrt{70} \quad BC = \frac{AC}{2} = 2\sqrt{10}; \quad BH_1 = BC + CH_1 = 3\sqrt{10}$$

$$BB_1 = \sqrt{BH_1^2 + BB_1^2} = \sqrt{90 + 90} = \sqrt{180} = 3\sqrt{20} \quad CH_2 - \text{бисс. } \angle AB$$

$$CH_2 = \frac{2S}{AB} = \frac{120}{\sqrt{340}} = \frac{120}{\sqrt{340}} \cdot \sqrt{340} = \frac{6}{17} \sqrt{340} \quad BC_1 = AC_1 = \frac{AB}{2} = \frac{\sqrt{340}}{2}$$

$$CH_2 = BC_1 - BH_2 \quad BH_2 = \sqrt{BC^2 - CH_2^2} = \sqrt{100 - \frac{6^2}{17^2} \cdot 340} = \sqrt{100 - \frac{36}{289} \cdot 20} = \sqrt{\frac{1700 - 720}{289}} =$$

$$= \sqrt{\frac{980}{17}} = \frac{1}{17} \cdot \sqrt{4 \cdot 19 \cdot 340} = \frac{2}{17} \sqrt{340} \quad CH_2 = BC_1 - BH_2 = \left(\frac{17}{34} - \frac{6}{17} \right) \sqrt{340} = \frac{3\sqrt{19} \cdot \sqrt{19} \cdot \sqrt{20}}{17} =$$

$$CH_1 = \sqrt{CH_2^2 + H_2C_1^2} = \sqrt{\left(\frac{6}{17}\right)^2 + \left(\frac{3}{34}\right)^2 \cdot 340} = \frac{\sqrt{144 + 9}}{17} \cdot \sqrt{340} = \frac{\sqrt{153}}{17} \cdot \sqrt{340} = \frac{3\sqrt{19} \cdot \sqrt{19} \cdot \sqrt{20}}{17} =$$

$$= 3\sqrt{20}$$

$$1) \text{ Объем: } AA_1 \cdot BB_1 \cdot CC_1 = 15 \cdot 3\sqrt{20} \cdot 3\sqrt{20} =$$

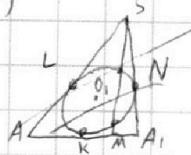
$$= 15 \cdot 9 \cdot 20 = 300 \cdot 9 = 2700$$

2) (~~ASM~~):

$$SN = 3 \quad SL = SN = 3$$

$$OL = OK = OG = OP = ON = 4 - \text{радиус}$$

погод. на ул. лесной





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Черновик

$$\begin{array}{r} 11 \\ \times 256 \\ \hline 768 \\ 256 \\ \hline 3328 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3328 \\ \times 3418 \\ \hline 1430 \\ - 195 \\ \hline 1235 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1235 | 113 \\ \hline 65 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 195 | 115 \\ \hline 65 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 19 \\ \times 14 \\ \hline 131 \\ 19 \\ \hline 361 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 980 \\ \times 14 \\ \hline 300 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ \times 18 \\ \hline 12 \\ 144 \\ 18 \\ \hline 324 \\ 9 \\ \hline 2916 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ \times 17 \\ \hline 13 \\ 119 \\ 17 \\ \hline 2312 \\ 3 \\ \hline 6936 \\ 2915 \\ \hline 9852 \end{array}$$