



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ



## 11 КЛАСС. Вариант 4

- [4 балла] Натуральные числа  $a, b, c$  таковы, что  $ab$  делится на  $2^6 3^{13} 5^{11}$ ,  $bc$  делится на  $2^{14} 3^{21} 5^{13}$ ,  $ac$  делится на  $2^{16} 3^{25} 5^{28}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .
- [5 баллов] Дан прямоугольный треугольник  $ABC$ . Окружность, касающаяся прямой  $AC$  в точке  $A$ , пересекает высоту  $CD$ , проведённую к гипотенузе, в точке  $E$ , а катет  $BC$  – в точке  $F$ . Известно, что  $AB \parallel EF$ ,  $AB : BD = 1:4$ . Найдите отношение площади треугольника  $ACD$  к площади треугольника  $CEF$ .
- [4 балла] Решите уравнение  $10 \arccos(\sin x) = 9\pi - 2x$ .
- [5 баллов] Найдите все значения параметра  $a$ , для каждого из которых найдётся значение параметра  $b$ , при котором система уравнений

$$\begin{cases} 5x + 6ay - b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 25)(x^2 + y^2 + 18y + 77) = 0 \end{cases}$$

имеет ровно 4 решения.

- [5 баллов] Некоторые числа  $x$  и  $y$  удовлетворяют равенствам

$$\log_{11}^4 x - 6 \log_x 11 = \log_{x^3} \frac{1}{121} - 5, \quad \text{и} \quad \log_{11}^4(0,5y) + \log_{0,5y} 11 = \log_{0,125y^3} (11^{-13}) - 5.$$

Найдите все возможные значения произведения  $xy$ .

- [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках  $O(0; 0)$ ,  $P(-15; 90)$ ,  $Q(2; 90)$  и  $R(17; 0)$ . Найдите количество пар точек  $A(x_1; y_1)$  и  $B(x_2; y_2)$  с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что  $6x_2 - 6x_1 + y_2 - y_1 = 48$ .
- [6 баллов] Дана треугольная пирамида  $SABC$ , медианы  $AA_1$ ,  $BB_1$  и  $CC_1$  треугольника  $ABC$  пересекаются в точке  $M$ . Сфера  $\Omega$  касается ребра  $AS$  в точке  $L$  и касается плоскости основания пирамиды в точке  $K$ , лежащей на отрезке  $AM$ . Сфера  $\Omega$  пересекает отрезок  $SM$  в точках  $P$  и  $Q$ . Известно, что  $SP = MQ$ , площадь треугольника  $ABC$  равна 180,  $SA = BC = 20$ .
  - Найдите произведение длин медиан  $AA_1$ ,  $BB_1$  и  $CC_1$ .
  - Найдите двугранный угол при ребре  $BC$  пирамиды, если дополнительно известно, что  $\Omega$  касается грани  $BCS$  в точке  $N$ ,  $SN = 6$ , а радиус сферы  $\Omega$  равен 8.



- |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                                   | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Пример. Пусть  $a = 2^6 \cdot 3^9 \cdot 5^{11}$ ,  $b = 2^2 \cdot 3^4$ ,  $c = 2^{12} \cdot 3^{11} \cdot 5^{17}$ .

$$ab = 2^6 \cdot 3^9 \cdot 5^{11} : (2^6 \cdot 3^{23} \cdot 5^{22}) - \text{уп.}$$

$$bc = 2^{24} \cdot 3^{21} \cdot 5^{17} : (2^{24} \cdot 3^{21} \cdot 5^{23}) - \text{уп.}$$

$$ac = 2^{26} \cdot 3^{26} \cdot 5^{28} : (2^{26} \cdot 3^{25} \cdot 5^{23}) - \text{уп.}$$

$$abc = 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28}$$

Оценка. Из условия имеем:

$$ab: 2^6 \cdot 3^{23} \cdot 5^{22}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} bc: 2^{24} \cdot 3^{21} \cdot 5^{13} \Rightarrow ab \cdot bc \cdot ac: 2^{6+24+26} \cdot 3^{23+21+21} \cdot 5^{22+13+28} \\ ac: 2^{26} \cdot 3^{25} \cdot 5^{28} \end{array} \right. \Rightarrow (abc)^2: 2^{36} \cdot 3^{59} \cdot 5^{52}$$

1) Если 2 входит в разложение  $abc$  на простые множители в степени не более 17, то она выкинута из выражения. Значит,  $abc: 2^{28}$

2) Если 3 в степени не более 29 входит в разложение  $abc$ , то в разложение  $(abc)^2$  в степени не более 58 - противоречие. значит,  $abc: 3^{30}$

$$3) ac: 5^{28} \Rightarrow abc: 5^{28}$$

П.к. 2, 3 и 5 можно взаимно проинтегрировать,



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                                   | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Мн. abc:  $2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28} \Rightarrow abc > 2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28}$ .

Ответ:  $2^{18} \cdot 3^{30} \cdot 5^{28}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

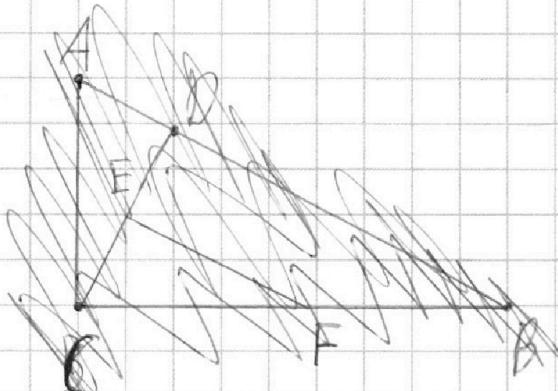
решение которой представлено на странице:



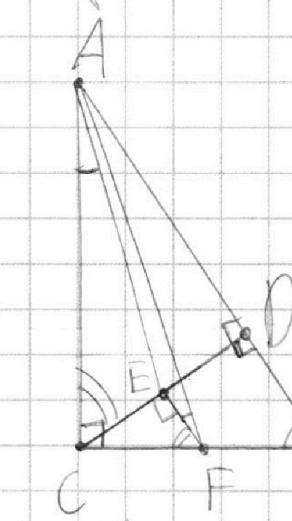
- |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                                   | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



(D)-бисект., привед. к при-  
меру  $\Rightarrow AB$ -шаги  
 $\angle C = 90^\circ$ .



$\angle AED$ -внешний угол  $\angle AEC \Rightarrow$

$$\angle AED = \angle EAC + \angle ECA \quad (1)$$

AC-касательная к окружности окр. точки

$\angle AEF \Rightarrow$  все углы  $A$  (и круговой  $AE$ )  
равны  $\frac{\angle A}{2} = \angle AFE \Rightarrow \angle EAC = \angle AFE$

$$EF \parallel AB \Rightarrow \angle B = \angle EFC$$

Спр. пример,  $\angle B = 90^\circ - \angle BCD = 90^\circ - (90^\circ - \angle ACD) = \angle ACD = \angle ECA$

Поскольку  $\angle AED = \angle AEF + \angle FEA$ ,  $\angle AFE + \angle EFC = \angle AFC \Rightarrow \triangle EDA \sim \triangle FCA$  в 2-й углах ( $\angle EDA = \angle FCA = 90^\circ \Rightarrow \frac{ED}{CF} = \frac{AD}{AC}$  (\*)

Пусть  $BD = x$ . Тогда  $FB = 2,4x \Rightarrow AD = 2,4x + x = 3,4x$

$$CD = \sqrt{AD \cdot BD} = \sqrt{3,4x^2} = \sqrt{0,97}x$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                                   | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{AD}{AC} = \frac{0,1x}{\sqrt{AD^2 + CD^2}} = \frac{0,1x}{\sqrt{0,26x^2 + 0,1x^2}} = \frac{0,1x}{\sqrt{0,36x^2}} = \frac{0,1x}{0,6x} = \frac{1}{6}$$

$$\frac{0,4}{\sqrt{0,26 \cdot 3,5}} = \frac{1}{\sqrt{3,5}} \Rightarrow \frac{DE}{CF} = \frac{1}{\sqrt{3,5}} \Rightarrow CF = \sqrt{3,5} DE$$

Пусть  $DE = y$ , тогда  $CF = \sqrt{3,5}y$ ,  $CE = CD - DE = \sqrt{0,9}x - y$

$\angle B \parallel$  арх  $\angle CEF = \angle CDB = 90^\circ \Rightarrow \triangle CAD \sim \triangle FCE$  по 2-й к

$$\text{усл} \Rightarrow \frac{CE}{CD} = \frac{CF}{BC} \Rightarrow \frac{\sqrt{0,9}x - y}{\sqrt{0,9}x} = \frac{\sqrt{3,5}y}{\sqrt{BD^2 + CD^2}} \Rightarrow$$

$$1 - \frac{y}{\sqrt{0,9}x} = \frac{\sqrt{3,5}y}{\sqrt{2,4}x} \Rightarrow 1 = \frac{y}{x} (\sqrt{2,5} + \sqrt{2,5}) \Rightarrow$$

$$1 = \frac{\sqrt{20}y}{x} \Rightarrow x = \sqrt{20}y$$

$$\triangle CAD \sim \triangle FCE \Rightarrow \frac{S_{ACD}}{S_{CEF}} = \frac{AC^2}{CE^2} = \frac{0,9x^2}{(\sqrt{0,9}x - y)^2} = \frac{0,9x^2}{0,9x^2 - 2xy + y^2}$$

$$\Rightarrow \frac{(AC)^2}{(FC)^2} = \frac{0,9x^2}{3,5y^2} = \frac{0,9 \cdot 20y^2}{3,5y^2} = \frac{18}{3,5} = \frac{5,6}{3,5} = \frac{8}{5}$$

Ответ:  $\frac{S_{ACD}}{S_{CEF}} = \frac{8}{5}$ .

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                                   | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$\sin x \in [-1; 1] \Rightarrow$  при  $x \in \mathbb{R}$  значение  $\arccos(\sin x)$  всегда определено  $\Rightarrow \text{Dz}: x \in \mathbb{R}$ .

$$\arccos(\sin x) = 0,9\pi - 0,2x$$

$$0,5\pi - \arcsin(\sin x) = 0,9\pi - 0,2x \Leftrightarrow \arcsin(\sin x) = 0,2x - 0,4\pi$$

$$\text{I al. } x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$$

$$\text{II al. } \arcsin(\sin x) = 0,2x - 0,4\pi$$

$$x = 0,2x - 0,4\pi$$

$$0,8x = -0,4\pi$$

$$x = -\frac{\pi}{2} - 0,5\pi$$

$$\text{II al. } x \in \left(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right]$$

$$\arcsin(\sin x) = \arcsin(-\sin(x-\pi)) = \arcsin(\sin(\pi-x))$$

$$=\pi-x \Rightarrow \pi-x = 0,2x - 0,4\pi$$

$$1,2x = 1,4\pi$$

$$x = \frac{7\pi}{6} - 0,5\pi$$

$$\text{III al. } x \in \left(\frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}\right]$$

$$\arcsin(\sin x) = \arcsin(\sin(x-2\pi)) = x - 2\pi$$

$$x - 2\pi = 0,2x - 0,4\pi \Leftrightarrow 0,8x = 2,6\pi \Rightarrow x = 2\pi - 0,5\pi$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                                   | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

IV вл.  $X \in \left(\frac{\pi}{2}, \frac{7\pi}{2}\right]$

$$\arcsin x = \arcsin(-\sin(x-3\pi)) = \arcsin(\sin(3\pi-x)) = -3\pi+x$$

$$3\pi-x=0,2x-0,4\pi$$

$$1,2x=3,4\pi$$

$$x=\frac{3,4\pi}{1,2}=\frac{17}{6}\pi-\text{ч.}$$

V вл.  $X \in \left[\frac{7\pi}{2}, \frac{9\pi}{2}\right]$

$$\arcsin(\sin x) = \arcsin(\sin(x-4\pi)) = x-4\pi$$

$$x-4\pi=0,2x-0,4\pi \Rightarrow 0,8x=3,6\pi \Rightarrow x=\frac{9\pi}{2}-4\pi$$

$$\text{Ч. } x>4\pi, \text{ но } 0,2x>0,8\pi \Rightarrow 0,2x-0,4\pi>\frac{\pi}{2}$$

$\Rightarrow \arcsin(\sin x)$  — корректное

$$\text{Ч. } x<-0,5\pi, \text{ но } 0,2x<-0,1\pi \Rightarrow 0,2x-0,4\pi<-0,5\pi$$

$\Rightarrow \arcsin(\sin x)$  — корректное.

$$\text{Ответ: } \left\{-\frac{\pi}{2}, \frac{7\pi}{6}, 2\pi, \frac{23\pi}{6}, \frac{9\pi}{2}\right\}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



- |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                                   | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$5x + 6ay - b = 0$  — уравнение прямой. Расстояние  
от центра ближайшей окр.-тии уравнения:

$$S_1 = \frac{|5 \cdot 0 + 6a \cdot 0 - b|}{\sqrt{25 + 36a^2}} = \frac{|b|}{\sqrt{25 + 36a^2}}$$

До центра другой окр.-тии:  $S_2 = \frac{|5 \cdot 0 + 6a \cdot (-9) - b|}{\sqrt{25 + 36a^2}} = \frac{|54a + b|}{\sqrt{25 + 36a^2}}$

Уравнение имеет 4 решения  $\Rightarrow$  прямых пересекают обе окр.-тии  $\Rightarrow \begin{cases} S_1 < 5 \\ S_2 < 2 \end{cases} \Leftrightarrow$

$$|b| < 5\sqrt{25 + 36a^2}$$

(1)

~~$$b^2 < 25(25 + 36a^2)$$~~

$$|54a + b| < 2\sqrt{25 + 36a^2}$$

~~$$(54a + b)^2 < 4\sqrt{25 + 36a^2}$$~~

~~$$6244a^2 + 624ab + b^2 < 200 + 144a^2$$~~

~~$$58a^2 + 624ab + b^2 < 200 + 144a^2$$~~

~~$$0 < 5\sqrt{25 + 36a^2}$$~~

~~$$54a < 7\sqrt{25 + 36a^2}$$~~

~~$$0 < 5\sqrt{25 + 36a^2}$$~~

~~$$-54a < 7\sqrt{25 + 36a^2}$$~~

$$54a + b < 2\sqrt{25 + 36a^2} \quad (3)$$

$$-54a - b < 2\sqrt{25 + 36a^2} \quad (4)$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                                   | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

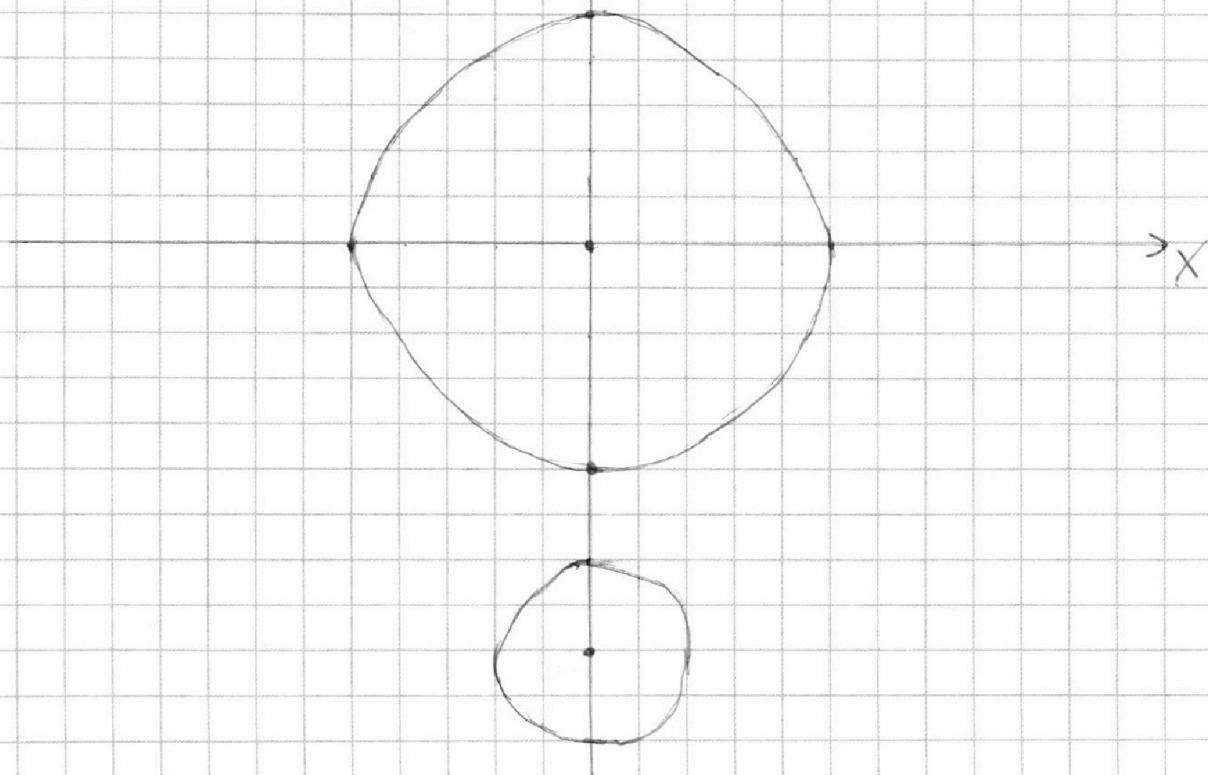
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

2-е уравнение симметрии нерешаемое  
алгебраически образом:  $\begin{cases} x^2 + y^2 - 25 = 0 \\ x^2 + y^2 + 28y + 77 = 0 \end{cases}$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 5^2 \\ x^2 + (y+9)^2 - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = 5^2 \\ x^2 + (y+9)^2 = 2^2 \end{cases}$$

Построим график этой связности:

xy



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                                   | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\Leftrightarrow |54\alpha| < 7\sqrt{25+36\alpha^2} \Leftrightarrow 54\alpha^2 < 49(25+36\alpha^2)$$

$$0^2(54^2 - 49 \cdot 36) < 49 \cdot 25$$

$$0^2(54^2 - 42^2) < 35^2$$

$$0^2 \cdot 12 \cdot 96 < 35^2$$

$$0^2 < \frac{35^2}{8 \cdot 12^2}$$

$$|\alpha| < \frac{35}{24\sqrt{2}}$$

$$\alpha \in \left(-\frac{35\sqrt{2}}{48}, \frac{35\sqrt{2}}{48}\right) - \text{значение в точке нуле,}$$

то и -х корней нет.

Пусть  $\alpha \in \left(-\frac{35\sqrt{2}}{48}, \frac{35\sqrt{2}}{48}\right)$ . Тогда получим

$$b = \frac{5}{7} \cdot 54\alpha \neq 0 (*):$$

$$\left| -\frac{5}{7} \cdot 54\alpha \right| < 5\sqrt{25+36\alpha^2}$$

$$\left| 54\alpha + \frac{5}{7} \cdot 54\alpha \right| < 2\sqrt{25+36\alpha^2}$$

$$\left| \frac{5}{7} |54\alpha| \right| < 5\sqrt{25+36\alpha^2} \Leftrightarrow |54\alpha| < 7\sqrt{25+36\alpha^2} -$$

берите нер.-бо для упрощения  
 $a, 36\alpha^2 \text{ мин}, (*)$  тоже верно  $\Rightarrow$  есть решение при

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$b = -\frac{5}{7} \cdot 5\pi a$$

Таким образом, мы должны доказать, что если из  
участка  $a$  есть  $\alpha \in \left( \frac{-35\sqrt{2}}{48}, \frac{35\sqrt{2}}{48} \right)$ , а для  $a \notin$  этому  
интервалу, то  $\alpha$  получим.

$$\text{Ответ: } \alpha \in \left( \frac{-35\sqrt{2}}{48}, \frac{35\sqrt{2}}{48} \right)$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                                   | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{cases} \log_{22}^n x - 6 \log_x 11 = \log_{x^3} \frac{1}{121} - 5 \quad (1) \\ \log_{22}^n (0,5y) + \log_{0,5y} 11 = \log_{0,22 \cdot 5y^3} (11^{-23}) - 5 \quad (2) \end{cases} \left\{ \begin{array}{l} x > 0 \\ x \neq 1 \end{array} \right.$$

$$(1): \log_{22}^n x - 6 \log_x 11 = \log_{x^3} (11^{-2}) - 5 \quad \left\{ \begin{array}{l} y > 0 \\ y \neq 2 \end{array} \right.$$

$$\log_{22}^n x - 6 \log_x 11 = -\frac{2}{3} \log_x 11 - 5$$

Замена:  $\log_{22} x = t, t \neq 0$

$$t^n - \frac{6}{t} = -\frac{2}{3}t - 5 \quad (-38)$$

$$3t^5 - 18t^2 + 15t = 0$$

$$3t^5 + 15t - 18 = 0 \quad (3)$$

$$(2): \log_{22}^n (0,5y) + \log_{0,5y} 11 = \log_{(0,5y)^3} (11^{-23}) - 5$$

Замена:  $\log_{22} 0,5y = k, k \neq 0$

$$k^n + \frac{1}{k} = -\frac{23}{3k} - 5 \quad (-3K)$$

$$3K^5 + 3 + 13 + 25K = 0$$

$$3K^5 + 25K + 16 = 0 \quad (4)$$

$f(x) = 3x^5 + 25x - \text{возрастающая парабола} \Rightarrow$   
уравнения (3) и (4) имеют не более 1 решения

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                                   | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

**МФТИ.**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

корни, а н.к. о вводах которых не интересуются, если  
ищем первое из корней

$$x > 0 \text{ и } y > 0 \Rightarrow \log_{22} \frac{xy}{2} = \log_{22} x + \log_{22} 0,5y \Rightarrow$$
$$\log_{22} \frac{xy}{2} = t + K \Rightarrow \frac{xy}{2} = 2^{t+K} = 2^t \cdot 2^K$$

Получаем  $K = -t$  выражение ( $y$ ):

$$3 \cdot (-f)^5 + 15(-f) + 26 = -3f^5 - 15f + 26 = -(3f^5 + 15f - 26) = 0 \Rightarrow -t - \text{корень ур.-1 из } (y) \Rightarrow f=0 \Rightarrow xy=2.$$

Ответ:  $xy=2$ .

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                                   | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

**МФТИ.**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

P(-15; 90) Q(2; 80)

Найдём урл. квадратичного Киргиз

$$RQ: S 27k + b = 0 \quad (1)$$

$$27k + b = 90 \quad (2)$$

$$(2)-(1): 18k = -90$$

$$k = -6$$

Тогда для точек A(x<sub>1</sub>, y<sub>1</sub>) и B(x<sub>2</sub>, y<sub>2</sub>)

следующие равенства  $\Delta x = x_2 - x_1$  и

$$\Delta y = y_2 - y_1$$

Несколько пары точек подадим

$$\text{Очень}: 6\Delta x + \Delta y = 48$$

$$\Delta x = 48 - 6\Delta y \Rightarrow 6\Delta x : 6, 48 : 6 \Rightarrow$$

$\Delta y = 8$ . Красиво, однако, что  $|\Delta y| \leq 90$ .

$$\Delta y = 6n \quad (n \in \mathbb{Z}, |n| \leq 15)$$

Вспомним кас. то ширину каждого такого  
небольшого отрезка. Но имеем формулу  $92 - 6n$   
или "убывающие" числа, и в окне удаётся  
делить отрезок на  $\Delta y$ .

$$\Delta x = \frac{92 - 6n}{6} = 8 - \frac{6n}{6} = 8 - n$$



- |                          |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Рассмотрим один из вариантов, отличий  
от которого нет (не отмечена), или же

если из условия задачи  $0 < y \geq 0$  (или  $n > 0$ )

если между  $R$  и  $Q'$  нет  $\Delta X$  между

$$\frac{\Delta y}{-n} = \frac{y}{6} = n \text{ будет}$$

если на ~~правой~~ прямой вправо  
ищет  $A(x_2; 0)$ , то на левой прямой  
ищет  $B(x_2 + 8 - n; \Delta y)$ .

$x_2 + 8 - n$  лежит между  $[-n, 17 - n]$

$$2) x_2 + 8 - n \geq -n \Rightarrow x_2 \geq -8 \text{ - бр. бега.}$$

$$2) x_2 + 8 - n \leq 17 - n \Rightarrow x_2 \leq 9 - 2n \text{ - бега.}$$

Несколько чисел для  $n \geq 0$ :  $70(92 - 6n)$

некоторые числа  $n < 0$ :  $70(92 - 6n)$

$$\text{Объем: } \sum_{n=0}^{75}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

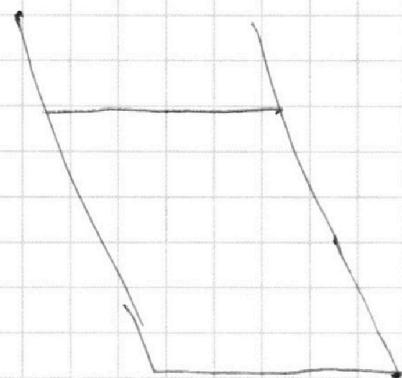
Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$Ay > 0$ :



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

- |                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$6\Delta x - 6y = 18 \quad \Delta y = -90; \quad \Delta x = 23$$

$$\Delta x = y \quad \Delta y = 6k \quad (k \in \mathbb{Z}, |k| \leq 15)$$

$$n = 25; 1$$

$$\Delta x = 18 - k$$

$$n = 24; 7$$

Разница между задачами:

$$n = 23; 13$$

$$\Delta y = 6n \quad (n \in \mathbb{Z}, |n| \leq 25)$$

$$6|n|$$

$$\Delta y \geq 0$$

$$6\Delta x = 48 \Rightarrow \Delta x = 8$$

$$\Delta x = \frac{48 - 6n}{6} = 8 - n$$

$$1 + 16n \quad A = 92 - 6n$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:



МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\Delta y = 0, \Delta x = 8$$

$$y = 2x + 6$$

$$20\lambda^2 +$$

$$t = -\Delta x : 0.690 \text{ m}$$

of  $(\frac{1}{2} \alpha e^0)$   $(\frac{1}{2} \alpha e^0)$   $\times$   $200$

$$\triangle EDF \sim \triangle FCA$$

D. •

$$\frac{DE}{AD} = \frac{CE}{AC} \quad \text{P.}$$

$$Q_1 u x^2 + Q_2 u x$$

Sex & Co

Q SB

$$\frac{AC}{AD} = \frac{BC}{BD}$$

$$\frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AF}$$

$$\frac{2400}{56} = \sqrt{2}$$

$$A = \frac{1}{2} \int_{x_0}^{x_1} y^2 dx$$

classical music

