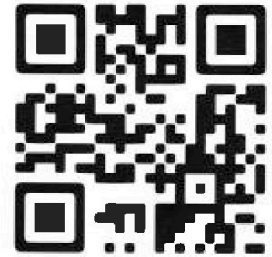




Олимпиада «Физтех» по физике,  
февраль 2023

Вариант 10-02

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.



1. Футболист наносит удар по мячу, лежащему на горизонтальной площадке. Вектор начальной скорости мяча образует угол  $\alpha = 45^\circ$  с горизонтальной плоскостью. Горизонтальное перемещение мяча за время полета  $L = 20$  м.

1) Найдите начальную скорость  $V_0$  мяча.

Если футболист направляет мяч под различными углами к горизонту, из той же точки с начальной скоростью  $V_0$  к высокой вертикальной стенке, то наибольшая высота, на которой происходит соударение мяча со стенкой, равна  $H = 3,6$  м.

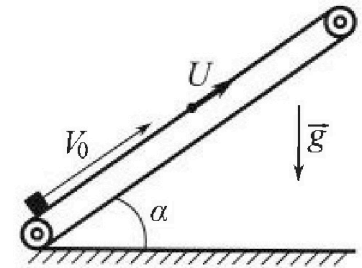
2) На каком расстоянии  $S$  от точки старта находится стенка?

Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>. Мяч движется в плоскости перпендикулярной стенке. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. Лента транспортера, предназначенного для подъема грузов, образует с горизонтальной плоскостью угол  $\alpha$  такой, что  $\sin \alpha = 0,6$  (см. рис.).

В первом опыте небольшую коробку ставят на покоящуюся ленту транспортера и сообщают коробке начальную скорость  $V_0 = 6$  м/с. Коэффициент трения скольжения коробки по ленте  $\mu = 0,5$ .

Движение коробки прямолинейное.



1) Какой путь  $S$  пройдет коробка в первом опыте к моменту времени  $T = 1$  с?

Во втором опыте коробку ставят на ленту транспортера, движущуюся со скоростью  $U = 1$  м/с, и сообщают коробке скорость  $V_0 = 6$  м/с (см. рис.).

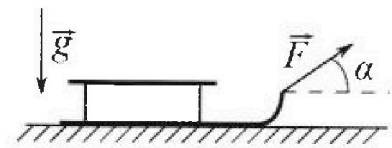
2) Через какое время  $T_1$  после старта скорость коробки во втором опыте будет равна  $U = 1$  м/с?

3) На каком расстоянии  $L$  от точки старта скорость коробки обратится в ноль во втором опыте? Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>. Все кинематические величины измерены в лабораторной системе отсчета.

3. Санки дважды разгоняют из состояния покоя до одной и той же кинетической энергии  $K$  на одинаковых участках пути.

В первом случае санки тянут, действуя постоянной по модулю силой, направленной под углом  $\alpha$  к горизонту (см. рис.).

Во втором случае такая же по модулю сила, приложенная к санкам, направлена горизонтально. После достижения кинетической энергии  $K$  действие внешней силы прекращается.



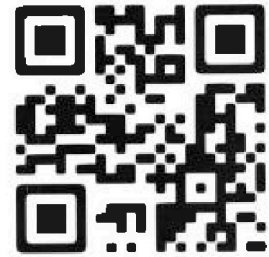
1) Найдите коэффициент  $\mu$  трения скольжения санок по горизонтальной поверхности.

2) Найдите перемещение  $S$  санок в процессе торможения до остановки. Ускорение свободного падения  $g$ . Санки находятся на горизонтальной поверхности. Движение санок прямолинейное.

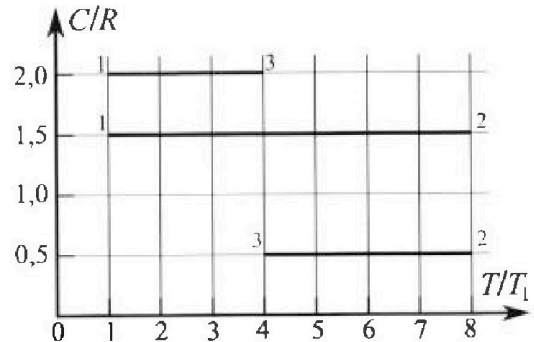
# Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2023

## Вариант 10-02

Во всех задачах, в ответах допустимы обыкновенные дроби и радикалы.



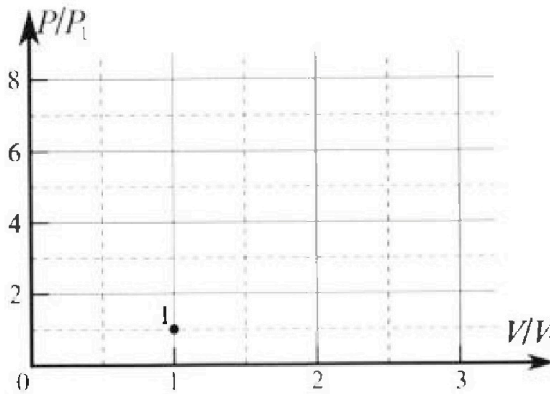
4. Тепловой двигатель работает по циклу 1-2-3-1. Рабочее вещество – один моль одноатомного идеального газа. Для вычисления КПД цикла ученик десятого класса построил график зависимости молярной теплоемкости  $C$  газа (в единицах универсальной газовой постоянной) от температуры в процессах: 1-2, 2-3, 3-1 (см. рис.). Температура газа в состоянии 1 равна  $T_1 = 200$  К, универсальная газовая постоянная  $R = 8,31$  Дж/(моль·К).



1) Найдите работу  $A_{31}$  внешних сил над газом в процессе 3-1.

2) Найдите КПД  $\eta$  цикла.

3) Постройте график цикла в координатах  $(P/P_1, V/V_1)$ , где  $P_1$  и  $V_1$  давление и объём в состоянии 1. Для построения графика перенесите шаблон (см. ниже) в чистовик своей работы. Точка 1 на графике соответствует состоянию 1 газа в цикле.



5. Четыре заряженных шарика связаны легкими нерастяжимыми нитями так, что шарики находятся в вершинах квадрата со стороной  $a$  (см. рис.). Сила натяжения каждой нити  $T$ .

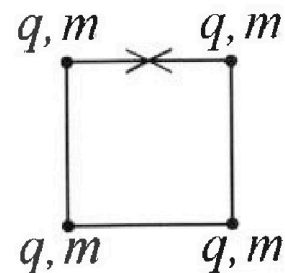
1) Найдите абсолютную величину  $|q|$  заряда каждого шарика.

Одну нить пережигают.

2) Найдите кинетическую энергию  $K$  любого, выбранного Вами шарика, в тот момент, когда шарики будут находиться на одной прямой.

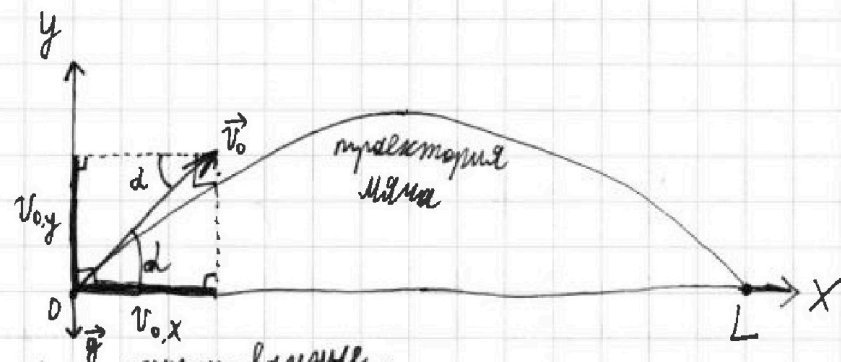
3) На каком расстоянии  $d$  от точки старта будет находиться в этот момент любой из двух шариков, изначально расположенных сверху (на рисунке)?

Электрическая постоянная  $\epsilon_0$ . Действие сил тяжести считайте пренебрежимо малым.



1  2  3  4  5  6  7

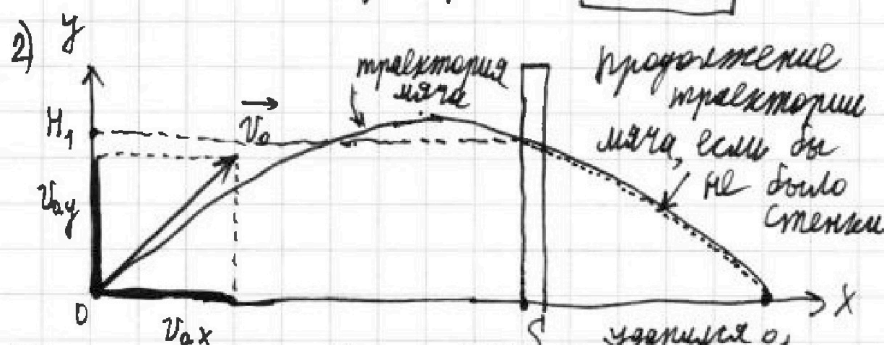
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



1) Введем фиксированные оси  $x$  (горизонтальная, направленная вдоль поверхности площадки) и  $y$  (вертикальная, направленная перпендикулярно площадке от нее). Тогда  $v_{0x} = v_0 \cos \alpha$ ;  $v_{0y} = v_0 \sin \alpha$  (см. выше);  $g_x = 0$  (так как  $g$  (ускорение свободного падения) направлено вниз, перпендикулярно площадке);  $g_y = -g$ . Если мяч упал через время  $T_{\text{пад}}$ , то  $y_{\text{пад}} = 0$  и  $x_{\text{пад}} = L$ . Запишем кинематические уравнения:

$$\begin{cases} x_{\text{пад}} = v_{0x} T_{\text{пад}} + \frac{g_x T_{\text{пад}}^2}{2} \Leftrightarrow L = v_0 \cos \alpha \cdot T_{\text{пад}} & (1) \\ y_{\text{пад}} = v_{0y} T_{\text{пад}} + \frac{g_y T_{\text{пад}}^2}{2} \Leftrightarrow 0 = T_{\text{пад}} \left( v_0 \sin \alpha - \frac{g T_{\text{пад}}}{2} \right) & (2) \end{cases}$$

Из (2):  $T_{\text{пад}} \neq 0 \Rightarrow 0 = v_0 \sin \alpha - \frac{g T_{\text{пад}}}{2}$ , откуда  $T_{\text{пад}} = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}$ .  
 Подставим  $T_{\text{пад}}$  в (1):  $L = v_0 \cos \alpha \cdot \frac{2v_0 \sin \alpha}{g} = \frac{2v_0^2 \sin \alpha \cos \alpha}{g}$  (так как  $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$ )  
 $\Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{gL}{\sin 2\alpha}} = \sqrt{\frac{10 \cdot 20}{\sin(2 \cdot 45^\circ)}} = \sqrt{\frac{200 \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2}}{1}} = 10\sqrt{2} \frac{\text{м}}{\text{с}}$



2) фиксированные  
 Введем оси  $x$  и  $y$ , как и в пункте 1. Тогда  $v_{0x} = v_0 \cos \beta$  (пусть начальная скорость  $v_0$  направлена под углом  $\beta \in (0; 90^\circ)$ );  $v_{0y} = v_0 \sin \beta$ .  
 $g_x = 0$ ;  $g_y = -g$ . Если мяч коснулся стены через время  $T_{\text{ст}}$ , то  $y_{\text{ст}} = H_1$  и  $x_{\text{ст}} = S$ .

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Затем запишем кинематические уравнения:

$$\begin{cases} X_{\text{гг}} = v_{0x} t_{\text{гг}} + \frac{g_x t_{\text{гг}}^2}{2} \Leftrightarrow S = v_0 t_{\text{гг}} \cos \beta \quad (1) \\ Y_{\text{гг}} = v_{0y} t_{\text{гг}} + \frac{g_y t_{\text{гг}}^2}{2} \Leftrightarrow H_1 = v_0 t_{\text{гг}} \sin \beta - \frac{g t_{\text{гг}}^2}{2} \quad (2) \end{cases}$$

Нужно отметить, что  $H_1 > 0$ , иначе или  $H < 0$  (то есть или "превыситя под площадь"), или  $H_1 = 0$  (даный случай нас не интересует).

$$\text{Из (1): } t_{\text{гг}} = \frac{S}{v_0 \cos \beta}. \text{ Тогда в (2): } H_1 = v_0 \cdot \frac{S}{v_0 \cos \beta} \cdot \sin \beta - \frac{g}{2} \cdot \frac{S^2}{v_0^2 \cos^2 \beta} = S \left( \frac{\sin \beta}{\cos \beta} - \frac{g S}{2 v_0^2 \cos^2 \beta} \right) =$$

$$= S (\operatorname{tg} \beta \text{ (по определению)}) - \frac{g S^2}{2 v_0^2} \cdot (\text{по следствию из основного тригонометрического тождества}) (1 + \operatorname{tg}^2 \beta) = S \left( \operatorname{tg} \beta - \frac{g S}{2 v_0^2} (1 + \operatorname{tg}^2 \beta) \right)$$

$$+ \operatorname{tg} \beta + \frac{g S}{2 v_0^2} = S \left( \frac{g S}{2 v_0^2} (\operatorname{tg} \beta + \frac{v_0^2}{g S}) + \left( \frac{g S}{2 v_0^2} - \frac{v_0^2}{2 g S} \right) \right) =$$

$$= \frac{g S^2}{2 v_0^2} (\operatorname{tg} \beta + \frac{v_0^2}{g S}) = S \left( - \frac{g S}{2 v_0^2} \operatorname{tg}^2 \beta + \operatorname{tg} \beta - \frac{g S}{2 v_0^2} \right) =$$

$$= \left( - \frac{g S^2}{2 v_0^2} (\operatorname{tg} \beta - \frac{v_0^2}{g S})^2 + \frac{v_0^2}{2 g} \right) - \frac{g S^2}{2 v_0^2} =$$

$$= - \frac{g S^2}{2 v_0^2} (\operatorname{tg} \beta - \frac{v_0^2}{g S})^2 + \frac{v_0^2}{2 g} \left( \frac{v_0^2}{2 g} - \frac{g S^2}{2 v_0^2} \right) \leq \frac{v_0^2}{2 g} - \frac{g S^2}{2 v_0^2}$$

$$(\text{= при } \operatorname{tg} \beta = \frac{v_0^2}{g S}) \Rightarrow H = \frac{v_0^2}{2 g} - \frac{g S^2}{2 v_0^2}, \text{ откуда } S = \frac{v_0^2}{g} \left( \frac{v_0^2}{2 g} - H \right) =$$

$$\text{(по пункту: } v_0 = 10\sqrt{2} \frac{\text{м}}{\text{с}})$$

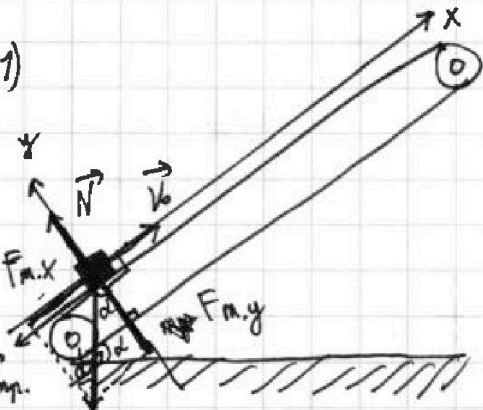
$$S = \sqrt{\frac{2 v_0^2}{g} \left( \frac{v_0^2}{2 g} - H \right)} = \text{(по пункту 1: } v_0 = 10\sqrt{2} \frac{\text{м}}{\text{с}})$$

$$= \sqrt{40 \text{ м} \cdot 6,4 \text{ м}} = \sqrt{256 \text{ м}^2} = 16 \text{ м}$$

Ответ: 1)  $v_0 = 10\sqrt{2} \frac{\text{м}}{\text{с}}$ ; 2)  $S = 16 \text{ м}$

1  2  3  4  5  6  7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



фиксированный  
 Введем оси  $x$  и  $y$ : см. слева. Тогда  
 $F_{m,x} = -mg \sin \alpha$ ;  $F_{m,y} = -mg \cos \alpha$ ;  $N_x = 0$ ;  
 $N_y = N$ ;  $F_{fr,x} = \pm F_{fr}$  (в зависимости от направления движения коробки);  
 $F_{fr,y} = 0$ . Здесь  $m$  - масса коробки;  
 $F_m$  - сила тяжести коробки;  $\vec{N}$  - сила реакции опоры;  $F_{fr}$  - сила трения. Все эти 3 силы действуют на коробку. В начале движения

1  $[F_{fr,x} = -F_{fr}]$ , так как  $F_{fr,0} \downarrow \vec{v}_0 \uparrow x$ . Так как  $\vec{v}_0 > 0$ , то по закону Кулона-Амонта:  $F_{fr} = \mu N$ . Отсюда, что коробка не перестанет двигаться вверх, а  $[ ]$  - до того,  $[ ]$  верно до того, как как коробка не остановится.  
 По II закону Ньютона:  $m \vec{a}_0 = m \vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{fr}$ .

$$\begin{cases} m a_x = -mg \sin \alpha + F_{fr,x} \\ m a_y = F_{m,y} + N_y + F_{fr,y} \end{cases} \begin{matrix} (\text{в проекции на ось } x) \\ (\text{в проекции на ось } y) \end{matrix}$$

$$\begin{cases} m a_x = -mg \sin \alpha - F_{fr} \quad (1) \\ 0 \text{ (так как поверхность не деформируется)} = -mg \cos \alpha + N \quad (2) \end{cases}$$

из (2):  $N = mg \cos \alpha \Rightarrow F_{fr} = \mu mg \cos \alpha$ . Тогда в (1):  
 $m a_x = -mg \sin \alpha - \mu mg \cos \alpha$ , откуда  $a_x = -g (\sin \alpha + \mu \cos \alpha)$ .

Найдем путь  $S_{1,max}$ , пройденный коробкой до прекращения движения вверх:  $S_{1,max} = \frac{v_{k,x}^2 - v_{0,x}^2}{2a_x} = \frac{0 - v_0^2}{2a_x}$  (так как  $v_{k,x} = 0$ )  
 $= \frac{v_0^2}{g (\sin \alpha + \mu \cos \alpha)} = \frac{36 \frac{m^2}{c^2}}{10 \frac{m}{c} (0,6 + 0,5)} = \frac{36 \frac{m}{c}}{10 \cdot 1,1} = \frac{36 \frac{m}{c}}{11} = 3,27 \frac{m}{c}$

Число  $\sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \sqrt{1 - 0,36} = 0,8$   
 через (2) предп., что коробка не фиксирована вниз)  
 $v_{k,x} = v_{0,x} + a_x t = v_0 - g (\sin \alpha + \mu \cos \alpha) t = 6 \frac{m}{c} - 10 \frac{m}{c} \cdot (0,6 + 0,5) t = 6 \frac{m}{c} - 17 \frac{m}{c} t$   
 тогда  $\sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = -0,5 \cdot \sqrt{1 - 0,36} = -0,5 \cdot 0,8 = -0,4 \frac{m}{c}$  (2)

Получили, что коробка двигалась вверх, остановилась и либо начала двигаться вниз, значит  $S_{1,одн} = S_{1,вверх} + S_{1,вниз}$ , где  $S_{1,вниз} > 0$  или осталась покоем.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

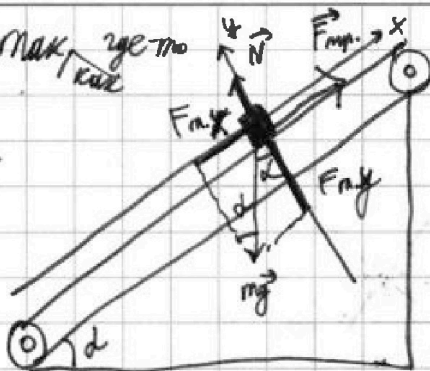
Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

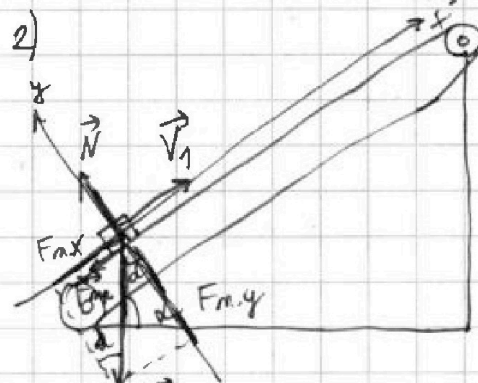
Поэтому  $S_{1, \text{верх}}: S_{1, \text{верх}} = \frac{-V_{0x}^2}{2a_x}$  (Мак. скорость)   
 коробка остановилась)  $= \frac{36 \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2}}{2 \cdot 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} (0,6 + 0,5 \cdot 0,8)}$    
 $= \frac{V_0^2}{g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)} = \frac{36 \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2}}{10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} (0,6 + 0,5 \cdot 0,8)}$    
 $= 3,6 \text{ м.}$



Рассмотрим момент остановки коробки (см. справа):  $m\vec{g}$  и  $\vec{N}$  не изменились, а  $F_{\text{тр}}$  направлена не даёт ускорить коробку вниз. Действительно, без  $F_{\text{тр}}$ :  $F_{\text{равн.}x} = F_{n,x} + F_{\text{тр},x} = -mg \sin \alpha = -m \cdot 6 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$ . Из закона трения - Амонтона:  $F_{\text{тр},x} \leq \mu N = 0,5 \cdot mg \cos \alpha = m \cdot 0,5 \cdot 8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} = m \cdot 4 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$ . Так как  $F_{\text{равн.}x} + F_{\text{тр},x, \text{max}} < 0$  коробка начнет скатываться вниз. Аналогично применим II з. Н. для коробки:

~~Макс~~  $a_{n,x} = -mg \sin \alpha + F_{\text{тр},x} = -mg \sin \alpha + \mu mg \cos \alpha$ ,   
 откуда  $a_{n,x} = (\mu \cos \alpha - \sin \alpha) g = (0,5 \cdot 0,8 - 0,6) \cdot 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} = -2 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$    
 $S_{1, \text{вниз}} = \frac{|a_{n,x}| \cdot (T - \frac{V_0}{|a_{n,x}|})^2}{2} = \frac{2 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot (10 - \frac{6 \frac{\text{м}}{\text{с}}}{2 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}})^2}{2} = \frac{2 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot (10 - 3)^2}{2} = 1 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot (10 - 3)^2 = 49 \text{ м}$    
 $= 1 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot (10 - \frac{6 \frac{\text{м}}{\text{с}}}{2 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}})^2 = 1 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot (10 - 3,6)^2 = 0,16 \text{ м}$

Значит  $S_{1, \text{общ}} = (3,6 + 0,16) \text{ м} = \boxed{3,76 \text{ м}}$



Рассмотрим СО1, в которой x и y определены, как в пункте 1, но точка начала координат движется вдоль траектории со скоростью. В этой системе отсчёта начальная скорость коробки равна  $v_1$  по модулю  $v_1 = V_0 - u = 5 \frac{\text{м}}{\text{с}}$  ( $V_0 > u \Rightarrow v_{1,x} = |v_1| = 5 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ ). Аналогично

покажем  $a_{n,x} = -g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha) = -10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} (0,6 + 0,5 \cdot 0,8) = -10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$ .   
 Везде [Смысл те же; СО1 - это ИСО], и только  $\vec{v}_1 \neq \vec{v}_0$ , но  $v_{1,x} > 0$ , как и  $v_{0,x}$ .

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

**МОТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

В этой системе СО1 коробка устанавливается через  $\tau_{\text{вст.}} = \frac{D - v_{1x}}{a_x} = \frac{5 \frac{\mu}{\text{с}} \cdot 1 \text{с}}{10 \frac{\mu}{\text{с}^2} \cdot 2} = 0,5 \text{с}$ . Но тогда в СО0 коробка то есть со скоростью  $u = 1 \frac{\mu}{\text{с}}$

будет двигаться со скоростью транспортера  $\Rightarrow T_1 = \tau_{\text{вст.}} = \boxed{0,5 \text{с}}$

3) Далее аналогично <sup>пункту 1</sup> рассматриваем скатывание коробки.

Поскольку  $\angle \alpha = 30^\circ$ , то  $a_{n,x} = (g \cos \alpha - \sin \alpha) g = -2 \frac{\mu}{\text{с}^2}$ . Если в СО0 коробка примет нулевую скорость, то в СО1 коробка будет двигаться вниз (по наклонной) со скоростью  $u = 1 \frac{\mu}{\text{с}} \Rightarrow$

$\Rightarrow$  это произойдет через  $T_2 = \frac{u}{|a_{n,x}|} = \frac{1 \frac{\mu}{\text{с}}}{2 \frac{\mu}{\text{с}^2}} = 0,5 \text{с} \Rightarrow$

$\Rightarrow L = |S'_{\text{СО1},x} + S'_{\text{тр},x}| = |(S'_{\text{вст.},x} + S'_{\text{скат},x}) + u(T_1 + T_2)| =$

$$= \left| \left( \frac{a_{v,x} T_1^2}{2} + \frac{a_{n,x} T_2^2}{2} \right) + 1 \frac{\mu}{\text{с}} \cdot 1 \text{с} \right| =$$

$$= \left| \left( \left( 5 \frac{\mu}{\text{с}} \cdot 0,5 \text{с} \right) + \frac{a_{n,x} T_2^2}{2} \right) + 1 \frac{\mu}{\text{с}} \cdot 1 \text{с} \right| =$$

$$= \left| \left( \left( 5 \frac{\mu}{\text{с}} \cdot 0,5 \text{с} - \frac{10 \frac{\mu}{\text{с}^2} \cdot 0,25 \text{с}^2}{2} \right) + 1 \frac{\mu}{\text{с}} \cdot 1 \text{с} \right) \right| =$$

$$= \left| \left( (2,5 \mu - 1,25 \mu) + 1 \mu \right) \right| = \boxed{2 \mu}$$

Ответ: 1)  $S' = 3,75 \mu$ ; 2)  $T_1 = 0,5 \text{с}$ ; 3)  $L = 2 \mu$

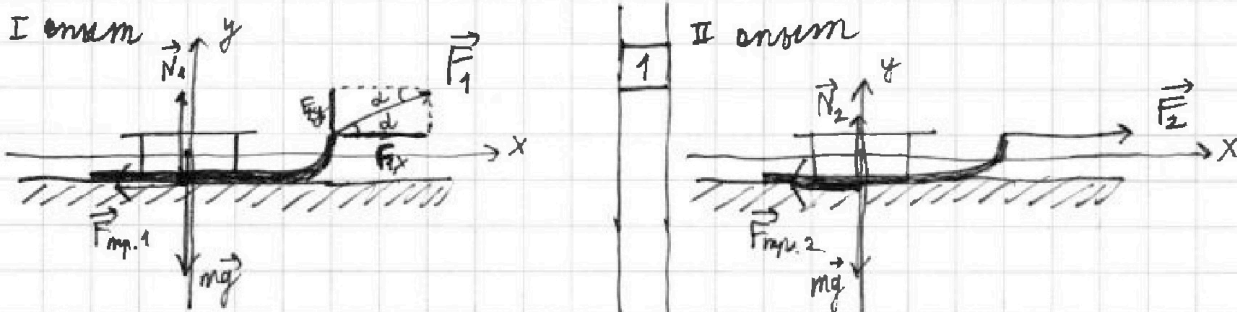
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Так как мы разобрали в обеих ситуациях санки до максимальной скорости, то по закону Хука-Ампера:  $|F_{fr}| = \mu N$  (в обо I и II случаях), то есть  $F_{fr,1,x} = \mu N_{1,y}$ ;  $F_{fr,2,x} = \mu N_{2,y}$ ;  $F_{fr,1,y} = F_{fr,2,y} = 0$ . В I и II случаях:  $F_{m,x} = 0$  ( $F_m$  - сила тяжести санок) =  $N_{1,x} = N_{2,x}$ ;  $F_{m,y} = -mg$ . В I случае,  $N_{1,y} = N_1$ ;  $N_{2,y} = N_2$ ;  $F_{1,x} = F \cos \alpha$ ;  $F_{1,y} = F \sin \alpha$ ;  $F_{2,x} = F$ ;  $F_{2,y} = 0$ . Введем фиксированные оси  $x$  и  $y$ .

По II закону Ньютона для санок в ICO:

$$m \vec{a}_1 = m \vec{g} + \vec{N}_1 + \vec{F}_{fr,1} + \vec{F}_1$$

В проекциях на оси  $x$  и  $y$ :

$$\begin{cases} m a_{1,x} = F_{m,x} + N_{1,x} + F_{fr,1,x} + F_{1,x} \\ m a_{1,y} = F_{m,y} + N_{1,y} + F_{fr,1,y} + F_{1,y} \end{cases}$$

$$\begin{cases} m a_{1,x} = -F_{fr,1} + F \cos \alpha & (1) \\ 0 = -mg + N_1 + F \sin \alpha & (2) \end{cases}$$

Из (2):  $N_1 = mg - F \sin \alpha \Rightarrow$  в (1):

$$m a_{1,x} = -\mu (mg - F \sin \alpha) + F \cos \alpha, \text{ откуда } a_{1,x} = -\mu g + \frac{F(\cos \alpha + \mu \sin \alpha)}{m}$$

По II закону Ньютона для санок в ICO:

$$m \vec{a}_2 = m \vec{g} + \vec{N}_2 + \vec{F}_{fr,2} + \vec{F}_2$$

В проекциях на оси  $x$  и  $y$ :

$$\begin{cases} m a_{2,x} = F_{m,x} + N_{2,x} + F_{fr,2,x} + F_{2,x} \\ m a_{2,y} = F_{m,y} + N_{2,y} + F_{fr,2,y} + F_{2,y} \end{cases}$$

$$\begin{cases} m a_{2,x} = -F_{fr,2} + F & (3) \\ 0 = -mg + N_2 & (4) \end{cases}$$

Из (4):  $N_2 = mg \Rightarrow$  в (3):

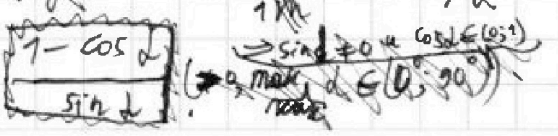
$$m a_{2,x} = -\mu mg + F, \text{ откуда } a_{2,x} = -\mu g + \frac{F}{m}$$

$$K = \frac{m v_{k,x}^2}{2} \Leftrightarrow v_{k,x} = \sqrt{\frac{2K}{m}} \Rightarrow \int_{\text{нач. до кон.}} = \frac{v_{k,x}^2 - v_{0,x}^2}{2a_x} = \frac{v_{k,x}^2}{2a_x} \Big|_{m.k. \neq 0}$$

$= \frac{K}{m a_x}$ . По условию участки пути одинаковые  $\Rightarrow$   $m a_1 = m a_2$

$$\Leftrightarrow a_{1,x} = a_{2,x} \Leftrightarrow -\mu g + \frac{F(\cos \alpha + \mu \sin \alpha)}{m} = -\mu g + \frac{F}{m}$$

$$\Leftrightarrow \cos \alpha + \mu \sin \alpha = 1 \Leftrightarrow \mu = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha} \Rightarrow \mu = \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \text{ (на мн. з.)}$$





На одной странице можно оформлять только одну задачу.

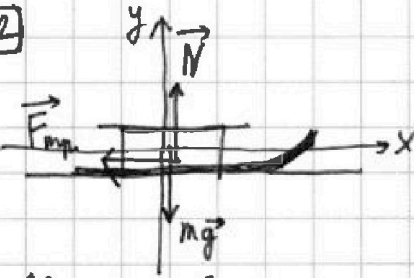
Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Аналогично вводим  $x$  оси  $x$  и  $y$ .  
 Так как  $F$  больше не действует,  
 но (считаем)  $\rightarrow$

Аналогично  $F_{m,x} = N_x = F_{тр,y} = 0;$

$F_{m,y} = -mg; N_y = N; F_{тр,x} = -F_{тр}.$

Так как  $v_{k,x} > 0$ , а  $F_{тр} \uparrow \vec{v}_k$ .

Как и в пункте 1, применяем II закон Ньютона для  
 санок в  $1CO$  в проекциях на:

ось  $x$ :  $m a_x = -F_{тр} = (\text{закон Кулона - Ампертона, так как } |\vec{v}_k| > 0) -\mu N = (\text{из 5}) -\mu mg,$   
 ось  $y$ :  $0 = -mg + N \Leftrightarrow N = mg$  (5)

Значит  $a_x = -\mu g \Rightarrow S' = \int_{-v_k}^{0} v_{k,x} dx$  (так как в конце санки останавливаются)  
 $\frac{-v_k^2}{2a_x} = -\frac{\frac{2k}{m}}{2(-\mu g)} = \boxed{\frac{k}{\mu mg}}$

Ответ: 1)  $\mu = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha}$ ; 2)  $S' = \frac{k}{\mu mg}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

На участке 1→2:

$$\Delta U_{12} = \frac{i}{2} \nu R (T_2 - T_1) \quad (\nu = 1 \text{ моль}, \nu - \text{количество одностатного идеального газа} \Rightarrow i = 3, i - \text{степени свободы газа}; T_1 - \text{температура в состоянии 2, по графику из условия}; T_2 = 8 T_1) = \frac{3}{2} \nu R (8 T_1 - T_1) = \frac{21}{2} \nu R T_1$$

$$Q_{12} = C_{12} \nu (T_2 - T_1) \quad (C_{12} - \text{мольная теплоемкость газа на участке } 1 \rightarrow 2, \text{ по графику: } C_{12} = \frac{3}{2} R) = \frac{3}{2} R \cdot \nu \cdot (8 T_1 - T_1) = \frac{21}{2} \nu R T_1 \quad (\text{по графику, теплота всё время процесса } 1 \rightarrow 2 \text{ подводилась})$$

На участке 2→3:

$$\Delta U_{23} = \frac{i}{2} \nu R (T_3 - T_2) \quad (T_3 - \text{температура газа в состоянии 3, по графику: } T_3 = 4 T_1) = \frac{3}{2} \nu R (4 T_1 - 8 T_1) = -6 \nu R T_1$$

$$Q_{23} = C_{23} \nu (T_3 - T_2) \quad (C_{23} - \text{мольная теплоемкость газа на участке } 2 \rightarrow 3, \text{ по графику: } C_{23} = \frac{R}{2}) = \frac{R}{2} \cdot \nu \cdot (4 T_1 - 8 T_1) = -2 \nu R T_1 \quad (\text{по графику, теплота всё время процесса } 2 \rightarrow 3 \text{ отводилась})$$

На участке 3→1:

$$\Delta U_{31} = \frac{i}{2} \nu R (T_1 - T_3) = \frac{3}{2} \nu R (T_1 - 4 T_1) = -\frac{9}{2} \nu R T_1$$

$$Q_{31} = C_{31} \nu (T_1 - T_3) \quad (C_{31} - \text{мольная теплоемкость газа на участке } 3 \rightarrow 1, \text{ по графику: } C_{31} = 2R) = 2R \cdot \nu \cdot (T_1 - 4 T_1) = -6 \nu R T_1 \quad (\text{по графику, теплота всё время процесса } 3 \rightarrow 1 \text{ отводилась}).$$

Применим I закон термодинамики:

$$\begin{cases} Q_{12} = \Delta U_{12} + A_{12} \Leftrightarrow A_{12} = Q_{12} - \Delta U_{12} = 0 \\ Q_{23} = \Delta U_{23} + A_{23} \Leftrightarrow A_{23} = Q_{23} - \Delta U_{23} = 4 \nu R T_1 \\ Q_{31} = \Delta U_{31} + A_{31} \Leftrightarrow A_{31} = Q_{31} - \Delta U_{31} = -3,5 \nu R T_1 \end{cases} \Rightarrow A_{\text{общ}} = A_{12} + A_{23} + A_{31} = 2,5 \nu R T_1$$

$$1) A_{31} = -A_{г.31} = 1,5 \nu R T_1 = \frac{3}{2} \cdot 1 \text{ моль} \cdot 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \cdot 300 \text{ К} = 2993 \text{ Дж}$$

$$2) \eta = \frac{A_{\text{общ}}}{Q_+} \quad (Q_+ - \text{сумма теплоты на участках, где теплота только подводилась} \Rightarrow Q_+ = Q_{12} = \frac{21}{2} \nu R T_1) = \frac{2,5 \nu R T_1}{\frac{21}{2} \nu R T_1} = \frac{5}{21}$$

ответ к 2

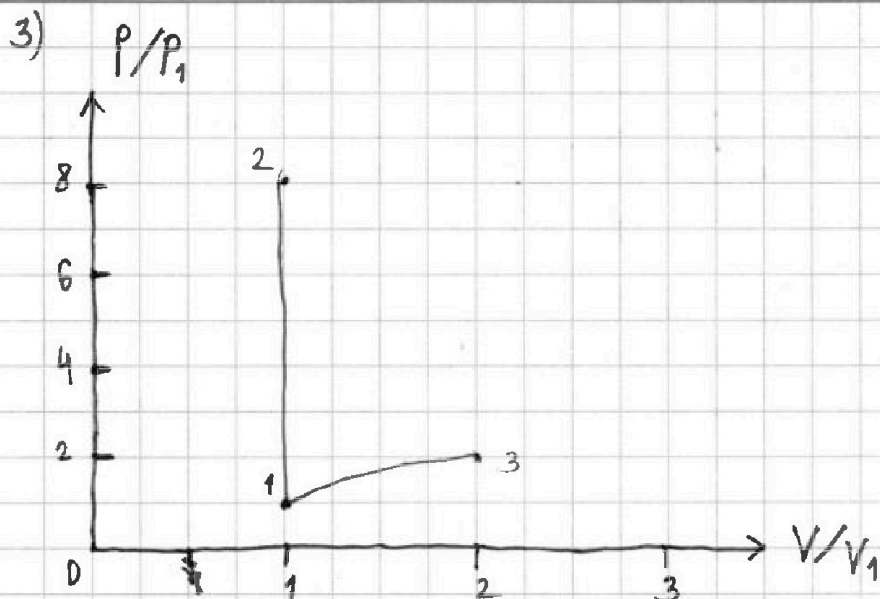
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1   
  2   
  3   
  4   
  5   
  6   
  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



По условию:  $C_{12} = \frac{3}{2}R = \frac{6}{2}R \Rightarrow V_{1 \rightarrow 2} = \text{const} \Rightarrow \frac{p_2}{T_2} = 8 \frac{p_1}{T_1}$  (з.м.)  $\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow p_2 = 8p_1$

Закон идеального газа:  $(p + \Delta p)(V + \Delta V) = \nu R(T + \Delta T)$

Получим:  $p\Delta V + V\Delta p \approx \nu R\Delta T \Leftrightarrow \frac{V}{\Delta p} \frac{\Delta p}{V} + \frac{\Delta V}{V} = \frac{\Delta T}{T}$  Или

$p\Delta V = \frac{\nu R\Delta T}{2}$  (без  $2R\Delta T = \nu R\Delta T$ )

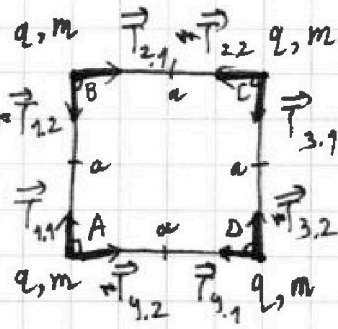
$2 \cdot \frac{\Delta V}{V} = \frac{\Delta T}{T} \Rightarrow \frac{\Delta p}{p} = \frac{\Delta V}{V} \Rightarrow p_3 = 4p_1 = p_1 \cdot \frac{T_3}{T_1}$

$\Rightarrow p \sim V \Rightarrow p_3 = 2p_1$  и  $V_3 = 2V_1$  ( $2 = \sqrt{4}$ )

$Z \rightarrow 3$  не учтен

1  2  3  4  5  6  7

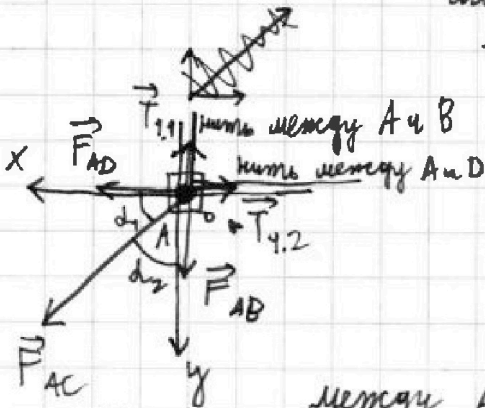
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



1) Введем обозначения шариков: см. слева. На рис.:  $|T_{2,1}| = |T_{2,2}| = |T_{3,1}| = |T_{3,2}| = T$ . Пользуемся тем, что сила натяжения канатной нити одинакова во всех точках.

Рассмотрим силы электромагнитной природы, действующие на шарик A (с остальными рассуждаем аналогично).

Введем фиксированные оси  $x$  и  $y$ : см. слева. Тогда  $T_{1,x} = T_{4,2,y} = 0$ ;  $T_{1,y} = -T_{1,1} = -T$ ;  $T_{1,2,x} = -T_{4,2} = -T$ .



Между шариками заряды шариков A и B равны  $\Rightarrow$  одного знака  $\Rightarrow$  между ними действует отталкивающая сила, равная по модулю  $F_{AB} =$  (по закону Кулона)  $\frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 a^2}$ . Аналогично

между A и D действует отталкивающая сила, равная по модулю  $F_{AD} = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 a^2}$ . А между A и C действует отталкивающая сила, равная по модулю  $F_{AC} = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 b^2}$ , где  $b$  — длина диагонали квадрата  $a \times a$ . По теореме Пифагора:  $b = \sqrt{a^2 + a^2} = a\sqrt{2} \Rightarrow F_{AC} = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 (a\sqrt{2})^2} = \frac{q^2}{8\pi\epsilon_0 a^2}$ . Из квадрата

на  $x$  и вертикальных  $y$  осей находим  $d_1 = a \cos 45^\circ = \frac{a}{\sqrt{2}} = d_2$ . По II закону Ньютона для шарика A в лев.:

$\vec{D} = \vec{T}_{1,1} + \vec{T}_{1,2} + \vec{F}_{AB} + \vec{F}_{AD} + \vec{F}_{AC}$ . Запишем II з.н. в проекциях на:

$$\begin{cases} \text{ось } x: 0 = 0 - T + F_{AD} \cos \alpha + F_{AC} \cos \alpha_1 \Leftrightarrow T = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 a^2} + \frac{q^2}{8\pi\epsilon_0 a^2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} & (1) \\ \text{ось } y: 0 = -T + 0 + 0 + F_{AB} + F_{AC} \cos \alpha_2 \Leftrightarrow T = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 a^2} + \frac{q^2}{8\pi\epsilon_0 a^2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} & (2) \end{cases}$$

Как видим, (1) и (2) идентичны. Из (1):  $|a| =$

$$= \sqrt{\frac{T}{\frac{1}{4\pi\epsilon_0 a^2} + \frac{\sqrt{2}}{16\pi\epsilon_0 a^2}}} = \sqrt{\frac{16\pi\epsilon_0 a^2 T}{4\pi\epsilon_0 a^2 + \sqrt{2}}} = \sqrt{\frac{16\pi\epsilon_0 a^2 T (4 - \sqrt{2})}{16 - 2}} = 4a \sqrt{\frac{\pi\epsilon_0 T (4 - \sqrt{2})}{14}}$$

ответ к 1

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

3) Заметим, что на систему шариков с нитями не действуют <sup>внешние</sup> внешние силы, <sup>действительные</sup> силы реакции опор и, <sup>которые</sup> тяжести компенсируют друг друга. Значит ~~аффинный~~ центр

тяжести системы ~~окажется~~ останется на той же

месте, где и был, то есть посередине квадрата

(ведь ~~система~~ шарик одной массы симметричен

относительно центра квадрата. В силу симметрии

система относительно  $l_1$  (см. слева), шарик

A и B, а также C и D, будут симметричны

друг относительно друга. Заметим, что

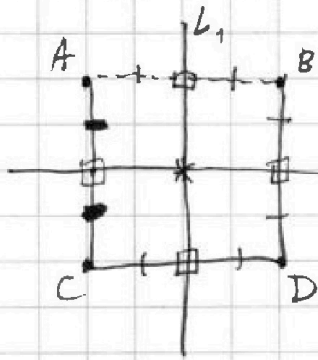
если шарик оказывается на одной

прямой, то и <sup>новый</sup> центр тяжести

оказывается на этой же прямой... и

совпадает с прежним  $\Rightarrow$  все шарик

будут лежать на прямой  $l_2$ .





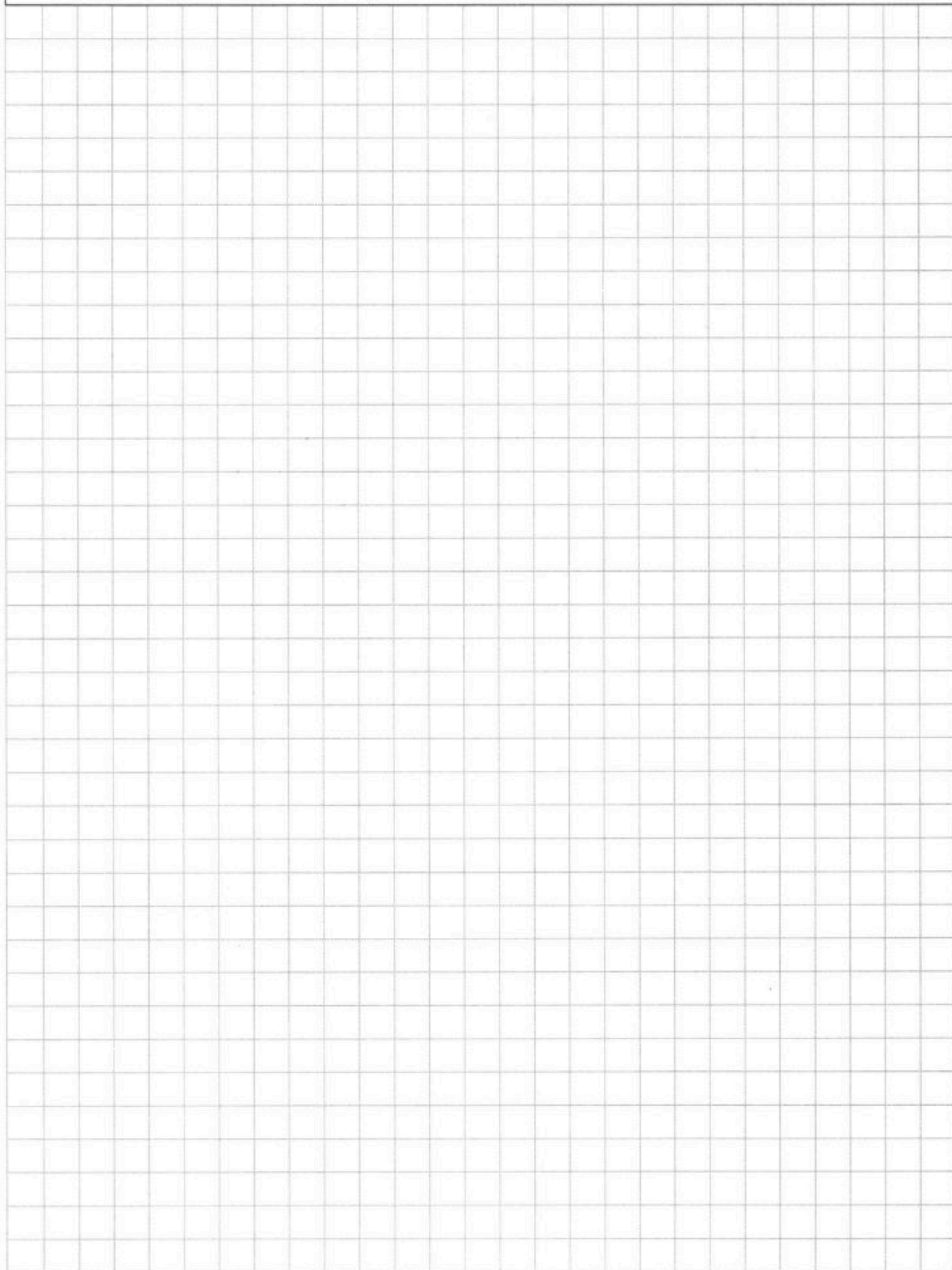
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- 1  2  3  4  5  6  7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$1 \rightarrow 2: C = \frac{3R}{2} \Rightarrow V = \text{const} \Rightarrow p_2 = 8p_1$$

$$2 \rightarrow 3: \frac{R}{2} \Delta T = A_{\Delta T} + \frac{3R}{2} \Delta T$$

$$A_{\Delta T} = -R \Delta T$$

$$(p + \Delta p)(V) = -R \Delta T \quad \Delta T = -\frac{p \Delta V}{R}$$

$$(p + \Delta p)(V + \Delta V) = p R (T + \Delta T)$$

$$\frac{\Delta p}{p} + \frac{\Delta V}{V} = \frac{\Delta T}{T}$$

$$\frac{\Delta p}{p} + \frac{\Delta V}{V} = \frac{\Delta T}{T}$$

$$p \Delta V = -R \Delta T$$

$$\frac{\Delta p}{p} + \frac{\Delta V}{V} = -\frac{p \Delta V}{RT}$$

$$\Delta p \Delta V$$

$$V = \frac{\Delta V}{-\left(\frac{\Delta p}{p} + \frac{p \Delta V}{RT}\right)}$$

$$k_p + k_v = k_T$$

$$pV = \nu RT$$

$$A_{\Delta T} = \frac{R \nu \Delta T}{2}$$

$$k_v p V = -\nu R k_T T$$

$$k_p + k_v = k_T$$

$$k_v p V = -\nu R k_T T$$

$$p - 2 \frac{p}{V} V + \Delta V$$

$$-k_v = k_T$$

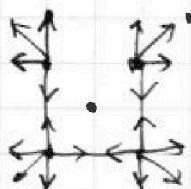
$$2k_v = k_T$$

$$p - 2 \frac{p}{V} V + \Delta V$$

$$k_p = -2k_v$$

$$k_p = k_v$$

$$\frac{\Delta p}{p} = \frac{\Delta V}{V}$$



$$\frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} ?$$

$$\frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha} ? \quad \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$\frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha} ? \quad \frac{\sin \frac{\alpha}{2}}{\cos \frac{\alpha}{2}}$$

$$\cos \frac{\alpha}{2} - 2 \cos \frac{3\alpha}{2} + \cos \frac{\alpha}{2} ?$$

? ~~2 cos~~

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



1	2	3	4	5	6	7
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

