



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



10 КЛАСС. Вариант 10

• ~~1.~~ [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^{15}7^{11}$, bc делится на $2^{17}7^{18}$, ac делится на $2^{23}7^{39}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .

• ~~2.~~ [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2 - 7ab + b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

• ~~3.~~ [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 17 : 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 7 и 13 соответственно.

• ~~4.~~ [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0; 0)$, $P(-13; 26)$, $Q(3; 26)$ и $R(16; 0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 14$.

• ~~6.~~ [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax + y - 8b = 0, \\ (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y - 12)^2 - 16) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

• ~~7.~~ [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 5 и 2,5.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{Ответ: } 2^{26} \cdot 7^{39}$$

Гусаков $a = 2^{\alpha_1} \cdot 7^{\alpha_2} \cdot h_1 : (h_1, 7) = 1, (h_1, 2) = 1$

$$b = 2^{\beta_1} \cdot 7^{\beta_2} \cdot h_2 : (h_2, 7) = 1, (h_2, 2) = 1$$

$$c = 2^{\gamma_1} \cdot 7^{\gamma_2} \cdot h_3 : (h_3, 7) = 1, (h_3, 2) = 1$$

$$ab : 2^{15} \cdot 7^{11} \Rightarrow \begin{cases} \alpha_1 + \beta_1 \geq 15 \\ \alpha_2 + \beta_2 \geq 11 \end{cases} \quad (1)$$

$$bc : 2^{17} \cdot 7^{18} \Rightarrow \begin{cases} \beta_1 + \gamma_1 \geq 17 \\ \beta_2 + \gamma_2 \geq 18 \end{cases} \quad (2)$$

$$ca : 2^{23} \cdot 7^{39} \Rightarrow \begin{cases} \gamma_1 + \alpha_1 \geq 23 \\ \gamma_2 + \alpha_2 \geq 39 \end{cases} \quad (3)$$

$$\Rightarrow (1) + (3) + (5) = \alpha_1 + \beta_1 + \beta_1 + \gamma_1 + \gamma_1 + \alpha_1 =$$

$$= 2(\alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1) \geq 15 + 17 + 23 = 55$$

$$\Rightarrow \alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1 \geq \frac{55}{2} \text{ но } \alpha_1, \beta_1, \gamma_1 \in \mathbb{N}$$

$$\Rightarrow \alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1 \geq 28$$

$$\text{аналогично } (2) + (4) + 6 = 2(\gamma_2 + \alpha_2 + \beta_2) \geq$$

$$\geq 11 + 18 + 39 = 68 \Rightarrow \gamma_2 + \alpha_2 + \beta_2 \geq 34$$

$$abc = 2^{(\alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1)} \cdot 7^{(\alpha_2 + \beta_2 + \gamma_2)} \cdot h_1 \cdot h_2 \cdot h_3 \geq$$

$$\geq 2^{28} \cdot 7^{34} \text{ но } \gamma_2 + \alpha_2 \geq 39 \text{ но } (6) \Rightarrow \gamma_2 + \alpha_2 + \beta_2 \geq 39$$

Пример. $\Rightarrow a \cdot b \cdot c \geq 2^{28} \cdot 7^{39}$

$$a = 2^{11} \cdot 7^{16} \quad b = 2^4 \cdot 7^0 \quad c = 2^{13} \cdot 7^{23}$$

$$a \cdot b = 2^{15} \cdot 7^{16} \quad bc = 2^{17} \cdot 7^{23} \quad \frac{ca}{bc} = 2^{24} \cdot 7^{35}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$\frac{a}{b}$ кратна $\Rightarrow (a, b) = 1$.

Допустим $a^2 + b^2 : m$, $a^2 + ab + b^2 : m$

$$a^2 + ab + b^2 = (a+b)^2 - gab : m, a+b : m$$

$\Rightarrow gab : m$, допустим $(m, a) \neq 1$.

$a+b : m$ means $(a, m) = d \neq 1 \Rightarrow a+b : d$

$a : d \Rightarrow b : d$ но $(a, b) = 1 \Rightarrow$ неверно

\Rightarrow если $gab : m \Rightarrow g : m \Rightarrow m \leq g$

Пример

$$a = 1, b = 8$$

$$\Rightarrow a+b = 9 \quad a^2 + ab + b^2 = 1 + 64 - 56 = \\ = 9 : 9$$

Ответ: 9.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

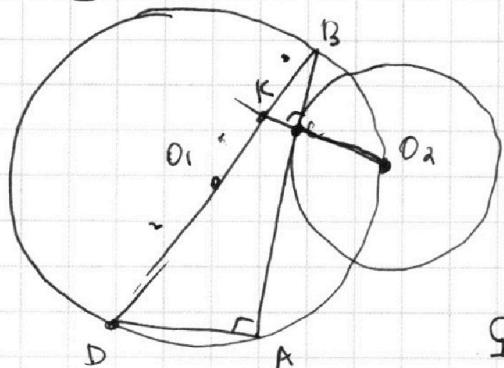
- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задача 3.



Точка O_1 - центр Ω

O_2 - центр ω .

тогда $O_2C \perp BA$, т.к.
 AB проходит в точке C из ω
по условию, Точка BD - диаметр

$$\Omega \Rightarrow \angle BAD = 90^\circ \rightarrow$$

$$O_2 \parallel PA, O_2 \cap BD = K$$

$$\Rightarrow \text{Напоминание Фалеса } \frac{BK}{KD} = \frac{BC}{CA} = \frac{7}{17}$$

$$\text{а при этом } BD = 2 \cdot 13 = 26$$

$$\Rightarrow \frac{BK}{KD} = \frac{7}{17} \quad BD = 26 - BK \quad KD = 26 - BK$$

$$\Rightarrow \frac{BK}{26-BK} = \frac{7}{17} \Rightarrow 17BK = 7 \cdot 26 - 7BK$$

$$\Rightarrow 24BK = 7 \cdot 26$$

$$BK = \frac{7 \cdot 26}{24} = \frac{7 \cdot 13}{12}$$

$$\Rightarrow \text{в } \triangle BCK, \angle C = 90^\circ, KC =$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$1) 2 - 9x = 2 \sqrt{3x^2 - 6x + 2}$$

$$\Rightarrow 4 + 81x^2 - 36x = 12x^2 - 24x + 8$$

$$\Rightarrow 69x^2 - 12x - 4 = 0$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ \times 69 \\ \hline 276 \\ 126 \\ \hline 212 \end{array}$$

$$\Delta_1 = 36 + 4 \cdot 69 = 312$$

$$x_1 = \frac{6 + 4\sqrt{78}}{69}$$

$$x_2 = \frac{6 - 4\sqrt{78}}{69}$$

2) $2 - 9x = -2 \sqrt{3x^2 - 6x + 2}$ ~~ибо при решении возводим в квадрат~~
~~и получаем~~ ~~и получаем~~ ~~и получаем~~
и предыдущий же при возведении в квадрат
получаем ~~и получаем~~ ~~и получаем~~ ~~и получаем~~

$$\Rightarrow x_1 = \frac{1}{9}$$

$$x_2 = \frac{6 + 4\sqrt{78}}{69}$$

$$x_3 = \frac{6 - 4\sqrt{78}}{69}$$

~~Проверка:~~

~~Проверка~~

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\text{Пусть } m = 3x^2 - 6x + 2 \quad y = 1 - 9x$$

$$\Rightarrow 3x^2 + 3x + 1 = m - y$$

$$\Rightarrow \sqrt{m-1} - \sqrt{m-y} = y \quad \Rightarrow m \geq 0 \\ m - y \geq 0$$

$$m - y - \sqrt{m(m-y)} = y^2$$

$$\Rightarrow 2m - y - y^2 = 2\sqrt{m(m-y)}$$

$$\Rightarrow 4m^2 + y^2 + y^4 - 2 \cancel{4my} - \cancel{4my^2} + 2y^3 = \\ \cancel{4m^2 - 4my} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y^4 + 2y^3 + (14m)y^2 = 0$$

$$1) y=0 \\ \Rightarrow 1-9x=0 \Rightarrow x=\frac{1}{9}$$

$$2) 3x^2 - 6x + 2 = 3x^2 + 3x + 1 > 0 \Rightarrow \text{всё верно.}$$

$$2) y \neq 0$$

$$\Rightarrow y^2 + 2y + 1 - 4m = 0$$

$$\Rightarrow D_1 = 1 - 1 + 4m = 4m$$

$$y_1 = -1 + \sqrt{4m}$$

$$y_2 = -1 - \sqrt{4m}$$

$$2) \begin{cases} 1-9x = -1 + 2\sqrt{3x^2 - 6x + 2} \\ 1-9x = -1 - 2\sqrt{3x^2 - 6x + 2} \end{cases}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

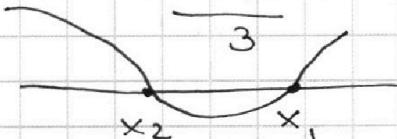
$$\sqrt{3x^2 - 6x + 2} - \sqrt{3x^2 + 3x + 1} = 1 - 9x$$

$$\Rightarrow 3x^2 - 6x + 2 \geq 0 \quad 3x^2 + 3x + 1 \geq 0$$

$$D_1 = 9 - 6 = 3$$

$$x_1 = \frac{3 + \sqrt{3}}{3}$$

$$x_2 = \frac{3 - \sqrt{3}}{3}$$



$$D_2 = 9 - 12 < 0$$

⇒ корней нет, тк
стационарный из-за $x^2 \geq 0$
⇒ всегда ≥ 0 .

$$\Rightarrow x \in (-\infty, \frac{3 - \sqrt{3}}{3}] \cup [\frac{3 + \sqrt{3}}{3}, +\infty)$$

Возьмем в квадрат

$$3x^2 - 6x + 2 + 3x^2 + 3x + 1 - 2\sqrt{(3x^2 + 3x + 1)(3x^2 - 6x + 2)} =$$
$$= 1 + 8x^2 - 18x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 45x^2 - 15x - 2 = -2\sqrt{(3x^2 + 3x + 1)(3x^2 - 6x + 2)}$$

$$\Rightarrow (75x^2 - 15x - 2)^2 = 4(3x^2 + 3x + 1)(3x^2 - 6x + 2)$$

$$75 \cdot 75x^4 + 225x^2 + 4 + 30x - 15 \cdot 75x^2 - 13$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\Rightarrow 15b^2 + 24b + 15 - 129 = 0$$

$$15b^2 + 24b + -114 = 0$$

$$5b^2 + 8b - 38 = 0$$

$$D_1 = \cancel{6} \cancel{4} \cancel{3} 16 + 190 = 206$$

$$\Rightarrow b = \frac{-4 \pm \sqrt{206}}{5}$$

$$\Rightarrow a = \pm \sqrt{\frac{1 - 24b + 128}{15}} = \pm \sqrt{\frac{1 - 24\left(\frac{-4 \pm \sqrt{206}}{5}\right) + 128}{15}}$$

$$\Rightarrow \text{Ответ: при } a = \pm \sqrt{\frac{1 - 24\left(\frac{-4 \pm \sqrt{206}}{5}\right) + 128}{15}}.$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



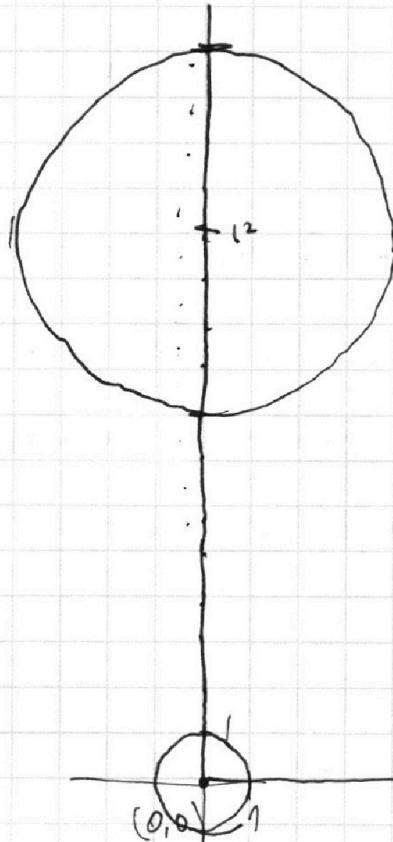
- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Запись, что $x^2 + y^2 - 1 \leq 0 \Leftrightarrow (x, y)$ принадлежит
окружности с центром в $(0, 0)$ радиуса 1
(круг).

Аналогично $(x^2 + (y-12)^2 - 16) \leq 0 \Rightarrow$
 $\Rightarrow (x, y)$ принадлежит круг с центром в
и чётко $(0, 12)$.



Запись, что если
 $\begin{cases} (x^2 + y^2 - 1)(x^2 + (y-12)^2 - 16) \leq 0 \\ ax + y - 8b = 0 \end{cases}$ то
точка (x, y) лежит
на прямой $ax + y - 8b = 0$
или на окружности
или на их пересечении.
Возможно бывает что-то
обратное тому что мы
записали. Но мы окружности
имеют в виду, что оси отсутствуют.
 \Rightarrow а. выясняем за что это
пересечение точек на
окружности.

\Rightarrow если точка на окружности имеет
уравнение $ax + b = 0$

$$\begin{cases} ax + b = 0 \\ x^2 + y^2 = 1 \end{cases}$$
 именем 1 решения \Rightarrow $x^2 + a^2 x^2 + b^2 + 2abx - 1 = 0$
 $(a^2 + 1)x^2 + 2abx + b^2 - 1 = 0$

$$\Rightarrow D_1 = a^2 b^2 - a^2 b^2 + a^2 + 1 - b^2 + 4 = 0$$

 $= a^2 - b^2 + 1 = 0$ именем 1 решения
имеет единственный реше-

$$\Rightarrow a^2 - b^2 = -1$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

анонимно или оно еще и начато на 2014

$$\rightarrow \begin{cases} ax + b = y \\ x^2 + (y - 12)^2 = 16 \end{cases} \text{ имеет ровно одно реш}$$

$$\Rightarrow x^2 + (ax + b - 12)^2 = 16 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2 + \underline{a^2 x^2} + \underline{b^2} + 144 + 2axb - 24ax \leftarrow$$

$$\cancel{24b} = 16$$

$$(1 + a^2)x^2 + (2ab - 24a)x + b^2 - 24b + 128 = 0$$

$$D_1 = (ab - 12a)^2 - b^2 + 24b - 128 - b^2 a^2 + 24ba^2 -$$

$$- 128a^2 = 0 \text{ имеем ровно 1 реш}$$

$$\cancel{a^2 b} + \cancel{144a^2} - \cancel{24a^2 b} - b^2 + 24b - 128 -$$

$$- \cancel{b^2 a^2} + \cancel{24ba^2} - \cancel{128a^2} = 0$$

$$16a^2 - b^2 + 24b - 128 = 0$$

или наше уравнение - частичное обеих
окончательных

$$\Rightarrow \begin{cases} a^2 - b^2 = -1 & (1) \\ 16a^2 - b^2 + 24b - 128 = 0 & (2) \end{cases}$$

$$(2) - (1) \Rightarrow 15a^2 + 24b - 128 = 1.$$

$$\Rightarrow a^2 = \frac{1 - 24b + 128}{15}$$

$$\Rightarrow \frac{1 - 24b + 128}{15} - b^2 = -1.$$

$$1 - 24b + 128 - 15b^2 = -15$$

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|

МФТИ.Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

M - середина дуги
 $AB \Rightarrow CM$ - биссектриса
 $\angle ACB$ амплекс

BN - биссектриса
 $\angle BAC \Rightarrow I = BN \cap CM$
 ишем
 нуко $\angle BAI = \angle CAI = \alpha$

$$\Rightarrow \angle ACI = \angle ICB \beta$$

$$\angle ABI = \angleIBC = \beta$$

Все биссектрисы Δ пересекаются в другой точке \Rightarrow
 изрено.

$\angle MAB = \angle MCB$ (внешне, опирающиеся на
 одну дугу) $= \gamma \Rightarrow$ Внешн ΔMAK ,
 $\sin \gamma = \frac{MK_1}{MA} \Rightarrow MA = \frac{MK_1}{\sin \gamma} = \frac{5}{\sin \gamma}$

амплекс в прямогольном ΔANK_2

$$\angle CAN = \angle NBC = \beta \Rightarrow AN = \frac{2,5}{\sin \beta}$$

пл ΔAIC , $\angle MIA$ - внешн и нее $\Rightarrow \angle MIT = \alpha + \gamma =$
 $= 90^\circ - \beta$, тк $2\alpha + 2\beta + 2\gamma = 180^\circ$ (но сумма углов Δ)

\Rightarrow по теореме синусов ΔMAI . $\frac{\sin(90^\circ - \beta) \cdot \sin \alpha}{5} = \frac{\sin 2\beta}{AI}$

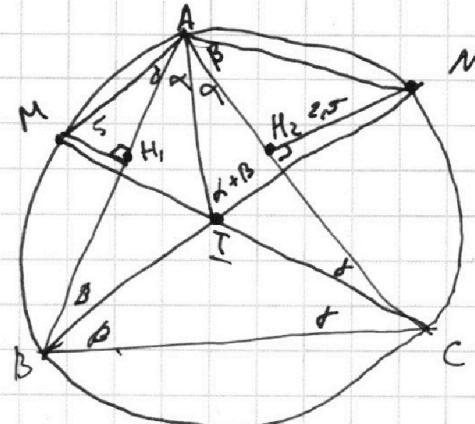
($\angle AMC$ но сумме углов $\Delta MAC = 180^\circ - 2\alpha - 2\gamma =$

$= 2\beta$) амплекс в ΔAIN , $\angle ANI = 2\gamma$

\Rightarrow по T синусов

$$\frac{\sin(90^\circ - \beta) \cdot \sin \beta}{2,5} = \frac{\sin 2\gamma}{AI}$$

$$\Rightarrow AI = \frac{\sin(90^\circ - \beta) \cdot \sin \beta}{\frac{5 \cdot \sin 2\beta}{\sin(90^\circ - \beta) \sin \beta}}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

решение. $AI = \frac{2,5 \sin 2\gamma}{\sin(90^\circ - \beta) \sin \beta}$

$$\Rightarrow \frac{5 \sin 2\beta}{\sin(90^\circ - \beta) \sin \beta} = \frac{2,5 \sin 2\gamma}{\sin(90^\circ - \gamma) \sin \beta}$$

$$\sin(90^\circ - \beta) = \cos \beta \text{ (окончательное)} \\ \sin(90^\circ - \gamma) = \cos \gamma$$

$$\Rightarrow \frac{2 \sin 2\beta}{\cos \beta \sin \gamma} = \frac{\sin 2\gamma}{\cos \gamma \sin \beta}$$

$$\text{и } \sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \beta$$

$$\Rightarrow \frac{4 \sin \beta \cos \beta}{\cos \beta \sin \gamma} = \frac{2 \sin \gamma \cos \gamma}{\cos \gamma \sin \beta} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{2 \sin \beta}{\sin \gamma} = \frac{\sin \gamma}{\sin \beta}$$

$$\Rightarrow 2 \sin^2 \beta = \sin^2 \gamma \text{ и учи } \beta \text{ и } \gamma \\ \text{коинциденты} \Rightarrow \text{их } \sin > 0$$

$$\Rightarrow \sin \gamma = \sqrt{2} \sin \beta$$

$$\Rightarrow AI = \frac{2,5 \cdot 2 \cdot \sin \gamma \cdot \cos \gamma}{\cos \gamma \cdot \sin \beta} = \frac{5 \cdot \sqrt{2} \cdot \sin \beta \cdot \cos \gamma}{\cos \gamma \cdot \sin \beta} =$$

$$= 5\sqrt{2}$$

Ответ: $5\sqrt{2}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

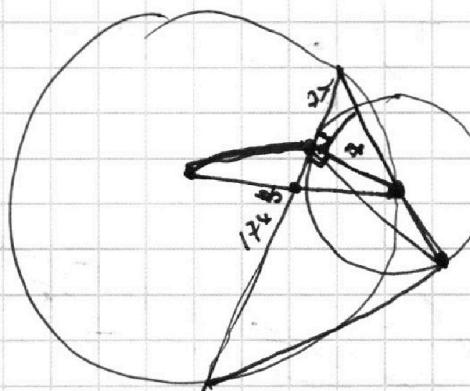
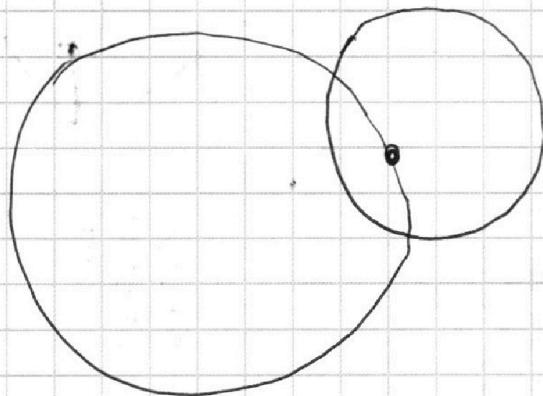
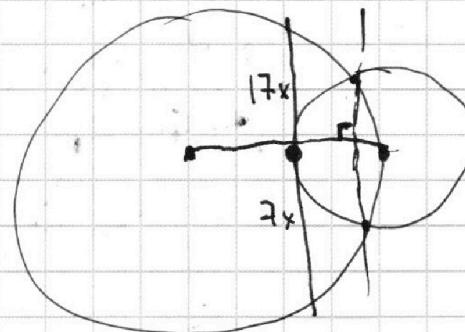
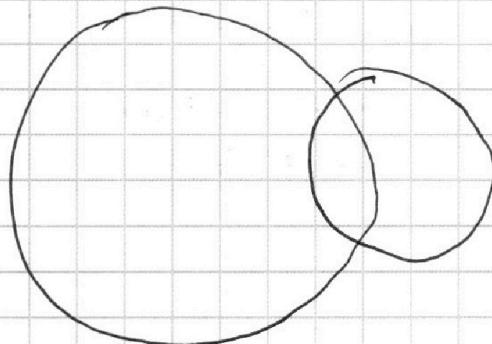
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$3x^2 - 6x + 2 > 3$$

$$3x \quad 3x^2 - 6x + 2 - 3x^2 - 3x - 1 =$$

$$\begin{array}{r} 21 \\ \times 21 \\ \hline 42 \end{array}$$

$$3x^2 - 6x + 2 + 3x^2 + 3x + 1 - 2\sqrt{\dots} = 1 + 81x^2 - 18x$$

$$6x^2 - 3x + 3 - 2\sqrt{\dots} = 1 + 81x^2 - 18x$$

$$-75x^2 + 2 - 21x = 2\sqrt{\dots}$$

$$-75x^2 - 21x + 2$$

$$D = 441 + 600 = 1041$$

$$= 5 \cdot 150 \cdot 4$$

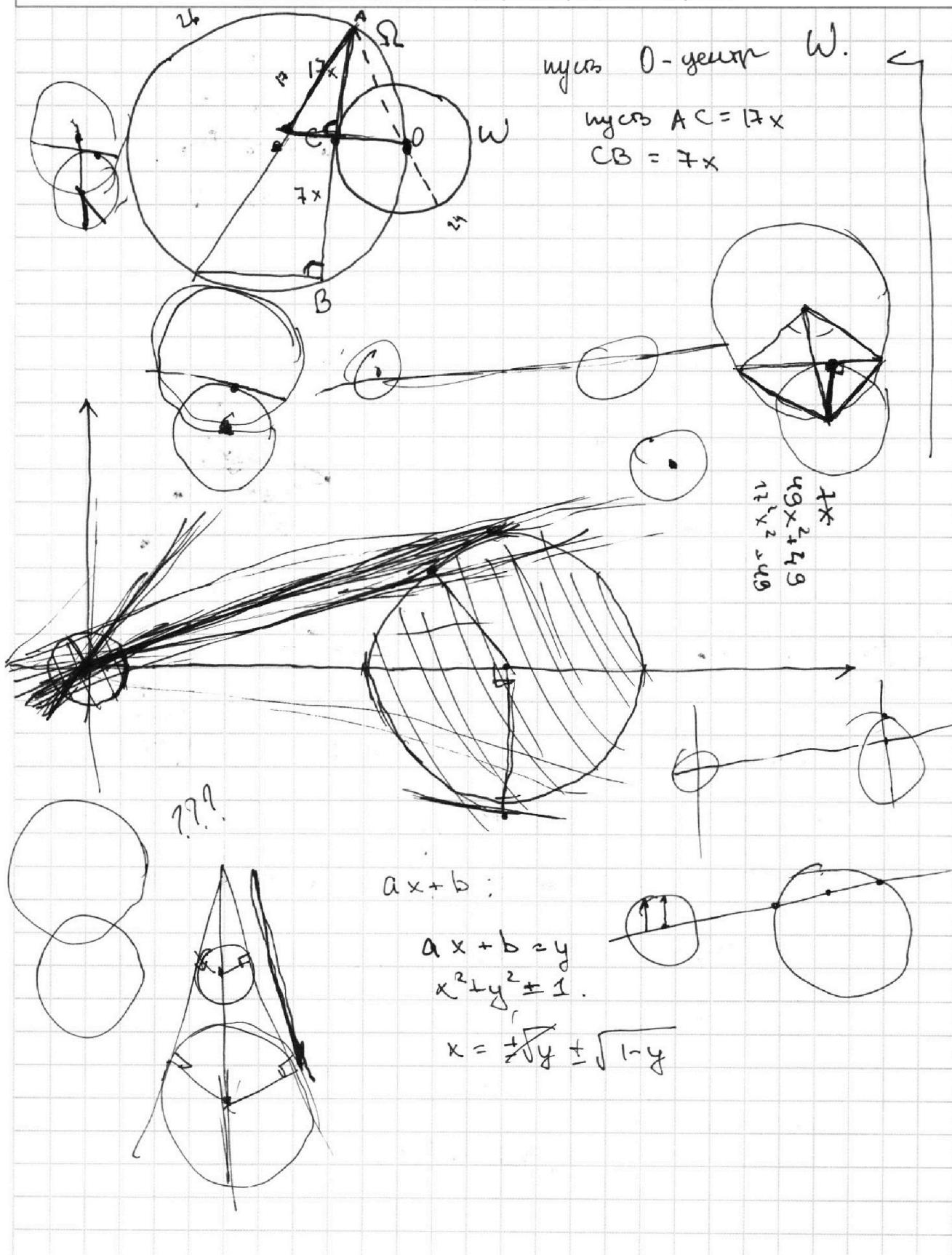
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

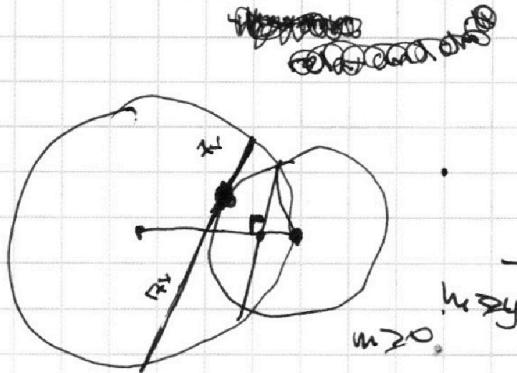
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ.



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$m > 0$

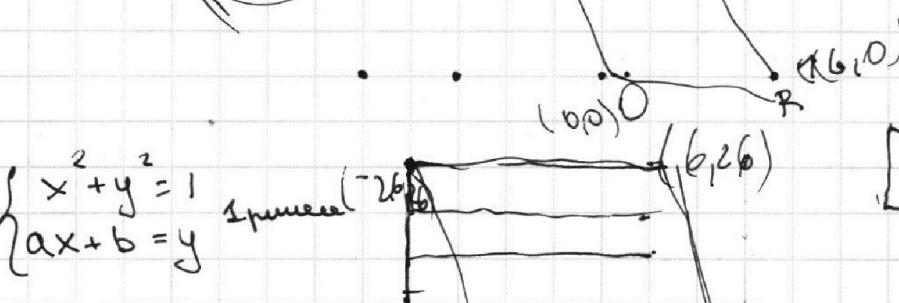
$$\sqrt{m} + \sqrt{m-y} = y \quad m = 3x^2 - 6x + 2$$

$$m + m - y + 2\sqrt{m(m-y)} = y^2$$

$$(-1, 26) \quad Q(3, 26) \quad y^2 + y +$$

$$-26 \leq x_2 - x_1 \leq 26$$

$$-16 \leq y_2 - y_1 \leq 16$$



$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ ax + b = y \end{cases}$$

значит

$$x^2 + a^2 x^2 + b^2 + 2axb - 1$$

$$(a^2 + 1)x^2 + (2ab)x + b^2 - 1 = 0$$

$$(a^2 + 1)x^2 + (2ab)x + b^2 - 1 = 0$$

$$\Delta_1 = a^2 b^2 - b^2 a^2 + a^2 + 1 - b^2$$

$$y^3 + 2y^2 + (1-4m)$$

$$y^2 + 2y + 1 - 4m = 0$$

$$\Delta_2 =$$

$$a^2 + 1 - b^2 = 0$$

$$y^4 + 2y^3 + (1-4m)y^2 = 0$$

$$y^2 + 2y + 1 - 4m = 0$$

$$\Delta_3 =$$

$$y^4 + 2y^3 + (1-4m)y^2 = 0$$

$$y^2 + 2y + 1 - 4m = 0$$

$$\Delta_4 =$$

$$y^4 + 2y^3 + (1-4m)y^2 = 0$$

$$y^2 + 2y + 1 - 4m = 0$$

$$\Delta_5 =$$

$$y^4 + 2y^3 + (1-4m)y^2 = 0$$

$$y^2 + 2y + 1 - 4m = 0$$

$$\Delta_6 =$$

$$y^4 + 2y^3 + (1-4m)y^2 = 0$$

$$y^2 + 2y + 1 - 4m = 0$$

$$\Delta_7 =$$

$$y^4 + 2y^3 + (1-4m)y^2 = 0$$

$$y^2 + 2y + 1 - 4m = 0$$

$$\Delta_8 =$$

$$y^4 + 2y^3 + (1-4m)y^2 = 0$$

$$y^2 + 2y + 1 - 4m = 0$$

$$\Delta_9 =$$

$$y^4 + 2y^3 + (1-4m)y^2 = 0$$

$$y^2 + 2y + 1 - 4m = 0$$

$$\Delta_{10} =$$

$$y^4 + 2y^3 + (1-4m)y^2 = 0$$

$$y^2 + 2y + 1 - 4m = 0$$

$$\Delta_{11} =$$

$$y^4 + 2y^3 + (1-4m)y^2 = 0$$

$$y^2 + 2y + 1 - 4m = 0$$

$$\Delta_{12} =$$

$$y^4 + 2y^3 + (1-4m)y^2 = 0$$

$$y^2 + 2y + 1 - 4m = 0$$

$$\Delta_{13} =$$

$$y^4 + 2y^3 + (1-4m)y^2 = 0$$

$$y^2 + 2y + 1 - 4m = 0$$

$$\Delta_{14} =$$

$$y^4 + 2y^3 + (1-4m)y^2 = 0$$

$$y^2 + 2y + 1 - 4m = 0$$

$$\Delta_{15} =$$

$$y^4 + 2y^3 + (1-4m)y^2 = 0$$

$$y^2 + 2y + 1 - 4m = 0$$

$$\Delta_{16} =$$

$$y^4 + 2y^3 + (1-4m)y^2 = 0$$

$$y^2 + 2y + 1 - 4m = 0$$

$$\Delta_{17} =$$

$$y^4 + 2y^3 + (1-4m)y^2 = 0$$

$$y^2 + 2y + 1 - 4m = 0$$

$$\Delta_{18} =$$

$$y^4 + 2y^3 + (1-4m)y^2 = 0$$

$$y^2 + 2y + 1 - 4m = 0$$

$$\Delta_{19} =$$

$$y^4 + 2y^3 + (1-4m)y^2 = 0$$

$$y^2 + 2y + 1 - 4m = 0$$

$$\Delta_{20} =$$

$$y^4 + 2y^3 + (1-4m)y^2 = 0$$

$$y^2 + 2y + 1 - 4m = 0$$

$$\Delta_{21} =$$

$$y^4 + 2y^3 + (1-4m)y^2 = 0$$

$$y^2 + 2y + 1 - 4m = 0$$

$$\Delta_{22} =$$

$$y^4 + 2y^3 + (1-4m)y^2 = 0$$

$$y^2 + 2y + 1 - 4m = 0$$

$$\Delta_{23} =$$

$$y^4 + 2y^3 + (1-4m)y^2 = 0$$

$$y^2 + 2y + 1 - 4m = 0$$

$$\Delta_{24} =$$

$$y^4 + 2y^3 + (1-4m)y^2 = 0$$

$$y^2 + 2y + 1 - 4m = 0$$

$$\Delta_{25} =$$

$$y^4 + 2y^3 + (1-4m)y^2 = 0$$

$$y^2 + 2y + 1 - 4m = 0$$

$$\Delta_{26} =$$

$$y^4 + 2y^3 + (1-4m)y^2 = 0$$

$$y^2 + 2y + 1 - 4m = 0$$

$$\Delta_{27} =$$

$$y^4 + 2y^3 + (1-4m)y^2 = 0$$

$$y^2 + 2y + 1 - 4m = 0$$

$$\Delta_{28} =$$

$$y^4 + 2y^3 + (1-4m)y^2 = 0$$

$$y^2 + 2y + 1 - 4m = 0$$

$$\Delta_{29} =$$

$$y^4 + 2y^3 + (1-4m)y^2 = 0$$

$$y^2 + 2y + 1 - 4m = 0$$

$$\Delta_{30} =$$

$$y^4 + 2y^3 + (1-4m)y^2 = 0$$

$$y^2 + 2y + 1 - 4m = 0$$

$$\Delta_{31} =$$

$$y^4 + 2y^3 + (1-4m)y^2 = 0$$

$$y^2 + 2y + 1 - 4m = 0$$

$$\Delta_{32} =$$

$$y^4 + 2y^3 + (1-4m)y^2 = 0$$

$$y^2 + 2y + 1 - 4m = 0$$

$$\Delta_{33} =$$

$$y^4 + 2y^3 + (1-4m)y^2 = 0$$

$$y^2 + 2y + 1 - 4m = 0$$

$$\Delta_{34} =$$

$$y^4 + 2y^3 + (1-4m)y^2 = 0$$

$$y^2 + 2y + 1 - 4m = 0$$

$$\Delta_{35} =$$

$$y^4 + 2y^3 + (1-4m)y^2 = 0$$

$$y^2 + 2y + 1 - 4m = 0$$

$$\Delta_{36} =$$

$$y^4 + 2y^3 + (1-4m)y^2 = 0$$

$$y^2 + 2y + 1 - 4m = 0$$

$$\Delta_{37} =$$

$$y^4 + 2y^3 + (1-4m)y^2 = 0$$

$$y^2 + 2y + 1 - 4m = 0$$

$$\Delta_{38} =$$

$$y^4 + 2y^3 + (1-4m)y^2 = 0$$

$$y^2 + 2y + 1 - 4m = 0$$

$$\Delta_{39} =$$

$$y^4 + 2y^3 + (1-4m)y^2 = 0$$

$$y^2 + 2y + 1 - 4m = 0$$

$$\Delta_{40} =$$

$$y^4 + 2y^3 + (1-4m)y^2 = 0$$

$$y^2 + 2y + 1 - 4m = 0$$

$$\Delta_{41} =$$

$$y^4 + 2y^3 + (1-4m)y^2 = 0$$

$$y^2 + 2y + 1 - 4m = 0$$

$$\Delta_{42} =$$

$$y^4 + 2y^3 + (1-4m)y^2 = 0$$

$$y^2 + 2y + 1 - 4m = 0$$

$$\Delta_{43} =$$

$$y^4 + 2y^3 + (1-4m)y^2 = 0$$

$$y^2 + 2y + 1 - 4m = 0$$

$$\Delta_{44} =$$

$$y^4 + 2y^3 + (1-4m)y^2 = 0$$

$$y^2 + 2y + 1 - 4m = 0$$

$$\Delta_{45} =$$

$$y^4 + 2y^3 + (1-4m)y^2 = 0$$

$$y^2 + 2y + 1 - 4m = 0$$

$$\Delta_{46} =$$

$$y^4 + 2y^3 + (1-4m)y^2 = 0$$

$$y^2 + 2y + 1 - 4m = 0$$

$$\Delta_{47} =$$

$$y^4 + 2y^3 + (1-4m)y^2 = 0$$

$$y^2 + 2y + 1 - 4m = 0$$

$$\Delta_{48} =$$

$$y^4 + 2y^3 + (1-4m)y^2 = 0$$

$$y^2 + 2y + 1 - 4m = 0$$

$$\Delta_{49} =$$

$$y^4 + 2y^3 + (1-4m)y^2 = 0$$

$$y^2 + 2y + 1 - 4m = 0$$

$$\Delta_{50} =$$

$$y^4 + 2y^3 + (1-4m)y^2 = 0$$

$$y^2 + 2y + 1 - 4m = 0$$

$$\Delta_{51} =$$

$$y^4 + 2y^3 + (1-4m)y^2 = 0$$

$$y^2 + 2y + 1 - 4m = 0$$

$$\Delta_{52} =$$

$$y^4 + 2y^3 + (1-4m)y^2 = 0$$

$$y^2 + 2y + 1 - 4m = 0$$

$$\Delta_{53} =$$

$$y^4 + 2y^3 + (1-4m)y^2 = 0$$

$$y^2 + 2y + 1 - 4m = 0$$

$$\Delta_{54} =$$

$$y^4 + 2y^3 + (1-4m)y^2 = 0$$

$$y^2 + 2y + 1 - 4m = 0$$

$$\Delta_{55} =$$

$$y^4 + 2y^3 + (1-4m)y^2 = 0$$

$$y^2 + 2y + 1 - 4m = 0$$

$$\Delta_{56} =$$

$$y^4 + 2y^3 + (1-4m)y^2 = 0$$

$$y^2 + 2y + 1 - 4m = 0$$

$$\Delta_{57} =$$

$$y^4 + 2y^3 + (1-4m)y^2 = 0$$

$$y^2 + 2y + 1 - 4m = 0$$

$$\Delta_{58} =$$

$$y^4 + 2y^3 + (1-4m)y^2 = 0$$

$$y^2 + 2y + 1 - 4m = 0$$

$$\Delta_{59} =$$

$$y^4 + 2y^3 + (1-4m)y^2 = 0$$

$$y^2 + 2y +$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

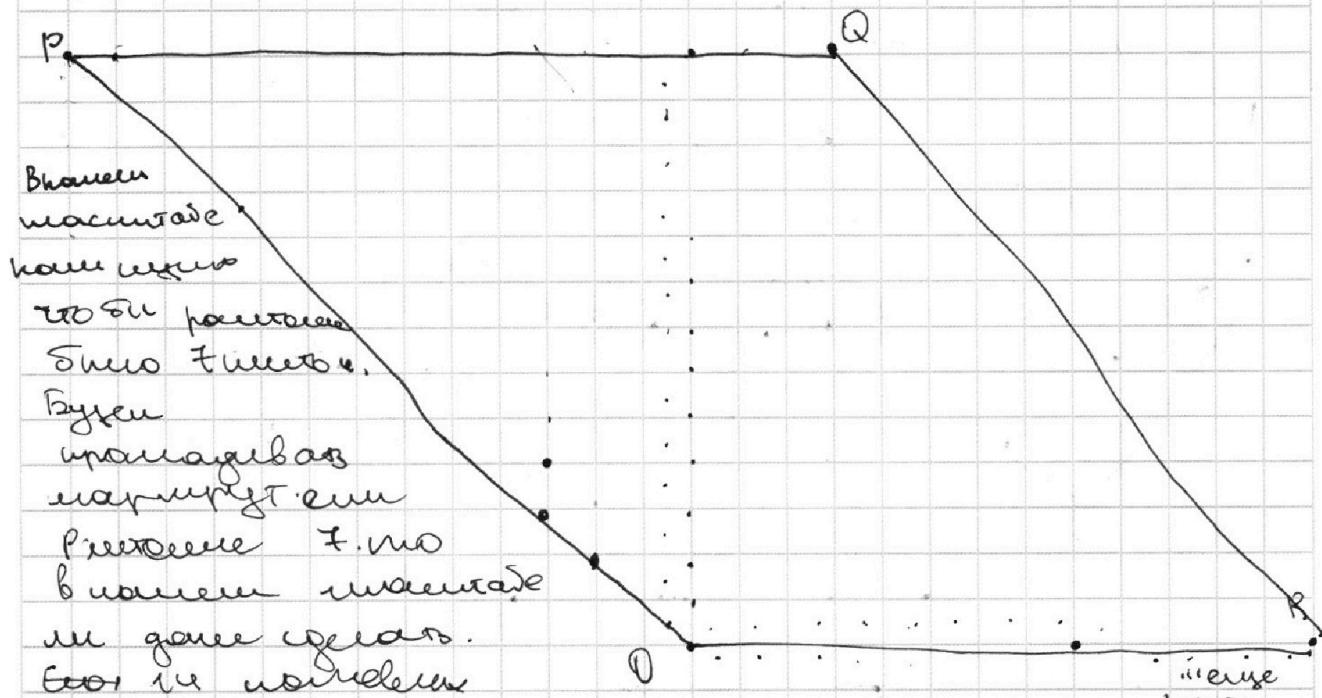
- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Задачи наше тоге на $O(0,0)$ $P(-26,26)$
 $Q(6,26)$ $R(32,0)$ төсөн салуу $x_2 - x_1$
 үзүүлүүчөө лагбас, то еэс менен калуун призета
 9-ж мадых 2-мөнкөн төрөлдүүчүүд $x_2 - x_1 + y_2 - y_1 = 14$

plus RCE e magazinat cu 2-3 mesecuri



Recent use more P. tenuirostris & uppers

которые все же есть в 6,5 км от с. Б.

но заметил что скрипка из которого был изг
чен ее скрипичный деревянный в коробке

→ que P maine n'a pas de métis - q.

как в где ногой упали не mere по стороне

PO вправе ~~з~~³ вознаграждения (они же 6 years
сроки на $P(-26,26) \rightarrow P(0)$ - первые 6 лет).

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

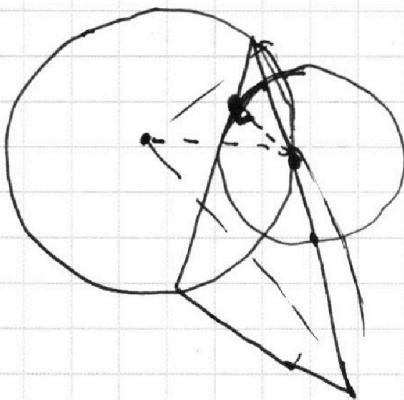
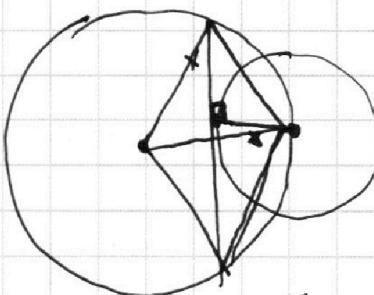
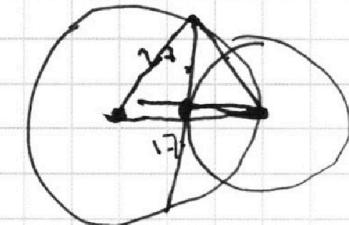
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$45x^2 + 45 = ?$$

$$17^2 x^2 + 45 = ?$$

$$? = 8 \cdot 2\sqrt{2} \sin \beta \cos \beta$$

$$? = 2 \cdot 5 \cdot \sqrt{2} \sin \alpha \cos \beta$$

$$2\sqrt{2} \cos \alpha \sin \beta$$

$$? = \frac{5 \sin 2\gamma}{\cos \gamma \cdot \sin \beta} = \frac{2,5 \sin 2\beta}{\cos \beta \cdot \sin \gamma}$$

$$y = 8b - ax$$

$$x^2 + y^2 \leq 1.$$

$$\frac{2 \sin 2\gamma}{\cos \gamma \cdot \sin \beta} = \frac{2,5 \sin 2\beta}{\cos \beta \cdot \sin \gamma}$$

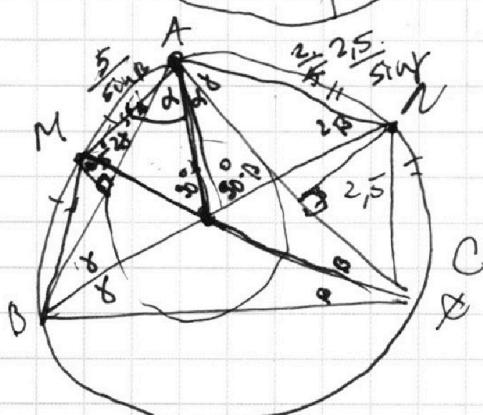
$$\frac{4 \sin \gamma \cos \beta}{\cos \gamma \cdot \sin \beta} = \frac{2 \sin \beta \cos \beta}{\cos \beta \cdot \sin \gamma}$$

$$3x^2 - 6x + 2 \geq 0 \quad \frac{2 \sin \gamma}{\sin \beta} = \frac{\sin \beta}{\sin \gamma}$$

$$3x^2 + 3x + 1 \geq 0$$

$$3x^2 - 6x + 2 + 3x^2 + 3x + 1 = 2\sqrt{5} =$$

$$= 1 - g \cdot x + 8(1 - x)^2 - 18x$$



$$\sin B = \frac{5}{?} \Rightarrow ? = \frac{5}{\sin B}$$

$$180^\circ - \beta - \alpha - (180^\circ - 2\alpha - 2\beta)$$

$$180^\circ - \beta - \alpha - 2\beta$$

$$90^\circ - \beta$$

$$2 \sin^2 \beta = \sin^2 \gamma$$

$$\sin \beta = \sqrt{2} \cdot \sin \gamma \quad \text{and} \quad \frac{\cos \gamma \cdot \sin \beta}{5} = \frac{\cos \gamma \cdot \sin \beta}{5} = \frac{\cos \gamma \cdot \sin \beta}{?}$$

$$\frac{\cos \beta \cdot \sin \gamma}{2,5} = \frac{\sin 2\beta}{?}$$