



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 14



1. [4 балла] Натуральные числа a , b , c таковы, что ab делится на $3^{14}7^{13}$, bc делится на $3^{19}7^{17}$, ac делится на $3^{23}7^{42}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .

2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-9ab+b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2-5x+6}-\sqrt{3x^2+x+1}=5-6x.$$

4. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , диаметр AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC=1$ и $BC=25$. Найдите длину общей касательной к окружностям ω и Ω .

5. [4 балла] Ненулевые действительные числа x , y , z удовлетворяют равенствам

$$5x-y=3z \quad \text{и} \quad \frac{8}{x}+\frac{1}{y}=\frac{15}{z}.$$

Найдите наименьшее возможное значение выражения $\frac{25x^2-y^2-z^2}{y^2+3z^2}$.

6. [5 баллов] Из пункта A в пункт B выезжают одновременно велосипедист и мотоциклист. Оба они движутся с постоянной скоростью, и мотоциклист прибывает в пункт B на 1 час раньше велосипедиста. Если бы велосипедист ехал со своей скоростью в течение того времени, что понадобилось мотоциклисту на дорогу от A к B , а мотоциклист – в течение того времени, что понадобилось велосипедисту на этот путь, то мотоциклист проехал бы на 49 километров больше. Если бы скорость каждого из них возросла на 7 км/ч, то велосипедист приехал бы в B на 36 минут позже ~~велосипедиста~~ ^{мотоциклиста}. Найдите расстояние между A и B .

7. [6 баллов] Вписанная окружность ω прямоугольного треугольника ABC с прямым углом B касается его сторон CA , AB , BC в точках D , E , F соответственно. Луч ED пересекает прямую, перпендикулярную BC , проходящую через вершину C , в точке Y ; X – вторая точка пересечения прямой FY с окружностью ω . Известно, что $EX = \sqrt{2}XY$. Найдите отношение $AD : DC$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$a, b, c \in \mathbb{N}$

$$ab : 3^{14} 7^{13};$$

$$bc : 3^{19} 7^{17};$$

$$ac : 3^{23} 7^{42};$$

Заметим, что для достижения мин. значения abc , в разложении чисел $a; b; c$ на простые множ-ли не должны содержаться другие простые числа, кроме 3 и 7, иначе abc будет не минимальным.

$\exists a = 3^m \cdot 7^n;$ где $m, n, R, t, p, s \in \mathbb{Z}$; больше, либо равные 0.

$b = 3^R \cdot 7^t;$

$c = 3^p \cdot 7^s;$

Тогда $abc = 3^{m+R+p} \cdot 7^{n+t+s} - \text{min. ?}$

Найти $\min(m+R+p); \min(n+t+s) - ?$

$\exists R < 5 \Rightarrow m > 9; p > 14;$

тогда $m+p > 23 : 23$

$\Rightarrow m+p \geq 46$

$\Rightarrow m+p+R \geq 46 > 28 \ominus$

$m+R : 14;$

$R+p : 19;$

$m+p : 23;$

$n+t : 13;$

$t+s : 17;$

$n+s : 42;$

$\exists R > 5$

Но тогда $p < 14$, иначе $R+p > 19$, т.е. $R+p \geq 38 > 28 \Rightarrow$

$\Rightarrow R+p+m \geq 38 \ominus$ Т.к. есть пример на $R+p+m = 28$.

Значит если $R > 5; p < 14 \Rightarrow m < 9$, иначе

$m+R \geq 15$, т.е. $m+R > 28 \ominus$

Пример на минимальное $m+p+R = 28$:

$R = 5;$

$m = 9;$

$p = 14;$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



51.

Значит $\min(m+p+r) = 28$.

Пример на $\min(s+n+t) = 51$; $t=9$;
 $n=17$;
 $s=25$;

$\neg s < 25 \Rightarrow$

$n > 17 \Rightarrow n+t \geq 26$, т.к. $n+t : 13$.

~~$s+t < 34$, но т.к. $s+t : 17$~~

Т.к. $n+t : 13$

~~$s \leq 17$; $\Rightarrow n \geq 25$~~

$n > 17 \Rightarrow n+t \geq 26$

$s+t : 17 \Rightarrow$ Если $s+t \geq 34$, $n > 17 \Rightarrow s+t+n \geq 34+18 > 51$ $\ominus$

$\ominus s+n+t \geq 17+35 > 51 \Leftarrow$ Если $s+t=17 \Rightarrow s \leq 17$ $\ominus$

$\Rightarrow n \geq 25$

$\neg s > 25 \Rightarrow n < 19$, иначе $s+n > 42 : 42$, т.е. $s+n \geq 84$

$\Rightarrow t+s \geq 34 : 17$.

т.е. $s+n+t \geq 84$ $\ominus$

$\Rightarrow n+t+s \geq 18+34=52 > 51$ $\ominus$

$n < 19$

$\Rightarrow \underline{\min(s+n+t) = 51}$. $\Rightarrow abc_{\min} = 3^{28} \cdot 7^{51}$;

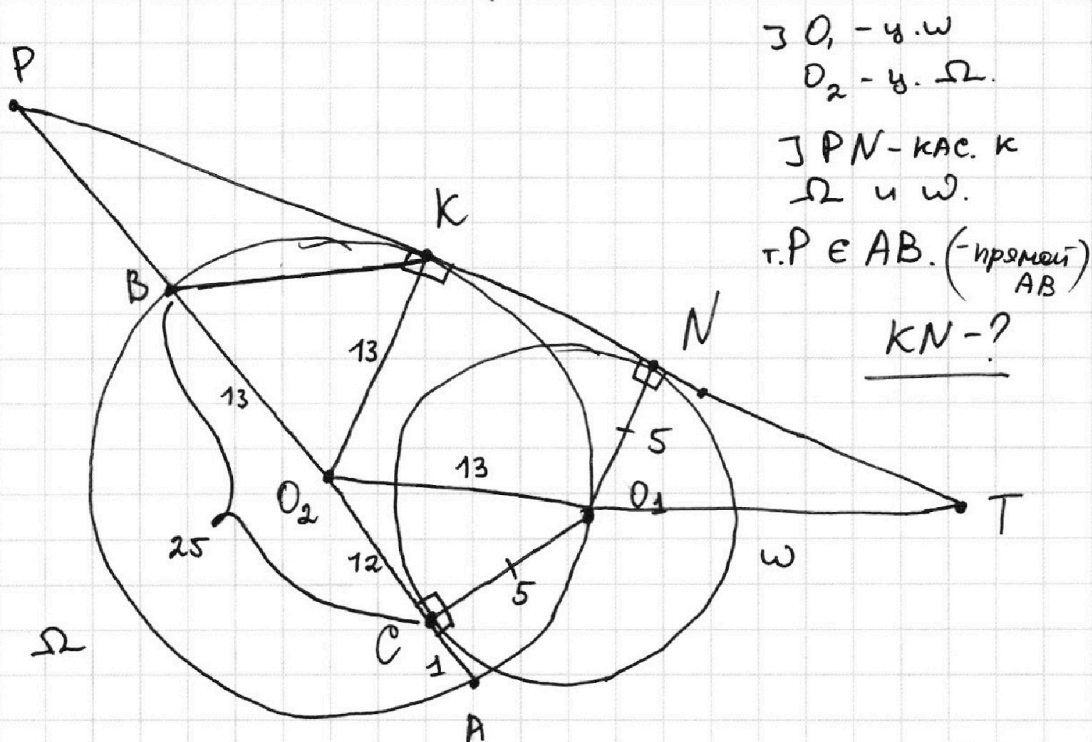
Ответ: $abc_{\min} = 3^{28} \cdot 7^{51}$;

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



54.



П.к. AB - диаметр и $AB = AC + BC = 26 \Rightarrow R_{\Omega} = \frac{26}{2} = 13$;

$\Rightarrow O_2K = O_2B = O_2C = O_2O_1 = 13$;
(т.к. $O_2 \in \Omega$)

П.к. $O_2A = 13$; $AC = 1 \Rightarrow O_2C = 12$. , заметим, что

ΔO_2CO_1 - прямоуго. и гипотенуза $O_1O_2 = 13$; катет
 $O_2C = 12 \Rightarrow O_1C = \sqrt{169 - 144} = \sqrt{25} = 5$;

$\Rightarrow R_{\omega} = O_1N = O_1C = 5$;

П.к. PK - касательная к Ω , а PA - секущая

$\Rightarrow$ Степень точки P относит. $\Omega = PK^2 = PB \cdot (PB + 26)$;

П.к. PC и PN касательные отрезки к ω .

$\Rightarrow PC = PN = PB + 25$;

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



✓5

$$x, y, z \neq 0;$$

$$(1) 5x - y = 3z; \Rightarrow y = 5x - 3z;$$

$$(2) \frac{8}{x} + \frac{1}{y} = \frac{15}{z} \quad / *xyz$$

$$8zy + xz = 15xy;$$

$$u_3 (1) \quad 8z(5x - 3z) + xz = 15(5x - 3z)x;$$

$$40zx - 24z^2 + xz = 75x^2 - 45zx;$$

$$75x^2 - 86xz + 24z^2 = 0;$$

$$\Delta = 86^2 z^2 - 4 \cdot 24 \cdot 75 z^2 = 196 z^2 = 14^2 z^2;$$

$$x_1 = \frac{86z + 14z}{150} = \frac{2}{3} z;$$

$$x_2 = \frac{86z - 14z}{150} = \frac{72}{150} z = \frac{12}{25} z;$$

$$(1en) \quad x = \frac{2}{3} z; \quad u_3 (1) \quad y = 5x - 3z = \frac{10}{3} z - 3z = \frac{1}{3} z;$$

$$\frac{25x^2 - y^2 - z^2}{y^2 + 3z^2} = \frac{\frac{25 \cdot 4}{9} z^2 - \frac{1}{9} z^2 - z^2}{\frac{1}{9} z^2 + 3z^2} = \frac{\frac{100 - 1 - 9}{9}}{\frac{28}{9}} =$$

$$= \frac{90}{28} = \frac{45}{14} = 3 \frac{3}{14};$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$\sqrt{5}$

(2сн)

$$x = \frac{12}{25} z;$$

$$u_3 \quad (1) \quad y = 5x - 3z$$

$$y = \frac{60}{25} z - \frac{75}{25} z = -\frac{15}{25} z = -\frac{3}{5} z;$$

$$(*) \quad \frac{25x^2 - y^2 - z^2}{y^2 + 3z^2} = \frac{\frac{144}{25} z^2 - \frac{9}{25} z^2 - \frac{25}{25} z^2}{\frac{9}{25} z^2 + \frac{75}{25} z^2} =$$

$$= \frac{110}{84} = \frac{55}{42} = 1 \frac{13}{42} < 3 \frac{3}{14};$$

$$\Rightarrow \text{мин. значение } (*) = 1 \frac{13}{42};$$

Ответ: $1 \frac{13}{42}$.

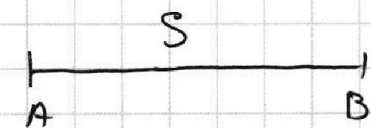
На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$\sqrt{6}$
 x - скорость вел-та (км/ч)
 y - скорость мот-та (км/ч)
 S - расстояние от A до B (км)
 $x, y > 0; S > 0$.

$$(1) Sx + xy = Sy;$$

$$\text{м.к. } \frac{S}{y} + 1 = \frac{S}{x};$$

$$\frac{S}{y} \cdot x + 49 = \frac{S}{x} y; \Rightarrow (2) Sx^2 + 49xy = Sy^2;$$

$$\frac{S}{x+7} = \frac{S}{y+7} + 0,6; \Rightarrow (3) Sy + 78 = Sx + 78 + 0,6xy + 42(x+y) + 29,4;$$

$$\text{из (1)} \quad 49Sx + 49xy = 49Sy; \Rightarrow 49S(y-x) = S(y-x) \cdot (x+y);$$

$$\text{из (2)} \quad Sx^2 + 49xy = Sy^2;$$

$$\Rightarrow 49S = S(x+y) \Rightarrow x+y = 49; \text{ тогда } y = 49-x;$$

$$\text{Тогда из (3)} \quad Sy = Sx + 0,6xy + 4,2 \cdot 49 + 29,4;$$

$$S(49-x) = Sx + 0,6x(49-x) + 235,2;$$

$$49S - Sx = Sx + 29,4x - 0,6x^2 + 235,2;$$

$$\Rightarrow 2Sx = 0,6x^2 - 29,4x + 49S - 235,2;$$

$$\text{из (1)}; \quad Sx + x(49-x) = S(49-x);$$

$$Sx + 49x - x^2 = 49S - Sx;$$

$$\Rightarrow 2Sx = x^2 + 49S - 49x;$$

$$\text{Тогда} \quad 0,6x^2 - 29,4x - 235,2 = x^2 - 49x;$$

$$0,4x^2 - 78,4x + 235,2 = 0; \quad / \cdot 10$$

$$4x^2 - 784x + 2352 = 0; \quad / : 4$$

$$x^2 - 196x + 588 = 0;$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

☐☐☐☐☐☒☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$\sqrt{b}$

$$2x^2 - 98x + 1176 = 0;$$

$$D = 98^2 - 8 \cdot 1176 = 196 = 14^2;$$

$$x_{1,2} = \frac{98 \pm 14}{4}; \quad x_1 = 28; \quad x_2 = 21; \quad \Rightarrow \quad y_1 = 49 - 28 = 21; \quad y_2 = 28;$$

Тогда из

$$(1) \quad 28S + 588 = 21S \quad \text{при } x, \text{ и } y_1$$

$$7S = -588 \Rightarrow S < 0 - \text{Противоречие,}$$

$$\text{тогда } x = 21; \quad y = 28 \text{ (км/ч);}$$

$$21S + 588 = 28S;$$

$$588 = 7S;$$

$$S = 84 \text{ (км);}$$

Ответ: $S = 84 \text{ км.}$

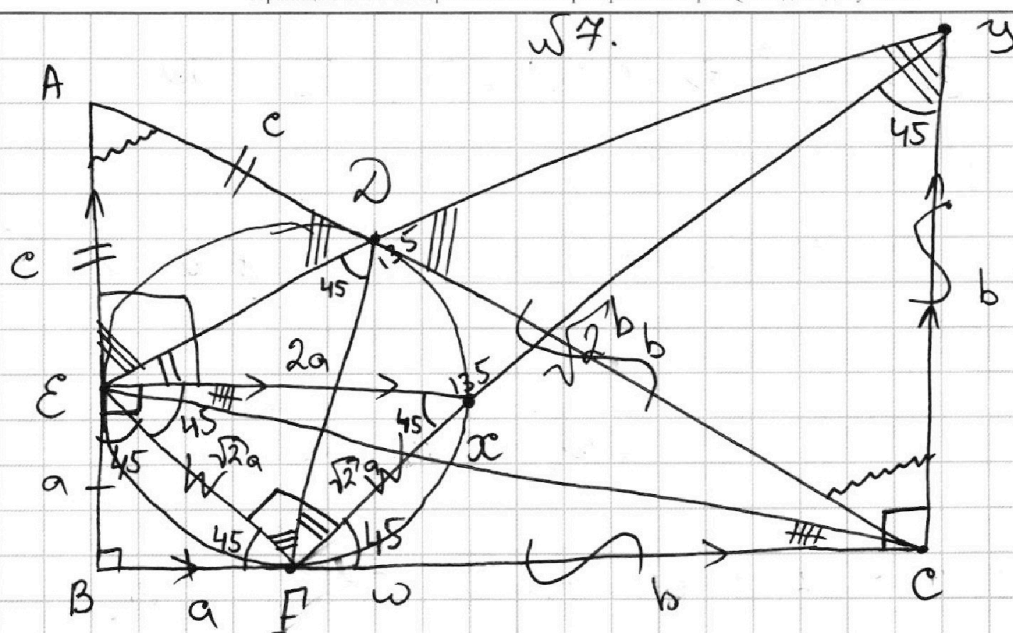
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$EX = \sqrt{2}XY;$$

$$\frac{AD}{DC} = ? \quad \frac{c}{b} = ?$$

П.к. BE и BF - касат. отрезки к ω .

$\Rightarrow BE = BF \Rightarrow \triangle EBF$ - прямоугол. и р/д.

$\Rightarrow \angle EBF = \angle EFB = \angle EDF = \angle EXF = 45^\circ$.

Т.к. AB и BC - касат.-ые к ω .

и углы опир. на EF.

П.к. $\angle DEX = \angle DFY$ (опир.-ся на $\widehat{DX}$) $\Rightarrow \triangle EXY \sim \triangle FDY$.
и $\angle FDY = \angle EXY = 135^\circ$

$$\Rightarrow \frac{EX}{XY} = \frac{FD}{DY} = \sqrt{2}; \quad \underline{FD = \sqrt{2}XY.}$$

Т.к. $AB \perp BC$ и $YC \perp BC \Rightarrow AB \parallel YC$.

Т.к. $AE = AD$; $FC = CD$; $\angle AEX = \angle EYC$ ($AB \parallel YC$);

$\angle ADE = \angle CDY$ (касательн. отр.) $\Rightarrow \triangle EAD$; $\triangle DCY$; $\triangle FCD$; $\triangle FCY$

- равнобедренные $\Rightarrow FC = CD = CY$.

Тогда $\triangle FCY$ - прямоугол. и р/д. $\Rightarrow \angle CFY = \angle FYC = \angle FEX = 45^\circ$ (опир. на FX);

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Тогда $\angle BEX = 90^\circ \Rightarrow EX \perp AB$; $BC \perp AB$.
 $\Rightarrow EX \parallel BC$.

Тогда $\angle EFH = 180 - 90 = 90^\circ \Rightarrow \triangle EFH$ - прям. и р/д.
 $\Rightarrow EF = FH$;

$\angle EFD = \angle ADE$, т.к. опр-ся на $\widehat{DE}$.

Заметим, что $\triangle EAD \sim \triangle DCY \Rightarrow \frac{AD}{DC} = \frac{ED}{DY}$;

т.е. $\frac{ED}{DY} = \frac{AD}{CY}$; $\frac{ED}{DY} = \frac{c}{b}$;

Д-тб: $EC = c$, тогда CD - бис-са в $\triangle ECY$
 $\Rightarrow \frac{ED}{DY} = \frac{c}{b}$;

Для $\triangle ABC$ по Т. Пифагора:

$$a^2 + 2ac + c^2 + a^2 + 2ab + b^2 = c^2 + 2bc + b^2$$
$$a^2 + ac + ab = bc;$$

$$EC^2 = a^2 + a^2 + 2ab + b^2;$$

Д-тб: $c^2 = 2a^2 + 2ab + b^2$;

$$EX^2 = EF^2 + FH^2 = 2EF^2 = 2(a^2 + a^2) = 4a^2$$

$$EX = 2a \Rightarrow xy = \sqrt{2} \cdot 2a$$



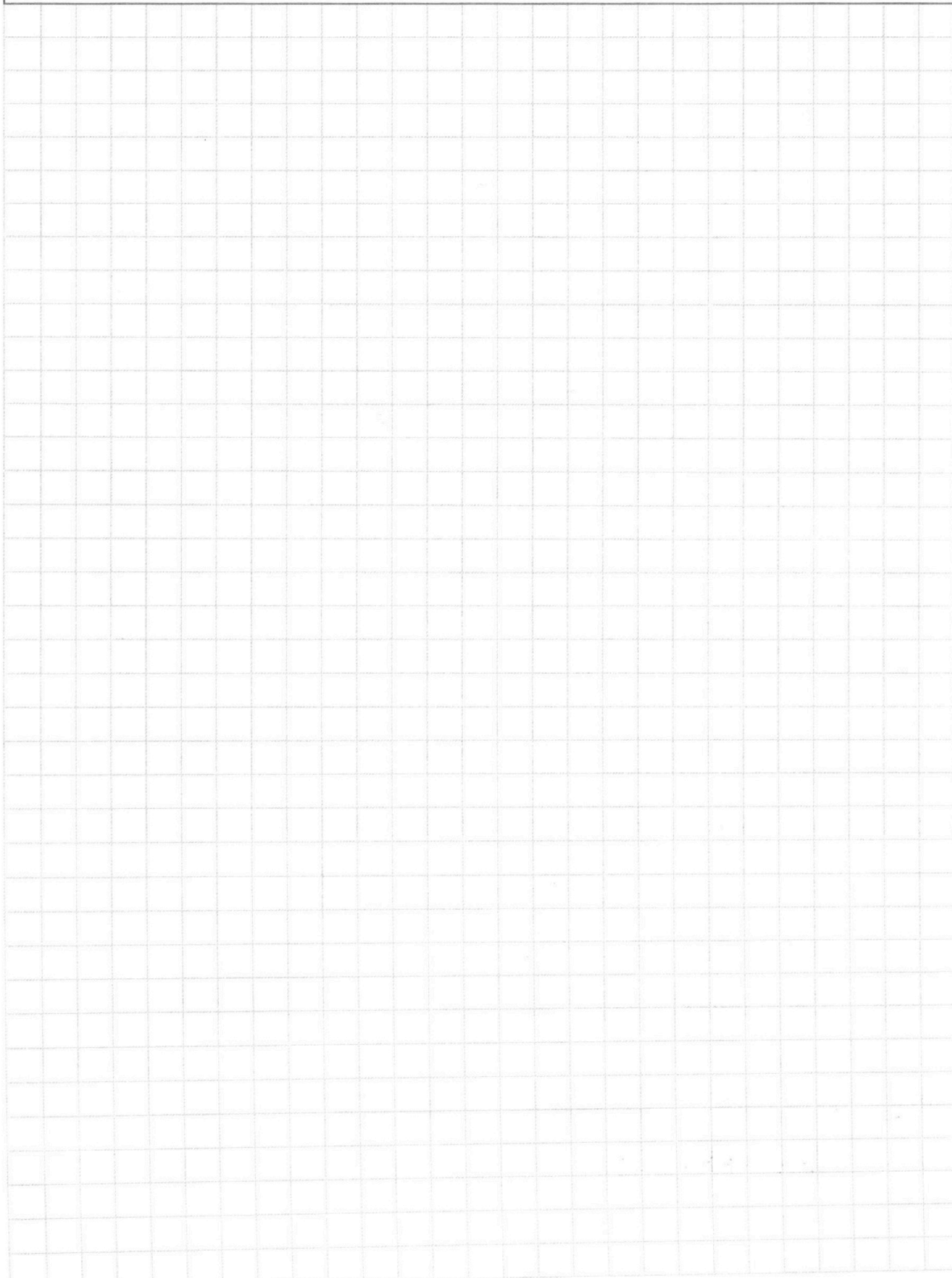
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$a, b, c \in \mathbb{N}$$

$$\overline{ab} \neq \overline{ba}$$

$$ab : 3^{14} 7^{13}$$

$$bc : 3^{19} 7^{17}$$

$$ac : 3^{23} 7^{42}$$

$$\overline{abc} - \text{мин. 3 знака?}$$

$$\overline{abc} : 3^{23} 7^{42}$$

$$(a; b) = 1$$

$$\frac{a+b}{a^2 - 9ab + b^2};$$

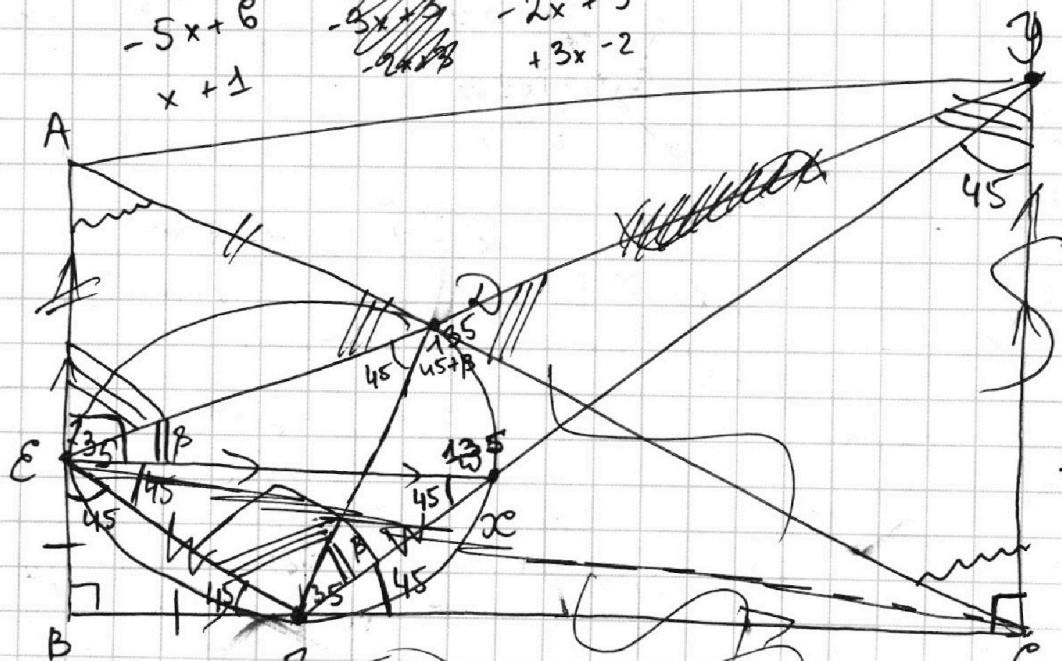
$$\text{м.н.а.и.д. ?}$$

$$\sqrt{3x^2 - 5x + 6} - \sqrt{3x^2 + x + 1} = 5 - 6x;$$

$$3x^2 - 5x + 6 - 2\sqrt{(3x^2 - 5x + 6)(3x^2 + x + 1)} + 3x^2 + x + 1 = 25 - 12x + 36x^2;$$

$$2\sqrt{(3x^2 - 5x + 6)(3x^2 + x + 1)} = -30x^2 + 56x - 18;$$

$$\begin{array}{r} -5x + 6 \\ x + 1 \\ \hline -5x + 6 \\ -2x + 3 \\ \hline -3x + 3 \\ -2x + 3 \\ \hline -3x - 2 \end{array}$$



$$\frac{AD}{DC} = \frac{EC}{AC}$$

$$\frac{AD}{DC} = \frac{ED}{DY}$$

$$\frac{EX}{FD} = \frac{XY}{DY}$$

$$EX = \sqrt{2}XY$$

$$\Rightarrow \frac{AD}{DC} \Rightarrow$$

$$FD = \sqrt{2}DY$$

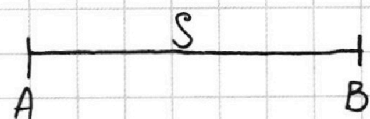
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

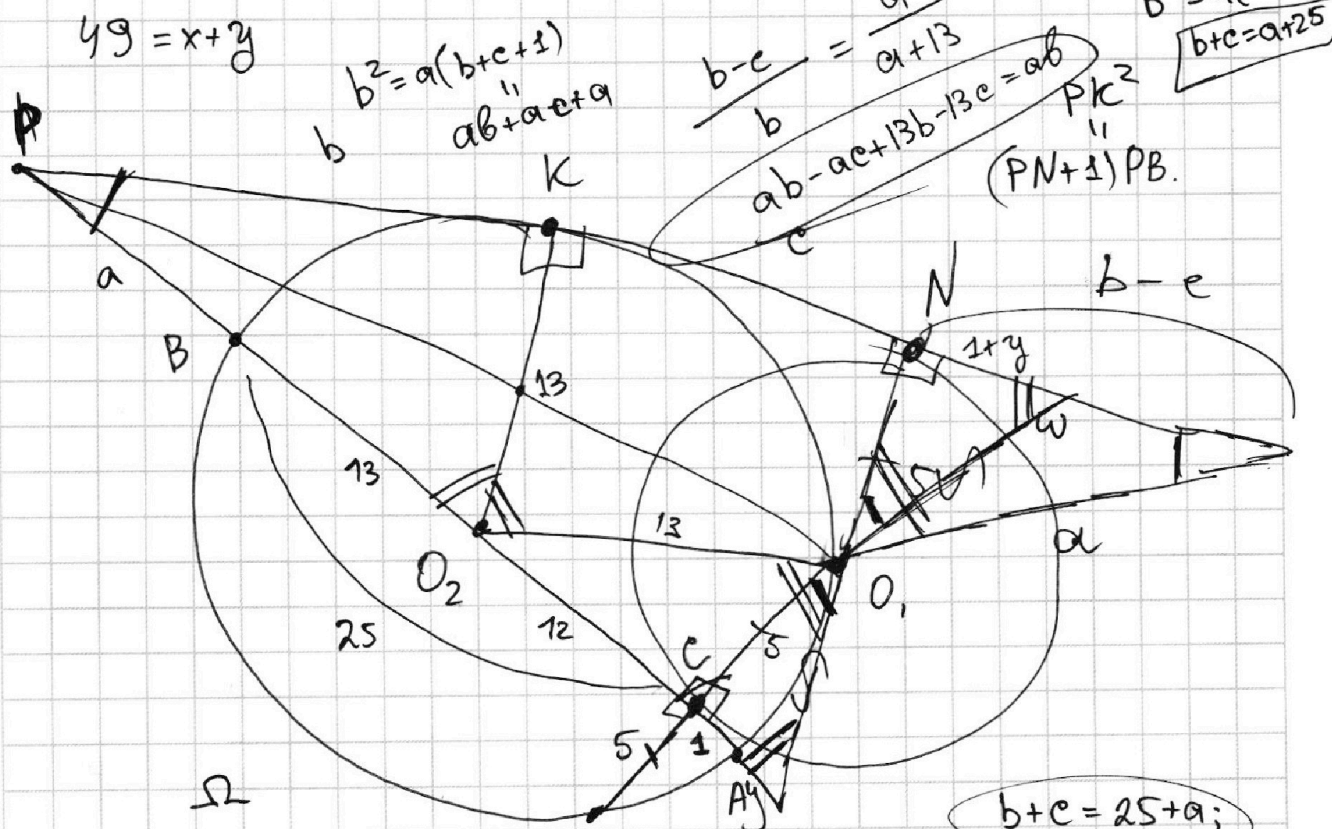
1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ



3 v_B - скорость велосипедиста. (км/ч)
 v_M - скорость мотоциклиста. (км/ч)
 S - расстояние от А до В (км)



$$\Omega$$

$$x, y, z \neq 0$$

$$5x - y = 3z$$

$$\frac{8}{x} + \frac{1}{y} = \frac{15}{z};$$

$$8zy + xz = 15xy;$$

$$25x^2 - 10xy + y^2 = 9z^2;$$

$$25x^2 - y^2 - z^2 = 8z^2 + 10xy - 2y^2$$

Намн.

$$\frac{25x^2 - y^2 - z^2}{y^2 + 3z^2};$$

25 =

$$\frac{25x^2 - y^2 - z^2}{y^2 + 3z^2}$$

$$b + c = 25 + a;$$

$$a(26 + a) = b^2;$$

$$26a + a^2 = b^2;$$

$$a(26 + a) = b^2$$

$$b = \sqrt{a(26 + a)}$$

$$\sqrt{a(26 + a)} + c = 25 + a.$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

~~8/11~~

$$S_x + xy = S_y$$

$$S_x^2 + 49xy = S_y^2$$

$$S_y + 7S = S_x + 7S + 0,6xy + 4,2x + 4,2y + 29,4$$

$$S_y = 49S_x = 184,28$$

$$y = 49x = 184,28$$

$$49 = x + y$$

$$D = 98^2 - 8 \cdot 1176$$

$$\begin{array}{r} 98 \\ \times 98 \\ \hline 784 \\ 882 \\ \hline 9604 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1176 \\ \times 8 \\ \hline 9408 \end{array}$$

$$9408$$

$$\begin{array}{r} 196 \\ 14 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 588 \\ \times 7 \\ \hline 4116 \end{array}$$

$$S(49-x) = S_x + 0,6x(49-x) + 235,2$$

$$49S - S_x = S_x + 29,4x - 0,6x^2 + 205,8$$

$$49S = 2S_x + 28,8x$$

$$\begin{array}{r} 21 \\ \times 28 \\ \hline 168 \\ 428 \\ \hline 588 \end{array}$$

$$98 + 14 = 112$$

$$8x + 49x - x^2 = 49S$$

$$4S = x - 20,2$$

$$4S_x = x^2 - 20,2x$$

$$2S_x + 49S = 28,8x$$

$$2S_x - 49S = x^2 - 49x$$

$$S_x + x(49-x) = S(49-x)$$

$$S_x + 49x - x^2 = 49S - S_x$$

$$2S_x = x^2 + 49S - 49x$$

$$2S_x = 28,8x - 49S$$

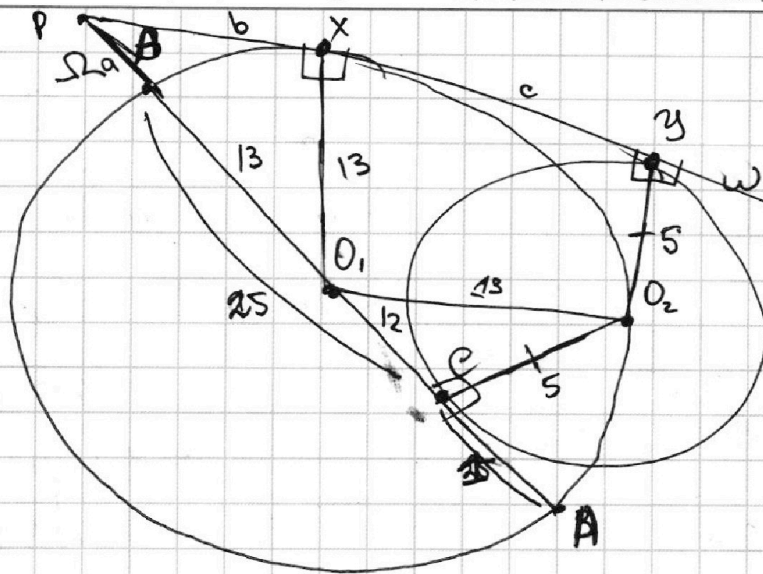
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ



$xy = ?$

$c = ?$

$$R_{\Omega} = \frac{26}{2} = 13$$

$$PC = PY.$$

$$26a = b^2$$

$$(13+a)^2 = b^2 + 169$$

$$169 + 26a + a^2 = b^2 + 169$$

$$169 + 26a + a^2 = 26a + 169$$

$$a = 0$$

$$a, b > 0$$

$$169 + 26a + a^2 = 169 + b^2;$$

$$a^2 + 26a = 26a^2$$

$$25a^2 = 26a$$

$$25a = 26$$

$$a = 1.04$$

$$a(26+a) = b^2$$

$$26a + a^2 = b^2$$

$$a^2 + 26a + 169 = b^2 + 169$$

$$a^2 + 26a = 26a^2$$

$$\begin{array}{r} 44 \\ \times 44 \\ \hline 176 \\ 176 \\ \hline 1936 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 45 \\ \times 45 \\ \hline 225 \\ 180 \\ \hline 2025 \end{array}$$

$$4.24 = 96$$

$$\begin{array}{r} 96 \\ \times 75 \\ \hline 480 \\ 672 \\ \hline 7200 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 96 \\ \times 96 \\ \hline 576 \\ 864 \\ \hline 9216 \end{array}$$

$$25 + a = b + c$$

$$3216 - 7200 = 2016$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\frac{S}{v_M} + 1 = \frac{S}{v_B}$$

$$\frac{S}{v_M} \cdot v_B + 49 = \frac{S}{v_B} \cdot v_M$$

$$\frac{S}{v_B + 7} = \frac{S}{v_M + 7} + \frac{36}{60} \cdot 0,6$$

$$49 \cdot 0,6 = \frac{9^2 \cdot 6}{10} = \frac{243}{5}$$

$$\frac{49}{\frac{243}{5}} = \frac{4,9 \cdot 6}{24 + 5,4}$$

$$S - ?$$

$$S \cdot v_B + v_B \cdot v_M = S \cdot v_M$$

$$S v_B^2 + 49 v_M v_B = S v_M^2$$

$$S v_M + 7 S = S v_B + 7 S$$

$$+ 0,6 v_M v_B$$

$$+ 4,2 v_M + 4,2 v_B$$

$$+ 29,4$$

$$S v_M = S v_B + 0,6 v_M v_B + 4,2 v_M$$

$$+ 4,2 v_B + 29,4$$

$$49 v_M v_B = 49 S v_M - 49 S v_B$$

$$49 v_M v_B = S v_M^2 - S v_B^2$$

$$49 S v_M + S v_B^2 = 49 S v_B + S v_M^2$$

$$49 S (v_M - v_B) = S (v_M - v_B) (v_M + v_B)$$

$$49 = v_M + v_B$$

$$v_B = 49 - v_M$$

$$\begin{array}{r} 2352 \overline{) 1176} \\ \underline{915} \\ 14 \\ \underline{12} \end{array}$$

$$\cancel{49 S - S v_M} + \cancel{49 S}$$

$$S (49 - v_M) + (49 - v_M) v_M = S v_M$$

$$49 S - S v_M + 49 v_M - v_M^2 = S v_M$$

$$49 S = v_M^2 + 2 S v_M - 49 v_M$$

$$49 \cdot 4 = 196$$

$$v_M^2 + v_M (2 S - 49) - 49 S; (2 S - 7)(2 S + 7)$$

$$v_{M,2} = \frac{49 - 2 S \pm \sqrt{4 S^2 - 196 S + 49^2 + 196 S}}{2}$$

$$\begin{array}{r} 0,4 v^2 \\ 1176 \\ \underline{220} \\ 152 \\ \underline{196} \end{array}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$a, b, c \in \mathbb{N}$.

abc - мин.

$$ab : 3^{14} 7^{13};$$

$$bc : 3^{19} 7^{17};$$

$$ac : 3^{23} 7^{42};$$

$$a = 3^m \cdot 7^n$$

$$b = 3^R \cdot 7^t$$

$$c = 3^P \cdot 7^S$$

$$abc = 3^{m+R+P} \cdot 7^{n+t+S}$$

Тогда чтобы
 abc было мин
нужно чтобы

$$ab = 3^{14} \cdot 7^{13}$$

$$bc = 3^{19} \cdot 7^{17}$$

$$ac = 3^{23} \cdot 7^{42}$$

$$m+R = 14;$$

$$R+P = 19;$$

$$m+P = 23;$$

$$2(m+R+P) = 56$$

$$m+R+P = 28$$

$$m+R : 14$$

$$R+P : 19$$

$$m+P : 23$$

$$n+t = 13$$

$$t+S = 17$$

$$n+S = 42$$

$$2(t+n+S) = 72$$

$$t+n+S = 36$$

$$\min(m+R+P) = 28$$

$$n+t : 13$$

$$t+S : 17$$

$$n+S : 42$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$

$$n+t+S : 36$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7
☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$x, y, z \neq 0$$

Наши. знае.

$$\frac{25x^2 - y^2 - z^2}{y^2 + 3z^2} = ?$$

$$5x - y = 3z;$$

$$y = 5x - 3z$$

$$\frac{8}{x} + \frac{1}{y} = \frac{15}{z};$$

$$144 - 34$$

$$8zy + xz = 15xy;$$

$$\frac{110}{84}$$

$$8z(5x - 3z) + xz = 15x(5x - 3z);$$

$$40xz - 24z^2 + xz = 75x^2 - 45xz;$$

$$75x^2 + 24z^2 - 96xz = 0$$

$$75x^2 - 96xz + 24z^2 = 0;$$

$$\cancel{24z^2 - 96xz}$$

$$\cancel{24z^2 - 96xz} = 4 \cdot 75 \cdot 24$$

$$D = 86^2 - 4 \cdot 24 \cdot 75 = 196 = 14^2$$

$$\begin{array}{r} 25 \\ \times 25 \\ \hline 125 \\ 7200 \\ \hline 625 \end{array}$$

$$x_1 = \frac{86z - 14z}{150} = \frac{72z}{150} = \frac{36z}{75} = \frac{12z}{25}$$

$$\begin{array}{r} 86 \\ \times 86 \\ \hline 1516 \\ 688 \\ \hline 7396 \end{array}$$

$$x_2 = \frac{100z}{150} = \frac{2}{3}z;$$

$$\text{len } x = \frac{12}{25}z$$

$$y = 5x - 3z = \frac{60}{25}z - 3z = 2\frac{10}{25}z - 3z = -\frac{15}{25}z = -\frac{3}{5}z$$

$$\frac{25x^2 - y^2 - z^2}{y^2 + 3z^2} = \frac{25 \cdot \frac{144}{625}z^2 - \frac{9}{25}z^2 - z^2}{\frac{9}{25}z^2 + 3z^2} = \frac{144 - 9 - 25}{25} = \frac{110}{25}$$

$$\begin{array}{l} 14 \\ 28 \\ 42 \end{array}$$