



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 13



1. [4 балла] Натуральные числа a , b , c таковы, что ab делится на $3^{11}7^{11}$, bc делится на $3^{18}7^{16}$, ac делится на $3^{21}7^{38}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .

2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-8ab+b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2-3x+4}-\sqrt{2x^2+x+3}=1-4x.$$

4. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , диаметр AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC=1$ и $BC=16$. Найдите длину общей касательной к окружностям ω и Ω .

5. [4 балла] Ненулевые действительные числа x , y , z удовлетворяют равенствам

$$3x+2y=z \quad \text{и} \quad \frac{3}{x}+\frac{1}{y}=\frac{2}{z}.$$

Найдите наибольшее возможное значение выражения $\frac{3x^2-4y^2-z^2}{x^2-6y^2}$.

6. [5 баллов] Из пункта A в пункт B выезжают одновременно велосипедист и мотоциклист. Оба они движутся с постоянной скоростью, и мотоциклист прибывает в пункт B на 2 часа раньше велосипедиста. Если бы велосипедист ехал со своей скоростью в течение того времени, что понадобилось мотоциклисту на дорогу от A к B , а мотоциклист – в течение того времени, что понадобилось велосипедисту на этот путь, то мотоциклист проехал бы на 96 километров больше. Если бы скорость каждого из них возросла на 6 км/ч, то велосипедист приехал бы в B на 1 час 15 минут позже велосипедиста. Найдите расстояние между A и B .
7. [6 баллов] Вписанная окружность ω прямоугольного треугольника ABC с прямым углом B касается его сторон CA , AB , BC в точках D , E , F соответственно. Луч ED пересекает прямую, перпендикулярную BC , проходящую через вершину C , в точке Y ; X – вторая точка пересечения прямой FY с окружностью ω . Известно, что $EX=2\sqrt{2}XY$. Найдите отношение $AD:DC$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

1. Ответ: $3^{25} 7^{38}$.

Пример: $a = 3^4 7^{22}$; $b = 3^4$; $c = 3^{14} 7^{16}$

Решение:

~~Вопросительно~~, заметим, что если

$a, b, c: 3^{11}, 3^{18}, 3^{21}$, то $a^2 b^2 c^2: 3^{11} \cdot 3^{18} \cdot 3^{21} = 3^{50}$, то есть $abc = \sqrt{a^2 b^2 c^2}$, значит будет

кратно, как минимум 3^{25} , потому что
если $abc: 3^{25}$, то $(abc)^2: (3^{25})^2$. Заметим,
что т.р. $a, c: 7^{38}$, то $abc: 7^{38}$, тогда $abc: 3^{25} 7^{38}$,
а наименьшее число, кратное $3^{25} 7^{38}$,
это и есть $3^{25} 7^{38}$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

2. Если $\frac{a}{b}$ - несократимая дробь, то у a и b (сноду)
Тогда $a+b \equiv b \pmod{a}$, и $a+b \equiv a \pmod{b}$, тогда
числа $a, b, a+b$ - взаимно простые. Мы ищем
наибольший общий делитель чисел $a+b$ и
 $a^2 - 8ab + b^2$. Заметим, что $a^2 - 8ab + b^2 = (a+b)^2 - 10ab$
Тогда если ищем НОД $a+b$ и $(a+b)^2 - 10ab$,
заметим, что $(a+b)^2 \div a+b$, тогда если ищем
и НОД $a+b$ и $10ab$. Заметим, что $a+b$
не делится ни на один из делителей
ни числа a ни числа b , тогда $a+b$
может делиться либо на 2 либо на b ,
либо на 5, заметим, что 10 - наибольшее
из этого списка, то есть НОД $(a+b, 10ab) = 10$, то есть НОД $a+b$ и $(a+b)^2 - 10ab = 10$,
НОД $a+b$ и $a^2 - 8ab + b^2 = 10$, то есть
наибольшее $m = 10$.

Ответ: 10

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

3. Пусть

$$a = 2x^2 - 3x + 4$$

$$b = 2x^2 + x + 3, \text{ тогда } \sqrt{a} - \sqrt{b} = a - b,$$

$$\text{пусть } x = \sqrt{a}, y = \sqrt{b}, \text{ тогда}$$

$$x - y = x^2 - y^2; x - y = (x - y)(x + y) \text{ сокращаем,}$$

что $x - y \neq 0$, тогда

$$x + y = 1$$

$$\sqrt{a} + \sqrt{b} = 1$$

$$\sqrt{2x^2 - 3x + 4} + \sqrt{2x^2 + x + 3} = 1, \text{ вычтем из этого}$$

$$\sqrt{2x^2 - 3x + 4} + \sqrt{2x^2 + x + 3} - (\sqrt{2x^2 - 3x + 4} - \sqrt{2x^2 + x + 3}) = 1 - (1 - 4x)$$

$$2\sqrt{2x^2 + x + 3} = 4x$$

$$\sqrt{2x^2 + x + 3} = 2x$$

$$2x^2 + x + 3 = 4x^2$$

$$-2x^2 + x + 3 = 0$$

$$D = 1 + 24 = 25$$

$$x_1 = \frac{-1 + 5}{-4}; x_2 = \frac{-1 - 5}{-4}$$

$$x_1 = -1$$

$$x_2 = 1,5$$

Положим $x = y$ и заметим, что
они оба равны 0, а значит
тогда $x = y = 0$. Проверим
это, то есть либо решение
нет вообще, либо это есть при
 $x = y = 0$, то есть при

$$\sqrt{2x^2 - 3x + 4} - \sqrt{2x^2 + x + 3} = 0, \text{ то есть}$$

$$1 - 4x = 0, \text{ заметим, что}$$

при $x = \frac{1}{4}$ последнее равенство
выполнено, тогда ответ: $x = \frac{1}{4}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

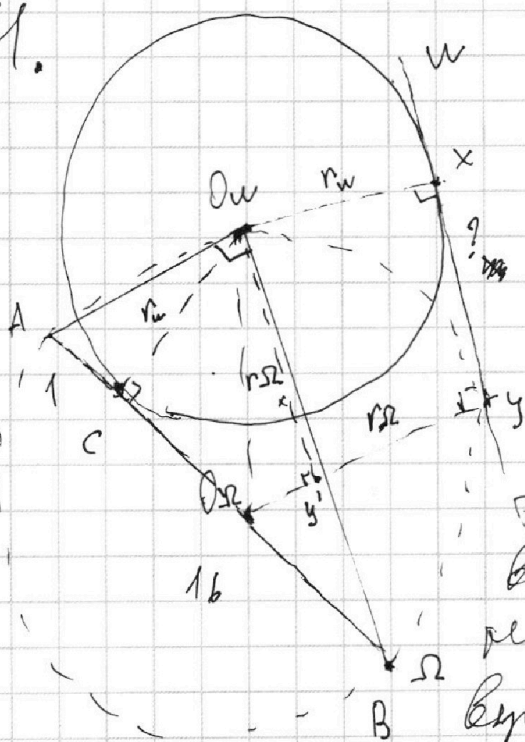
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

4.



Пусть центр $W - O_W, \Omega - O_\Omega$.
Заметим, что $\angle A O_W B = 90^\circ$,
как вписанный в Ω , опира-
ющийся на диаметр AB .
 $\angle O_W C B = 90^\circ$, т.к. O_C -радиус,
проведенный к касатель-
ной AB . Тогда заме-
тим, что $O_W C$ - высота, про-
веденная в прямоуголь-
ном треугольнике $\triangle A O_W B$, а
внешний угол $\Rightarrow$

$$O_W C = \sqrt{AC \cdot CB} = \sqrt{1 \cdot 16} = 4. \text{ Заметим, что}$$

$O_W C$ - это радиус W , то есть $r_W = O_W C = 4$. Если AB -
диаметр, то $r_\Omega = \frac{AB}{2} = \frac{AC + CB}{2} = \frac{1 + 16}{2} = 8,5$.

Пусть общая касательная касается
 W в точке X , а Ω в точке Y . Тогда $O_W X \perp$
 $O_\Omega Y \perp X = 90^\circ$. проведем перпендикуляр из
 O_W на $O_\Omega Y$, пусть пересечение этого пер-
пендикуляра и $O_\Omega Y$ - точка Y' . Тогда, т.к.
 $O_W Y' Y \perp Y' Y X = O_W X Y = 90^\circ$ - $O_W X Y Y'$ - прямо-
угольник и $X Y = O_W Y'$, то есть можем

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

нужно найти $O_W Y'$. Заметим, что
 $O_W Y'$ - катет в прямоугольном треугольнике
 $O_W O_\Omega Y'$, где заметим, что $O_W O_\Omega =$
 $r_\Omega = 8,5$, т.к. O_W находится на O_Ω . $O_\Omega Y' =$
 y . $O_\Omega Y - Y'Y = r_\Omega - r_W = 8,5 - 4 = 4,5$, т.к. $Y'Y = O_W X$. Тогда
по теореме Пифагора $X Y = O_W Y' = \sqrt{O_W O_\Omega^2 - O_\Omega Y'^2} =$
 $= \sqrt{8,5^2 - 4,5^2} = \sqrt{72,25 - 20,25} = \sqrt{52}$

Ответ: $\sqrt{52}$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Докажем, что этот случай возможен, приведем
пример таких x, y, z .

$x = 2; y = -1; z = 4$ условиям выполняются, а

$$\frac{3x^2 - 4y^2 - z^2}{x^2 - 6y^2} = \frac{12 - 4 - 16}{4 - 6} = \frac{-8}{-2} = 4$$

Ответ: 4

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☒

6
☐

7
☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

5. ~~Задача~~ Подставим 2 во второе уравнение,
получим $\frac{3}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{3x+2y} \quad | \cdot xy(3x+2y)$

$$3 \cdot y \cdot (3x+2y) + x \cdot (3x+2y) = 2xy$$

$$9xy + 6y^2 + 3x^2 + 2yx = 2xy$$

$$3x^2 + 9yx + 6y^2 = 0 \quad | : 3$$

$$x^2 + 3yx + 2y^2 = 0$$

~~Задача~~ Выразим x , через y

$$D = 9y^2 - 4 \cdot 2y^2 = y^2$$

$$x_{1,2} = \frac{-3y \pm \sqrt{y^2}}{2}$$

$$| x = -y; 2 = 3 \cdot (-y) + 2y = -y \quad (1)$$

$$| x = 2y; 2 = 3 \cdot 2y + 2y = 8y \quad (2)$$

Подставим x и 2 в выражение $\frac{3x^2 - 4y^2 - 2^2}{x^2 - 6y^2}$ для
первого случая:

$$\frac{3(-y)^2 - 4y^2 - (-y)^2}{(-y)^2 - 6y^2} = \frac{3y^2 - 4y^2 - y^2}{y^2 - 6y^2} = \frac{-2y^2}{-5y^2} = \frac{2}{5}$$

Подставим для второго случая:

$$\frac{3(-2y)^2 - 4y^2 - (-4y)^2}{(-2y)^2 - 6y^2} = \frac{12y^2 - 4y^2 - 16y^2}{4y^2 - 6y^2} = \frac{-8y^2}{-2y^2} = 4$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$7. \frac{8^2 (k+1)^2}{8^2 k(k+1)} = \frac{13}{3}$$

$$\frac{k+1}{k} = \frac{13}{3}, \text{ по свойству}$$

пропорции $3k+3 = 13k, 10k=3, k=\underline{0,3}$

Ответ: 0,3

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

МФТИ

[illegible]

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

4.

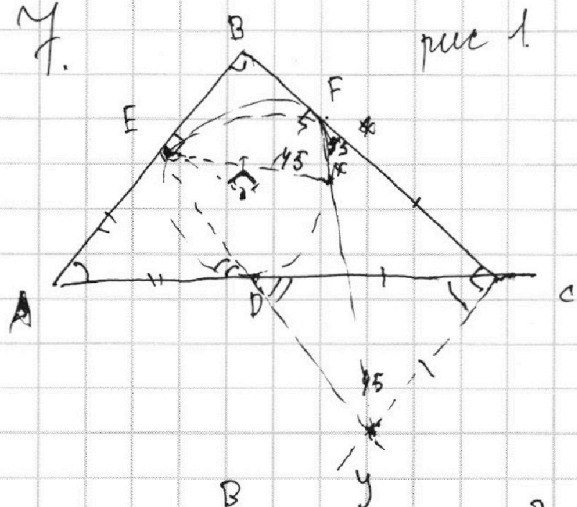


рис 1.

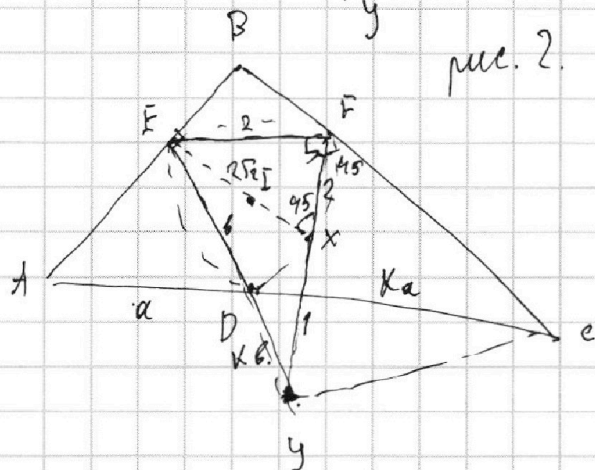


рис. 2.

1. $\text{Tr. } \angle ABC = \angle BCU = 90^\circ$,
 1. $AB \parallel UC$, $\angle BAC = \angle ACU$.
 1. ~~Значит~~, $\angle EDA = \angle UDC$,
 как вертикальные,
 тогда $\triangle AED$ и $\triangle DCU$.
 $\triangle DCU$. $\angle AED = \angle DCU$, как
 срезы параллельных,
 тогда $DC = CU$, из попо-
 лна. $FC = DC$, как
 срезы параллельных,
 тогда $FC = CU$, тогда
 $\triangle FCU$ - равнобедрен-
 ный, тогда $\angle CUF = \angle CFC$

$\angle YFC = \angle FYC = 45^\circ$. Зав ~~с~~ Пусть I центр
 ω , тогда $\angle IEB = \angle EBF = \angle BFI = 90^\circ$, тогда
 $\angle EIF = 90^\circ$, т.р. $EBFI$ - прямоугольник.
 Тогда $\angle EXF = \angle EIF = 90^\circ$, т.р. $\angle EIF$ - центральный,
 а $\angle EXF$ - вписанный. Тогда за-
 метим, что т.р. $\angle EXF = \angle XFC = 45^\circ$,
~~а~~ $EX \parallel FC$, $\angle EBC = \angle AEX = 90^\circ$, т.к. $\angle AFI = 90^\circ$, тогда E, I и X лежат на одной

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Четвертой, то есть EX - диаметр, TX проходит через центр (I). Тогда $\angle EFX = 90^\circ$, как опирающийся на диаметр, тогда заметим, что м.р. $\angle EXF = 45^\circ$, то $\triangle EFX$ - прямоугольный и равнобедренный. Тогда $\frac{EX}{FX} = \sqrt{2}$, а так $EX = 2\sqrt{2}$, то $FX = 2$, и $EF = 2$, как катеты. Пусть $AD = a$, ~~то~~ а $ED = b$, тогда из подобия $CD = ka$, $DY = kb$, тогда нам нужно найти k . Заметим, что м.р. YF и YE секущие окружности, то $YX \cdot YF = YD \cdot YE$ то есть $1 \cdot (1+2) = kb \cdot (kb+b)$, то есть $b^2 k(k+1) = 3$.

Заметим, что $\angle EYF = 90^\circ$ (по теореме о диаметре), то $EF^2 = EY^2 + FY^2 = 3^2 + 2^2 = 13$, то есть

$(kb+b)^2 = 13$, получаем систему:

$$\begin{aligned} b^2 k(k+1) &= 3 \\ (kb+b)^2 &= 13 \end{aligned} \quad \begin{aligned} b^2 k(k+1) &= 3 \\ b^2 (k+1)^2 &= 13 \end{aligned} \quad \begin{aligned} & \text{делим второе} \\ & \text{на первое} \end{aligned}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

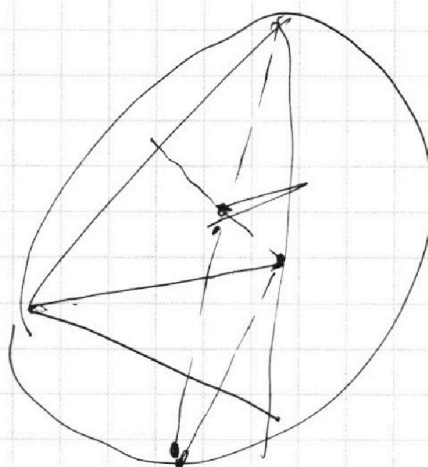
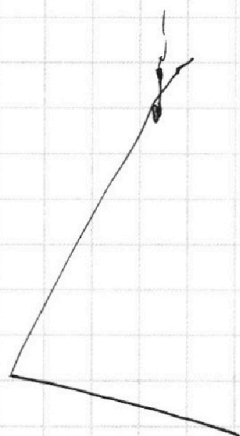
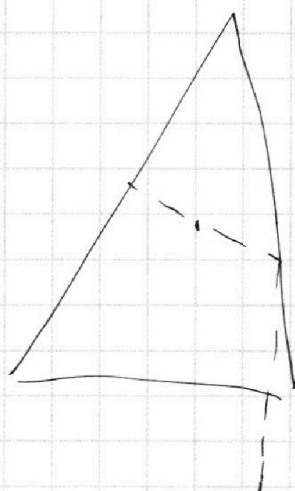
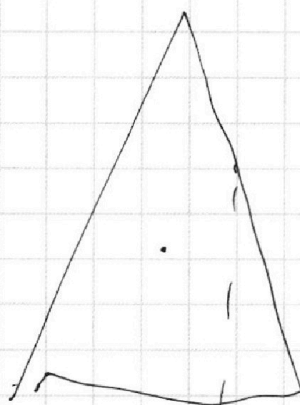
5
☐

6
☐

7
☐

 **МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} = a - b \quad 1 - 4 \cdot 1,5 - 6$$
$$\sqrt{2,25 + 1,5 + 3} = \sqrt{6,75} \quad \sqrt{2 + 3 + 4} = \sqrt{9} = 3$$
$$\sqrt{6,75} - 3 = 1 - 4 \cdot 1,5 - 6$$

$$x - y = x^2 - y^2$$

$$x - y = (x - y)(x + y) \quad 1 - 6 - 1,5 \cdot 3 = 1 - 4,5 - 4,5$$
$$x + y = 1 \quad \frac{1}{4} + 4$$

$$\sqrt{2x^2 - 3x + 4} + \sqrt{2x^2 + x + 3} = 1 \quad 5 + 1$$
$$2\sqrt{2x^2 + x + 3} = 4x \quad \sqrt{2 + 3 + 4} = \sqrt{9} = 3$$
$$\sqrt{2x^2 + x + 3} = 2x \quad 2 =$$

$$\sqrt{2x^2 + x + 3} = 2x$$

$$2x^2 + x + 3 = 4x^2$$

$$2x^2 - 3x + 3 = 0$$

$$D = 9 - 4 \cdot 2 \cdot 3$$

$$-2x^2 + x + 3$$

$$D = 1 + 4 \cdot 3 \cdot 2 = 1 + 24$$

$$\sqrt{1,45}$$

$$2 \cdot 2,25 - 4,5 + 4 = 1,45$$
$$6,25 - 4,5 = 1,75$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{t}{x} = \frac{t}{y} - 2 \sqrt{xy} \quad \frac{x \cdot t}{x} = \frac{y t}{x} + 96 \quad 22 \quad 38 - 16 =$$
$$\frac{t}{x+6} = \frac{t}{y+6} - 1,25 \quad a=3^4 \quad 2 \quad 25 \quad 3 \quad 11 + 18 + 31 \quad (x-1)$$
$$t \quad t \quad 0 \quad 1 + 113 \quad 2xy \quad = \frac{2xy}{(y+6)(x-y)} - 1,25$$
$$yt = xt - 2xy \quad 2xy \quad 27 \quad y = -1$$
$$t(x-y) = 2xy \quad a+b-2\sqrt{ab} = a^2b^2-2ab = 4$$
$$t = \frac{2xy}{x-y} \quad \frac{2xy}{x-y} \quad 12 - 4 - 16$$
$$\frac{3}{2} + \frac{1}{-1} = \frac{2}{4} \quad \frac{2x^2y}{y(x-y)} = \frac{2y^2x}{x(x-y)} + 9 \quad 6 \quad 5 \quad 38$$
$$\sqrt{a} - \sqrt{b} = a - b = 3^4 \cdot 4^{22}$$
$$\sqrt{a} - \sqrt{b} = a - b = 3^4 \cdot 4^{16}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

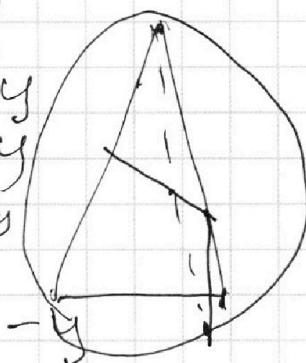
Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{3}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{3x+2y} \quad | \cdot 3y+2y$$

$$3y(3x+2y) + x(3x+2y) = 2xy$$

$$9xy + 6y^2 + 3x^2 + 2xy = 2xy$$

$$9xy + 6y^2 + 3x^2 = 0$$



$$9xy + 6y^2 + 3x^2 + 2xy = 2xy$$

$$6y^2 + 3x^2 + 9xy = 0 : 3$$

$$x^2 + 3xy + 6y^2 = 0$$

$$D = 9y^2 - 4 \cdot 6y^2 = -3y^2$$

$$x_1 = \frac{-3y \pm y}{2} = -y$$

$$x_2 = \frac{-3y - y}{2} = -2y$$

$$3 \cdot 4y^2 - 4y^2 - 16y^2 = 0$$

$$\frac{12y^2 - 4y^2 - 16y^2}{4y^2 - 6y^2} = 4$$

$$\frac{3y^2 - 4y^2 - y^2}{y^2 - 6y^2}$$

$$\frac{-2y^2}{-5y^2} = \frac{2}{5}$$

$$\frac{-8y^2}{-2y^2} = 4$$

$$a - b = a^2 - b^2$$

$$a - b = (a - b)(a + b)$$

$$1 = a + b$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$t_m = t_0 - 2$$

$$3x + 2y = 2$$

$$t_m \cdot \sqrt{6+86}$$

$$\frac{t_m}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{3x+2y}$$

$$t_m \cdot \sqrt{6+86}$$

$$\frac{3}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{3x+2y}$$

$$\frac{3}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{3x+2y} \quad | \quad xy(3x+2y)$$

$$t_0 = t_m + 2$$

$$t_m \sqrt{6+86} = t_0 \cdot \sqrt{6+86}$$

$$= 2xy$$

$$x = \frac{3xy \pm xy}{2}$$

$$3(3xy + 2y^2) + (3x + 2y) = 2xy$$

$$1 \quad 2$$

$$y$$

$$3xy + 6y^2 + 3x^2 + 2yx = 2y \cdot 6 \sqrt{2} \cdot x$$

$$3xy + 6y^2 + 3x^2 = 0$$

$$\sqrt{3} \cdot \sqrt{6} = 6y + 2y$$

$$(3x^2 + 3xy + 6y^2)$$

$$3x^2 + 6y^2 = 3xy : 2$$

$$x^2 + 2y^2 = 3xy$$

$$x^2 - 3xy + 2y^2 = 0$$

$$\sqrt{2} \cdot 2xy$$

$$2\sqrt{2}xy = x^2 - 5y^2$$

$$3y^2 - 4 \cdot 2y^2$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ



$$Kx^2 = 3$$

$$K \frac{3}{x^2}$$

$$K^2 x^2 + 2Kx^2 + x^2 = 13$$

6

$$\left(\frac{3}{x^2}\right)^2 \cdot x^2 + 2 \cdot \frac{3}{x^2} \cdot x^2 + x^2 = 13$$

$$x^2 = \frac{3}{K}$$

$$4x^2 + 11 = 13$$

4+9

$$\frac{9}{x^4} \cdot x^2 + 6 + x^2 = 13$$

$$\frac{9}{x^2} + 6 + x^2 = 13 \quad | \cdot x^2$$

$$9 + 6x^2 + x^4 = 13x^2$$

$$x^4 - 7x^2 + 9 = 0$$

$$t^2 - 7t + 9 = 0$$

$$49 - 36 = 13$$

$$x^2 + 6x + 3 = 13$$

$$K^2 + 6K - 7K + 3 = 0$$

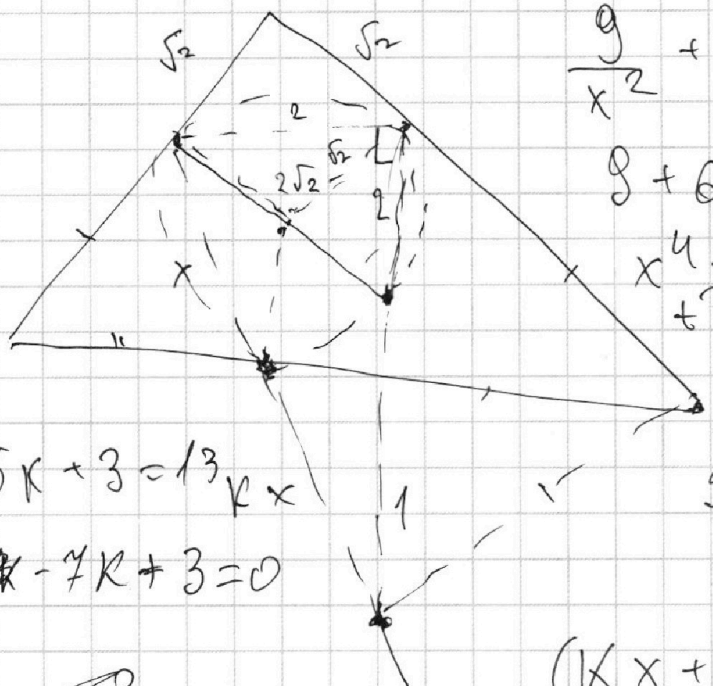
$$(Kx + x)^2 = 13$$

$$Kx^2 = 3$$

$$K^2 \cdot \frac{3}{K} + 2K \cdot \frac{3}{K} + \frac{3}{K} = 13$$

$$K + 6 + \frac{3}{K} = 13 \quad | \cdot K$$

$$K^2 + 6K - 7K + 3 = 0$$





На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$K + 6 + \frac{3}{K} = 13 \quad | \cdot K$$

$$K^2 + 6K + 3 = 13K$$

$$K^2 - 7K + 3 = 0$$

$$49 - 12 = 35$$

$$K = \frac{7 \pm \sqrt{35}}{2}$$

$$K^2 + 2K + 1 = 13$$

$$b^2 \cdot K(K+1) = 3$$

$$b^2 \cdot (K^2 + 2K + 1) = (a-b)^2 - 6ab$$

$$b^2 \cdot K(K+1) = 3$$

$$a+b = mK$$

$$(a-b)^2 - 6ab = m^2 K^2$$

$$\uparrow \text{ сравним с } a^2$$

$$(K+1)^2 = \frac{13}{3} K(K+1)$$

$$K+1 = \frac{13}{3} K$$

$$3K+3 = 13K$$

$$3 = 10K$$

$$K = 0,3$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



~~ab~~

$$\begin{aligned} a+b &= 11 \\ b+c &= 18 \\ a+c &= 21 \end{aligned}$$

~~Vb~~

$$\begin{aligned} a+b &= 11x+11y \\ b+c &= 18x+16y \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c+a &= 21x+38y \\ a &= 11-b \\ b &= 11-a \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a+b &= 11 \\ a+c &= 21 \\ a+e &= 38 \end{aligned}$$

$$b=1$$

$$\begin{aligned} a &= 10 \\ b &= 1 \\ c &= 18 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ab &= 11x+2 \\ Vb \cdot tm + gb &= Vm \cdot tb \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a &= 11-b \\ 11-b+c &= 21 \end{aligned}$$

$$a = 11x+11y-b$$

$$\begin{aligned} a &= 11-b \\ c+11-b &= 38 \end{aligned}$$

$$18+11$$

$$\begin{aligned} b \cdot 24+b &= 16 \\ 24 \end{aligned}$$

$$c = 10 + b + 11x + 11y - b = 21x + 38y$$

$$10+b+b=18$$

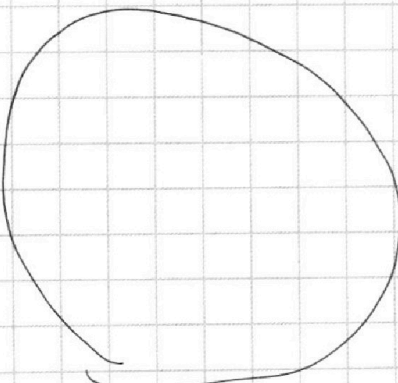
$$c = 21x + 38y - 11x - 11y + b$$

$$21x + 38y - 11x - 11y + b + b = 12x + 16y$$

$$2b = 12x + 16y - 21x - 38y + 11x + 11y$$

$$b = 28x - 38y$$

$$29x - 11y$$



$$\begin{aligned} 321 \\ 21+7 \\ 3 \end{aligned}$$

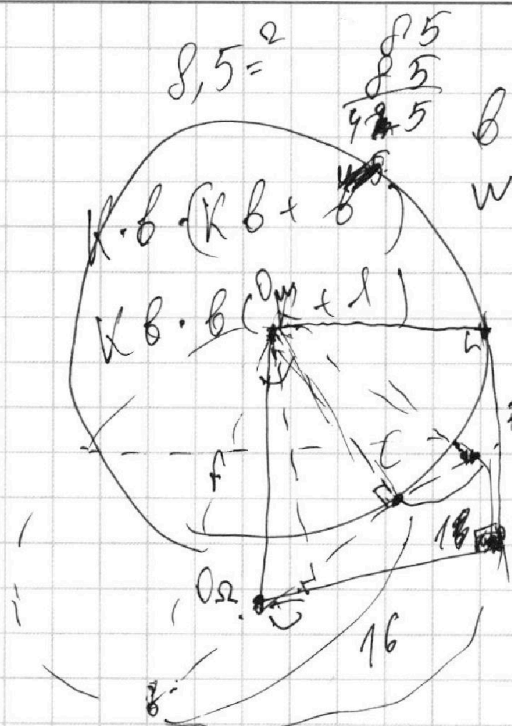
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



7225

$$16 = 4$$

$$72,25 -$$

29 25

$$y_1 \cdot 2 = 3y_2$$

$$u_5 = \frac{1}{2}$$

$$100 - 45 - 90 + \frac{9}{2} =$$

135-9

85 $6^2 k(k+1) = 3$

$$45 \times 80 - \frac{1}{2} = \frac{1}{K^2 B^2 + K}$$

$$90 - 1$$
$$45 - \frac{1}{2}$$

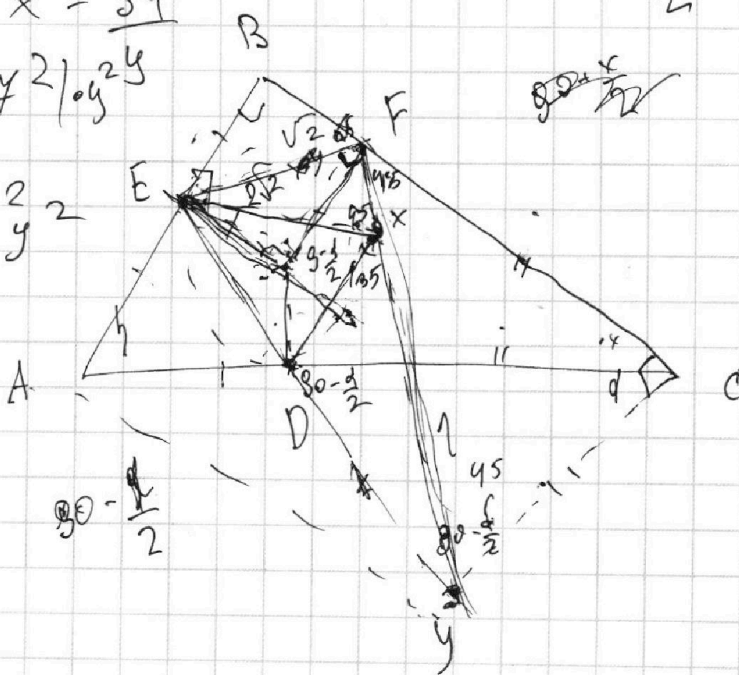
$$x^2 + y^2 = 19 \quad 18$$

$$xy = 3^4$$

$$x = \underline{34}$$

$$y^2 + \frac{34^2}{y^2} = 17^2 \quad | \cdot y^2$$

$$y^4 + 3y^2 = 17y^2$$



182,

$$g(x) = \frac{1}{2}$$

$$45 \frac{2}{3}$$