



МОСКОВСКИЙ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"  
ПО МАТЕМАТИКЕ

9 КЛАСС. Вариант 14



1. [4 балла] Натуральные числа  $a$ ,  $b$ ,  $c$  таковы, что  $ab$  делится на  $3^{14}7^{13}$ ,  $bc$  делится на  $3^{19}7^{17}$ ,  $ac$  делится на  $3^{23}7^{42}$ . Найдите наименьшее возможное значение произведения  $abc$ .

2. [4 балла] Известно, что дробь  $\frac{a}{b}$  несократима ( $a \in \mathbb{N}$ ,  $b \in \mathbb{N}$ ). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-9ab+b^2}.$$

При каком наибольшем  $m$  могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на  $m$ ?

3. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2-5x+6}-\sqrt{3x^2+x+1}=5-6x.$$

4. [4 балла] Центр окружности  $\omega$  лежит на окружности  $\Omega$ , диаметр  $AB$  окружности  $\Omega$  касается  $\omega$  в точке  $C$  так, что  $AC=1$  и  $BC=25$ . Найдите длину общей касательной к окружностям  $\omega$  и  $\Omega$ .

5. [4 балла] Ненулевые действительные числа  $x$ ,  $y$ ,  $z$  удовлетворяют равенствам

$$5x-y=3z \quad \text{и} \quad \frac{8}{x}+\frac{1}{y}=\frac{15}{z}.$$

Найдите наименьшее возможное значение выражения  $\frac{25x^2-y^2-z^2}{y^2+3z^2}$ .

6. [5 баллов] Из пункта  $A$  в пункт  $B$  выезжают одновременно велосипедист и мотоциклист. Оба они движутся с постоянной скоростью, и мотоциклист прибывает в пункт  $B$  на 1 час раньше велосипедиста. Если бы велосипедист ехал со своей скоростью в течение того времени, что понадобилось мотоциклисту на дорогу от  $A$  к  $B$ , а мотоциклист – в течение того времени, что понадобилось велосипедисту на этот путь, то мотоциклист проехал бы на 49 километров больше. Если бы скорость каждого из них возросла на 7 км/ч, то велосипедист приехал бы в  $B$  на 36 минут позже велосипедиста. Найдите расстояние между  $A$  и  $B$ .
7. [6 баллов] Вписанная окружность  $\omega$  прямоугольного треугольника  $ABC$  с прямым углом  $B$  касается его сторон  $CA$ ,  $AB$ ,  $BC$  в точках  $D$ ,  $E$ ,  $F$  соответственно. Луч  $ED$  пересекает прямую, перпендикулярную  $BC$ , проходящую через вершину  $C$ , в точке  $Y$ ;  $X$  – вторая точка пересечения прямой  $FY$  с окружностью  $\omega$ . Известно, что  $EX = \sqrt{2}XY$ . Найдите отношение  $AD : DC$ .

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:



**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$ab: 3^{14}$$

$$bc: 3^{13}$$

$$ac: 3^{23}$$

$$ab \cdot bc \cdot ac: 3^{14+13+23}$$

$$(abc)^2: 3^{56}$$

$$abc: 3^{28}$$

$$ab: ac$$

$$ac: 7^{42}$$

$$\Rightarrow abc: 7^{42}$$

$$abc: 3^{28} \cdot 7^{42} \text{, т.к. } 3 \text{ и } 7 \text{ взаимнопросты.}$$

$$\Rightarrow abc \geq 3^{28} \cdot 7^{42} \text{, т.к. } abc \in \mathbb{N}$$

$$\text{Пример на } abc = 3^{28} \cdot 7^{42}:$$

$$a = 3^9 \cdot 7^{21}$$

$$b = 3^5$$

$$c = 3^{14} \cdot 7^{21}$$

$$a \cdot b \cdot c = 3^{28} \cdot 7^{42}$$

$$ab = 3^{14} \cdot 7^{21}; 3^{14} \cdot 7^{13}$$

$$bc = 3^5 \cdot 3^{14} \cdot 7^{21} \cdot 7^{21}; 3^{19} \cdot 7^{42}$$

$$ac = 3^{23} \cdot 7^{42}; 3^{23} \cdot 7^{42}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

|                          |                                     |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                                   | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\log(a, b) = 2 \log(a, b).$$

$$m, k - \frac{a}{b} \text{ несократимо, } \Rightarrow (a, b) = 1.$$

$$m = (a+b, a^2 - 9ab + b^2)$$

$$a+b : m$$

$$\Rightarrow (a+b)^2 : m$$

$$a^2 - 9ab + b^2 : m$$

$$a^2 + 2ab + b^2 : m$$

$$11ab : m$$

$$\text{Если } m > 1, \text{ то } a : m, \text{ то } b = \frac{a+b}{m} - \frac{a}{m} : m, \Rightarrow (a, b) \neq 1, \text{ противоречие.}$$

$$\Rightarrow \text{если } m > 1, \text{ то } 11 : m, \Rightarrow m = 11.$$

Пример на  $m = 11$ :

$$a = 5$$

$$b = 8$$

$$\frac{a+b}{a^2 - 9ab + b^2} = \frac{11}{25 + 36 - 9 \cdot 5 \cdot 8} = \frac{11}{61 - 360} = -\frac{11}{299} = -\frac{1}{19}.$$

Пример: при  $m = 11$ .

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

|                          |                          |                                     |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                                   | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



✓

Пусть  $3x^2 - 5x + 6 = a$ ;  $3x^2 + x + 1 = b$ ,  $a, b \geq 0$ , т.к. их корни действительны.

$$\Rightarrow a - b = 3x^2 - 5x + 6 - 3x^2 - x - 1 = 5 - 6x.$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} = a - b \quad \text{т.к.}$$

$$\text{т.к. } a, b \geq 0, \Rightarrow \sqrt{a} - \sqrt{b} = (\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b})$$

$$(\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b}) = 0$$

$$(\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b} - 1) = 0$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} = 0$$

$$\text{Если } \sqrt{a} + \sqrt{b} - 1 = 0, \text{ то:}$$

$$\sqrt{a} + \sqrt{b} - 1 = 0$$

$$(1) \sqrt{a} + \sqrt{b} = 1$$

$$D = 13^2 - 4 \cdot 36 = 169 - 144 = 25$$

$$\text{Если } \sqrt{a} - \sqrt{b} = 0, \text{ то:}$$

$$(2) \sqrt{a} - \sqrt{b} = 5 - 6x$$

$$x = \frac{13 \pm \sqrt{25}}{12}$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} = 0$$

$$(1) + (2) \quad 2\sqrt{a} = 6 - 6x$$

$$\frac{13 + \sqrt{25}}{12} > \frac{13}{12} > 1, \text{ противоречие.}$$

$$\sqrt{a} = \sqrt{b}$$

$$\sqrt{a} = 3 - 3x$$

$$\frac{13 - \sqrt{25}}{12} < \frac{13 - 5}{12} = \frac{8}{12} < \frac{2}{3};$$

$$a = b$$

$$\sqrt{a} \geq 0 \Rightarrow x \leq 1.$$

противоречие.

$$3x^2 - 5x + 6 = 3x^2 + x + 1$$

$$(1) - (2) \quad 2\sqrt{b} = 6x - 4$$

$\Rightarrow$  возможно только

$$6x = 5$$

$$\sqrt{b} = 3x - 2.$$

$x = \frac{5}{6}$ , и оно подходит, т.к.

$$x = \frac{5}{6}$$

$$\sqrt{b} \geq 0, \Rightarrow x \geq \frac{2}{3}$$

$$\sqrt{3x^2 + x + 1} = 3x - 2 \quad \uparrow^2$$

$$\sqrt{\frac{3 \cdot 25}{36} - \frac{5 \cdot 25}{36} + 6} - \sqrt{\frac{3 \cdot 25}{36} + \frac{5}{6} + 1} =$$

$$= \sqrt{\frac{25}{12} + \frac{11}{6}} - \sqrt{\frac{25}{12} + \frac{11}{6}} =$$

$$= 0 = 5 - 6 \cdot \frac{5}{6}$$

$$3x^2 + x + 1 = (3x - 2)^2 = 9x^2 - 12x + 4$$

$$\text{Ответ: } x = \frac{5}{6}$$

$$6x^2 - 13x + 3 = 0$$



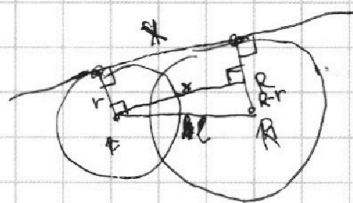
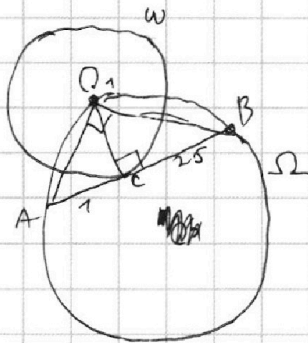
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

|                          |                          |                          |                                     |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                                   | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Если расстояние между центрами окружностей равно  $l$ , а они имеют радиусы  $R$  и  $r$ , то длина общей касательной  $x$  по теореме Пифагора равна  $l^2 - (R-r)^2$ .

Радиус  $\omega = r$ , радиус  $\Omega = R$

$$R = \frac{AB}{2} = \frac{1+2.5}{2} = 1.3 \text{ (т.к. } AB \text{ — диаметр)}$$

$l = R = 1.3$ , т.к.  $O_1$  — центр  $\omega$  лежит на  $\Omega$

$\triangle AO_1C \sim \triangle ABO_2$  по 2 углам ( $\angle A$  — общий,  $\angle AO_1B = \angle ACO_2 = 90^\circ$ )

$$\Rightarrow \frac{AO_1}{AC} = \frac{AB}{AO_2}$$

$$AO_1^2 = AB \cdot AC =$$

$O_1C$  — высота прямоуг.  $\triangle$ -а (т.к.  $\angle AO_1B = 90^\circ$ , т.к.  $AB$  — диаметр, и  $\angle O_1CB = 90^\circ$ , т.к.  $AB$  — касательная).

$$\Rightarrow O_1C = \sqrt{AC \cdot BC} = \sqrt{2.5} = 5. \quad O_1C = r = 5.$$

$\Rightarrow$  длина общей касательной равна:

$$1.3^2 - (1.3 - 5)^2 = 1.3^2 - 3.7^2 = 1.69 - 13.69 = -12.00$$

Ответ: 105.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

|                          |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                                   | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Пусть  $v_1$  — скорость мотоциклиста,  $v_2$  — скорость велосипедиста,  $S$  — расстояние между пунктами А и В. Тогда:

$$(1) \frac{S}{v_1} + 4 = \frac{S}{v_2}$$

$$v_1 + v_2 = 49.$$

$$(2) \frac{S}{v_1 + 7} + \frac{3}{5} = \frac{S}{v_2 + 7}$$

$$\frac{1}{S} \cdot \frac{1}{v_1 + 7} \neq \frac{3}{55} = \frac{S}{v_2 + 7}$$

$$(3) \frac{v_2}{v_1} \cdot S + 49 = \frac{v_1}{v_2} \cdot S$$

$$\frac{3}{55} = \frac{3}{5v_2} - \frac{3}{5v_1}$$

$$(1) \frac{1}{S} \cdot \frac{1}{v_1} + \frac{1}{5} = \frac{1}{v_2}$$

$$\frac{1}{v_1 + 7} + \frac{3}{5v_2} - \frac{3}{5v_1} = \frac{1}{v_2 + 7}$$

$$(3) \frac{v_2}{S} + \frac{49}{S} = \frac{v_1}{v_2}$$

$$\frac{1}{v_1 + 7} - \frac{3}{5v_1} = \frac{1}{v_2 + 7} - \frac{3}{5v_2}$$

$$\frac{49}{S} = \frac{49}{v_2} - \frac{49}{v_1}$$

$$\frac{5v_1 - 3v_1 - 21}{5v_1(v_1 + 7)} = \frac{5v_2 - 3v_2 - 21}{5v_2(v_2 + 7)} \quad | \cdot 5$$

$$\frac{v_2}{v_1} + \frac{49}{v_2} - \frac{49}{v_1} = \frac{v_1}{v_2}$$

$$\frac{2v_1 - 21}{v_1(v_1 + 7)} = \frac{2v_2 - 21}{v_2(v_2 + 7)}$$

$$\frac{v_2 - 49}{v_1} = \frac{v_1 - 49}{v_2}$$

$$v_2(2v_1 - 21)(v_2 + 7) = v_1(2v_2 - 21)(v_1 + 7)$$

$$v_1(v_1 - 49) = v_2(v_2 - 49)$$

$$2v_1v_2 - 21v_2^2 + 147v_2 - 147v_1 =$$

$$v_1^2 - 49v_1 = v_2^2 - 49v_2$$

$$= 2v_1^2 - 24v_1^2 + 14v_1v_2 - 147v_1$$

$$v_1^2 - v_2^2 = 49(v_1 - v_2)$$

$$(v_1 - v_2)(24v_2 - 21(v_1 + v_2) - 147) = 0 \quad | : (v_1 - v_2) \neq 0$$

$$2v_1v_2 - 21 \cdot 49 - 147 = 0$$

$$(v_1 - v_2)(v_1 + v_2) = 49(v_1 - v_2) \quad | : (v_1 - v_2) \neq 0$$

$$v_1v_2 = \frac{49 \cdot 21 + 49 \cdot 3}{2} = \frac{49 \cdot 24}{2} = 49 \cdot 12$$

$$v_1 > v_2, \text{ т.к. } \frac{1}{v_1} < \frac{1}{v_2} + \frac{1}{5} \approx \frac{1}{v_2}$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

|                          |                          |                          |                          |                          |                                     |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                                   | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



N 6 (продолжение)

$$V_1 + V_2 = 49$$

$$V_1 V_2 = 49 \cdot 12$$

$$V_1 > V_2$$

$$V_1 = 49 - V_2$$

$$V_2 (49 - V_2) = 49 \cdot 12$$

$$-V_2^2 + 49V_2 - 49 \cdot 12 = 0$$

$$V_2^2 - 49V_2 + 49 \cdot 12 = 0$$

$$V_2 = 28 \text{ или } 21$$

$$V_2 = 28 \text{ или } 21$$

Если  $V_2 = 28$  то  $V_1 = 49 - 28 = 21 < V_2$ , противоречие.

$$\Rightarrow V_2 = 21; V_1 = 49 - V_2 = 28$$

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{V_2} - \frac{1}{V_1} = \frac{1}{21} - \frac{1}{28} = \frac{49}{21 \cdot 28} = \frac{49}{49 \cdot 12} = \frac{1}{12}$$

$$S = 12 \text{ км.}$$

Ответ: 12 км.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$5x = yx^3z$$

$$\frac{6}{x} + \frac{1}{y} = \frac{15}{z}$$

$$\frac{25x^2 - y^2 - z^2}{y^2 + 3z^2}$$

$$(25x^2 - y^2) =$$

$$(5x-y)(5x+y) =$$

$$\frac{-3z(5xy) - z^2}{3z3z}$$

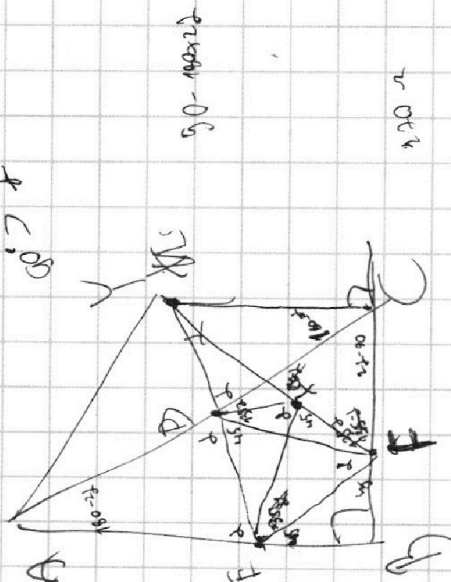
$$\frac{2+5}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2+5}{2}$$

$$\begin{array}{r} 15 \\ 2 \overline{) 30} \end{array}$$

$$15xy = 2(y+x)$$

$$\frac{8x}{x} + 1 = \frac{15}{2}$$

$$5x - \frac{15}{2} = 37$$







На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

|                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{3} + \sqrt{3}} + \frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{3} = 2 \left( \frac{98}{\sqrt{3} + \sqrt{3}} \right)$$

$$\frac{1}{3} = 2 \left( \frac{2}{\sqrt{3}} \right)$$

$$\frac{1}{3} = \frac{4}{\sqrt{3}}$$

$$\frac{1}{3} = \frac{4}{\sqrt{3}}$$

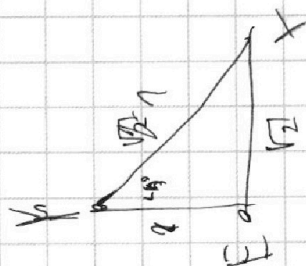
$$\frac{AD}{DC} = \frac{AE}{EC} = \frac{ED}{DF}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\frac{1}{3} = \frac{4}{\sqrt{3}}$$

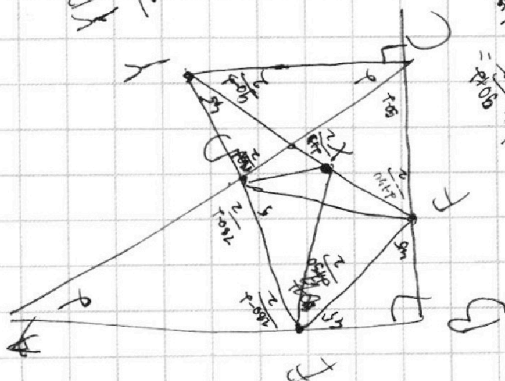
$$EX = \sqrt{2} \cdot X$$

$$\frac{AD}{DC} = \frac{1}{2}$$



$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$



$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$



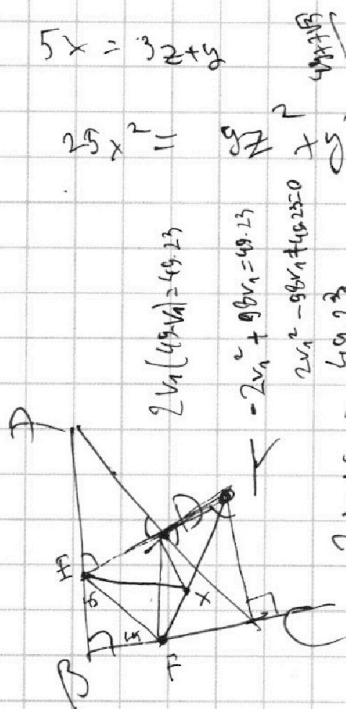
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

[illegible]

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ



$$5x = 3z + y$$

$$25x^2 =$$

$$z^2 + 2z + 2 \quad z^2 + 2z + 2$$

$$2V_1(49-V_1) = 49 \cdot 23$$

$$-2. \quad \text{QPV}_0 = 49.23$$

$$2v_1^2 - 98v_1 + 4925 = 0$$

49.23

$$v_1 + v_2 = 45$$

$$9z^2 + 16yz - 4z^2 =$$

$$= \frac{6z^2 + 6yz}{y^2 + 3z^2}$$

$$x + y = 1 \quad z = 5$$

$$D = 4g^2 - 7.4927 =$$

$$\sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$$

$$\frac{8x + x}{x} = \frac{15}{2}$$

$$647 \times 7 = 4529$$

$$\ln 2 + x = \ln 3$$

$$6yz + xz = 3y^2 + 5yz$$

$$77 - 35^2 = 42$$

$$F_X = \sqrt{X} Y$$

$$\frac{dP}{dx} = ?$$

EX. DFE AX  
ED. FA

ED, Fx, EF, DX

$$V_2 = 49 - V_1$$

$$\frac{2v_1 - 2v_2}{2v_1 - 2v_2} = \frac{v_1 v_2 (v_1 + v_2)}{v_1 v_2 (v_1 + v_2)}$$

$$\frac{2n \cdot n}{5n \cdot 10n} = \frac{2}{5}$$

$$V_{AC} - t_B$$

FD.EV

$$1/x - 1/y$$

$$\frac{1}{\sqrt{N}} \sqrt{N-1}$$

2007/2008

$$L_{V_1 V_2} = 2 \cdot 0.65 + 14.0 \cdot 2 = 29.3$$

✓  
FD  
45.232-24.12

$$V_d | 2v_2 v_1 - v_1 v_2 - v_1 v_2 =$$

$$2 \cdot 1000 - 147V_0 = 2V_0V_2 - 2V_2^2 - 147V_2$$

$$2V_1 - 2V_2 - 2V_1 = 0$$

$$V_1 - V_2 = \frac{V_1 V_2}{V_1 V_2 - 2 V_1 V_2 + 4 V_1 - 4 V_2}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

|                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ



$$ab: 3^{14} 7^{13}$$

$$bc: 3^{19} 7^{13}$$

$$ac: 3^{23} 7^{42}$$

$$(abc)^2: 3^{56} 7^{92}$$

$$abc: 3^{28} 7^{36}$$

$$abc \geq 3^{28} 7^{36}$$

$$\min abc, \text{ при } abc = 3^{28} 7^{36}$$

$$\text{Получаем: } ab = 3^{14} 7^{13}; bc = 3^{19} 7^{13}; ac = 3^{23} 7^{42}$$

$$a = \frac{abc}{bc} = 3^9 7^{19}$$

$$b = \frac{abc}{ac} = 3^{28} 7^{36}$$

$$abc = (3^{28} 7^{36})^2$$

$$a = 3^{129} 7^{24}$$

$$b = 3^5$$

$$c = 3^{14} 7^{24}$$

$$(a, b) = 1$$

было позже noted

$$\frac{a+b}{a^2 - 9ab + b^2}$$

$$m - \max; a+b: m$$

$$a+b: m$$

$$(a+b)^2: m$$

$$a^2 + 2ab + b^2: m$$

$$a^2 + a - ab + b^2: m$$

$$25 \cdot 36 - 2 \cdot 20 = 11ab: m$$

$$= -(288 - 25 \cdot 36) =$$

$$= -(288 - 61) = -227$$

$$\sqrt{\frac{3x^2 - 5x + 6}{a}} - \sqrt{\frac{3x^2 + x + 1}{b}} = 5 - 6x$$

$$a - b = 5 - 6x$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} = a - b$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} = (\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b})$$

$$\sqrt{a} + \sqrt{b} = 1$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} = a, \Rightarrow |a| = 1$$

$$3x^2 - 5x + 6 = 3x^2 + x + 1$$

$$5 = 6x = 155 - 72$$

$$x = \frac{5}{6}$$

$$9 = 155 - 4 \cdot 155$$

$$6x^2 - 13x + 32 = 0$$

$$\frac{13 \pm \sqrt{169}}{12}$$

$$3x^2 - 5x + 6 = (3 - 3x)^2$$

$$3x^2 - 5x + 6 = 9 + 9x^2 - 18x$$

$$13x = 3 + 6x^2$$

$$\frac{13 - \sqrt{92}}{12}$$

$$\frac{5}{6}$$

$$\sqrt{3x^2}$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} = 5 - 6x$$

$$\sqrt{a}, \sqrt{b} = 1$$

$$2\sqrt{a} = 6 - 6x$$

$$\sqrt{a} = 3 - 3x$$

$$x \leq 1$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,  
решение которой представлено на странице:

|                          |                          |                          |                          |                          |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1                        | 2                        | 3                        | 4                        | 5                        | 6                        | 7                        |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

**МФТИ**

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,  
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$5x = y + 3z$$

$$25x^2 + y^2 + 9z^2 - 6yz$$

$$\frac{5}{5x-y} = \frac{3}{x} + \frac{1}{y}$$

$$\frac{8z^2 - 6yz}{y^2 + 3z^2} \quad V_1 > V_2 > 0$$

$$\frac{5}{5x-y} = \frac{6y+x}{xy}$$

$$V_1 \neq V_2$$

$$5xy = (6y+x)(5x-y) =$$

моно -  $V_1$   
бино -  $V_2$

$$V_1(V_1 - 4g) = V_2(V_2 - 4g)$$

$$V_1^2 - 4gV_1 = V_2^2 - 4gV_2 \quad \cos(V_1 + V_2)$$

$$= 5x^2 - 6y^2 + 39xy$$

$$V_1 - 4gV_1 = V_2^2 - 4gV_2 \quad \cos(V_1 + V_2)$$

$$V_1 V_2 = 4g \quad x + 5x$$

$$\frac{3g}{5S} = \frac{3}{5V_1}$$

$$\frac{g}{V_1} + 1 = \frac{g}{V_2}$$

$$\frac{l}{V_1} + 1 = \frac{l}{V_2}$$

$$\frac{g}{5S} = \frac{3}{5V_1} \cdot \frac{3}{5V_2} \quad \frac{1}{V_1} + \frac{1}{5} = \frac{1}{V_2}$$

$$\frac{S}{V_1 + 7} + \frac{3}{5} = \frac{S}{V_2 + 7}$$

$$V_2 \cdot \frac{l}{V_1} + 4g = \frac{V_1 l}{V_2}$$

$$\frac{1}{V_1 + 7} + \frac{3}{5S} =$$

$$\frac{V_2}{V_1} \cdot l + 4g = \frac{V_1}{V_2} \cdot l$$

$$= \frac{1}{V_2 + 7}$$

$$\frac{V_2}{V_1} \cdot l + 4g = \frac{V_1}{V_2} \cdot l$$

$$l = ?$$

$$\frac{l}{V_1 + 7} + \frac{3}{5} = \frac{l}{V_2 + 7} \quad \frac{1}{V_1 + 7} + \frac{3}{5V_2} - \frac{3}{5V_1} = \frac{1}{V_2 + 7}$$

$$\frac{1}{V_1 + 7} - \frac{3}{5V_1} = \frac{1}{V_2 + 7} - \frac{3}{5V_2}$$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{S}{S + 4g}$$

$$\frac{5V_1 - 3V_2 + 21}{5V_1(V_1 + 7)} = \frac{5V_2 - 3V_1 + 21}{5V_2(V_2 + 7)}$$

$$\frac{S^2}{S + 4g} = \frac{S + 4g}{S}$$

$$(V_1 + 7)(V_2 + 7) = V_1 V_2 + 7(V_1 + V_2) + 49$$

$$\frac{49}{5} - \frac{49}{V_2} - \frac{49}{V_1}$$

$$\frac{V_2}{V_1} + \frac{4g}{5} = \frac{V_1}{V_2}$$

$$\frac{V_2}{V_1} + \frac{4g}{V_2} - \frac{4g}{V_1} = \frac{V_1}{V_2}$$

$$\frac{V_2}{V_1} - \frac{4g}{V_1} = \frac{V_1}{V_2} - \frac{4g}{V_2}$$

$$\frac{V_2 - 4g}{V_1} = \frac{V_1 - 4g}{V_2}$$



