



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



9 КЛАСС. Вариант 14

- [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $3^{14}7^{13}$, bc делится на $3^{19}7^{17}$, ac делится на $3^{23}7^{42}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
- [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2 - 9ab + b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

- [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2 - 5x + 6} - \sqrt{3x^2 + x + 1} = 5 - 6x.$$

- [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , диаметр AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC = 1$ и $BC = 25$. Найдите длину общей касательной к окружностям ω и Ω .
- [4 балла] Ненулевые действительные числа x, y, z удовлетворяют равенствам

$$5x - y = 3z \quad \text{и} \quad \frac{8}{x} + \frac{1}{y} = \frac{15}{z}.$$

Найдите наименьшее возможное значение выражения $\frac{25x^2 - y^2 - z^2}{y^2 + 3z^2}$.

- [5 баллов] Из пункта A в пункт B выезжают одновременно велосипедист и мотоциклист. Оба они движутся с постоянной скоростью, и мотоциклист прибывает в пункт B на 1 час раньше велосипедиста. Если бы велосипедист ехал со своей скоростью в течение того времени, что понадобилось мотоциклисту на дорогу от A к B , а мотоциклист – в течение того времени, что понадобилось велосипедисту на этот путь, то мотоциклист проехал бы на 49 километров больше. Если бы скорость каждого из них возросла на 7 км/ч, то велосипедист приехал бы в B на 36 минут позже велосипедиста. Найдите расстояние между A и B .
- [6 баллов] Вписанная окружность ω прямоугольного треугольника ABC с прямым углом B касается его сторон CA, AB, BC в точках D, E, F соответственно. Луч ED пересекает прямую, перпендикулярную BC , проходящую через вершину C , в точке Y ; X – вторая точка пересечения прямой FY с окружностью ω . Известно, что $EX = \sqrt{2}XY$. Найдите отношение $AD : DC$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$ab : 3^{14}$$

$$bc : 3^{15}$$

$$ac : 3^{23}$$

$$ab \cdot bc \cdot ac : 3^{14+15+23}$$

$$(abc)^2 : 3^{56}$$

$$abc : 3^{28}$$

$$abc : ac$$

$$ac : 7^{42}$$

$$\Rightarrow abc : 7^{42}$$

$$abc : 3^{28} \cdot 7^{42}, \text{ m.k. } 3 \text{ и } 7 \text{ взаимно просты.}$$

$$\Rightarrow abc \geq 3^{28} \cdot 7^{42}, \text{ m.k. } abc \in \mathbb{N}$$

Пример на $abc = 3^{28} \cdot 7^{42}$:

$$a = 3^9 \cdot 7^{21}$$

$$b = 3^5$$

$$c = 3^{14} \cdot 7^{21}$$

$$a \cdot b \cdot c = 3^{28} \cdot 7^{42}$$

$$ab = 3^{14} \cdot 7^{21} : 3^{14} \cdot 7^{13}$$

$$bc = 3^5 \cdot 3^{14} \cdot 7^{21} : 3^{13} \cdot 7^{13}$$

$$ac = 3^{23} \cdot 7^{42} : 3^{23} \cdot 7^{42}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\operatorname{Blas}(a, b) = \log(a, b).$$

m.k. $\frac{a}{b}$ не скрывают $\Rightarrow (a, b) \neq 1$.

$$m = (a+b, a^2 - ab + b^2)$$

$a+b \mid m$

$$\Rightarrow (ab)^2 \mid m$$

$$a^2 - ab + b^2 \mid m$$

$$a^2 + ab + b^2 \mid m$$

Если $m > 1$, то $a \mid m$, то $b = a + b - a \mid m$. $\Rightarrow (a, b) \neq 1$, противоречие.

\Rightarrow если $m \geq 1$, то $11 \mid m$, $\Rightarrow m = 11$.

Пример на $m = 11$:

$$a=5$$

$$b=8$$

$$\frac{a+b}{a^2 - ab + b^2} = \frac{11}{25+36-40} = \frac{11}{61-40} = \frac{11}{21} = \frac{1}{19}$$

Ответ: при $m = 11$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$\sqrt{ }$

Пусть $3x^2 - 5x + 6 = a$; $3x^2 + x + 1 = b$, $a, b \geq 0$, т.к. все корни действительны

$$\Rightarrow a - b = 3x^2 - 5x + 6 - 3x^2 - x - 1 = 5 - 6x.$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} = a - b$$

$$m.k. a, b \geq 0, \Rightarrow \sqrt{a} - \sqrt{b} = (\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b})$$

$$(\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b}) = 0$$

$$(\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b} - 1) = 0$$

$$\begin{cases} \sqrt{a} - \sqrt{b} = 0 \\ \sqrt{a} + \sqrt{b} - 1 = 0 \end{cases}$$

$$E_{\text{ум}} \sqrt{a} + \sqrt{b} - 1 = 0, m.k.$$

$$(1) \sqrt{a} + \sqrt{b} = 1$$

$$D = 13^2 - 4 \cdot 36 = 169 - 144 = 25$$

$$(2) \sqrt{a} - \sqrt{b} = 5 - 6x$$

$$x = \frac{A_3 \pm \sqrt{\Delta}}{12}$$

$$E_{\text{ум}} \sqrt{a} - \sqrt{b} = 0, m.k.$$

$$\sqrt{a} = \sqrt{b}$$

$$\sqrt{a} = 3x$$

$$\frac{13 + \sqrt{25}}{12} > \frac{13}{12} > 1, \text{ противоречие.}$$

$$a = b$$

$$\sqrt{a} \geq 0 \Rightarrow x \leq 1.$$

$$\frac{13 - \sqrt{25}}{12} < \frac{13 - 5}{12} = \frac{8}{12} < \frac{2}{3},$$

противоречие.

$$3x^2 - 5x + 6 = 3x^2 + x + 1$$

$$(1) - (2) 2\sqrt{b} = 6x - 6$$

\Rightarrow возможно только

$$x = \frac{5}{6}, \text{ и это ненормально, m.k.}$$

$$6x > 5$$

$$\sqrt{b} = 3x - 3$$

$$\sqrt{\frac{3 \cdot 25}{36} - \frac{3 \cdot 25}{36} + 6} - \sqrt{\frac{3 \cdot 25}{36} + \frac{5}{6} + 1} =$$

$$x = \frac{5}{6}$$

$$\sqrt{b} \geq 0, \Rightarrow x \geq \frac{2}{3}$$

$$\sqrt{\frac{25}{12} + \frac{11}{6}} - \sqrt{\frac{25}{12} + \frac{11}{6}} = 0$$

$$= 0 = 5 - 6 \cdot \frac{5}{6}$$

$$\sqrt{3x^2 + x + 1} = 3x - 3$$

Ответ: $x = \frac{5}{6}$

$$3x^2 + x + 1 = (3x - 3)^2 = 9x^2 + 4 - 12x$$

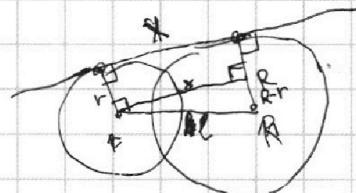
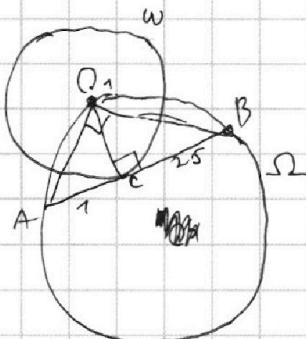
$$3x^2 - 13x + 3 = 0$$



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Если расстояние между центрами
окружностей равно l , а они имеют радиусы
 R и r , то длина общей касательной l
находится по формуле $l^2 = (R-r)^2$.

А радиус $w = r$, радиус $\Omega = R$

$$R = \frac{AB}{2} = \frac{12.5}{2} = 13 \text{ (м.н. } AB \text{-диаметр)}$$

$l = R = 13$, м.н. O_1 — центр w лежит на Ω

$$\begin{aligned} \triangle ACl &\sim \triangle ABC, \text{ по 2 углам} \quad (\angle A-\text{общий}, \angle ACl = \angle ACB = 90^\circ) \\ \Rightarrow \frac{AC}{AO_1} &= \frac{AC}{AB} \\ AO_1 &= AB \cdot AC = \end{aligned}$$

O_1C — гипотенуза прямого \triangle -а (м.н. $\angle A_1CB = 90^\circ$, м.н. AB — диаметр),

и $\angle O_1CB = 50^\circ$, м.н. AB — касательная.

$$\Rightarrow O_1C = \sqrt{AC^2} = \sqrt{25} = 5. \quad O_1C = r = 5.$$

\Rightarrow длина общей касательной равна:

$$13^2 - (13-5)^2 = 13^2 - 8^2 = (69-64)=105.$$

Ответ: 105.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Пусть v_1 — скорость мотоциклиста, v_2 — скорость велосипедиста, s — расстояние между пунктами А и В. Тогда:

$$(1) \frac{s}{v_1} + 4 = \frac{s}{v_2} \quad v_1 + v_2 = 49.$$

$$(2) \frac{s}{v_1+7} + \frac{3}{5} = \frac{s}{v_2+7}$$

$$(3) \frac{v_2}{v_1} \cdot s + 45 = \frac{v_1}{v_2} \cdot s \quad \frac{3}{55} = \frac{3}{5v_2} - \frac{3}{5v_1}$$

$$\frac{1}{s} \frac{1}{v_1} + \frac{1}{s} = \frac{1}{v_2} \quad \frac{1}{v_1+7} + \frac{3}{5v_2} - \frac{3}{5v_1} = \frac{1}{v_2+7}$$

$$\frac{(3)}{s} \frac{v_2}{v_1} + \frac{45}{s} = \frac{v_1}{v_2} \quad \frac{1}{v_1+7} - \frac{3}{5v_1} = \frac{1}{v_2+7} - \frac{3}{5v_2}$$

$$\frac{45}{s} = \frac{45}{v_2} - \frac{45}{v_1} \quad \frac{5v_1 - 3v_1 - 21}{5v_1(v_1+7)} = \frac{5v_2 - 3v_2 - 21}{5v_2(v_2+7)} \mid : 5$$

$$\frac{v_2}{v_1} + \frac{45}{v_2} - \frac{45}{v_1} = \frac{v_1}{v_2} \quad \frac{2v_1 - 21}{v_1(v_1+7)} = \frac{2v_2 - 21}{v_2(v_2+7)}$$

$$v_2(2v_1 - 21)(v_2+7) = v_1(2v_2 - 21)(v_1+7)$$

$$\frac{v_2 - 45}{v_1} = \frac{v_1 - 45}{v_2} \quad 2v_1v_2^2 - 21v_2^2 + 14v_1v_2 - 147v_2 =$$

$$v_1(v_1 - 45) = v_2(v_2 - 45) \quad = 2v_1^2v_2 - 24v_1^2 + 14v_1v_2 - 147v_1$$

$$v_1^2 - 45v_1 = v_2^2 - 45v_2 \quad (v_1 - v_2)(2v_1v_2 - 21(v_1 + v_2) - 147) = 0 \mid (v_1 - v_2) \neq 0$$

$$v_1^2 - v_2^2 = 45(v_1 - v_2) \quad 2v_1v_2 - 21 + 45 - 147 = 0$$

$$(v_1 - v_2)(v_1 + v_2) = 45(v_1 - v_2) \mid (v_1 - v_2) \neq 0 \quad v_1v_2 = \frac{45 \cdot 21 + 45 \cdot 3}{2} = \frac{45 \cdot 24}{2} = 45 \cdot 12$$

$$v_1 > v_2, m.k. \frac{1}{v_1} < \frac{1}{v_2} + \frac{1}{5} = \frac{1}{v_2}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

N 6 (продолжение)

$$V_1 + V_2 = h_9$$

$$V_1, V_2 < 49 \cdot 12$$

$$V_1 > V_2$$

$$V_1 = h_9 - V_2$$

$$V_2 (h_9 - V_2) = 49 \cdot 12$$

$$-V_2^2 + 49V_2 - 49 \cdot 12 = 0$$

$$V_2^2 - 49V_2 + 49 \cdot 12 = 0$$

$$\boxed{V_2 = 7 \cdot 3 = 21}$$

$$\boxed{V_2 = 7 \cdot 4 = 28}$$

Если $V_2 = 28$, то $V_1 = h_9 - 28 = 21 < V_2$, противоречие.

$$\Rightarrow V_2 = 21 ; V_1 = h_9 - V_2 = 28$$

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{V_2} - \frac{1}{V_1} = \frac{1}{21} - \frac{1}{28} = \frac{4}{21 \cdot 28} = \frac{21+28}{21 \cdot 28} = \frac{49}{49 \cdot 12} = \frac{1}{12}$$

$$S = 12 \text{ см.}$$

Ответ: 12 см.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$5x = y + 3z$$

$$\frac{6}{x} \times \frac{1}{y} = \frac{15}{z}$$

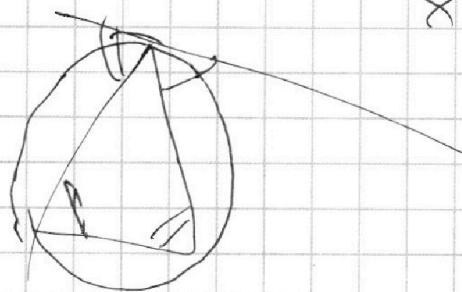
$$\frac{25x^2 - y^2 - z^2}{y^2 + 3z^2}$$

$$(25x^2 - y^2) =$$

$$\frac{3x^2}{x} + \frac{1}{y} = \frac{15}{z}$$

$$(5x - y)(5x + y) =$$

$$= \frac{3z(5x + y) - z^2}{y^2 + 3z^2}$$

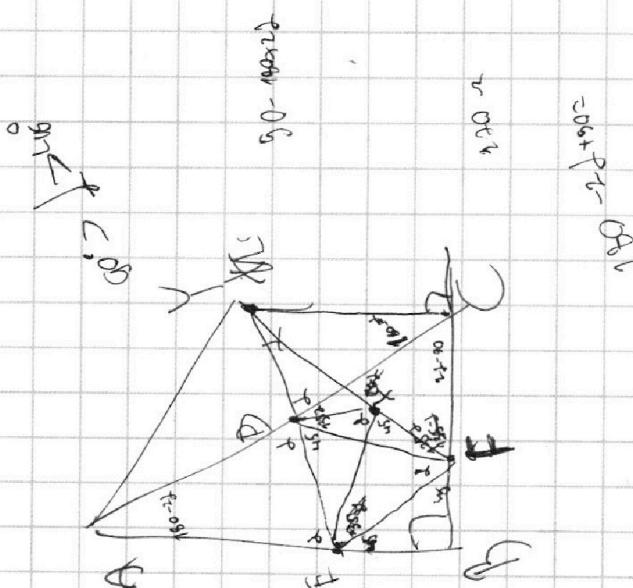


$$\frac{by+2x}{xy} = \frac{15}{z}$$

$$15xyz = 2(by+2x)$$

$$\frac{by}{x} + 1 = \frac{15}{z}$$

$$5x - \left(\frac{15}{z} - \frac{by}{x}\right)y = 3z$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$ab: 3^{14} 7^{13}$$

$$(a, b) = 1$$

$$\frac{a+b}{a^2 - ab + b^2}$$

$$m - \max; ab:m \\ R = abb^2:m$$

$$bc: 3^{19} 7^{13}$$

$$ac: 3^{23} 7^{42}$$

$$(abc)^2: 3^{56} 7^{32}$$

$$abc: 3^{26} 7^{16}$$

$$abc \geq 3^{26} 7^{16}$$

$$\min abc, \min abc = 3^{26} 7^{16}$$

$$\text{Получаем: } ab = 3^{14} 7^{13}; bc = 3^{19} 7^{13}; ac = 3^{23} 7^{42}$$

$$a = \frac{abc}{bc} = 3^9 7^{13}$$

$$b = \cancel{abc} \quad \cancel{bc}$$

11

$$ab : m$$

$$(ab)^2 : m$$

$$a^2 + 2ab + b^2 : m$$

$$a^2 ab - ab b + b^2 : m$$

$$25136 - 270 = 11ab : m$$

$$\begin{aligned} &= -(228 - 25 \cdot 36) = \text{если } a:m, \\ &= -(270 - 61) = -209 \text{ то } b:m, \\ &= 209 \text{ иначе } \end{aligned}$$

$$\sqrt{3x^2 - 5x + 6} \leq -\sqrt{3x^2 + x + 1} = 5 - 6x \quad a, b \geq 0$$

$$a - b = 5 - 6x$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} = a - b$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} = (\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b})$$

$$\sqrt{a} + \sqrt{b} = 1$$

$$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = a, \Rightarrow a = b$$

$$\sqrt{3x^2}$$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} = 5 - 6x$$

$$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = 1$$

$$2\sqrt{a} = 5 - 6x$$

$$\sqrt{a} = 3 - 3x$$

$$x \in \mathbb{N}$$

$$5 = 6x = 165 - 36x$$

$$x = \frac{5}{6}$$

$$y = 165 - 4 \cdot 16$$

$$y = 165 - 64 = 101$$

$$\frac{1 \pm \sqrt{101}}{12}$$

$$\begin{aligned} 3x^2 - 5x + 6 &= (3-3x)^2 \\ 3x^2 - 5x + 6 &= 9 + 9x^2 - 18x \\ 6x^2 + 13x - 3 &= 0 \end{aligned}$$

$$\frac{1 \pm \sqrt{101}}{12}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$5x = y + 3z$$

$$25x^2 + y^2 + 9z^2 - 6yz$$

$$\frac{5}{5x-y} = \frac{2}{x} + \frac{1}{y}$$

By

$$\frac{8z^2 - 6yz}{y^2 + 3z^2} \quad V_1 > V_2 >$$

$$\frac{5}{5x-y} = \frac{6yz + k}{xy}$$

As. $\frac{\text{шаги}}{\text{шаги}} = V_1$
 $V_1 = \sqrt{2}$

$$V_1 \neq V_2$$

$$5xy = (6yz + x)(5x - y) =$$

$$V_1(V_1 - 49) = V_2(V_2 - 49)$$

$$V_1^2 - 49V_1 = V_2^2 - 49V_2 \quad (V_1, V_2)$$

$$(V_1 - V_2)(V_1 + V_2) = 5x^2 - 8yz^2 + 32xy = 0$$

A

C

B

$$V_1V_2 = 49 \times 5x$$

$$\frac{3}{5} = \frac{3}{5x}$$

$$\frac{5}{\sqrt{V_1}} + 1 = \frac{5}{\sqrt{V_2}}$$

$$\frac{l}{\sqrt{V_1}} + 1 = \frac{l}{\sqrt{V_2}}$$

$$\frac{5}{5x} = \frac{3}{5V_2} \cdot \frac{3}{5x} - \frac{1}{V_1} + \frac{1}{5} = \frac{1}{V_2}$$

$$\frac{5}{\sqrt{V_1}} - \frac{5}{\sqrt{V_2}} = \frac{5}{\sqrt{V_2}}$$

$$V_2 \cdot \frac{l}{\sqrt{V_1}} + 49 = \frac{V_1 l}{\sqrt{V_2}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{V_1}} + \frac{3}{5x} =$$

$$\frac{V_2}{V_1} \cdot l + 49 = \frac{V_1}{V_2} \cdot l$$

$$= \frac{1}{\sqrt{V_2}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{V_1}} - \frac{3}{5x} = \frac{1}{\sqrt{V_2}} - \frac{3}{5x}$$

$$\frac{l}{\sqrt{V_1}} + \frac{3}{5x} = \frac{l}{\sqrt{V_2}} + \frac{3}{5x} - \frac{3}{5x} = \frac{1}{V_2}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{V_1}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{V_2}}$$

$$\frac{5}{\sqrt{V_1}} = \frac{5}{\sqrt{V_2}}$$

$$V_1^2 + V_2^2 + 749 = V_1V_2 + 749$$

$$\frac{5V_1 - 3V_2 - 21}{5V_1(V_1 + 7)} = \frac{5V_2 - 3V_1 - 21}{5V_2(V_2 + 7)}$$

$$\frac{49}{5} = \frac{49}{V_2} - \frac{49}{V_1}$$

$$\frac{V_1}{V_1} + \frac{49}{5} = \frac{V_1}{V_2}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{V_1}} + \frac{49}{5} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{V_2}}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{V_1}} + \frac{49}{5} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{V_2}} - \frac{49}{5}$$

$$\frac{V_2 - 49}{\sqrt{V_1}} = \frac{V_1 - 49}{\sqrt{V_2}}$$

На одной странице можно оформлять **ТОЛЬКО** одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{13 - \sqrt{93}}{12} \quad ; \quad \frac{5}{6}$$

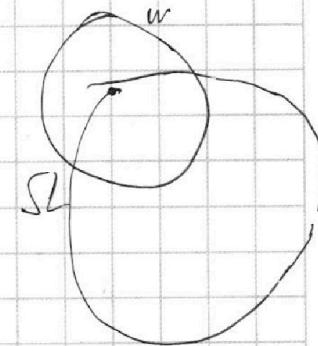
$$\sqrt{3 \cdot \frac{25}{36} - \frac{25}{36} + 6} - \sqrt{3 \cdot \frac{25}{36} + \frac{5}{6} + 1} = 5 - 5 = 0$$

$$6 - \frac{25}{36}$$

$$1 + \frac{5}{6}$$

$$\left(\frac{11}{6} \right)^2$$

$$\left(\frac{11}{6} \right)^2$$



$$AO^2 + BO^2 = AB^2$$

$$AO$$

$$\left(\frac{13 - \sqrt{93}}{12} \right)^2$$

$$\sqrt{26 - 5\sqrt{93}} = 10$$

$$\frac{13 - \sqrt{93}}{12}$$

$$\left(\frac{11}{6} \right)^2$$

$$R = 13$$

$$R^2 - (R-r)^2 = \sqrt{13} \cdot \sqrt{93} = 1$$

$$2\sqrt{6} = 6x - 4$$

$$\frac{13 - \sqrt{93}}{12} \cdot \frac{1}{6}$$

$$l^2 - (R-r)^2$$

$$\sqrt{6} = 3x - 2$$

$$l = 5$$

$$2x^2 + x + 1 = (3x-2)^2$$

$$1 \geq x^2 + x + 1$$

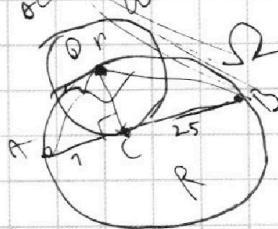
$$A_0 \geq 9$$

$$\frac{AO}{AC} = \frac{AB}{AC} = \frac{1}{1}$$

$$25 = 36 - x^2$$

$$AO = AB$$

$$= 5 - \frac{13 - \sqrt{93}}{12}$$



$$\sqrt{\left(\frac{13 - \sqrt{93}}{12} \right)^2 - \frac{5 \cdot (13 - \sqrt{93})}{12}}$$

$$\sqrt{\frac{13 - \sqrt{93}}{144} + \frac{13 - \sqrt{93}}{12} + 1} = \frac{20 - x^2}{12}$$

