



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ
ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



9 КЛАСС. Вариант 14

- [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $3^{14}7^{13}$, bc делится на $3^{19}7^{17}$, ac делится на $3^{23}7^{42}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
- [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2 - 9ab + b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

- [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{3x^2 - 5x + 6} - \sqrt{3x^2 + x + 1} = 5 - 6x.$$

- [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , диаметр AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC = 1$ и $BC = 25$. Найдите длину общей касательной к окружностям ω и Ω .
- [4 балла] Ненулевые действительные числа x, y, z удовлетворяют равенствам

$$5x - y = 3z \quad \text{и} \quad \frac{8}{x} + \frac{1}{y} = \frac{15}{z}.$$

Найдите наименьшее возможное значение выражения $\frac{25x^2 - y^2 - z^2}{y^2 + 3z^2}$.

- [5 баллов] Из пункта A в пункт B выезжают одновременно велосипедист и мотоциклист. Оба они движутся с постоянной скоростью, и мотоциклист прибывает в пункт B на 1 час раньше велосипедиста. Если бы велосипедист ехал со своей скоростью в течение того времени, что понадобилось мотоциклистику на дорогу от A к B , а мотоциклист – в течение того времени, что понадобилось велосипедисту на этот путь, то мотоциклист проехал бы на 49 километров больше. Если бы скорость каждого из них возросла на 7 км/ч, то велосипедист приехал бы в B на 36 минут позже _{мотоциклиста} _{велосипедиста}. Найдите расстояние между A и B .
- [6 баллов] Вписанная окружность ω прямоугольного треугольника ABC с прямым углом B касается его сторон CA, AB, BC в точках D, E, F соответственно. Луч ED пересекает прямую, перпендикулярную BC , проходящую через вершину C , в точке Y ; X – вторая точка пересечения прямой FY с окружностью ω . Известно, что $EX = \sqrt{2}XY$. Найдите отношение $AD : DC$.

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} a, b, c \in \mathbb{N} \\ ab : 3^{14} \cdot 7^{13} \\ bc : 3^{19} \cdot 7^{17} \\ ac : 3^{23} \cdot 7^{42} \end{aligned}$$

Заметим, что для достижения мин. знагения abc , в разложении чисел a ; b ; c на простые множ. ли не должны содержаться другие простые числа, кроме 3 и 7, иначе abc будет не минимальным.

$$\begin{aligned} \exists a = 3^m \cdot 7^n; \quad \text{где } m, n, R, t, p, s \in \mathbb{Z}; \quad \text{больше, либо} \\ &\text{равные } 0. \\ \exists b = 3^R \cdot 7^t; \\ \exists c = 3^p \cdot 7^s; \quad \text{тогда } abc = 3^{m+R+p} \cdot 7^{n+t+s} - \min? \end{aligned}$$

Найти $\min(m+R+p)$; $\min(n+t+s)$?

$$\exists R < 5 \Rightarrow m > 9; p > 14;$$

$$\text{тогда } m+p > 23 : 23$$

$$\Rightarrow m+p \geq 46$$

$$\Rightarrow m+p+R \geq 46 > 28 \quad \text{---}$$

$$\exists R > 5 \quad \cancel{\text{тогда } R < 14}$$

но тогда $p < 14$, иначе $R+p > 19$, т.е. $R+p \geq 38 > 28 \Rightarrow$

$$\Rightarrow R+p+m \geq 38 \quad \text{---} \quad \text{т.к. есть пример на } R+p+m$$

"28".

значит если $R > 5$; $p < 14 \Rightarrow m < 9$, иначе

$$m+\cancel{R} \geq 15, \text{ т.е. } m+p+R \geq 28 \quad \text{---}$$

Пример на минимальное $m+p+R=28$:

$$R=5;$$

$$m=9;$$

$$p=14;$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

51.

$$\text{Значит } \min(m+p+R) = 28.$$

Пример на $\min(s+n+t) = 51$; $t=9$; $n=17$; $s=25$;

$\exists s < 25 \Rightarrow$

$$n > 17 \Rightarrow n+t \geq 26, \text{ т.к. } n+t : 13.$$

~~Учитывая что $s+t \leq 34$, то т.к. $s+t \geq 17$~~

T.k. $n+t : 13$

~~$s \leq 17$; $n \geq 25$~~

$$n > 17 \Rightarrow n+t \geq 26 \quad \text{т.к. } s+t+n \geq 34+18 > 51$$

$$s+t : 17 \Rightarrow \text{если } s+t \geq 34, n > 17 \Rightarrow \text{если } s+t=17 \Rightarrow s \leq 17$$

$$\text{если } s+t \geq 17+35 > 51 \Rightarrow s+t=17 \Rightarrow s \leq 17 \Rightarrow n \geq 25$$

$\exists s > 25 \Rightarrow n < 19$, иначе $s+n > 42$: 42, т.е. $s+n \geq 84$

$\Rightarrow t+s \geq 34 : 17$.

T.e. $s+n+t \geq 84$

$$\Rightarrow n+t+s \geq 18+34=52 > 51$$

⊖

$n < 19$

$$\Rightarrow \min(s+n+t) = 51. \quad \Rightarrow abc_{\min} = 3^{28} \cdot 7^{51};$$

Ответ: $abc_{\min} = 3^{28} \cdot 7^{51}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

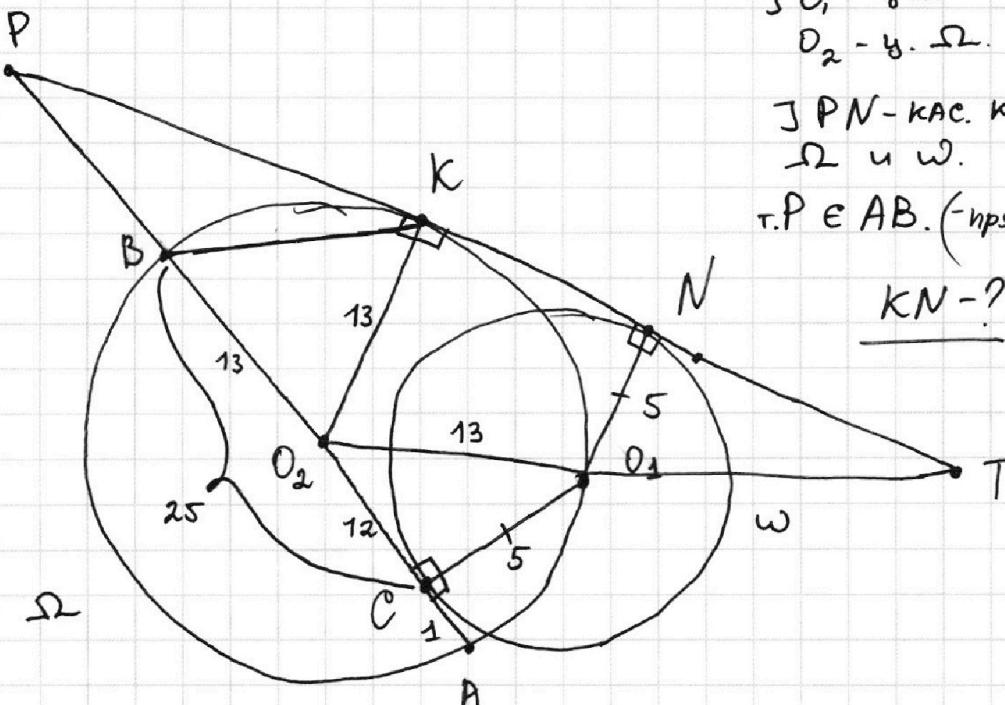
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

√4.



$$\begin{aligned}3 O_1 - \text{ч.в.} \\O_2 - \text{ч.} \Omega.\end{aligned}$$

JPN - кас. к
 Ω и ω .

т. $P \in AB$. (-прямой)
 AB

$KN - ?$

III.к. AB -диаметр и $AB = AC + BC = 26 \Rightarrow R_{\Omega} = \frac{26}{2} = 13$;

$$\Rightarrow O_2 K = O_2 B = O_2 C = O_2 O_1 = 13; \quad (\text{т.к. } O_2 \in \Omega)$$

III.и. $O_2 A = 13$; $AC = 1 \Rightarrow O_2 C = 12$. , ЗАМЕТИМ, что

$\triangle O_2 CO_1$ - прямоуг. и гипотенуза $O_1 O_2 = 13$; катет

$$O_2 C = 12 \Rightarrow O_1 C = \sqrt{169 - 144} = \sqrt{25} = 5;$$

$$\Rightarrow R_{\omega} = O_1 N = O_1 C = 5;$$

III.к. PK -касательная к Ω , а PA -секущая

\Rightarrow Степень точки P относит. $\Omega = PK^2 = PB \cdot (PB + 26)$;

III.и. PC и PN касательные отрезки к ω .

$$\Rightarrow PC = PN = PB + 25;$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

5

$$x, y, z \neq 0;$$

$$(1) 5x - y = 3z; \Rightarrow y = 5x - 3z;$$

$$(2) \frac{8}{x} + \frac{y}{z} = \frac{15}{z} \quad /*xyz$$

$$8zy + xz = 15xyz;$$

$$\text{u3 (1)} \quad 8z(5x - 3z) + xz = 15(5x - 3z)x;$$

$$40zx - 24z^2 + xz = 75x^2 - 45zx;$$

$$75x^2 - 86xz + 24z^2 = 0;$$

$$\Delta = 86^2 z^2 - 4 \cdot 24 \cdot 45 z^2 = 196 z^2 = 14^2 z^2;$$

$$x_1 = \frac{86z + 14z}{150} = \frac{2}{3}z;$$

$$x_2 = \frac{86z - 14z}{150} = \frac{72}{150}z = \frac{12}{25}z;$$

(1сл) $x = \frac{2}{3}z; \quad \text{u3 (1)} \quad y = 5x - 3z = \frac{10}{3}z - 3z = \frac{1}{3}z;$

$$\frac{25x^2 - y^2 - z^2}{y^2 + 3z^2} = \frac{\frac{25 \cdot 4}{9}z^2 - \frac{1}{9}z^2 - z^2}{\frac{1}{9}z^2 + 3z^2} = \frac{\frac{100 - 1 - 9}{9}}{\frac{28}{9}} =$$

$$= \frac{90}{28} = \frac{45}{14} = 3 \frac{3}{14};$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|----------------------------|

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

2cн

$$x = \frac{12}{25}z; \quad u_3 \text{ (1)} \quad y = 5x - 3z$$

$$y = \frac{60}{25}z - \frac{75}{25}z = -\frac{15}{25}z = -\frac{3}{5}z;$$

$$\begin{aligned} (*) \frac{25x^2 - y^2 - z^2}{y^2 + 3z^2} &= \frac{\frac{144}{25}z^2 - \frac{9}{25}z^2 - \frac{25}{25}z^2}{\frac{9}{25}z^2 + \frac{75}{25}z^2} = \\ &= \frac{110}{84} = \frac{55}{42} = 1 \frac{13}{42} < 3 \frac{3}{14}; \end{aligned}$$

\Rightarrow Мин. значение $(*) = 1 \frac{13}{42};$

Ответ: $1 \frac{13}{42}.$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

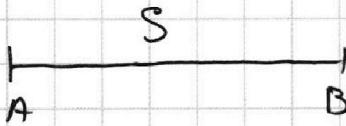
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



6

3 x - скорость вел-та (км/ч)
 y - скорость мот-та (км/ч)
 S - расстояние от А до В (км)
 $x, y > 0; S > 0.$

$$(1) Sx + xy = Sy;$$

$$\text{М.к. } \frac{S}{y} + 1 = \frac{S}{x};$$

$$\frac{S}{y} \cdot x + 49 = \frac{S}{x} y; \Rightarrow (2) Sx^2 + 49xy = Sy^2;$$

$$\frac{S}{x+y} = \frac{S}{y+49} + 0,6; \Rightarrow (3) Sy + 49S = Sx + 7,8 + 0,6xy + 4,2(x+y) + 29,4;$$

$$U_3 (1) 49Sx + 49xy = 49Sy; \Rightarrow 49S(y-x) = S(y-x)^2$$

$$U_3 (2) Sx^2 + 49xy = Sy^2; \quad (x+y);$$

$$\Rightarrow 49S = S(x+y) \Rightarrow x+y = 49; \text{ тогда } y = 49-x;$$

$$\text{Тогда из (3) } Sy = Sx + 0,6xy + 4,2 \cdot 49 + 29,4;$$

$$S(49-x) = Sx + 0,6x(49-x) + 235,2;$$

$$49S - Sx = Sx + 29,4x - 0,6x^2 + 235,2;$$

$$0 \rightarrow 2Sx = 0,6x^2 - 29,4x + 49S - 235,2;$$

$$U_3 (1); \quad Sx + x(49-x) = S(49-x);$$

$$Sx + 49x - x^2 = 49S - Sx;$$

$$0 \rightarrow 2Sx = x^2 + 49S - 49x;$$

$$\text{Тогда } 0,6x^2 - 29,4x - 235,2 = x^2 - 49x;$$

$$0,4x^2 + 19,6x + 235,2 = 0; / \cdot 10$$

$$-19,6x$$

$$4x^2 - 196x + 2352 = 0; / : 2$$

$$2x^2 - 98x + 1176 = 0;$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

56

$$2x^2 - 98x + 1176 = 0;$$

$$\Delta = 98^2 - 8 \cdot 1176 = 196 = 14^2;$$

$$x_{1,2} = \frac{98 \pm 14}{4}; \quad x_1 = 28; \quad \Rightarrow \quad y_1 = 49 \cdot 28 = 21; \\ x_2 = 21; \quad y_2 = 28;$$

Тогда уз

$$(1) \quad 28S + 588 = 21S \quad \text{при } x, \text{ и } y_1$$

$y_2 = -588 \Rightarrow S < 0$ - Противоречие,

тогда $x = 21; \quad y = 28 \text{ (км/ч);}$

$$21S + 588 = 28S;$$

$$588 = 7S;$$

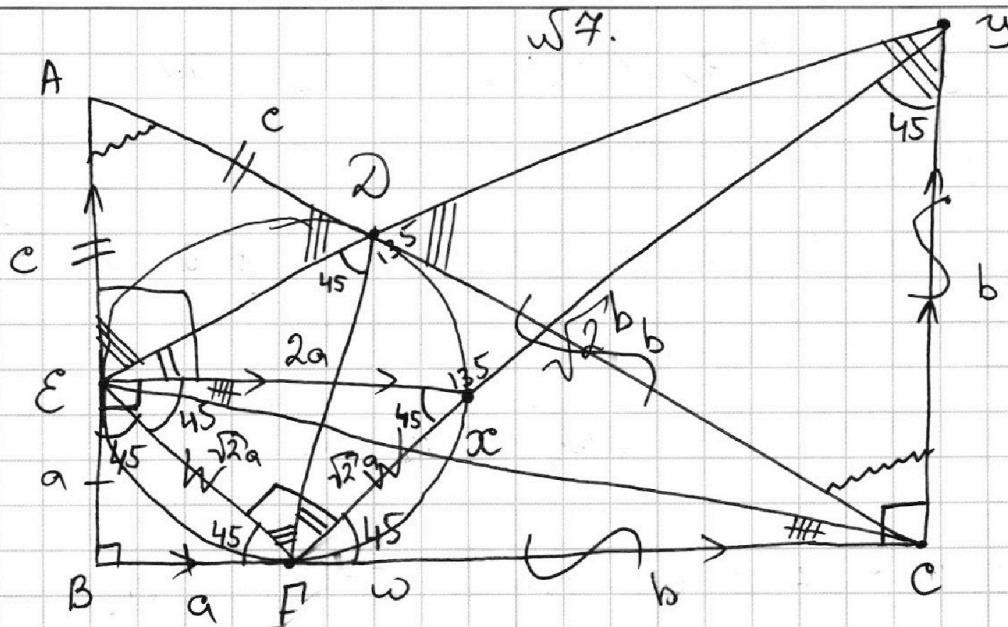
$$S = 84 \text{ (км);}$$

Ответ: $S = 84 \text{ км.}$

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input type="checkbox"/> 6 | <input checked="" type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$\angle EXY = \sqrt{2} \angle XY;$ П.к. BE и BF - касат. отрезки к ω .

$$\frac{AD}{DC} = ? \quad \frac{CE}{b} = ? \quad \Rightarrow BE = BF \Rightarrow \triangle EBF \text{ - прямогр. и р/д.}$$

$$\Rightarrow \angle EBF = \angle EFB = \angle EDF = \angle EXF = 45^\circ.$$

Т.к. AB и BC - касат-ые к ω .
и углы опир. на \overline{EF} .

П.к. $\angle DEX = \angle DFY$ (опир-ся на \overline{DX}) $\Rightarrow \triangle EXY \sim \triangle FDY$.
и $\angle FDY = \angle EXY = 135^\circ$

$$\Rightarrow \frac{EX}{XY} = \frac{FD}{DY} = \sqrt{2}; \quad FD = \sqrt{2} DY.$$

Т.к. $AB \perp BC$ и $YC \perp BC \Rightarrow AB \parallel YC$.

Т.к. $AE = AD$; $FC = CD$; $\angle AEY = \angle EYC$ ($AB \parallel YC$);
 $\angle ADE = \angle CDY$ (верт) $\Rightarrow \triangle EAQ; \triangle DCY; \triangle FCD; \triangle FCY$
- равнобедренные $\Rightarrow FC = CD = CY$.

Тогда $\triangle FCY$ - прямогр. и р/д. $\Rightarrow \angle CFY = \angle FYC = \angle FEX = 45^\circ$ (опир. на \overline{FX});

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Тогда $\angle BEX = 90^\circ \Rightarrow EX \perp AB; BC \perp AB$.
 $\Rightarrow EX \parallel BC$.

Тогда $\angle EFX = 180 - 90 = 90^\circ \Rightarrow \triangle EFX$ - прям. ир/д.
 $\Rightarrow EF = FX$;

$\angle EFD = \angle ADE$, т.к. они пр-ся на \overline{DE} .

Заметим, что $\triangle EAD \sim \triangle DCY \Rightarrow \frac{AD}{DC} = \frac{ED}{DY}$;

$$\text{т.е. } \frac{ED}{DY} = \frac{AD}{CY}; \quad \frac{ED}{DY} = \frac{c}{b};$$

Д-бо: $EC = c$, тогда c -бис-са $\triangle ECY$
 $\Rightarrow \frac{ED}{DY} = \frac{c}{b}$;

Длг $\triangle ABC$ по Т. Пифагора:

$$a^2 + 2ac + c^2 + a^2 + 2ab + b^2 = c^2 + 2bc + b^2$$

$$a^2 + ac + ab = bc;$$

$$EC^2 = a^2 + a^2 + 2ab + b^2;$$

$$\text{Д-бо: } c^2 = 2a^2 + 2ab + b^2;$$

$$EX^2 = EF^2 + FX^2 = 2EF^2 = 2(a^2 + a^2) = 4a^2$$

$$EX = 2a \Rightarrow XY = \sqrt{a^2 + a^2}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

 МФТИ

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$a, b, c \in \mathbb{N}$$

~~abc~~

$$ab : 3^{14} 7^{13}$$

$$bc : 3^{19} 7^{17}$$

$$\frac{a+b}{a^2 - 9ab + b^2};$$

$$ac : 3^{23} 7^{42}$$

тчайд?

abc - 3 члн ?

~~abc : 3^{23} 7^{42}~~

$$(a; b) = 1.$$

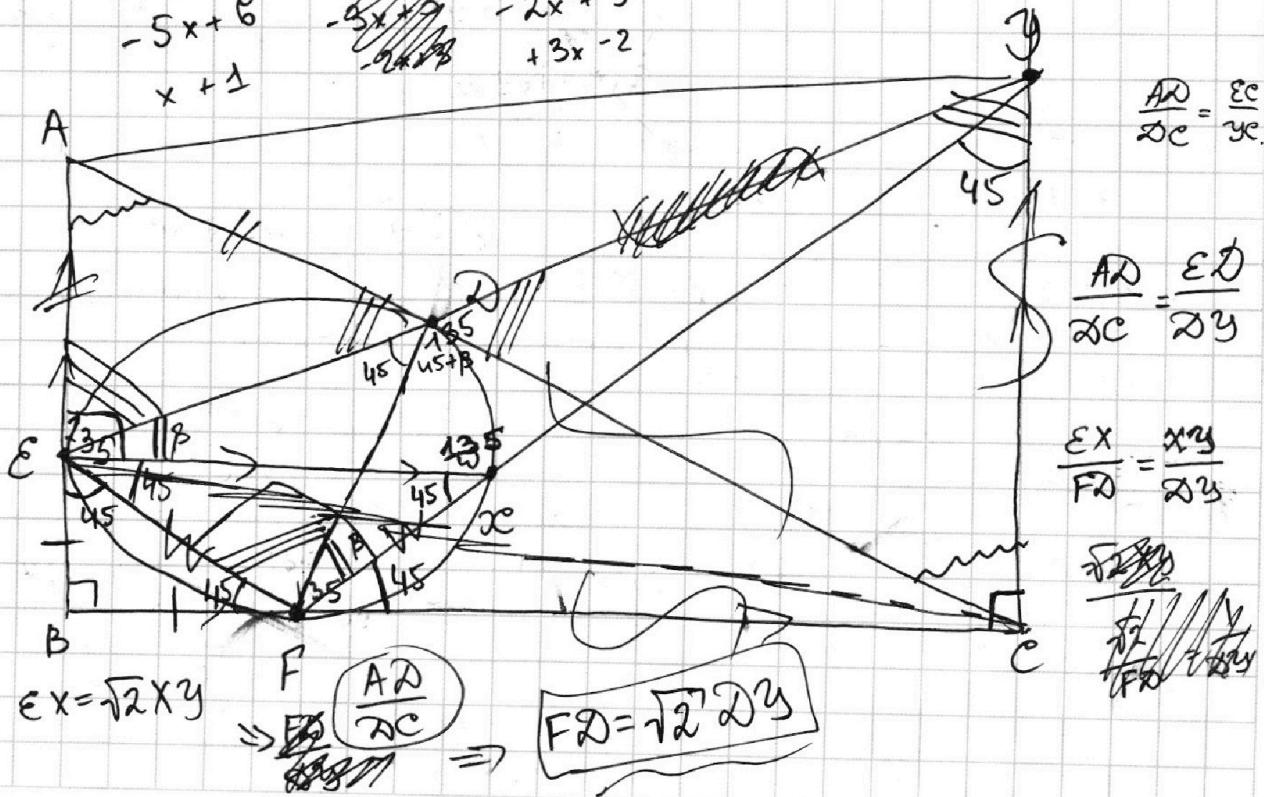
$$\sqrt{3x^2 - 5x + 6} - \sqrt{3x^2 + x + 1} = 5 - 6x;$$

$$3x^2 - 5x + 6 - 2\sqrt{(3x^2 - 5x + 6)(3x^2 + x + 1)} + 3x^2 + x + 1 = 25 - 6x + 36x^2;$$

$$2\sqrt{(3x^2 - 5x + 6)(3x^2 + x + 1)} = -30x^2 + 56x - 18;$$

$$\begin{array}{r} -5x + 6 \\ \times + 1 \\ \hline -5x + 6 \\ -5x + 6 \\ \hline -2x + 3 \\ + 3x - 2 \\ \hline \end{array}$$

$$\frac{AD}{DC} = \frac{EC}{YC}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

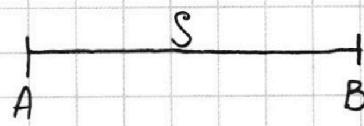
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$\sqrt{6}$

3 v_B - скорость велосипедиста. (км/ч)

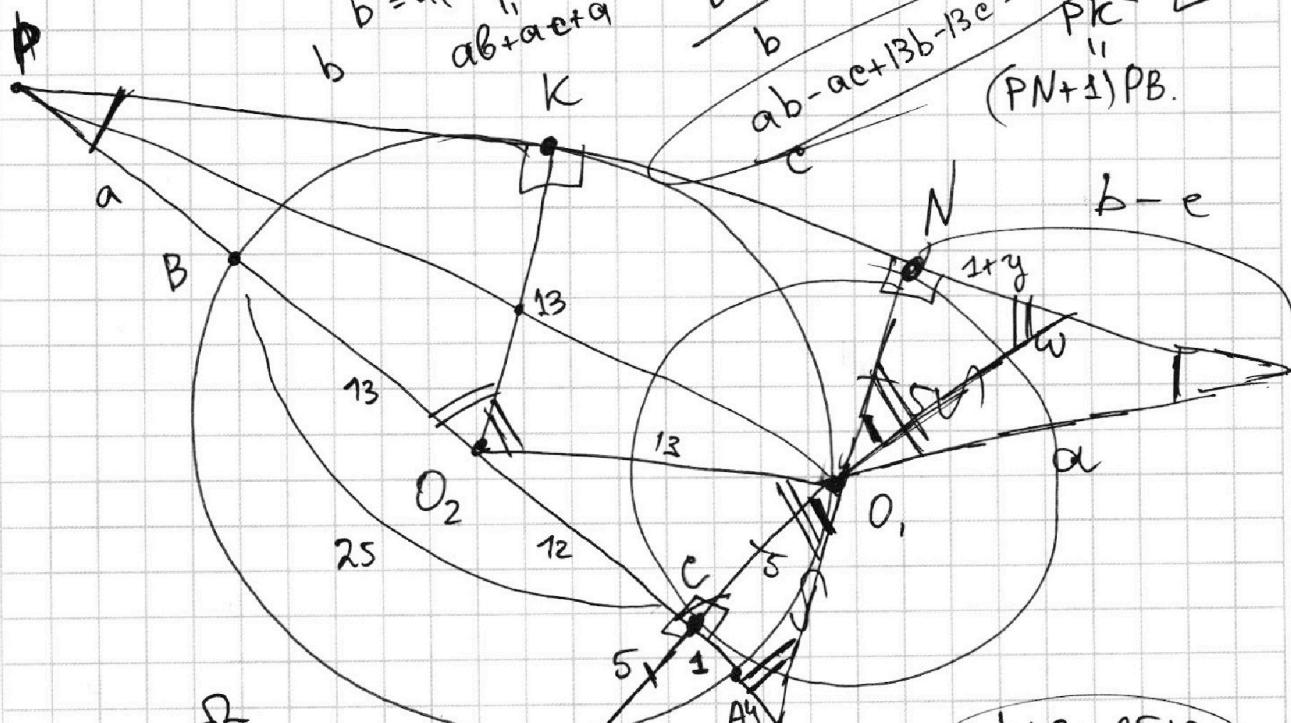
v_M - скорость мотоциклиста. (км/ч)

S - расстояние от A до B (км)

$$y_9 = x + y$$

$$b^2 = a(b+c+1) \\ ab+a+c+a$$

$$\frac{b-c}{b} = \frac{a}{a+13} \\ ab-ac+13b-13c = ab \\ b^2 = a(26+a) \\ b+c = a+25$$



$$x, y, z \neq 0$$

$$5x-y=3z$$

$$\frac{8}{x} + \frac{1}{y} = \frac{15}{z};$$

$$8zy+xz=15xy;$$

$$25x^2-10xy+y^2=9z^2;$$

$$25x^2-y^2-z^2=8z^2+10xy$$

Найд.

$$\frac{25x^2-y^2-z^2}{y^2+3z^2}; \quad 25=$$

$$b+c = 25+a;$$

$$a(26+a) = b^2;$$

$$26a+a^2 = b^2;$$

$$\frac{25x^2-y^2-z^2}{y^2+3z^2} =$$

$$a(26+a) = b^2$$

$$b = \sqrt{a(26+a)}$$

$$\sqrt{a(26+a)} + c = 25+a.$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

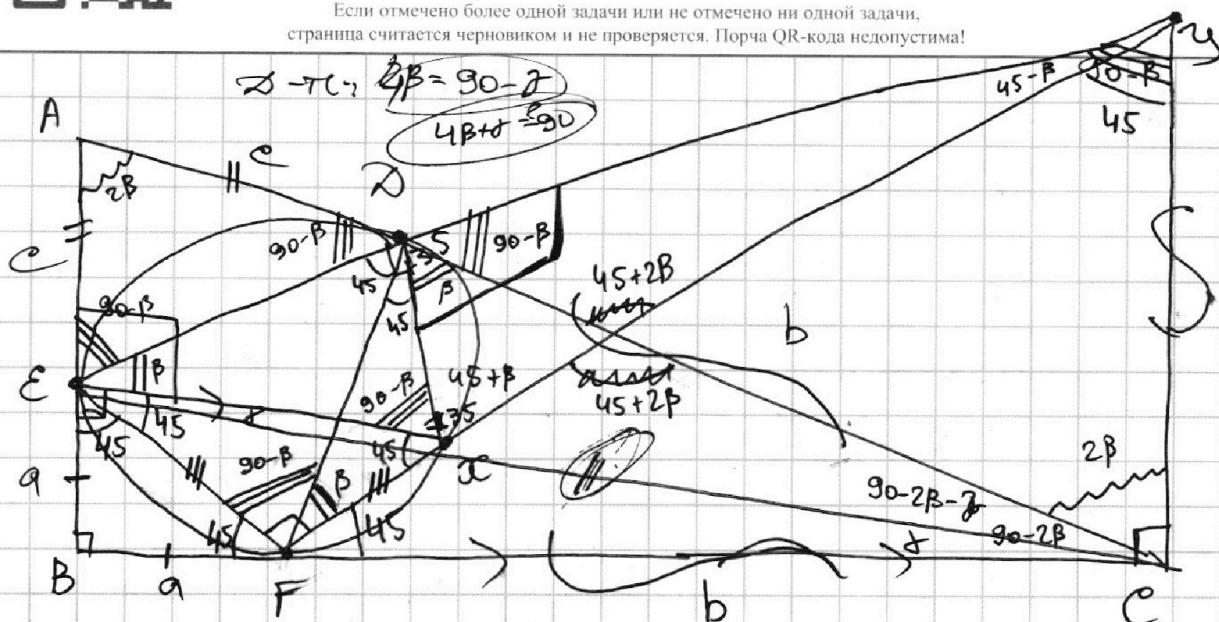
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$Ex = \sqrt{2} \cdot Dy \Rightarrow FD = \sqrt{2} \cdot Dy;$$

$$\{ EF = FD \}$$

Ex - гипотенуза

$$\frac{AD}{DC} - ? \quad a^2 + ab = c(b-a)$$

$$a^2 + ab = c(b-a) \quad c = \frac{a^2 + ab}{b-a}$$

$$\frac{AD}{DC} = \frac{Ex}{Dy} - ?$$

$$Dy \cdot yE = xy \cdot Fy$$

$$\frac{a+b}{a^2 - 9ab + b^2}$$

$$(a, b) = 1$$

m-наиб.

$$\text{т.к. } a^2 - 9ab + b^2 : m \\ a+b : m$$

$$\frac{2a^2}{2a^2} = 1$$

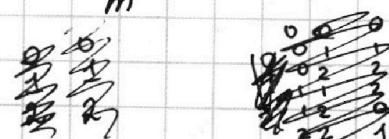
$$\frac{FD}{Dy} \cdot yE = \frac{Ex}{Dy} \cdot Fy$$

$$FD - yE = Ex \cdot Fy$$

$$Ex \cdot FD = EF (Ex + Fy)$$

$$\frac{a^2 - 9ab + b^2}{m} = a+b$$

$$\frac{a^2 + b^2}{m} = 9ab + a+b$$



$$\frac{a^2 - 9b^2}{a^2 + a} = 1 \\ a^2 + 2ab + b^2 = c^2$$

$$a^2 + 2ac + c^2 \\ a^2 + 2ab + b^2$$

$$c^2 + 2bc + b^2$$

$$2a^2 + 2a(b+c) = 2bc \\ a^2 + ab + ac = bc$$

$$\begin{array}{r|rr} 0 & 1 & 0 \\ \textcircled{9} & 2 & 1 \\ \hline 0 & 3 & 0 \\ 4 & 7 \\ 5 & 7 \\ 6 & 0 \\ 7 & 4 \\ 8 & 1 \\ 9 & 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|rr} 0 & 1 & 0 \\ \textcircled{4} & 4 & 7 \\ \hline 0 & 7 & 4 \\ 1 & 1 \\ 2 & 0 \\ 3 & 0 \\ 4 & 7 \\ 5 & 7 \\ 6 & 0 \\ 7 & 4 \\ 8 & 1 \\ 9 & 0 \end{array}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

~~Было~~

$$Sx + xy = Sy$$

$$Sx^2 + 49xy = Sy^2$$

$$Sy + 78 = Sx + 75 + 0,6xy + 4,2x + 4,2y + 29,4$$

~~$$Sy - 49Sx = 84(2-18,6)$$

$$y-x = 2-18,6$$~~

$$49 = x+y$$

$$\Delta = 98^2 - 8 \cdot 1176$$

$$\begin{array}{r} 98 \\ \times 98 \\ \hline 784 \\ 882 \\ \hline 9604 \\ 882 \\ \hline 9408 \\ 196 \\ \hline 144 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1176 \\ \times 8 \\ \hline 9408 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 588 \\ \times 7 \\ \hline 5628 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 28 \\ \times 28 \\ \hline 16 \\ 42 \\ \hline 78 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 98+14 \\ \times 12 \\ \hline 28 \\ 28 \\ \hline 112 \end{array}$$

$$4S = x - 20,2$$

$$4Sx = x^2 - 20,2x$$

$$2Sx + 49S = 28,8x$$

$$2Sx - 49S = x^2 - 49x$$

$$49Sy - 49Sx = Sy^2 - Sx^2$$

$$49(y-x) = (y-x)(x+y)$$

$$49 = x+y$$

$$y = 49-x$$

$$Sy = Sx + 0,6xy + 4,2 \cdot 49 + 29,4$$

$$Sy = Sx + 0,6xy + 235,2$$

$$S(49-x) = Sx + 0,6x(49-x) + 235,2$$

$$+ 235,2 \quad \begin{array}{r} 49 \\ \times 49 \\ \hline 378 \\ 168 \\ \hline 196 \end{array}$$

$$+ 235,2 \quad \begin{array}{r} 378 \\ \times 196 \\ \hline 168 \\ 196 \\ \hline 7408 \end{array}$$

$$49S - Sx = Sx + 29,4x - 0,6x \quad \begin{array}{r} 205,8 \\ \times 205,8 \\ \hline 168 \\ 196 \\ \hline 4016 \end{array}$$

$$49S - Sx = Sx + 29,4x - 0,6x \quad \begin{array}{r} 205,8 \\ \times 205,8 \\ \hline 168 \\ 196 \\ \hline 4016 \end{array}$$

$$49S - Sx = Sx + 29,4x - 0,6x \quad \begin{array}{r} 205,8 \\ \times 205,8 \\ \hline 168 \\ 196 \\ \hline 4016 \end{array}$$

$$49S - Sx = Sx + 29,4x - 0,6x \quad \begin{array}{r} 205,8 \\ \times 205,8 \\ \hline 168 \\ 196 \\ \hline 4016 \end{array}$$

$$49S - Sx = Sx + 29,4x - 0,6x \quad \begin{array}{r} 205,8 \\ \times 205,8 \\ \hline 168 \\ 196 \\ \hline 4016 \end{array}$$

$$49S - Sx = Sx + 29,4x - 0,6x \quad \begin{array}{r} 205,8 \\ \times 205,8 \\ \hline 168 \\ 196 \\ \hline 4016 \end{array}$$

$$49S - Sx = Sx + 29,4x - 0,6x \quad \begin{array}{r} 205,8 \\ \times 205,8 \\ \hline 168 \\ 196 \\ \hline 4016 \end{array}$$

$$49S - Sx = Sx + 29,4x - 0,6x \quad \begin{array}{r} 205,8 \\ \times 205,8 \\ \hline 168 \\ 196 \\ \hline 4016 \end{array}$$

$$49S - Sx = Sx + 29,4x - 0,6x \quad \begin{array}{r} 205,8 \\ \times 205,8 \\ \hline 168 \\ 196 \\ \hline 4016 \end{array}$$

$$49S - Sx = Sx + 29,4x - 0,6x \quad \begin{array}{r} 205,8 \\ \times 205,8 \\ \hline 168 \\ 196 \\ \hline 4016 \end{array}$$

$$49S - Sx = Sx + 29,4x - 0,6x \quad \begin{array}{r} 205,8 \\ \times 205,8 \\ \hline 168 \\ 196 \\ \hline 4016 \end{array}$$

$$49S - Sx = Sx + 29,4x - 0,6x \quad \begin{array}{r} 205,8 \\ \times 205,8 \\ \hline 168 \\ 196 \\ \hline 4016 \end{array}$$

$$49S - Sx = Sx + 29,4x - 0,6x \quad \begin{array}{r} 205,8 \\ \times 205,8 \\ \hline 168 \\ 196 \\ \hline 4016 \end{array}$$

$$49S - Sx = Sx + 29,4x - 0,6x \quad \begin{array}{r} 205,8 \\ \times 205,8 \\ \hline 168 \\ 196 \\ \hline 4016 \end{array}$$

$$49S - Sx = Sx + 29,4x - 0,6x \quad \begin{array}{r} 205,8 \\ \times 205,8 \\ \hline 168 \\ 196 \\ \hline 4016 \end{array}$$

$$49S - Sx = Sx + 29,4x - 0,6x \quad \begin{array}{r} 205,8 \\ \times 205,8 \\ \hline 168 \\ 196 \\ \hline 4016 \end{array}$$

$$49S - Sx = Sx + 29,4x - 0,6x \quad \begin{array}{r} 205,8 \\ \times 205,8 \\ \hline 168 \\ 196 \\ \hline 4016 \end{array}$$

$$49S - Sx = Sx + 29,4x - 0,6x \quad \begin{array}{r} 205,8 \\ \times 205,8 \\ \hline 168 \\ 196 \\ \hline 4016 \end{array}$$

$$49S - Sx = Sx + 29,4x - 0,6x \quad \begin{array}{r} 205,8 \\ \times 205,8 \\ \hline 168 \\ 196 \\ \hline 4016 \end{array}$$

$$49S - Sx = Sx + 29,4x - 0,6x \quad \begin{array}{r} 205,8 \\ \times 205,8 \\ \hline 168 \\ 196 \\ \hline 4016 \end{array}$$

$$49S - Sx = Sx + 29,4x - 0,6x \quad \begin{array}{r} 205,8 \\ \times 205,8 \\ \hline 168 \\ 196 \\ \hline 4016 \end{array}$$

$$49S - Sx = Sx + 29,4x - 0,6x \quad \begin{array}{r} 205,8 \\ \times 205,8 \\ \hline 168 \\ 196 \\ \hline 4016 \end{array}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{S}{\bar{v}_M} + 1 = \frac{S}{\bar{v}_B}$$

$$\frac{S}{\bar{v}_M} \cdot \bar{v}_B + 49 = \frac{S}{\bar{v}_B} \cdot \bar{v}_M$$

$$\frac{S}{\bar{v}_B + 7} = \frac{S}{\bar{v}_M + 7} + \frac{36}{60} \text{ "0,6"}$$

$$49 \cdot 0,6 = \frac{49^2 \cdot 6}{10} =$$

$$\frac{49}{29,4} \cdot \frac{49 \cdot 6}{24 + 5,4}$$

S - ?

$$S \cdot \bar{v}_B + \bar{v}_B \cdot \bar{v}_M = S \cdot \bar{v}_M$$

$$S \bar{v}_B^2 + 49 \bar{v}_M \cdot \bar{v}_B = S \cdot \bar{v}_M^2$$

$$S \bar{v}_M + 7S = S \bar{v}_B + 7S$$

$$+ 0,6 \bar{v}_M \cdot \bar{v}_B$$

$$+ 4,2 \bar{v}_M + 4,2 \bar{v}_B$$

$$+ 29,4$$

$$S \bar{v}_M = S \bar{v}_B + 0,6 \bar{v}_M \bar{v}_B + 4,2 \bar{v}_B \\ + 4,2 \bar{v}_B + 29,4$$

$$49 \bar{v}_M \bar{v}_B = 49 S \bar{v}_M - 49 S \bar{v}_B$$

$$49 \bar{v}_M \bar{v}_B = S \bar{v}_M^2 - S \bar{v}_B^2$$

$$49 S \bar{v}_M + S \bar{v}_B^2 = 49 S \bar{v}_B + S \bar{v}_M^2$$

$$49 S (\bar{v}_M - \bar{v}_B) = S (\bar{v}_M - \bar{v}_B) (\bar{v}_M + \bar{v}_B)$$

$$49 = \bar{v}_M + \bar{v}_B$$

$$\bar{v}_B = 49 - \bar{v}_M ;$$

$$\begin{array}{r} 2352 \\ 015 \\ \hline 12 \end{array} \quad \begin{array}{r} 1176 \\ 220 \\ \hline 152 \\ 152 \\ \hline 0 \end{array}$$

~~$$49 S - S \bar{v}_M + 49 S$$~~

$$S (49 - \bar{v}_M) + (49 - \bar{v}_M) \bar{v}_M = S \bar{v}_M$$

$$49 S - S \bar{v}_M + 49 \bar{v}_M - \bar{v}_M^2 = S \bar{v}_M$$

$$49 S = \bar{v}_M^2 + 2 S \bar{v}_M - 49 \bar{v}_M ; \quad 49 \cdot 4 = 196$$

$$\bar{v}_M^2 + \bar{v}_M (2S - 49) - 49 S ; \quad (2S - 7)(2S + 7)$$

$$\bar{v}_{M,1,2} = \frac{49 - 2S \pm \sqrt{4S^2 - 196S + 49^2 + 196S}}{2}$$

$$0,44^2 \quad \begin{array}{r} 1176 \\ 220 \\ \hline 152 \\ 152 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$19,6^\circ$$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$a, b, c \in N$.

$$ab : 3^{14} 7^{13}$$

$$bc : 3^{19} 7^{17}$$

$$ac : 3^{23} 7^{42}$$

$$a = 3^m \cdot 7^n$$

$$b = 3^R \cdot 7^t$$

$$c = 3^P \cdot 7^S$$

$$abc = 3^{m+R+P} \cdot 7^{n+t+S}$$

$$R > 5 \quad n+t+S < 14$$

$$P < 9 \quad m < 9$$

$$m+P < 23$$

$$n+t = 13$$

Тогда A чтобы

abc было min

нужно чтобы

$$ab = 3^{14} 7^{13}$$

$$bc = 3^{19} 7^{14}$$

$$ac = 3^{23} 7^{42}$$

$$m+R = 14;$$

$$R+P = 19;$$

$$m+P = 23;$$

$$m+R : 14$$

$$R+P : 19$$

$$m+P : 23$$

$$t+S = 17$$

$$n+S = 42$$

$$2(t+n+S) = 72$$

$$t+n+S = 36$$

$$3R < S$$

$$t = 9$$

$$n = 17$$

$$S = 25$$

$$17+25+9 = 51$$

$$\min(n+t+S) = ?$$

$$P+R < 19$$

$$\text{Противоречие}$$

$$abc = 3^{m+R+P} \cdot 7^{n+t+S}$$

$$m+R : 14$$

$$R+P : 19$$

$$m+P : 23$$

$$3R < 5 \Rightarrow m > 9$$

$$\Rightarrow P > 14$$

$$\text{тогда } m+P > 23$$

$$S_{\min} = 24$$

$$m+P \geq 48$$

$$\min(m+R+P) = 28$$

$$n+t : 14$$

$$t+S : 17$$

$$n+S : 42$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17 25$$

$$10 32 18 24 17$$

На одной странице можно оформлять **ТОЛЬКО ОДИНУ** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$x, y, z \neq 0$$

$$5x - y = 3z; \quad y = 5x - 3z$$

$$\frac{8}{x} + \frac{1}{y} = \frac{15}{z};$$

$$8zy + xz = 15xy;$$

$$8z(5x - 3z) + xz = 15x(5x - 3z);$$

$$40xz - 24z^2 + xz = 75x^2 - 45xz;$$

$$75x^2 + 24z^2 - 96xz = 0$$

$$75x^2 - 86xz + 24z^2 = 0;$$

~~$$x^2 = 96z^2 - 4 \cdot 75 \cdot 24$$~~

$$x^2 = 86z^2 - 4 \cdot 24 \cdot 75z^2 = 196z^2 = 14^2 z^2$$

$$x_1 = \frac{86z - 14z}{150} = \frac{72z}{150} = \frac{36z}{75} = \frac{12z}{25}$$

$$x_2 = \frac{100z}{150} = \frac{2}{3}z;$$

lcm $x = \frac{12}{25}z$

$$y = 5x - 3z = \frac{60}{25}z - 3z = 2 \frac{10}{25}z - 3z = -\frac{15}{25}z = -\frac{3}{5}z$$

$$\frac{25x^2 - y^2 - z^2}{y^2 + 3z^2} = \frac{25 \cdot \frac{144}{625}z^2 - \frac{9}{25}z^2 - z^2}{\frac{9}{25}z^2 + 3z^2} = \frac{\frac{144 - 9 - 25}{25}z^2}{z^2 / \frac{9}{25}} = 2 \cdot 3$$

14

28

42