



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ



9 КЛАСС. Вариант 13

- [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $3^{11}7^{11}$, bc делится на $3^{18}7^{16}$, ac делится на $3^{21}7^{38}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
- [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2 - 8ab + b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

- [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2 - 3x + 4} - \sqrt{2x^2 + x + 3} = 1 - 4x.$$

- [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , диаметр AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC = 1$ и $BC = 16$. Найдите длину общей касательной к окружностям ω и Ω .
- [4 балла] Ненулевые действительные числа x, y, z удовлетворяют равенствам

$$3x + 2y = z \quad \text{и} \quad \frac{3}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{z}.$$

Найдите наибольшее возможное значение выражения $\frac{3x^2 - 4y^2 - z^2}{x^2 - 6y^2}$.

- [5 баллов] Из пункта A в пункт B выезжают одновременно велосипедист и мотоциклист. Оба они движутся с постоянной скоростью, и мотоциклист прибывает в пункт B на 2 часа раньше велосипедиста. Если бы велосипедист ехал со своей скоростью в течение того времени, что понадобилось мотоциклистику на дорогу от A к B , а мотоциклист – в течение того времени, что понадобилось велосипедисту на этот путь, то мотоциклист проехал бы на 96 километров больше. Если бы скорость каждого из них возросла на 6 км/ч, то велосипедист приехал бы в B на 1 час 15 минут позже велосипедиста. Найдите расстояние между A и B .
- [6 баллов] Вписанная окружность ω прямоугольного треугольника ABC с прямым углом B касается его сторон CA, AB, BC в точках D, E, F соответственно. Луч ED пересекает прямую, перпендикулярную BC , проходящую через вершину C , в точке Y ; X – вторая точка пересечения прямой FY с окружностью ω . Известно, что $EX = 2\sqrt{2}XY$. Найдите отношение $AD : DC$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ



н.1

1) Было бы чудо:

$$abc : ac \Rightarrow abc : 7^{38}$$

2) Тане $(abc)^2 = (ab)(bc)(ac) : 3^{(11+21+10)} \text{ т.е. } (abc)^2 : 3^{50} \neq 1$

Значит чудо $abc : 3^{25}$

3) $abc : 7^{38} \text{ и } abc : 3^{25} \text{ и т.к. } \text{lcm}(7^{38}; 3^{25}) = 1 \Rightarrow abc : 7^{38} \cdot 3^{25}$

а значит $abc \geq 7^{38} \cdot 3^{25}$

Пример: $a = 3^7 7^{22}$
 $b = 3^4$
 $c = 3^{14} 7^{16}$

Ответ: $7^{38} \cdot 3^{25}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№2

Задача 2) дробь $\frac{a+b}{a^2-ab+b^2}$ - можно сократить на
 $\text{НОД}(a+b; a^2-ab+b^2) = \text{НОД}(a+b; a^2-ab+b^2 - (a+b)^2) =$
 $= \text{НОД}(a+b; 10ab)$ зная что при $\frac{a}{b} = \text{целое}$ -
значит то $\text{НОД}(a, b) = 1 \Rightarrow$ кратно каждого из
числа $p \geq 1$, а то $a:p = b:p \Rightarrow$ кратно каждого из числа
 $p \geq 1$ то $a:p \wedge (a+b):p$ или $b:p$ и $(a+b):p$, а
значит $\text{НОД}(a+b; 10ab) = \text{НОД}(a+b; 10) \leq 10$ значит

единственное $m = 10$ Пример:

$$a = 7 \quad \left(\frac{7}{3} - \text{несократима} \right)$$
$$b = 3$$

$$a = \frac{7+3}{49-16+9} = \frac{10}{110} = -\frac{1}{11} \quad (\text{бюльше дробь не сократима})$$

Численно: при $a=10$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ.

N3

Обозначим

$$A = 2x^2 - 3x + 4$$

$B = 2x^2 + x + 3$ тогда замечаем что:

$$A - B = 1 - 4x \text{ , тогда:}$$

$$\sqrt{A'} - \sqrt{B'} = A - B = (\sqrt{A'} - \sqrt{B'}) / (\sqrt{A'} + \sqrt{B'})$$

$$\begin{cases} \sqrt{A'} - \sqrt{B'} = 0, \\ \sqrt{B'} + \sqrt{A'} = 1; \end{cases}$$

I способ $\sqrt{A'} = \sqrt{B'} \Rightarrow A = B \Rightarrow A - B = 0 \Rightarrow 1 - 4x = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{4}$

II способ: $\sqrt{B'} + \sqrt{A'} = 1 \quad / - 2\sqrt{B'}$

$$\sqrt{A'} - \sqrt{B'} = 1 - 2\sqrt{B'} = A - B = 1 - 4x$$

$$2\sqrt{B'} = 4x$$

$$\sqrt{B'} = 2x$$

$$B = 4x^2$$

$$x + 3 = 2x^2$$

$$2x^2 - x - 3 = 0$$

ЗДРУДОВОЕ замечание что это значит что:

$$\begin{cases} x = -1, \\ x = \frac{3}{2}; \end{cases}$$

ПРИЧЕМ: замечание, что A и B - коэффициенты при $x^2 > 0$, а $D < 0 \Rightarrow A > 0$ и $B > 0$ что исключает x

Причем: $\begin{cases} x = -1, \\ x = \frac{3}{2}, \\ x = \frac{1}{4}; \end{cases}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

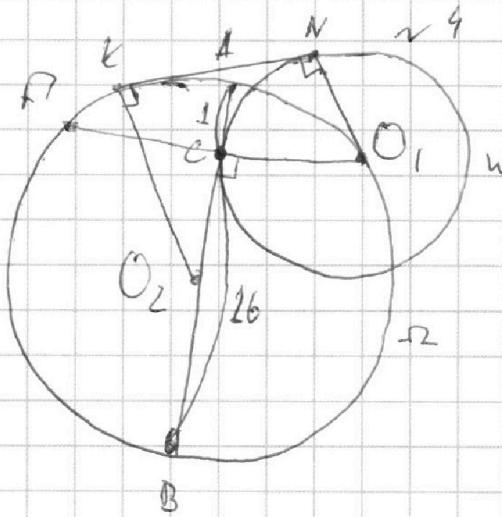
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



1) Такое O_1 , а O_2 - центр
однозначно и в O_2 соотвествует

$$2) AB = AC + CB = 12 \Rightarrow AO_2 = R = \frac{12}{2}$$

3) $\angle O_1CB = 90^\circ$ (т.е. AB -касательная
к O_2), а также AB -диаметр
значит $O_2C = CP$, где P -точка
пересечения O_2C с O_1 не тока:

$$\deg_{O_2} C = AC - CB = O_1C \cdot CP = O_1C^2$$

$$16 = O_1C^2 = R^2$$

$$R = 4$$

4) Из задачи $\angle O_2KA = 90^\circ = \angle O_1NK$

(из NK односекущая касательная) $\Rightarrow NK \parallel MO_1$,

а значит: NKO_1O_2 - четырехугольник четырехугольник,

а значит: построим точку M на
 KO_2 такую что $NM \parallel O_1O_2$, т.е.

NKO_1O_2 - параллелограмм, но
определение $\Rightarrow NM = O_1O_2$, а $MO_2 = NO_1$,

тогда $KM = KO_2 - NO_1$, а значит

$$MK^2 = NM^2 - KM^2 \text{ (по теореме Пифагора)}$$

$$NK^2 = O_1O_2^2 - (KO_2^2 - NO_1^2) = R^2 - (R^2 - r^2) =$$

$$= \left(\frac{12}{2}\right)^2 - \left(\frac{12}{2} - 4\right)^2 = \frac{144 - 4^2}{4} = \frac{8 \cdot 26}{4} = 52$$

Приложение: $R = n$ - радиус $\Delta u w$ соотвественно.

$$\text{Ответ: } \sqrt{52} = 2\sqrt{13}.$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

✓5

$$1) \begin{cases} z = 3x + 2y, \\ 23x + 1/y = 2/z; \end{cases}$$

$$\text{Тогда } \frac{3}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{3x+2y} \quad | \cdot (3x+2y)xy$$

$$3(3x+2y)y + (3x+2y)x = 2xy$$

$$9xy + 6y^2 + 3x^2 + 2xy = 2xy \quad | : 3$$

$$3xy + 2y^2 + x^2 = 0$$

Если рассмотреть это уравнение, как квадратное
уравнение относительно x , то тогда:

$$x_1 = -y$$

$$x_2 = -2y$$

$$\text{Тогда есть 2 случая: 1: } y = y; x = -y; z = -3y + 2y = -y$$
$$2: y = y; x = -2y; z = -6y + 2y = -4y$$

$$\text{1: } \frac{3x^2 - 4y^2 - z^2}{x^2 - 6y^2} = \frac{3y^2 - 4y^2 - y^2}{y^2 - 6y^2} = \frac{-2}{-5} = 0,4$$

$$2: \frac{3-4y^2-4y^2-16y^2}{8y^2-6y^2} = \frac{-8y^2}{-2} = 4$$

~~решение~~

Пример: $y = 1; x = -2; z = -4$

Ответ: 4. ($\because 4 > 0,4$)

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

26

Русло S -расположеное от А до В (6 км)

v_M - скорость потока движущегося (6 км/час)

v_B - скорость беспомехового (6 км/час)

1) Тогда из первого условия:

$$\frac{S}{v_B} + 2 \cdot \frac{S}{v_M} = \frac{S}{v_B} + \frac{S}{v_M} = 2$$
$$S = \frac{2}{\frac{1}{v_B} + \frac{1}{v_M}} = \frac{2 v_M v_B}{v_M + v_B}$$

2) v_B бегущего:

$$\frac{S}{v_B} \cdot v_M - \frac{S}{v_M} \cdot v_B = 96$$

$$\frac{2 v_M^2 - 2 v_B^2}{v_M - v_B} = 96$$

$$2(v_M + v_B) = 96$$

$$v_M + v_B = 48$$

3) v_B нынешн.

$$\frac{S}{v_B + 6} - \frac{S}{v_M + 6} = 125 \Rightarrow S = \frac{125(v_M + 6)(v_B + 6)}{v_M - v_B}$$

4) Тогда:

$$\frac{2 v_M v_B}{v_M - v_B} = S = \frac{125(v_M + 6)(v_B + 6)}{v_M + v_B}$$

$$8 v_M v_B = 5 v_M v_B + 30 v_B + 30 v_M + 150 / 3$$

$$v_M v_B = 10(v_B + v_M + 6)$$

$$v_M v_B = 10 \cdot 54 = 540$$



На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

- | | | | | | | |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 7 |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№ (чтобы решить)

5) МА знает $S_{V_A + V_B} = 48$,

$S_{V_A V_B} = 540$ км/чем $V_A > V_B$ (Измените Менеджер
и способы просматривать решения
бесплатно)

~~Найдите~~ ~~уточните~~ ~~найдите~~ V_A

Найдите V_A и V_B - это должны и меньше (согласно)
и первое уравнение:

$$x^2 - 48x + 540 = 0$$

A. $x_1 = 30$

$x_2 = 18$

А знает $V_A = 30$

$V_B = 18$

тогда $S = \frac{2 \cdot 540}{12} = \frac{540}{6} = 90$ (км)

Ответ: 90 км.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

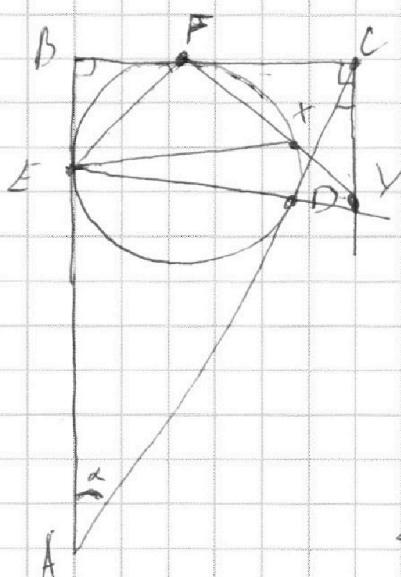


- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Решение:



α

Дано: $\angle B = 90^\circ$

$$EX = 2\sqrt{2}XY$$

Найти: $AD:DC$

Установим что $AB \parallel CY$, значит

$$AB \parallel CY \Rightarrow \angle BED = \angle DCY = \alpha$$

2) $\triangle EDA \sim \triangle DCY$ по глубин углов:
($\angle BED = \angle DCY$; $\angle EDA = \angle CDY$, т.к. $ED \parallel DC$)

$$AD:DC = ED:CY, \text{ а также}$$

$$\frac{AE}{AD} = \frac{CD}{CY} \text{ но } \text{из } EA = AD, \text{ то}$$

$$CY = CD = FC$$

3) Значит $CY = FC \Rightarrow \triangle FCD$ -равнодоступеный треугольник
так как $\angle CFY = 45^\circ$

4) $BF = BE \Rightarrow \triangle BFE$ равнодоступеный треугольник $\Rightarrow \angle BFE = 45^\circ$

$$5) \angle EFY = 180^\circ - \angle CFY - \angle BFE = 90^\circ$$

$$6) \overline{EF} = 2 \cdot \overline{BE} = 10^\circ \Rightarrow \angle PFE = \frac{\overline{EF}}{2} = 45^\circ \Rightarrow \angle FEX = 45^\circ$$

7) $\angle FEX = \angle PXE \Rightarrow FX = FX \text{ а также } 2PE^2 = EX^2 \text{ (по}$
теореме Пифагора) $\Rightarrow 2PE^2 = 8EX^2 \Rightarrow PE = 2XY$

$$8) \text{По теореме Пифагора для } \triangle EDY, DY = \sqrt{ED^2 + DY^2} = \\ = \sqrt{13XY^2} = \sqrt{13}XY$$

9) Установим что $\angle XDY = \angle EFX$ (т.к. EFD -высокий)

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> |

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№ 7 (чужодолжника)

$$10) \text{ Но т.о.: } \triangle EPY \sim \triangle DXY \Rightarrow \frac{EY}{XY} = \frac{PY}{DY} \Rightarrow DY = \frac{PY \cdot XY}{EY} = \frac{3 \cdot XY^2}{\sqrt{3} \cdot XY} =$$
$$= \frac{3}{\sqrt{3}} XY$$

$$11) \text{ т.о. } ED = \left(\sqrt{3} - \frac{3}{\sqrt{3}} \right) XY$$

$$12) \text{ Значит } ED : DY = \frac{\sqrt{3}^2 - \frac{3}{\sqrt{3}} \cdot XY}{\frac{3}{\sqrt{3}} \cdot XY} = \frac{13 - 3}{3} = \frac{10}{3} = 10 : 3$$

$$\text{Однако, } AD : DC = 10 : 3$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:



- 1 2 3 4 5 6 7

МФТИ.

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

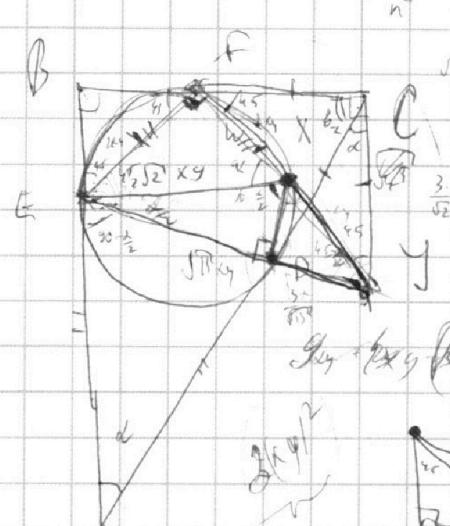
6

7

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$n^4 \quad n^2 = cn^2$$

$$\sqrt{2}n$$

$$\frac{Dy}{Cx}$$

$$\frac{ED}{Dy}$$

$$\frac{Dy}{Cx} = \frac{ED}{EO}$$

$$\frac{Hk}{kB}$$

$$A = B - B$$

$$A + B - B$$

$$AB = B$$

$$A = \frac{B}{B}$$

$$\sqrt{3}(x_4)$$

$$S^2 = A^2 + 2P + B^2$$

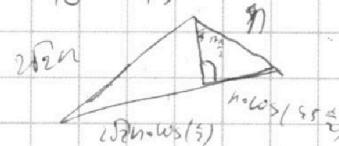
$$(A' A') \quad (A^2 + B^2) = S^2 - 2P$$

$$B^2 P^2$$

$$\frac{\cos(\pi/5 - \frac{\pi}{2})}{\sqrt{2} \cos(\frac{\pi}{2})}$$

$$S(S-B), P$$

$$\cos(\pi/5 - \alpha) \quad \cos(\pi/5 - \alpha) \quad \square \quad BS - B^2 = P$$



13

($\sqrt{13}^2 - k$) x

$$\sqrt{13}x - x^2 = 3$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ.

Черновик

$$\frac{S}{V_m} + 2 \left(\frac{S}{V_m} - 2 \right) V_B = 96$$

$$2V_m - 2V_B = 96$$

$$V_m - V_B = 48$$

$$\frac{S}{V_m} + 2 - \frac{S}{V_B} \rightarrow S \left(\frac{1}{V_m} - \frac{1}{V_B} \right) = -2$$

$$S = \frac{2}{\frac{1}{V_m} - \frac{1}{V_B}} = \frac{2V_m V_B}{V_m - V_B} = \frac{V_m V_B}{24}$$

$$S = \frac{125}{\frac{1}{V_B+6} - \frac{1}{V_m}} = \frac{5 \cdot (V_m - 6)(V_B + 6)}{88} = \frac{5(V_m - 6)(V_B + 6)}{192}$$

$$\frac{V_B V_m}{24}$$

$$(V_B + 6)(V_m + 6) = 8V_B + V_m$$

$$\begin{array}{r} 8 \\ \times 25 \\ \hline 20 \\ 22 \\ \hline 25 \end{array}$$

$$30V_m + 30V_B + 180 = 8V_B + V_m$$

усл. 1340

$$10(V_m + V_B + 6) = V_B V_m$$

$$\begin{array}{r} 112 \\ \times 16 \\ \hline 64 \\ 22 \\ \hline 16 \end{array}$$

$$10(V_B + V_m + 48 + 6) = V_B (V_m + 6)$$

$$\begin{array}{r} 52 \\ \times 10 \\ \hline 52 \\ 20 \\ \hline 62 \end{array}$$

$$20V_B + 540 = V_B^2 + 48V_B$$

$$\begin{array}{r} 58 \\ \times 8 \\ \hline 46 \\ 16 \\ \hline 48 \end{array}$$

$$V_B^2 + 28V_B - 540 = 0$$

$$D = 2160$$

$$D = 2944$$

$$\frac{-23 + \sqrt{2944}}{2}$$

$$= (-14 + \sqrt{136}) - 28 \cdot \frac{\sqrt{136}}{2} = 736 + 196$$

$$(\sqrt{736} - 14)^2 + 48 \cdot \sqrt{136} = 48016$$

$$40 \cdot 836 + 540$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:



- | | | | | | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| <input checked="" type="checkbox"/> |

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

12

Черновик

$$(a^2 b)^2$$

$$a^2 b^2$$

$$(ab)^2$$

$$(a^2 \cdot ab \cdot b^2) = 10ab$$

$$a \cdot b \quad (10ab, ab)$$

$$3 + \frac{144x^2 - z^2}{x^2 - 6y^2}$$

$$9x^2 + 4y^2 = z^2$$

$$\frac{9}{110} + \frac{1}{110}$$

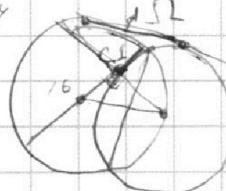
$$\frac{2}{3}$$

$$ab : 10$$

$$\begin{aligned} & 3x^2 + 4y^2 = z^2 \\ & (z^2 - 2x^2)(z^2 - 4y^2) \\ & (z^2 - 2x^2)(z^2 - 4y^2) \end{aligned}$$

$$5x^2 - z^2 + 2xy$$

$$\begin{aligned} & 16 \\ & 10 \rightarrow B \end{aligned}$$



$$w \quad (60^\circ)$$

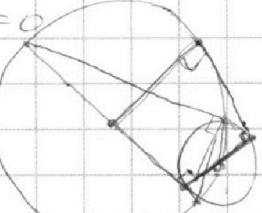
65

$$P = 9 - 16$$

$$3x$$

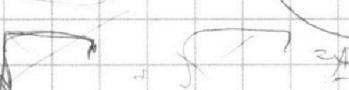
$$1 + \frac{x}{y} = 0$$

$$2xy + x^2 + 4y^2 = 0$$



$$\begin{aligned} & xy = 11 \\ & 4x^2 = 16 \end{aligned}$$

$$\sqrt{A} - \sqrt{B} = A - B$$



$$x - y = (x - y)(x + y)$$

$$x = 4$$

$$xy = 2$$

$$A + B - 2\sqrt{AB} = A - B$$

$$\begin{aligned} & 3^2 + 7^2 \\ & 325 + 49 \end{aligned}$$

$$65$$

$$x = 4$$

$$y = 2$$

$$\sqrt{A} - \sqrt{B} = A - B - 2\sqrt{AB}$$

$$AB = 2\sqrt{AB}$$

$$\begin{cases} \sqrt{A} = \sqrt{B} \\ \sqrt{B} < 0 \end{cases}$$

$$1600$$

$$\checkmark$$

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} - 1 = 0$$

$$16 = 16$$

$$\frac{1}{2} + 4x + 2\sqrt{B}$$

$$1 - 4x + 2\sqrt{B}$$

$$\sqrt{B} = 2x$$

$$\checkmark$$

$$f(a) + f(b) =$$

$$\begin{aligned} & 300 + 18 \\ & 3 \cdot 10 + 3 \cdot 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 11 \\ & 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 2 \\ & 1 \end{aligned}$$

$$2x^2 + x + 3 = 4x^2$$

$$2x^2 - x - 3 = 0$$

$$x = 1 + 24 = 15$$

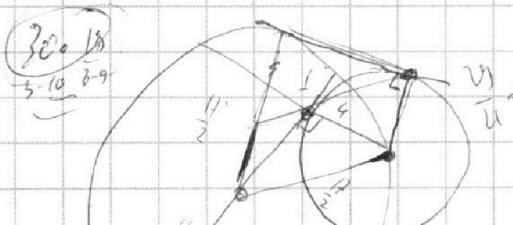
$$x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$$\frac{39}{13} = 3$$

$$\frac{25}{13} = 2$$

$$\frac{39}{13} = 3$$

$$\frac{25}{13} = 2$$



$$\begin{aligned} & 347^\circ \\ & 347^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 16 \\ & 16 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 2 \cdot 38 = 90^\circ \\ & + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 2 \cdot 38 = 90^\circ \\ & + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 2 \cdot 38 = 90^\circ \\ & + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 2 \cdot 38 = 90^\circ \\ & + \end{aligned}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1

2

3

4

5

6

7

МФТИ



Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Черновик

$$3x + 2y = z$$

$$\begin{array}{r} 3 \quad 1 \quad 2 \\ x \quad y \end{array} \xrightarrow{3x + 2y = z}$$

$$9x^2 + 4y^2 - z^2$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ -4 \end{array} \xrightarrow{-3x - 4y = -z}$$

$$3(3x + 2y)g + x(3x + 2y) = 2 \times y$$

$$-6x^2 - 4y^2 = z^2$$

$$9x^2 + 6y^2 + 3x^2 + 2xy = 2xy$$

$$y(3x + 2y)$$

$$x^2 + 2y^2 + 3xy = 0$$

$$D_x = 9y^2 - 3y^2 = 6y^2$$

$$\begin{cases} x = -y \\ z = -6y + 2y = -4y \\ x = y \\ z = -3y + 2y = -y \end{cases}$$

$$x_{1,2} = \frac{-3y \pm \sqrt{4y^2}}{2} = -\frac{3y}{2} \mp \frac{\sqrt{4y^2}}{2} = -\frac{3y}{2} \mp y$$

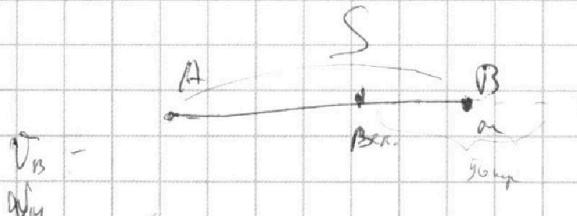
$$\begin{array}{l} y^2 - x^2 \\ y^2 - x^2 \end{array}$$

$$\textcircled{1} \quad y; x = -y; z = -4y$$

$$\textcircled{1}) \quad \frac{3 \cdot 4 \cdot y^2 - 4y^2 - 16y^2}{9y^2 - 6y^2} = \frac{12 - 18}{-2} = \frac{-6}{-2} = 3$$

$$\textcircled{2}) \quad \frac{3y^2 - 4y^2 - 4^2}{9^2 - 6^2} = \frac{3 - 5}{-5} = \frac{2}{5} = 0,4 \quad S = 2V_B$$

$$\frac{S}{\sqrt{6}} \cdot V_A - \frac{S}{\sqrt{6}} \cdot V_B = 96$$



$$\left(\frac{S}{\sqrt{6}} + 2\right) \cdot V_B = S.$$

$$\left(\frac{S}{\sqrt{6}} + 2\right) \cdot \left(V_A + 6\right) = S$$

$$(165)^{60}$$

$$135 - 6$$

$$135 - 13$$

$$S = \frac{V_A + V_B}{2}$$