



МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 9



1. [4 балла] Натуральные числа a , b , c таковы, что ab делится на $2^{14}7^{10}$, bc делится на $2^{17}7^{17}$, ac делится на $2^{20}7^{37}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc .
2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m ?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω , хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 7$. Найдите длину AB , если известно, что радиусы ω и Ω равны 1 и 5 соответственно.
4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1} = 2 - 7x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-12;24)$, $Q(3;24)$ и $R(15;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$.
6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a , для каждого из которых найдётся значение параметра b , при котором система

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0, \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C ; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B . Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC , если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответственно равны 4,5 и 2.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\begin{aligned} ab &: 2^4 \cdot 7^{10} \\ bc &: 2^{17} \cdot 7^{17} \\ ac &: 2^{10} \cdot 7^{37} \end{aligned}$$

Заметим, что если в произведении abc присутствуют какие-то множители, кроме 2 и 7 , то такое произведение не будет наименьшим, т.к. данные множители не влият на делимость, но увеличивают произведение. И.e. $abc = 2^x \cdot 7^y$

$B \geq 37$, т.к. $ac: 7^{37}$. Пусть $a = 2^k \cdot 7^e$, $b = 2^m \cdot 7^f$, $c = 2^n \cdot 7^d$

$$\Rightarrow \begin{cases} k+m \geq 4 \\ m+n \geq 17 \\ k+n \geq 34 \end{cases}$$

$2m+k+n \geq 34$ Попробуем минимизировать $k+m+n$, т.е.

$$\begin{cases} k+m=14 \\ m+n=17 \\ k+n=20 \end{cases} \quad \begin{aligned} 2m+k+n &= 31 \\ 2m &= 11, \text{ но } m \text{ целое, но если } m=5, \text{ не подходит,} \\ \text{и наименьшее значение будет } m=6 \end{aligned}$$

нужно ~~добавить~~ 1 из равенств увеличить на 1 и попробовать решить задачу иначе: (покажу как вставить именно нужные $m+n+k$, но увеличивать пока не надо)

$$\begin{cases} k+m=15 \\ m+n=17 \\ k+n=20 \end{cases} \quad \begin{aligned} 2m+k+n &= 32 \\ 2m &= 12 \\ m &= 6, \quad k=9, n=11, \quad m+n+k=26 \end{aligned}$$

Итак, при $a = 2^9 \cdot 7^{10}$, $b = 2^6$, $c = 2^{11} \cdot 7^{27}$ получаем наименьшее значение abc ~~при m, n, k $abc \geq 37$~~ ~~и $2m+k$ не выполняется~~, т.е.

$abc = 2^{26} \cdot 7^{37}$ Возможно это будет ~~наименьшее~~

Ответ: $2^{26} \cdot 7^{37}$

На одной странице можно оформлять только одну задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
☐

2
☒

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{a+b}{a^2-bab+b^2} = \frac{a+b}{(a+b)^2-8ab}$$

$$\frac{a}{b} \text{ несократима} \Rightarrow (a, b) = 1$$

$$\text{Пусть } \frac{a+b}{(a+b)^2-8ab} \text{ можно сократить на } m \Rightarrow a+b : m \text{ и}$$

$$(a+b)^2-8ab : m$$

$$\Downarrow$$

т.к. $a+b : m \Rightarrow (a+b)^2 : m \Rightarrow 8ab : m$. Но т.к. $(a, b) = 1$ ни один из чисел

множителей из m не содержит и в a , и в b , а

только в a или в b может содержаться не может, иначе

в сумме $a+b$ a делится на чет, а b нет, значит $a+b$

сумма не делится на этот множитель, значит все делители a и b

делится a на m . Получается все ^{простые} множители из m

содержатся в 8 ($8 : m$) $\Rightarrow 8 \geq m$. Пример при

$$m=8 \quad a=1, b=7 \quad (1,7)=1 \quad \frac{1+7}{1-42+49} = \frac{8}{8} = \frac{1}{1}$$

Ответ: $m=8$

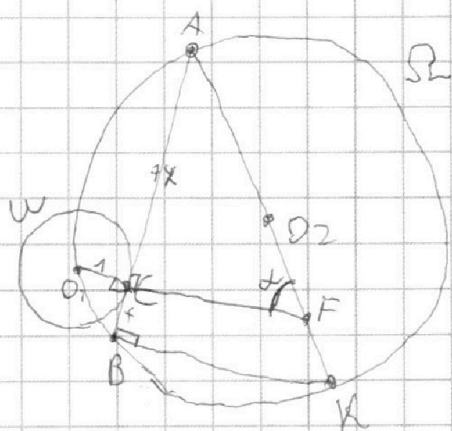
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи, решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ



$$\frac{AC}{CB} = 7$$

$$\begin{aligned} AC &= 7x \\ BC &= x \end{aligned}$$

$$O_C \perp AB \text{ (радиус } \perp \text{ касательной)}$$

$$Q, C = A$$

$$AQ_2 = O_2 K = 5 \quad AK = 10$$

$$\angle ABC = 90^\circ \text{ (omgvalnis rakurams)} \Rightarrow$$

$O, C \parallel BK$

ΔACF и ΔBK пропало (по формулам)

$$\frac{AE}{AK} = \frac{AC}{AB} = \frac{CE}{BK} = \frac{7}{5}$$

$$\frac{AF}{AK} = \frac{7}{8} \quad AF = \frac{10 \cdot 7}{8} = \frac{35}{4}$$

$$\cos \alpha (\angle F A) = \frac{CF}{AF}$$

$$\sin \theta = \frac{AC}{AF} = \frac{ZX}{\frac{35}{4}} = \frac{4x}{5}$$

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \sqrt{1 - \frac{16v^2}{25}} = \frac{3x}{5}$$

$$\frac{CF}{AF} = \frac{3x}{5}$$

$$\frac{CF}{AF} = \frac{3x}{5} \quad CF = \frac{3x}{5} \cdot \frac{35}{4} = \frac{21}{4}x$$

$$AC^2 + CF^2 = AF^2 \quad 49x^2 + \frac{441}{16}x^2 = \left(\frac{359}{4}\right)^2$$

$$\frac{1225}{16} \times 2 = \frac{1225}{8}$$

$$X = 1$$

$$AB = 8 \times 8 = 8$$

Problem: 8

$$\begin{array}{r} 49 \\ \times 16 \\ \hline 294 \\ 49 \\ \hline 784 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 35 \\ \times 35 \\ \hline 175 \\ 105 \\ \hline 1225 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 784 \\ + 441 \\ \hline 1225 \end{array}$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☒ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{2x^2-5x+3} - \sqrt{2x^2+2x+1} = 2-7x$$

Заметим, что $2x^2-5x+3 - (2x^2+2x+1) = -7x+2 = 2-7x$

Поэтому $\sqrt{2x^2-5x+3} - \sqrt{2x^2+2x+1} = 2x^2-5x+3 - (2x^2+2x+1)$

Положим $a = 2x^2-5x+3$ $b = 2x^2+2x+1$

$$a-b = a^2-b^2 \quad a^2-b^2 - (a-b) = 0 \quad (a-b)(a+b+1) = 0$$

$$\begin{cases} a=b \\ a+b=1 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x^2-5x+3 = 2x^2+2x+1 \\ \sqrt{2x^2-5x+3} + \sqrt{2x^2+2x+1} = 1 \end{cases}$$

$$2x^2-5x+3 \geq 0 \quad \text{и} \quad 2x^2+2x+1 \geq 0$$

$$(x-1)(2x-3) \geq 0$$

$$x \geq 0 \quad 2 \geq 0 \Rightarrow \text{при любых } x$$

$$\begin{array}{c} + \quad - \quad + \\ 1 \quad 3/2 \end{array}$$

① $(-\infty; 1] \cup [3/2; +\infty) \leftarrow$ корни в этом промежутке

$$-7x+2=0$$

$$2x^2-5x+3 + 2x^2+2x+1 + 2\sqrt{16x^4+4x^3+2x^2-10x^3-10x^2-5x+6x^2-16x+3} = 1$$

$$x = -\frac{2}{7}$$

$$4x^2-3x+3 + 2\sqrt{4x^4-6x^3-2x^2+x+3} = 0$$

$$16x^4+9x^2+9-24x^3-18x+24x^2 = 16x^4-24x^3-8x^2+4x+12$$

$$41x^2-22x-3=0$$

$$D = 484 + 492 = 976$$

$$x = \frac{22 \pm \sqrt{976}}{82}$$

$$x = \frac{41 \pm 2\sqrt{61}}{41}$$

Но если при подстановке. Ответ:

$$x = -\frac{2}{7}$$

$$x = \frac{11+2\sqrt{61}}{41}$$

$$x = \frac{11-2\sqrt{61}}{41}$$

$$\begin{array}{r} 976 \overline{) 16161} \\ 976 \overline{) 44} \\ 484 \overline{) 492} \end{array}$$

$$2\sqrt{61} < 8$$

$$\frac{11-2\sqrt{61}}{41} < \frac{11+2\sqrt{61}}{41} < \frac{11+16}{41} < 1$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

 МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{cases} 4a^2 - 100b^2 + 4 = 0 \\ 160ab - 100b^2 - 63a^2 + 1 = 0 \end{cases}$$
$$67a^2 - 160ab + 3 = 0$$

Решив это уравнение для a относительно b
мы и найдём все нужные значения.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0 \\ (x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \end{cases}$$

Круги
с центрами $(-8, 0)$ и $r=1$

Круги с центрами $(0, 0)$
и $r=2$

Эти круги не пересекаются. Но если выразить
уравнение прямой ≤ 0 или ≥ 0 и решить 2, если
есть точка, внутри которой есть точка $ax - y + 10b$
касательная к этим кругам (если пересекает
хоть одну, то внутри нее уже больше 2-х точек, точек
и система имеет больше 2-х решений).

Непрямая:

$$(x+8)^2 + (ax+10b)^2 = 1$$

$$x^2 + 16x + 64 + a^2x^2 + 20abx + 100b^2 = 1$$

$$x^2(a^2+1) + x(20ab+16) + 100b^2+63=0$$

$$D = 400a^2b^2 + 640ab + 256 - 400a^2b^2 - 400b^2 - 252a^2 - 252 = 0$$

$$640ab - 400b^2 - 252a^2 + 4 = 0$$

$$x^2 + (ax+10b)^2 = 4$$

$$x^2 + a^2x^2 + 20abx + 100b^2 = 4$$

$$D = 400a^2b^2 - 400b^2a^2 - 400b^2 + 16a^2 + 16 = 0$$

$$D = 16a^2 - 400b^2 + 16 = 0$$

Значит наша исходная система имеет ровно 2 ре-
шения или вообще не имеет следующих систем

$$\begin{cases} 640ab - 400b^2 - 252a^2 + 4 = 0 \\ 16a^2 - 400b^2 + 16 = 0 \end{cases}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\frac{MF}{MA} = \sin \angle = \frac{DA}{AN} \quad \sin \angle = \frac{2.5}{11} = \frac{V}{11}$$

$$\frac{NG}{AN} = \sin \angle = \frac{DA}{AM} \quad \sin \angle = \frac{2}{11} = \frac{V}{1}$$

$$\frac{9}{1 \cdot 11} = \frac{V^2}{1 \cdot 11} \Rightarrow V = 3 \Rightarrow AI = 6$$

Ответ: 6

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

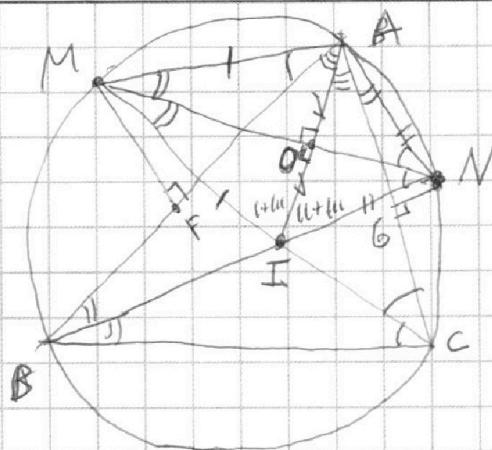
Отметьте крестиком номер задачи,

решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$\overline{BM} = \overline{MA} \Rightarrow \angle MCB = \angle MCA \Rightarrow MC - \text{бис. } \angle BCA$
 $\overline{AN} = \overline{NC} \Rightarrow \angle ABN = \angle NBC \Rightarrow BN - \text{бис. } \angle ABC$
 Тангенсы точек пересечения CM и BN (I) - центр вписанной окружности
 $\triangle ABC$ (CM и BN биссектрисы $\angle C$ и $\angle B$)
 Тогда AI - бис. $\angle BAC$:
 $\angle BAI = \angle CAI$

$MF = 4,5$ $NG = 2$ $\angle MAB$ опирается на дугу $MB \Rightarrow$

$\angle MAB = \angle MCB = \angle MCA$. $\angle NAC$ опирается на дугу $NC \Rightarrow$

$\angle NAC = \angle NBC = \angle NBA$. $\angle MIA = \angle IAC + \angle ICA$ (внешний) =

$= (4 + 11) \Rightarrow \angle MIA = \angle MAI \Rightarrow \triangle IMA$ равнобедр. и

$MI = IA$. $\angle AIN = \angle BAI + \angle ABI = 11 + 11 \Rightarrow \angle AIN = \angle IAN \Rightarrow$

$\triangle ANI$ равнобедр. и $AN = NI$. ~~$\triangle AMI \cong \triangle INI$ (3 отрезка)~~

$\angle CMA$ опирается на дугу $AC \Rightarrow \angle CMA = \angle ABC \Rightarrow \frac{\angle CMA}{2} = \frac{\angle ABC}{2} = (11$

$\angle ANB$ опирается на дугу $AB \Rightarrow \angle ANB = \angle BCA \Rightarrow \frac{\angle ANB}{2} = \frac{\angle BCA}{2} = (11$

$\triangle MAN = \triangle MIN$ (3 отрезка) $\Rightarrow \angle AMN = \angle IMN$ и $\angle ANM = \angle INM$

Т.е. MN - бис. $\angle MAN$ и $\angle ANI$. Тогда $\angle AMN = \angle IMN =$

$= \frac{\angle AMI}{2} = 11$. $\angle ANM = \angle INM = \frac{\angle ANI}{2} = 11$. MO - высота

в $\triangle AMI$ (он равнобедр. и MO - бис.) и в $\triangle ANI$ (аналогично)

Т.е. $MN \perp AI$. Также $AO = OI$ (MO и ON высоты в равнобедр. $\triangle AMI$ и $\triangle ANI$).



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

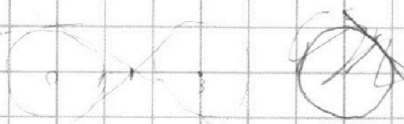
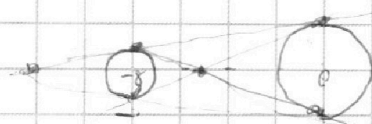
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

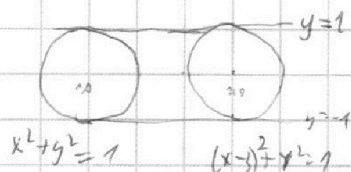
$$\begin{cases} y = ax + 10b \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 1) \leq 0 \end{cases}$$



$$(x+8)^2 + y^2 = 1$$

$$\begin{cases} (x+8)^2 + (ax+10b)^2 = 1 \\ x^2 + (ax+10b)^2 = 1 \end{cases}$$

x^2



$$\begin{array}{r} 156 \\ \times 456 \\ \hline 936 \\ 780 \\ \hline 7056 \\ 154 \\ \hline 13716 \end{array}$$

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 &= 1 & (x-3)^2 + y^2 &= 1 \\ y &= ax + b \\ x^2 + (ax+b)^2 &= 1 \\ (x-3)^2 + (ax+b)^2 &= 1 \\ x^2 + x^2 + 6x - 9 &= 0 \\ x &= \frac{3}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 &= ax + b \\ (x-3)^2 + y^2 &= ax + b \\ y &= 1 - x \\ x^2 + 1 - 2x + x^2 &= 1 \\ 2x^2 - 2x &= 0 \\ x^2 + ax^2 + 2abx + b^2 - 1 &= 0 \\ 9 - 9 &= 0 \\ 4ab^2 - 4b^2(a+1) &= 0 \\ 4ab^2 - 4b^2a - 4b^2 + 4b^2 &= 0 \end{aligned}$$

$$x^2 + a^2x^2 + 20abx + 100b^2 = 1$$

$$x^2(a^2+1) + 20abx + 100b^2 - 1 = 0$$

$$D = 400a^2b^2 - 400b^2a^2 - 400b^2 + 16a^2 + 16 = 0$$

$$16a^2 - 400b^2 + 16 = 0$$

$$x^2 + 36x + 64 + a^2x^2 + 20abx + 100b^2 = 1$$

$$x^2(a^2+1) + x(20ab+36) + 100b^2 + 63 = 0$$

$$D = 3600a^2b^2 + 640ab + 256 - 400b^2a^2 - 400b^2 - 252a^2 - 252 = 0$$

$$640ab - 400b^2 - 252a^2 + 4 = 0$$

$$\begin{cases} 4a^2 - 100b^2 + 4 = 0 \\ 160ab - 100b^2 - 63a^2 + 1 = 0 \\ 67a^2 - 160ab + 3 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 116 \\ \times 24 \\ \hline 456 \\ 248 \\ \hline 1272 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10000 \\ \times 114 \\ \hline 456 \\ 114 \\ \hline 12996 \end{array}$$

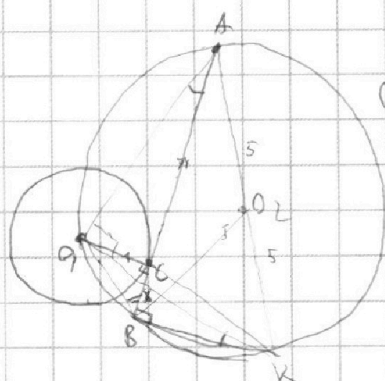
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$BK = \sqrt{25 - 64x^2}$$

$$O_1B = \sqrt{x^2 + 1}$$

$$O_1A = \sqrt{45x^2 + 1}$$

$$\frac{O_1A}{\sin 46^\circ} = \frac{O_1B}{\sin 6^\circ}$$

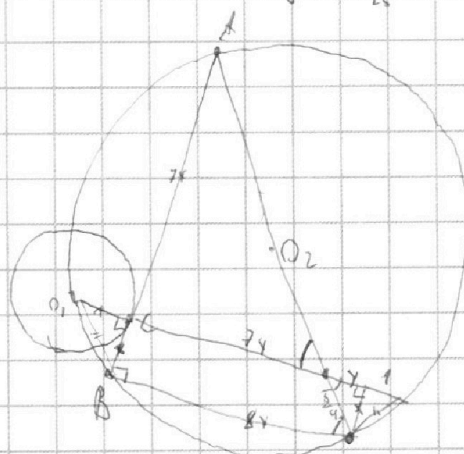
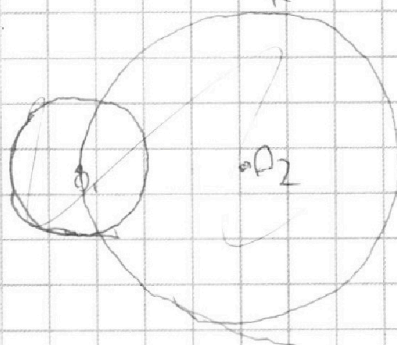
$$\frac{7y}{\frac{35}{4}} = \frac{3x}{5}$$

$$\frac{4y}{5} = \frac{3x}{5}$$

$$y = \frac{3}{4}x$$

$$\sin 6^\circ = \frac{7x}{5}$$

$$\cos 6^\circ = \sqrt{1 - \frac{49x^2}{25}} = \frac{3x}{5}$$



$$\frac{AC}{AB} = \frac{AF}{AB} = \frac{CF}{BC} = \frac{7}{8}$$

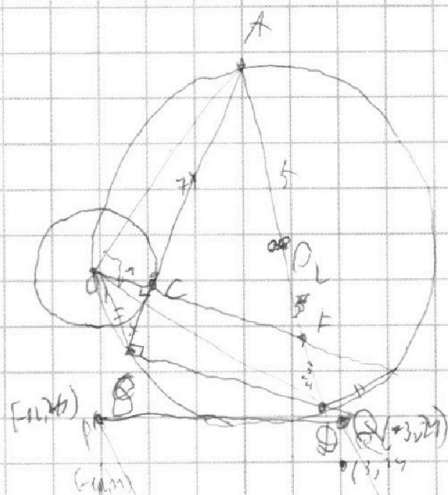
$$\frac{AF}{10} = \frac{7}{8} \quad AF = \frac{70}{8} = \frac{35}{4}$$

$$EP = \frac{5}{4}$$

$$\frac{9}{16}x^2 + x^2 = \frac{8}{9} \cdot \frac{25}{4}$$

$$x^2 \cdot \frac{25}{16} = \frac{8}{9} \cdot \frac{25}{4}$$

$$x^2 = 1$$



$$y_2^2 + 2x_2^2 = y_1^2 + 2x_1^2 + 12$$

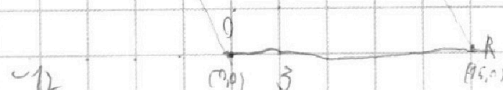
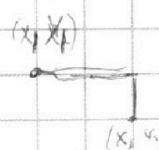
$$y_2^2 - y_1^2 = 2x_1^2 - 2x_2^2 + 12$$

$$2x_2^2 - 2x_1^2 + y_2^2 - y_1^2 = 12$$

$$2x_2^2 - 2x_1^2 + y_2^2 - y_1^2 = 12$$

$$RK: y = -2x + 30$$

$$QP: y = -2x$$





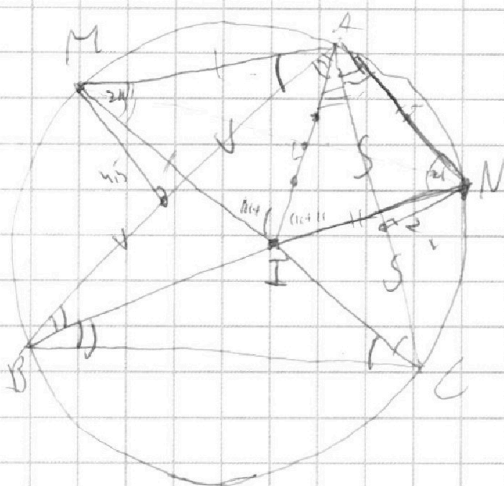
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

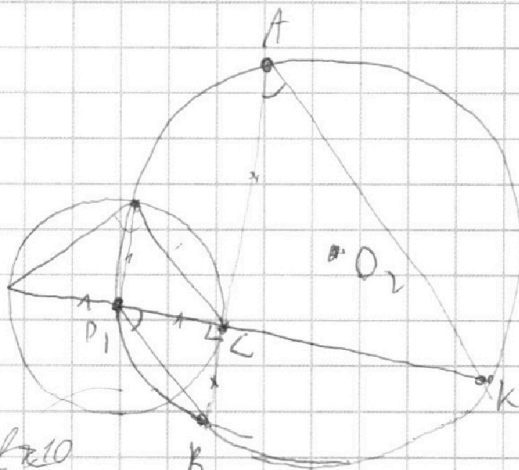
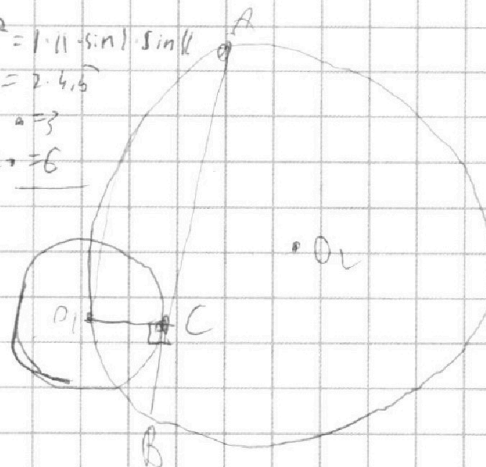
МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

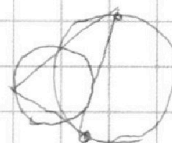
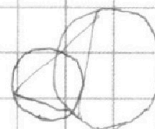


$$\frac{1}{\sin \alpha} = 1$$
$$\frac{2}{\sin \alpha} = 1$$
$$\frac{4.5}{\sin \alpha} = 1$$

$$2 = 1 \cdot (1 + \sin \alpha) \cdot \sin \alpha$$
$$= 2 \cdot 4.5$$
$$a = 3$$
$$2a = 6$$

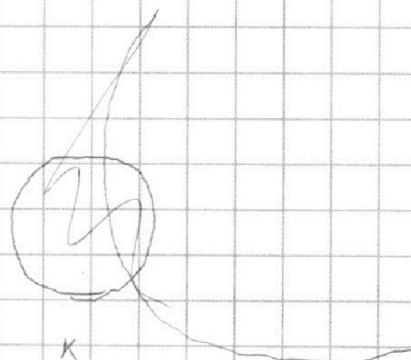
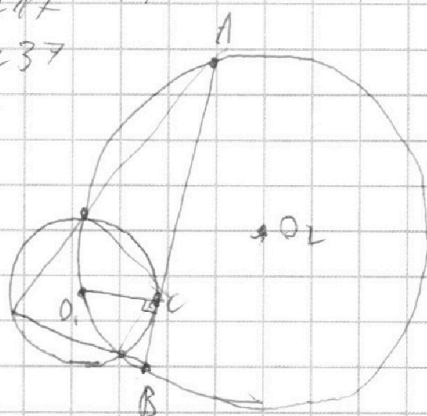


$$\frac{1}{2}x = \frac{x}{CK}$$
$$CK = 7x^2$$



786210
917210
118717
914737

2...7



$$a = 2^k$$
$$b = 2^m$$
$$c = 2^n$$

$$k+m = 14$$
$$m+n = 17$$
$$k+n = 20$$

$$2n = 37 \Rightarrow n = 23$$

$$2m = 34 \Rightarrow m = 17$$
$$2n = 37 \Rightarrow n = 23$$
$$1028812$$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$$\sqrt{2x^2-5x+3} + \sqrt{2x^2+2x+1} = 1$$

$$2x^2-5x+3 + 2x^2+2x+1 + 2\sqrt{4x^4-6x^3-2x^2+x+3} = 1$$

$$4x^2-3x+3 = -2\sqrt{4x^4-6x^3-2x^2+x+3}$$

$$16x^4+9x^2+9-24x^3-18x+24x^2 = 16x^4-24x^3-8x^2+4x+1$$

$$41x^2-22x-3=0$$

$$D = 484 + 492 = 976$$

$$\begin{array}{r} 22 \\ \times 22 \\ \hline 44 \\ 44 \\ \hline 484 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 22 \\ \times 44 \\ \hline 88 \\ 88 \\ \hline 976 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 39 \\ \times 24 \\ \hline 78 \\ 156 \\ \hline 936 \end{array}$$

$$x = \frac{22 \pm \sqrt{976}}{82} = \frac{22 \pm 4\sqrt{61}}{82} = \frac{11 \pm 2\sqrt{61}}{41}$$

$$976$$

$$\begin{array}{r} 976 : 2 \\ \hline 488 \\ \hline 24 \\ \hline 122 \\ \hline 61 \end{array}$$

$$\left[\frac{1}{2}, \frac{3}{2} \right]$$

$$x = \frac{11 \pm 2\sqrt{61}}{41}$$

P
(-1, 2)

$$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$$

A (3, 2)

O
(0, 0)

R
(15, 0)

$$2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$$

$$OP: y = 2x + 21$$

$$QR: \begin{cases} 24 = 3k + b \\ 0 = 15k + b \end{cases} \quad y = -2x + 30$$

$$OP: \begin{cases} 24 = mk + b \\ 0 = 0k + b \end{cases} \quad \begin{matrix} k = -2 \\ b = 30 \end{matrix} \quad y = -2x$$

M(2, 4)

$$\begin{cases} ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2 + y^2 - 4) \leq 0 \\ ax - by + 196 = 0 \end{cases} \quad y = ax + 196$$





Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 2 3 4 5 6 7

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи, страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$$\begin{aligned} ab &: 2^{14} 7^{40} \\ bc &: 2^{17} 7^{17} \\ ac &: 2^{20} 7^{37} \end{aligned}$$

$a^2 b^2 c^2$ $2^5 7^6$
 abc^2 $2^{26} 7^{32}$

$$\frac{a+b}{(a+b)^2 - 8ab}$$

$$\frac{1+7}{8^2-8 \cdot 7} = \frac{1}{8-1} = \frac{1}{7}$$

$$a_L \geq 2^{20} 7^{37}$$

$$\begin{array}{r} a \rightarrow 7^{10} \\ c - 2^{17} \\ a \quad 2^8 \quad 7^{20} \\ b \quad 2^6 \quad 7^{10} \\ c \quad 2^{12} \quad 7^{17} \\ 2^{26} \cdot 7^{37} \end{array}$$

$$r_{ab} : m$$

gim

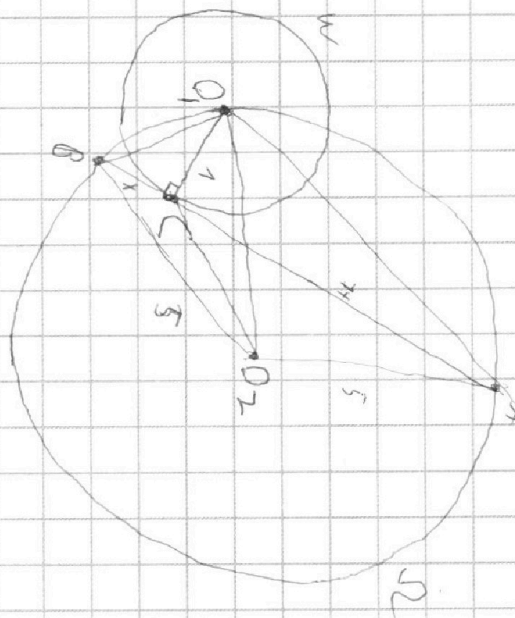
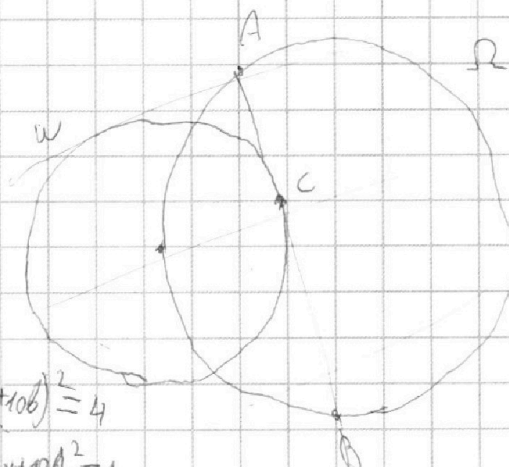
$f \geq m$

$$\frac{a}{b}(a, b) = 1$$

$$\frac{a+b}{a^2 - 6ab + b^2}$$

$$a+b=m$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = m$$



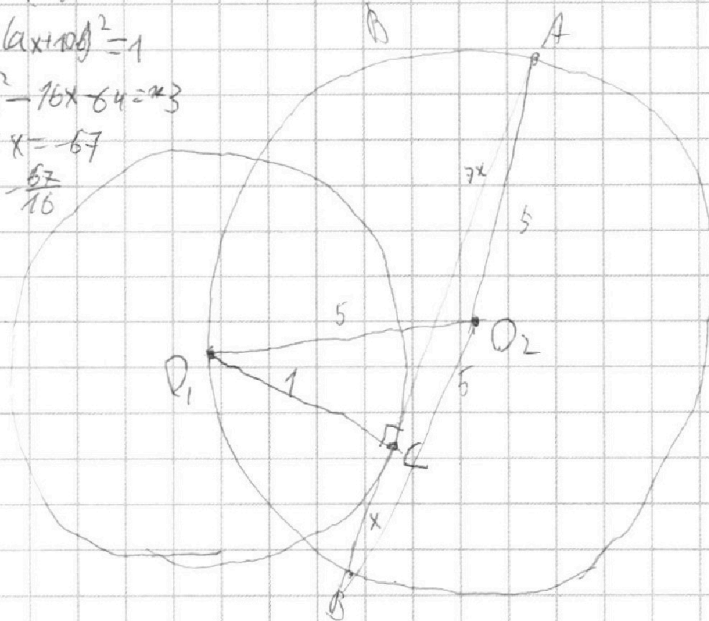
$$\begin{cases} x^2 + (ax+10b)^2 = 4 \\ (x+8)^2 + (ax+10b)^2 = 1 \end{cases}$$

$$(x+8)^2 + (x+10)^2 = 1$$

$$x^2 - x^2 - 16x - 64 = 0$$

$$16x = -67$$

$$V = -\frac{67}{16}$$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.

Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1
☐

2
☐

3
☐

4
☐

5
☐

6
☐

7
☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



$$\sqrt{2x^2-5x+3} - \sqrt{2x^2+2x+1} = 2-7x$$

$$D=25-14=11$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{11}}{4} \approx \frac{3}{2}$$

$$D=48$$

$$2x^2=5x+1$$

$$\sqrt{2x^2-5x+3} = 2-7x + \sqrt{2x^2+2x+1}$$

$$\sqrt{2x^2-5x+3}$$

$$2x^2-5x+3=4-28x+49x^2+2x^2+2x+1+(4-14x)\sqrt{2x^2+2x+1}$$

$$(3x-5)^2=4$$

$$D=849x^2-21x+2+(4-14x)\sqrt{2x^2+2x+1}$$

$$2x^2-5x+3+2x^2+2x+1-2\sqrt{4x^4+4x^3+2x^2}$$

$$=4-28x+49x^2$$

$$10x^3-10x^2-5x+6x^2+6x+3=$$

$$2\sqrt{4x^4-6x^3-2x^2+x+3} = -45x^2+25x$$

$$16x^4-24x^3-8x^2+4x+12=625x^2-2025x^4-2250x^3$$

$$2009x^4-2226x^3+634x^2-4x-12=0$$

$$\sqrt{2x^2-5x+3} \geq \sqrt{2x^2+2x+1}$$

$$2x^2-5x+3 \geq 2x^2+2x+1 \geq 0$$

$$-7x+2 \geq 0$$

$$2-7x \geq 0$$

$$x \leq \frac{2}{7}$$

$$\sqrt{2x^2-5x+3} - \sqrt{2x^2+2x+1} = 2-7x$$

$$x^2 = 2-7x$$

$$2x^2-5x+3 = 2x^2-2x-1 = 2-7x$$

$$\sqrt{2x^2-5x+3} - \sqrt{2x^2+2x+1} = 2x^2-5x+3 - (2x^2+2x+1)$$

$$a$$

$$b$$

$$\sqrt{2x^2-5x+3} + \sqrt{2x^2+2x+1} - 1 = 0$$

$$a-b = a^2-b^2$$

$$(a-b)(a+b) - (a-b) = 0$$

$$(a-b)(a+b-1) = 0$$

$$4x^2-3x-1=0$$