МОСКОВСКИЙ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ

ОЛИМПИАДА "ФИЗТЕХ"
ПО МАТЕМАТИКЕ

10 КЛАСС. Вариант 9

1. [4 балла] Натуральные числа a, b, c таковы, что ab делится на $2^{14}7^{10}$, bc делится на $2^{17}7^{17}$, ac делится на $2^{20}7^{37}$. Найдите наименьшее возможное значение произведения abc.

2. [4 балла] Известно, что дробь $\frac{a}{b}$ несократима ($a \in \mathbb{N}$, $b \in \mathbb{N}$). На доске записана дробь

$$\frac{a+b}{a^2-6ab+b^2}.$$

При каком наибольшем m могло оказаться, что числитель и знаменатель дроби можно сократить на m?

3. [4 балла] Центр окружности ω лежит на окружности Ω, хорда AB окружности Ω касается ω в точке C так, что $AC : CB = 7$. Найдите длину AB, если известно, что радиусы ω и Ω равны 1 и 5 соответственно.

4. [5 баллов] Решите уравнение

$$\sqrt{2x^2-5x+3} - \sqrt{2x^2+2x+1} = 2-7x.$$

5. [5 баллов] На координатной плоскости дан параллелограмм с вершинами в точках $O(0;0)$, $P(-12;24)$, $Q(3;24)$ и $R(15;0)$. Найдите количество пар точек $A(x_1;y_1)$ и $B(x_2;y_2)$ с целыми координатами, лежащих в этом параллелограмме (возможно, на границе) и таких, что $2x_2 - 2x_1 + y_2 - y_1 = 12$.

6. [5 баллов] Найдите все значения параметра a, для каждого из которых найдётся значение параметра b, при котором система

$$\begin{cases} ax - y + 10b = 0, \\ ((x+8)^2 + y^2 - 1)(x^2+y^2-4) \leqslant 0 \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

7. [6 баллов] Треугольник ABC вписан в окружность. Пусть M – середина той дуги AB описанной окружности, которая не содержит точку C; N – середина той дуги AC описанной окружности, которая не содержит точку B. Найдите расстояние от вершины A до центра окружности, вписанной в треугольник ABC, если расстояния от точек M и N до сторон AB и AC соответсвенно равны 4,5 и 2.

© МФТИ, 2023

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

№1

Перемножим $ab \cdot bc \cdot ac = a^2 b^2 c^2$.

Это кратно $2^{14+17+20} \cdot 7^{10+17+37} =$

$= 2^{51} \cdot 7^{64}$

разделим на bc^2, получим a^2, который кратен

Обозначим x_a; x_b; x_c – степени вхождения двойки в числа a bc соотв, и y_a y_b y_c – степени вхождения семёрки туда же. Запишем две системы

$$\begin{cases} x_a + x_b \geq 14 \\ x_b + x_c \geq 17 \\ x_a + x_c \geq 20 \end{cases}$$

отсюда получаем

$2(x_a + x_b + x_c) \geq 51$, $x_a + x_b + x_c \geq 25{,}5$.

$x_a, x_b, x_c \in \mathbb{N}$, значит $x_a + x_b + x_c \geq 26$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Пример: ~~$x_a = 17$~~ $x_a =$

$$\begin{cases} x_a + x_b = 15 \\ x_b + x_c = 17 \\ x_a + x_c = 20 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_c - x_a = 2 \\ \\ x_c + x_a = 20 \end{cases}$$

$x_c = 11$; $x_a = 9$; $x_b = 6$ пример

на $x_a + x_b + x_c$ ~~$= 1$~~ $= 26$

Вторая система:

$$\begin{cases} y_a + y_b \geq 10 \\ y_b + y_c \geq 17 \\ y_a + y_c \geq 37 \end{cases} \qquad 2(y_a + y_b + y_c) \geq 64$$

$$y_a + y_b + y_c \geq 32$$

Но у нас есть и более сильное утверждение: $y_a + y_c \geq 37$ (т.к. ~~$y_b \geq 0$~~ y_b)

Отсюда $y_a + y_b + y_c \geq 37$

Пример на $y_a + y_b + y_c = 37$

$y_a = 10$; $y_c = 27$; $y_b = 0$.

Мы получили две минимальные суммы с нечетной вхождения.

Ответ: $2^{26} \cdot 7^{37}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☒ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

№2

Ну, давайте поверкём дробь

$$\frac{a^2-6ab+b^2}{a} \quad \frac{a^2-6ab+b^2}{a+b} = \frac{a^2+b^2+2ab-8ab}{a+b} =$$

$$= \frac{(a+b)^2-8ab}{a+b}$$

Ну пусть $a+b \vdots m$; Мы хотим чтобы сверху тоже делилось на m $(a+b)^2 \vdots m$. Надо чтобы $8ab \vdots m$

Заметим, что числа $(a+b)$ и ab взаимнопростые (т.к. число ab делится на все простые делители чисел a и b и ни на какие больше, а число $a+b$ не делится на них, т.к. a и b взаимнопросты).

$$\begin{cases} a+b \vdots m \\ 8ab \vdots m \\ НОД(a+b, 8ab) = 1 \end{cases}$$

Отсюда $m \leq 8$, т.к. $8 \vdots m$ ибо $ab \not\vdots m$ т.к. $a+b \vdots m$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Пример для $n = 8$

$a = 5$; $b = 3$

$$\frac{5+3}{5^2+3^2-6\cdot 15} = \frac{8}{34-\cancel{60}\ 90} = -\frac{8}{56}$$

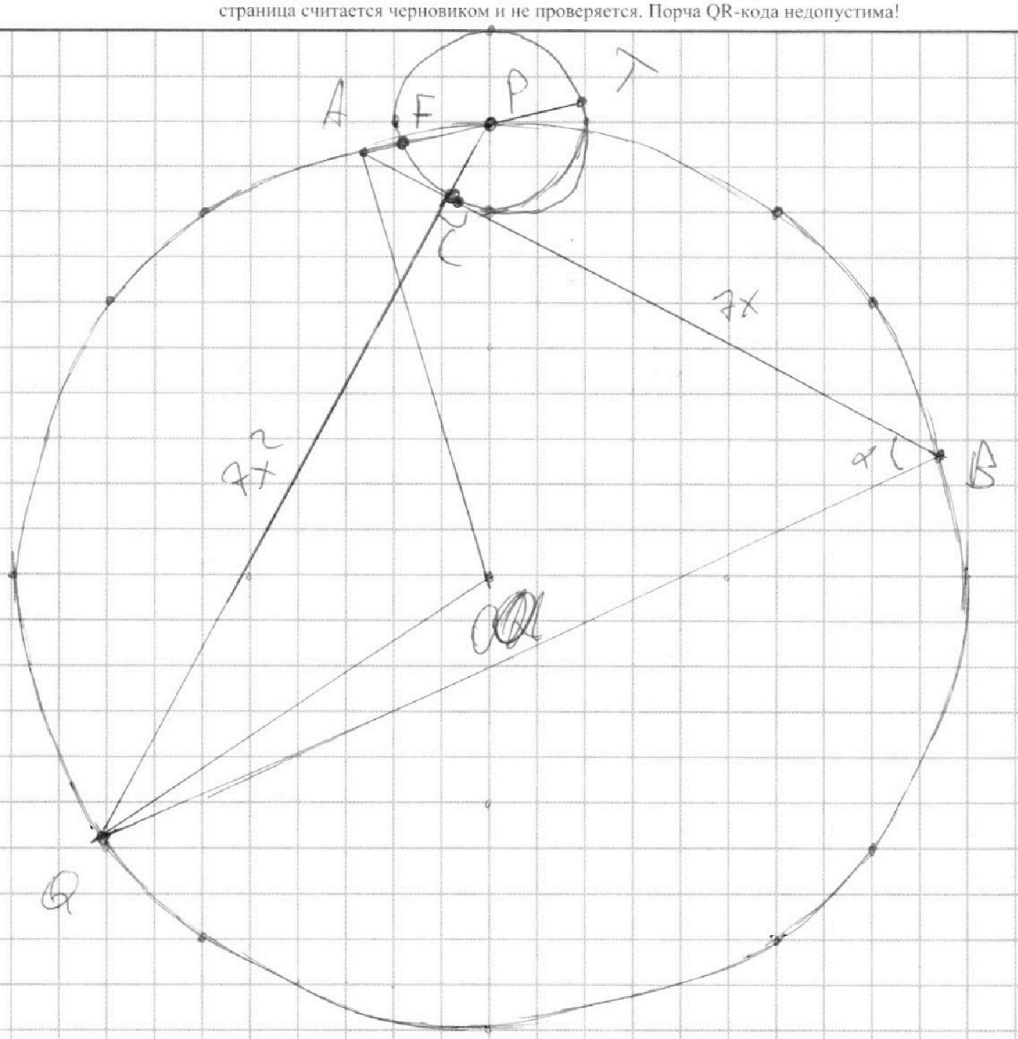
~~Дальше~~ сокр. на 8, получаем $-\frac{1}{7}$.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ



1) ~~Проведём~~ Построим центры P, O окр-ностей ω и Ω соотв.
Продолжим PC до пер-ния с Ω в т. Q
Пусть OA = OB = 5 см; PC = 1 см
(введём размерности);
AC = x см; BC = 7x см. Степень C отн Ω:
~~равна~~ $7x^2 = PC \cdot CQ$; $CQ = 7x^2$ см

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

PC ⊥ AB т.к. касание.

$$BQ = \sqrt{BC^2 + QC^2} = \sqrt{49x^2 + 49x^4} =$$

$$= 7x\sqrt{1+x^2}$$ теорема Пифагора

$$\angle ABQ = \angle APQ = \alpha$$

$$\cos\alpha = \frac{BC}{BQ} = \frac{\sqrt{1+x^2}}{1+x^2}$$

$$\cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1 = 2\cdot\frac{1+x^2}{x^4+2x^2+1} - 1 =$$

$$= \frac{2+2x^2-x^4-2x^2-1}{x^4+2x^2+1} = \frac{1-x^4}{x^4+2x^2+1} =$$

$$= \frac{(1-x^2)(1+x^2)}{(x^2+1)^2} = \frac{1-x^2}{x^2+1}$$

Мы нашли две теоремы косинусов.

Из $\triangle ABQ$ и $\triangle OAQ$ выразим AQ

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☒ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$\triangle ABQ$

$AQ^2 = 64x^2 + (49x^2 + 49x^4) - 2 \cdot 7x\sqrt{1+x^2} \cdot 8x \cdot$

$\cdot \frac{\sqrt{1+x^2}}{1+x^2} = 113x^2 + 49x^4 - 112x^2 \text{ см}^2 =$

$= 49x^4 + x^2 \text{ см}^2$

$\triangle AOQ$:

$AQ^2 = 50 \cdot 50 \cdot \frac{1-x^2}{x^2+1} = 50\left(1 - \frac{1-x^2}{x^2+1}\right) =$

$= 50\left(\frac{2x^2}{x^2+1}\right)$

$49x^4 + x^2 = \frac{100x^2}{x^2+1}$

$(49x^4 + x^2)(x^2+1) = 100x^2$

$49x^6 + 50x^4 + x^2 = 100x^2 \quad x^2 = -\frac{99}{49}$ плох

$49x^4 + 50x^2 - 99 = 0$

$x^4 + \frac{50}{49} - \frac{99}{49} = 0 \quad (x^2-1)\left(x^2 + \frac{99}{49}\right) = 0$

$x^2 = 1 \; ; \; x = 1. \; AB = 8 \text{ см}$ Ответ: 8

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

№4

$$\sqrt{2x^2-5x+3} - \sqrt{2x^2+2x+1} = 2-7x$$

Выделяем полные квадраты

$$\sqrt{x^2-2x+1+x^2-3x+2} - \sqrt{x^2+x^2+2x+1} = 2-7x$$

$$\sqrt{2x^2-5x}$$

$$\sqrt{2x^2-5x+\frac{25}{8}-\frac{1}{8}} - \sqrt{2x^2+2x+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}} = 2-7x$$

$$\sqrt{\left(x\sqrt{2}-\frac{5}{2\sqrt{2}}\right)^2-\frac{1}{8}} - \sqrt{\left(x\sqrt{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2+\frac{1}{2}} = 2-7x$$

$$\sqrt{\left(x\sqrt{2}-\frac{5}{2\sqrt{2}}\right)^2-\frac{1}{8}} = 2-7x+\sqrt{\left(x\sqrt{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2+\frac{1}{2}}$$

1) $x > \frac{5}{4}$. Тогда $x \geq 1{,}5$ из того что $2x^2-5x+3 \geq 0$;

$x \in (-\infty; 1] \cup [1{,}5; +\infty)$

Слева что-то меньше, чем $x\sqrt{2}-\frac{5\sqrt{2}}{4}$ ~~т.к. $x\sqrt{2}-\frac{5}{2\sqrt{2}}$~~

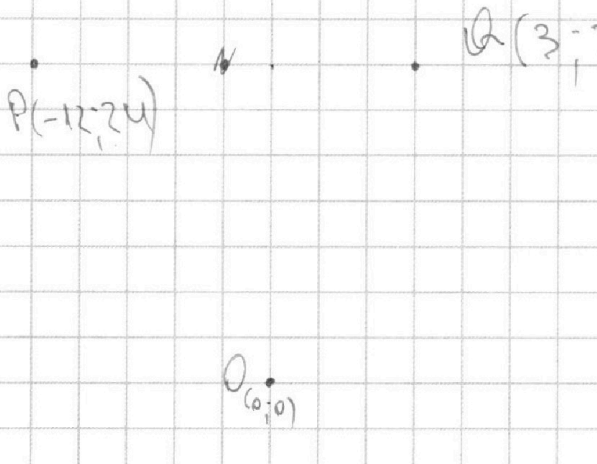
На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

№5



для любой точки $A(x_1; y_1)$

ГМТ возможных точек $B \neq (x_2; y_2)$ — прямая вида

$$2x_2 + y_2 = (12 + 2x_1 + y_1) = \text{const}$$

Наклон у всех таких прямых одинаков для любой выбранной т. A.

~~Посмотрим, что~~ Угловой коэффициент равен -2

Интересно, что ровно те таких прямых пересекают параллелограмм и стороны PO и QR на таких и лежат.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

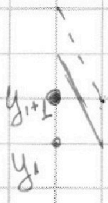
1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

Посмотрим, как сдвигается прямая для т. А при выборе т. А. При увеличении x_1 на единицу прямая сдвигается ~~влево на 1~~ ~~одна сумма $2x_1 +$~~ вправо на 1, так y-координата т. А неизменна, и разность $2x_2 - 2x_1$ тоже должна быть неизменна. Аналогично при сдвиге на y_1 на 1 вверх прямая сдвигается на 1 вверх для сохранения разности $y_2 - y_1$

$y_2 - y_1$



Ну и посчитаем ещё так оказывается что у точек $A(x_1; y_1)$ лежащих на прямой вида $2x_1 + y_1 - C = 0$ где $C = const$, ГМТ точек в одинаковое.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☒ 6 ☐ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Посмотрим, на сколько при этом различается ГМТ выражения A и B для этих A

$x_1; y_1$ $x_2 = x_1 + 4$ $y_2 = y_1 + 3$

$2x_2 - 2x_1 = 12$

$x_2 - x_1 = 6$. Считаем кол-во таких пар прямых в параллелограмме. Их (пар) всегда как 10 (x_1 варьируется от 0 до $15-6=9$ при выборе $y_1 = y_2 = 0$)

пар прямых 10 штук, на каждой $\cancel{12}$ 13 точек.

Пар точек $\cancel{12 \cdot 12 \cdot 10 = 1440}$ $13 \cdot 13 \cdot 10 = 1690$

Ответ: $\cancel{1440}$ 1690

Я забыл еще прямые, см. предыдущее решение.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

Но это только те прямые, которые проходят через точки на границе.

Есть другие прямые

вида $2x+y=k-c=0$:

Такие прямые

у нас не 16, а 15.

Пар прямых со сдвигом

6 не 10, а 9. И в каждой

прямой 12^{12} точек внутри параллелограмма

$12 \cdot 12 \cdot 9 = 1440 - 144 = 1296$

$1296 + 1690 = 2986$

$+\begin{array}{r}1690\\1296\\\hline 2986\end{array}$

Ответ: 2986

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

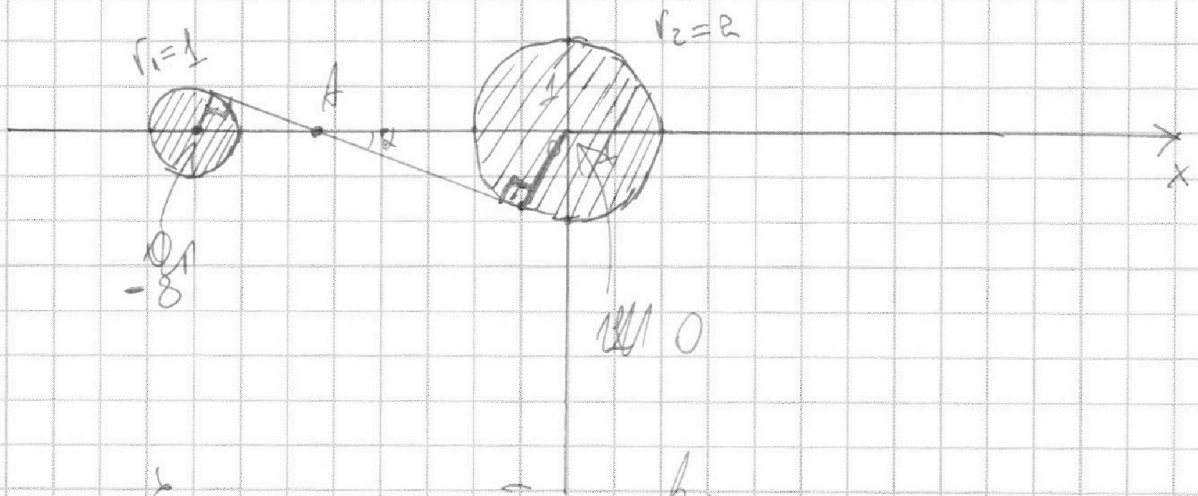
№6

Заметим, что то, что сверху - это два пересекающихся круга.

Давайте их изобразим (изобразим решения нер-ва выше). Заштрихуем.

Точка, которая нам была ≤ 0, нужно, чтобы точка находилась внутри ровно одного круга.

Граница круга - наше решение



Если решений ровно 2, то прямая $ax - y + 10b = 0$ должна касаться обоих кругов. Таких прямых четыре: две внешних касательных

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

и две внутренних.
Одну внутреннюю нарисовали
на графике. Найдем $tg\,\alpha$
Сначала координаты т. А.
перечеркнуто Б проведенной
касательной с O_x

Дальше отрезок $[-8;0]$
в отн-нии $\frac{1}{2}$ из подобия
двух прямоугольных треуголь-
ников. Отсюда $A\left(-\frac{16}{3};0\right)$

$\sin\alpha = \frac{3}{8}$

$\frac{\sin^2\alpha}{1-\cos^2\alpha} = tg^2\alpha \quad tg\,\alpha = \sqrt{\frac{9}{64}\cdot\frac{64}{64-9}} =$

$\sin^2\alpha$

$= \sqrt{\frac{9}{55}} = \frac{3\sqrt{55}}{55}$

Этому $tg\,\alpha$ соответствуют

$\alpha = \frac{3\sqrt{55}}{55}$ и $\alpha = -\frac{3\sqrt{55}}{55}$ Эти α сост

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

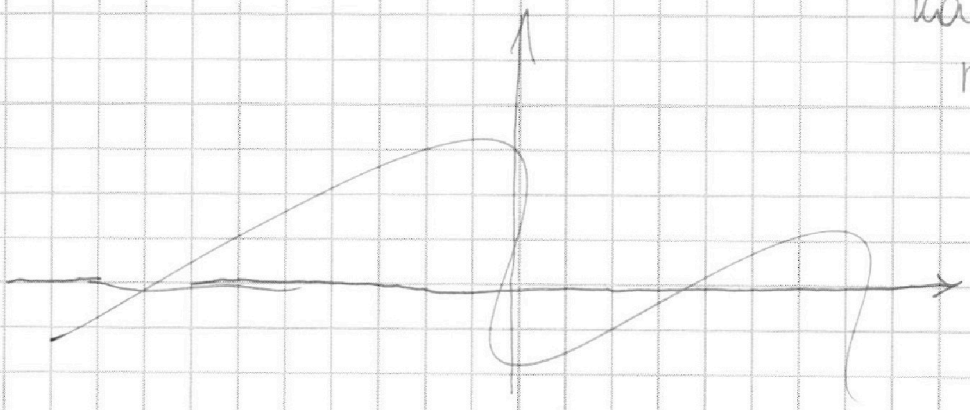
$tg\,\angle A$ – это отношение катета, противолежащего при $\angle A$ и прилежащего при $\angle A$.

$-\frac{1}{q} = tg\,\angle A$ $\quad q = tg\,\angle A$ – угловой коэффициент касательной

$q = \frac{-1}{tg\,\angle A} = \frac{-\sqrt{5\frac{4}{9}}}{3}$ $\quad q = \frac{3\sqrt{5\frac{4}{9}}}{5\frac{4}{9}}$

$q = \frac{-3\sqrt{5\frac{4}{9}}}{5\frac{4}{9}}$ $\quad q = \frac{-\sqrt{5\frac{4}{9}}}{3}$ – эти подходят и соответствуют второй внутренней касательной (ось симметрии проходит через A)

Рассмотрим внешние касательные:

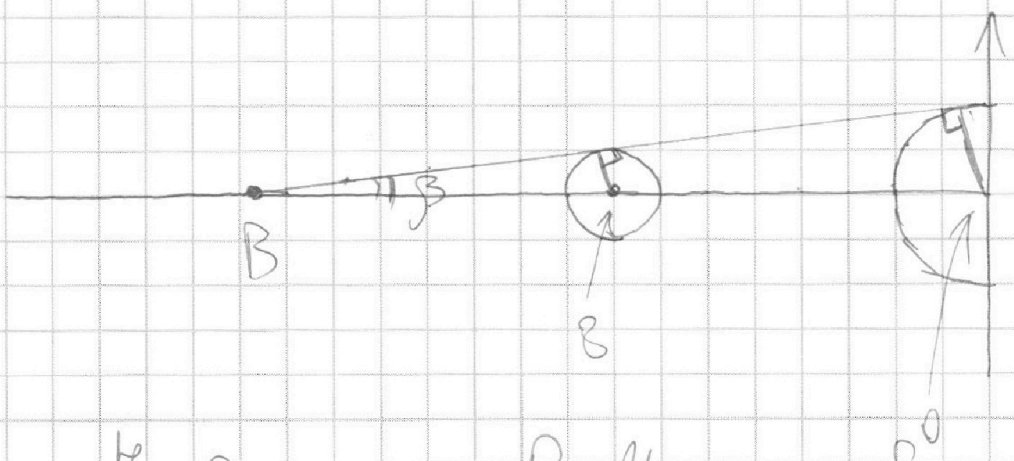


На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☒ 7 ☐

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!



Найдем т. B. Из подобия

$B(-16; 0)$. $\sin\beta = \frac{1}{8}$

$$tg\beta = \sqrt{\frac{1}{64} \cdot \frac{1}{1-\frac{1}{64}}} = \sqrt{\frac{1}{64} \cdot \frac{64}{63}} = \sqrt{\frac{1}{63}}$$

~~Тангенсы $\frac{1}{a} = tg\beta$ соответствуют~~
~~одной из касательных параллельных.~~

$$a = -\frac{1}{tg\beta} = -\sqrt{63}$$

$a = \sqrt{63}$ также не подходит.

~~Ответ: $\{\sqrt{63}; -\sqrt{63}\}$~~

$a = tg\beta$ для одной из касательных.

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

$$\left[\begin{array}{l} a = \sqrt{\frac{\sqrt{63}}{63}} \\ a = \frac{-\sqrt{63}}{63} \end{array}\right.$$

для другой $a = -\operatorname{tg}\beta$.
отв. обе пропущ-через B
из симметрии

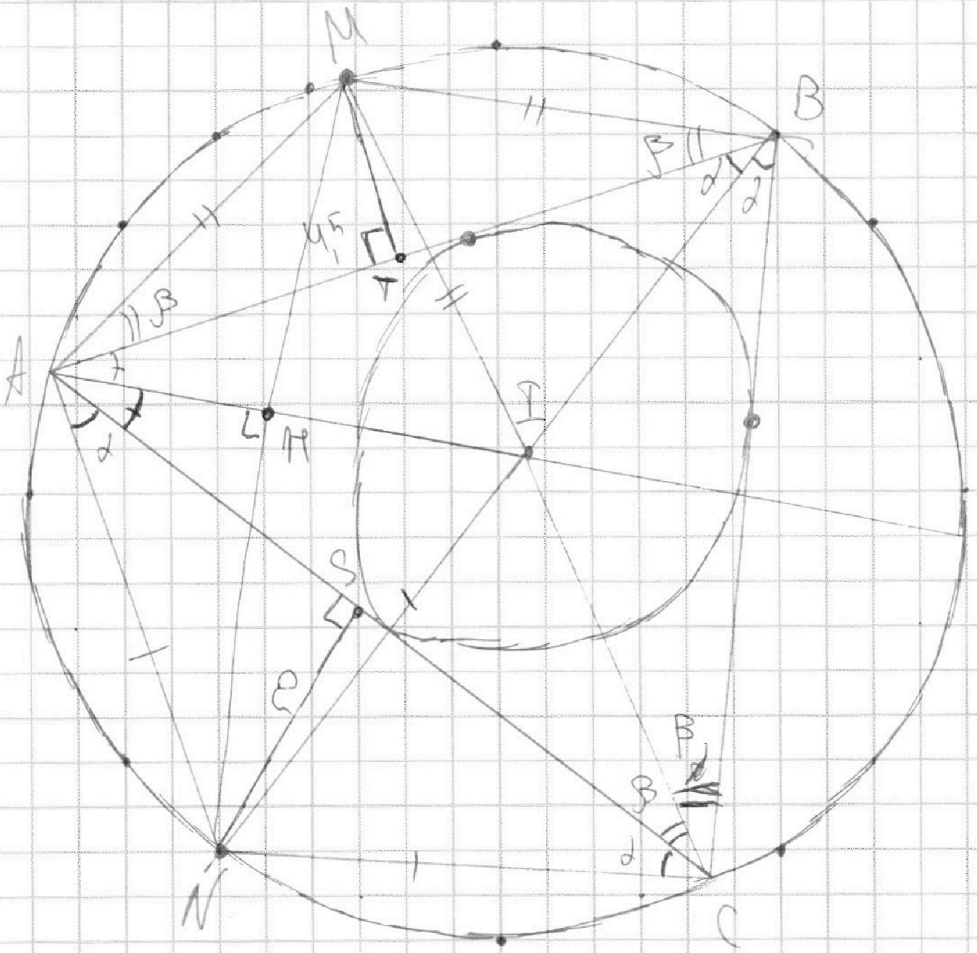
Ответ: $\left\{\frac{\sqrt{63}}{63};\ \frac{-\sqrt{63}}{63};\ \frac{-3\sqrt{55}}{55};\ \frac{3\sqrt{55}}{55}\right\}$

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ



1) Лемма о трезубце. Пусть I - центр вп. $NI = NA = NC$; $MI = MT = MB$.

2) Обозначим углы как на рисунке. И ~~тогда~~ точки C-I-M и B-I-N коллинеарны т.к. M - середина дуги

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

Значит центр вп. окр. лежит на биссектрисе $\angle C$; CI тоже биссектриса

т.к. I – центр вп. окр. ΔABC то $B-I-N$

Введём $\angle ABI = \beta$; $\angle ACI = \gamma$, $\angle BAC = 2\alpha$

Через окружность посчитаем углы. AI тоже биссектриса $\angle BAC$

$\angle ABN = \angle NBC = \angle ACN = \angle NAC = \alpha$; $\angle MAB = \angle MBA = \angle MCA = \angle MCB = \beta$

3) Построим MN, $MN \cap AI = H$.

$MINMH$ – делтоид, $MH \perp AI$.

Выразим сначала AH.

$AM = \frac{AB}{\sin\beta} \cdot \sin(\alpha+\beta)$ из $\triangle MBA$

$AH = AM \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$; $\left(\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)\right)$

($\angle MAH = \frac{\pi}{2} - \alpha$ т.к. $\angle BAC = \pi - 2\alpha - 2\beta$; $\angle BAI = \frac{\pi}{2} - \alpha - \beta$;

$\angle MAH = \angle BAI + \beta = \frac{\pi}{2} - \alpha$)

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

$\cos\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=\sin\alpha$

$AM=\frac{4{,}5\cdot\sin\alpha}{\sin\beta}$

Аналогично $AN=\frac{2}{\sin\alpha}$;

$AM=\frac{2\cdot\sin\beta}{\sin\alpha}$

$\frac{2\sin\beta}{\sin\alpha}=\frac{4{,}5\cdot\sin\beta}{\sin\beta}$

$\frac{\sin^2\alpha}{\sin^2\beta}=\frac{\sin^2\beta}{\sin^2\alpha}=2{,}25$

$\frac{\sin\beta}{\sin\alpha}=1{,}5.$

Ну и считаем

$AM=\frac{4{,}5}{1{,}5}=3.\quad 4{,}5\cdot\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}=\frac{4{,}5}{1{,}5}=3$

$\triangle NAI-$ р/б; $AI=2AM=6$

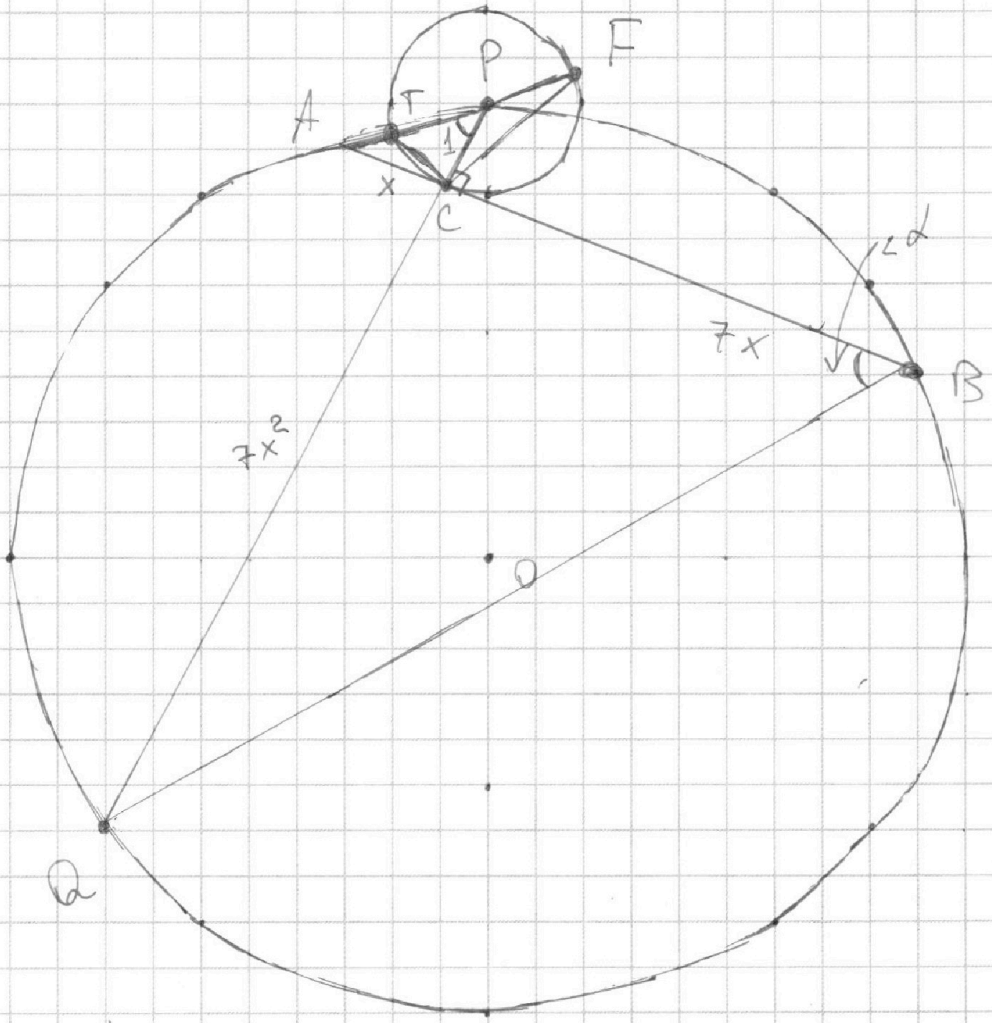
Ответ: 6

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☐	☒	☒	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ



1) Проведем Пусть P, O – центры ω, Ω соотв.
Проведем PC и продлим до пересечения с Ω в т. Q.
Степень т. A(C) отн. Ω
AC·BC = PC·CQ. Возьмём и скажем, что

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☐	☒	☐	☒	☐	☐	☒

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№4

~~возьмем и заменим~~

ОДЗ: $2x^2 - 5x + 3 \geq 0$

$x^2 - 2{,}5x + 1{,}5 \geq 0$

$x \in (-\infty; 1) \cup (1{,}5; +\infty)$

$2x^2 + 2x + 1 \geq 0$

~~$x^2 + x + 0{,}5 \geq 0$~~ $D = 4 - 8 = -4$,

$2x^2 + 2x + 1 \geq 0$ $\forall x \in \mathbb{R}$

$f(x) = \sqrt{2x^2 - 5x + 3} - \sqrt{2x^2 + 2x + 1}$

$g(x) = 2 - 7x$

$g(x)$ монотонно убывает на мн-ве вещ. чисел.

$\sqrt{2x^2 - 5x + 3}$ убывает на луче $(-\infty; 1)$ и возрастает на

На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
X			X			

МФТИ

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

№4

$\sqrt{2x^2-5x+3} - \sqrt{2x^2+2x+1} = 2-7x$

Возведём в квадрат, потом будем думать

$2x^2-5x+3+(2x^2+2x+1) -$

$-2\sqrt{(2x^2-5x+3)(2x^2+2x+1)} = 49x^2-28x+4$

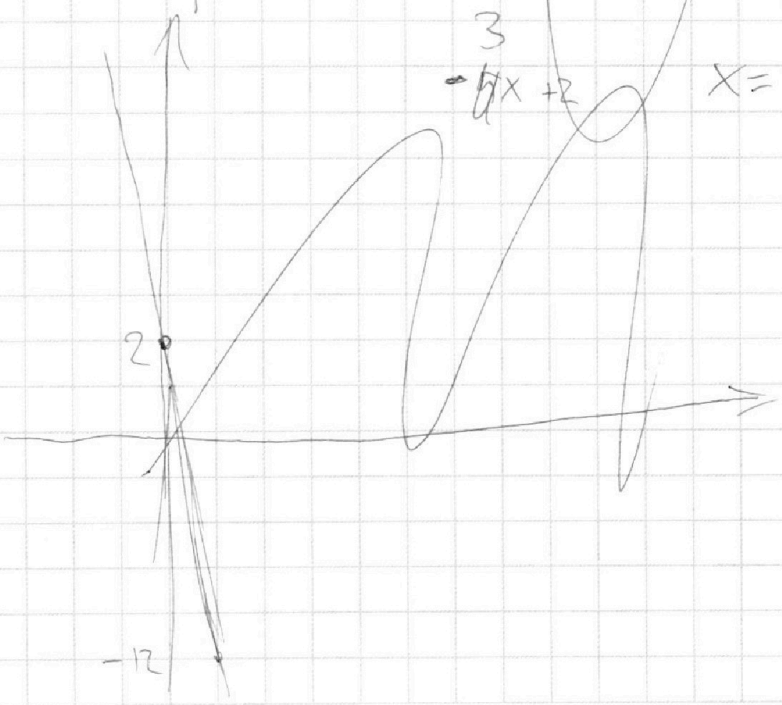
$4x^2-3x+4-2\sqrt{(2x^2-5x+3)(2x^2+2x+1)} =$

$= 49x^2-28x+4$

$4\sqrt{x^2}-25x = -2\sqrt{4x^2}$

$-9x+2$

$x = -1$



На одной странице можно оформлять **только одну** задачу.
Отметьте крестиком номер задачи,
решение которой представлено на странице:

1	2	3	4	5	6	7
☒	☐	☐	☒	☐	☐	☐

Если отмечено более одной задачи или не отмечено ни одной задачи,
страница считается черновиком и не проверяется. Порча QR-кода недопустима!

МФТИ

справа-мно-го больше, чем

